

# Projet Cryptographie – IN603

## Questions théoriques – Id Es Q4 et Q5

AUCLAIR Lucas  
MEDIOUNI Soumaya  
LDDBI

**Question 4 :** Soit  $x_1, x_2, x_3$  les 3 premiers octets de sortie du LFSR de 17 bits. Montrer que l'état initial  $s_2$  du second LFSR peut être obtenu en fonction de  $(z_1, z_2, z_3)$  et  $(x_1, x_2, x_3)$ .

On sait que :

LFSR17  $\Rightarrow (x_1, x_2, x_3, \dots)$  et LFSR25  $\Rightarrow (y_1, y_2, y_3, \dots)$ , tels que **tous les 8 cycles l'algorithme CSS renvoie  $z = x + y + c \bmod 256$  avec  $(z_1, z_2, z_3, \dots)$  les résultats du chiffrement** et donc les bits du chiffré ainsi que  **$c$  initialisé à 0 pour le premier octet et  $= 1$  si  $x + y > 255$  sinon  $= 0$  ;**

Les 2 LFSR sont initialisés avec 40 (16 + 24) bits de la clé secrète et  **$s_1[16] = s_2[24] = 1$**  tels que  $s_1$  et  $s_2$  sont respectivement les états initiaux du LFSR17 et du LFSR25 ;

Conséquemment :

Pour obtenir  $s_2$  à partir de  $(z_1, z_2, z_3)$  et  $(x_1, x_2, x_3)$ , il s'agit globalement de retourner/inverser l'algorithme de chiffrement CSS et son équation principale.

Tel que,  **$z_i - x_i - c \bmod 256 = y_i$  avec  $i$  appartenant à  $\{1, 2, 3, \dots\}$ ,  $c = 0$  pour  $i = 1$**  et permet donc de déterminer en partant de  $i = 1$  la retenue et celles à venir pour chiffrer les octets. En effet, une fois  $y_i$  obtenu à l'aide de  $x_i$  et  $z_i$ , **il suffit de regarder si  $x_i + y_i > 255$  pour mettre en place la retenue  $c$  à 1 ou à 0 pour les prochains octets** (comme dans le chiffrement classique).

**On fait 3 fois ces opérations**, donc pour  $(z_1, z_2, z_3)$  et  $(x_1, x_2, x_3)$  afin d'obtenir  $s_2$  **comme  $3 \times 8 = 24$  ( $s_2[0, \dots, 23]$ ) et que** les 2 LFSR sont initialisés avec 40 (16 + 24) bits de la clé secrète et  **$s_1[16] = s_2[24] = 1$**  tels que  $s_1$  et  $s_2$  sont respectivement les états initiaux du LFSR17 et du LFSR25.

Ainsi, **il ne reste plus qu'à transformer  $(y_3, y_2, y_1)$  en binaire**, à ajouter **1 en position  $s_2[24]$**  et **on obtient  $(1, \text{binary}(y_3), \text{binary}(y_2), \text{binary}(y_1))$  soit  $s_2$  l'état initial du LFSR25** avec **binary** une fonction quelconque pour transformer un entier en son correspondant en binaire. Avoir les octets suivants permettrait de vérifier que l'on a bien le bon état initial  $s_2$ .

**Question 5 :** On suppose que l'on connaît les 6 premiers octets  $z_1, z_2, \dots, z_6$ . Décrire (dans le document pdf) une attaque de complexité  $2^{16}$  qui permet de récupérer l'initialisation du générateur, en exploitant le point 4 ci-dessus.

On sait que :

cf. Q4) aucun changement

D'après la Question 4, on peut obtenir l'état initial  $s_2$  du LFSR25 à partir des 3 premiers octets du LFSR17 ( $x_1, x_2, x_3$ ) et du CSS ( $z_1, z_2, z_3$ ). En exploitant, la procédure décrite dans la **Question 4** et **en séparant les 6 premiers octets du CSS en 2 parties, tel que ( $z_1, z_2, z_3$ ) servent à trouver  $s_2$  ainsi que la clef secrète et ( $z_4, z_5, z_6$ ) servent à vérifier qu'on a la bonne, alors on peut déterminer la clé secrète du générateur du chiffrement CSS à partir de ses 6 premiers octets avec une complexité de  $2^{16}$  (normalement ce n'est pas commun d'avoir 6 octets d'affilés comme ça).**

**Pour ce faire :**

- 1- On devine au hasard l'état initial  $s_1$  du LFSR17**
- 2- On récupère les 3 premiers octets et on applique la procédure de la Question 4** afin d'avoir les 3 premiers octets du LFSR25 ainsi que son état initial  $s_2$
- 3- On récupère les 3 octets suivants de LFSR17 ( $x_4, x_5, x_6$ ) et LFSR25 ( $y_4, y_5, y_6$ ) selon le  $s_1$  aléatoire, on applique CSS (fait l'opération pour avoir  $z_4, z_5$  et  $z_6$ ) et on compare avec les octets ( $z_4, z_5, z_6$ ) qu'on avait initialement** afin de déterminer si on a bien deviné  $s_1$ .
- 4- Si on a bien deviné  $s_1$ , alors on a la clef secrète de 40 bits  $s \in \{0, 1\}^{40}$  tel que  $s = s_1 \parallel s_2$  où  $s_1 \in \{0, 1\}^{16}$  et  $s_2 \in \{0, 1\}^{24}$ . Sinon, on devine au hasard à nouveau  $s_1$  et on refait les étapes décrites précédemment, et ce jusqu'à avoir une correspondance entre les octets calculés et ceux récupérés.**

**Complexité :**

On connaît  $s_1[16] = 1$ , donc l'état initial  $s_1$  du LFSR17 n'est inconnu que pour 16 bits de positions  $[0, \dots, 15]$ . Dans le pire des cas, nous devons donc tester par brut force  $2^{16}$  possibilités pour le LFSR17. Ainsi, l'attaque décrite a bien une complexité de  $2^{16}$ .