

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
HỌC KỲ I, NĂM HỌC: 2022-2023

Môn thi: Giải tích

Số tín chỉ: 03

Mã học phần: 1010245

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

(Không được sử dụng tài liệu trong khi làm bài)

Câu 1. (2 điểm). Tính các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^{200}(3x-2)^{400}}{(2x+3)^{600}}.$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+5} \right)^{3x+2}.$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(1+x)}{\sin^2 2x}.$

Câu 2. (1 điểm). Xét tính liên tục của hàm số sau tại $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x - 1}, & \text{nếu } x \neq 1 \\ 0, & \text{nếu } x = 1. \end{cases}$$

Câu 3. (2 điểm).

a. Chứng minh rằng hàm số f với $f(x) = x \ln x$ thỏa mãn đẳng thức

$$x^2 f''(x) - x f'(x) + f(x) = 4x^3. \quad \square$$

b. Cho hàm số $y = (2x^3 - 2x + 1) \ln x$. Tính $y^{(100)}$.

Câu 4. (1 điểm). Tính các nguyên hàm và tích phân sau.

a. $\int x \cos(3x+1) dx$

b. $\int_1^e x \ln x dx$

Câu 5. (2 điểm). Khảo sát sự hội tụ của các tích phân sau.

a. $\int_1^{+\infty} \frac{x}{1+x^3\sqrt{x}} dx$

b. $\int_1^{+\infty} \left(1 - \cos \frac{3}{x\sqrt{x}} \right) dx$

Câu 6. (2 điểm). Khảo sát sự hội tụ của các chuỗi số sau

a. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n^2-1}{e^{n^2+n+3}}.$

b. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin 2n+1}{\sqrt{1+3n^2}\sqrt{1+n}}.$

c. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n^2}{e^{n^2}}$