


KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****	ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024	
Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 1 Thời gian làm bài: 75 phút		Trưởng bộ môn Nguyễn Thị Đỗ Hạnh

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = x^3 + xy^2 - y^2 - 12x + 2.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại hai


$$I = \int_L (x^2 + 2y) dx + (x - 3y) dy,$$

trong đó L là đường $y = x - x^2$ đi từ $O(0,0)$ đến điểm $A(2,-2)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân cấp hai sau:

$$y'' + 3y' - 4y = e^{-x}(3x^2 - 7x + 4).$$

Câu 4 (1 điểm). Xác định tọa độ trọng tâm G của bản phẳng đồng chất D giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x + 4$; $x = 3$.

KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****	ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024	 Trưởng bộ môn Nguyễn Thị Đỗ Hạnh
Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 2 Thời gian làm bài: 75 phút		

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = x^2 + 4y^2 - 8y + x^2y.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại hai

$$I = \int_L (x^2 - y + 1) dx + (1 - 2y) dy,$$


trong đó L là đường $y = x^2 - 3x$ đi từ $A(1, -2)$ đến điểm $B(3, 0)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân cấp hai sau:

$$y'' - 3y' + 2y = e^{2x}(3 - 4x).$$

Câu 4 (1 điểm). Tính diện tích miền phẳng D cho bởi

$$D = \{(x, y) | x \leq y \leq 2x; x^2 \leq y \leq 2x^2\}.$$

KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****	ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024	
Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 3 Thời gian làm bài: 75 phút		Trưởng bộ môn Nguyễn Thị Đỗ Hạnh

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = x^3 - 3x^2 - y^2 - xy^2.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại hai


$$I = \int_L (x - 2y) dx + (x - y^2 - 2) dy,$$

trong đó L là đường $x = y^2 - y$ đi từ $A(0, 1)$ đến điểm $B(2, 2)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân cấp hai sau:

$$y'' - 5y' - 6y = e^{2x}(12x^2 + 1).$$

Câu 4 (1 điểm). Xác định tọa độ trọng tâm G của bản phẳng đồng chất D giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x + 1$; $x = 2$.

KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****	ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024	 Trưởng bộ môn Nguyễn Thị Đỗ Hạnh
Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 4 Thời gian làm bài: 75 phút		

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = 3x^2 + 2y^3 + 3x^2y - 54y.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại 2

$$I = \int_L (2x^2 - 3y) dx + (2x + 1) dy,$$


trong đó L là đường $y = x^2 - x$ đi từ điểm $O(0;0)$ đến điểm $A(-1;2)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân cấp hai sau:

$$y'' - 5y' + 6y = e^{3x}(2x + 1).$$

Câu 4 (1 điểm). Tính diện tích miền phẳng D cho bởi

$$D = \{(x, y) | y \leq x \leq 2y; y^2 \leq x \leq 2y^2\}.$$

KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****	ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024	 Trưởng bộ môn Nguyễn Thị Đỗ Hạnh
Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 5 Thời gian làm bài: 75 phút		

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = 2x^2 + 4y^2 - 9y + x^2y.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại hai


$$I = \int_L (x^2 + x + 2y) dx + (x^2 + y + 2) dy,$$

trong đó L là đường $y = -x^2 + 2x$ đi từ điểm $O(0;0)$ đến điểm $A(1;1)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân:

$$y'' + 4y' - 5y = e^{5x}(10x^2 - 3x).$$

Câu 4 (1 điểm). Xác định tọa độ trọng tâm G của bản phẳng đồng chất D giới hạn bởi các đường $y^2 = 2x + 2$; $x = 1$.

<p>KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****</p>	<p>ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024</p>	
<p>Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 6 <i>Thời gian làm bài: 75 phút</i></p>		<p>Trưởng bộ môn</p> <p>Nguyễn Thị Đỗ Hạnh</p>

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = x^2 - 18y^2 + 72y - x^2y.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại hai

$$I = \int_I (x - y^2) dx + (x - 3y) dy,$$


trong đó L là đường $x = y^2 + 3y$ đi từ $A(0,0)$ đến điểm $B(-2,-2)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân:

$$y'' - 6y' + 5y = e^{5x}(8x + 6).$$

Câu 4 (1 điểm). Tính diện tích miền phẳng D cho bởi

$$D = \{(x, y) | \frac{1}{2}x \leq y \leq x; x \leq y^2 \leq 2x\}.$$

KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****	ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024	
Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 7 Thời gian làm bài: 75 phút		Trưởng bộ môn Nguyễn Thị Đỗ Hạnh

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = y^3 + 3y^2 + x^2 + yx^2.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại 2

$$I = \int_L (x^2 + y)dx + (2x - y)dy,$$


trong đó L là đường $y = 2x - x^2$ đi từ điểm $A(1;1)$ đến điểm $B(2;0)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân cấp hai sau:

$$y'' - 5y' + 6y = e^x(x^2 + 3x + 2).$$

Câu 4 (1 điểm). Tính diện tích miền phẳng D cho bởi

$$D = \{(x, y) | \frac{1}{2}x \leq y \leq x; x \leq y^2 \leq 2x\}.$$

KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****	ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024	
Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 8 Thời gian làm bài: 75 phút		Trưởng bộ môn Nguyễn Thị Đỗ Hạnh

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = x^3 - 3x + 2x^2y^2 + 2y^2 + 2.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại 2


$$I = \int_L (y - x^2) dx + (2 - 2x) dy$$

với L là đường $y = x^2 + 2x + 1$ đi từ $A(0, 1)$ đến $B(-1, 0)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân cấp hai sau:

$$y'' - y' = e^x(x + 1).$$

Câu 4 (1 điểm). Xác định tọa độ trọng tâm G của bản phẳng đồng chất D giới hạn bởi các đường $y^2 = 2x + 1$; $x = 4$.

KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****	ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024	
Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 9 Thời gian làm bài: 75 phút		Trưởng bộ môn Nguyễn Thị Đỗ Hạnh

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = y^3 + 3y^2 - x^2 + yx^2.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại hai

$$I = \int_L (x - 3y^2) dx + (2y^2 + x) dy,$$


trong đó L là đường $x = 3y^2 + 2y$ đi từ điểm $O(0;0)$ đến điểm $A(1;-1)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân:

$$y'' - 5y' + 6y = (4x - 8)e^x.$$

Câu 4 (1 điểm). Tính diện tích miền phẳng D cho bởi

$$D = \{(x, y) | x \leq y \leq 2x; y \leq x^2 \leq 2y\}.$$

<p>KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****</p>	<p>ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024</p>	
<p>Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 10 <i>Thời gian làm bài: 75 phút</i></p>		<p>Trưởng bộ môn</p> <p>Nguyễn Thị Đỗ Hạnh</p>

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = -x^3 + 3x - 2x^2y^2 - 2y^2.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại 2

$$I = \int_L (y + x^2 + 3) dx + (y - x) dy$$


với L là đường $y = -x^2 + x$ đi từ $A(2, -2)$ đến $O(0, 0)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân:

$$y'' - 3y' + 2y = e^x(2x + 3).$$

Câu 4 (1 điểm). Tính diện tích miền phẳng D cho bởi

$$D = \{(x, y) | \frac{1}{2}x \leq y \leq x; x \leq y^2 \leq 2x\}.$$

KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****	ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024	 Trưởng bộ môn Nguyễn Thị Đỗ Hạnh
Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 11 Thời gian làm bài: 75 phút		

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = x^3 - 3x^2 + 2y^2 + xy^2.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại 2


$$I = \int_L (x - y)dx + (y - x)dy,$$

trong đó L là đường $y = x^2 + x$ đi từ điểm $A(1;2)$ đến điểm $B(-1;0)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân:

$$y'' + 2y' - 3y = (5x - 9)e^{2x}.$$

Câu 4 (1 điểm). Xác định tọa độ trọng tâm G của bản phẳng đồng chất D giới hạn bởi các đường $y^2 = 2x + 1; x = 4$.

KHOA CƠ SỞ CƠ BẢN BỘ MÔN TOÁN *****	ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY Học kỳ: 1 - Năm học: 2023-2024	 Trưởng bộ môn Nguyễn Thị Đỗ Hạnh
Học phần: GIẢI TÍCH ĐỀ SỐ: 12 Thời gian làm bài: 75 phút		

Câu 1 (3 điểm). Tìm cực trị hàm hai biến:

$$z = x^3 + 3x^2 - y^2 + xy^2.$$

Câu 2 (3 điểm). Tính tích phân đường loại hai

$$I = \int_L (x - y^2 + 1) dx + (x + y^2 - 2) dy,$$

trong đó L là đường $x = y^2 - 3y$ đi từ điểm $O(0;0)$ đến điểm $A(-2;2)$.

Câu 3 (3 điểm). Giải phương trình vi phân:

$$y'' + 2y' - 3y = (8x + 6)e^x.$$

Câu 4 (1 điểm). Tính diện tích miền phẳng D cho bởi

$$D = \{(x, y) | x \leq y \leq 2x; y \leq x^2 \leq 2y\}.$$

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = 3x^2 + y^2 - 12, q = 2xy - 2y, A = 6x, B = 2y, C = 2x - 2$.	0,5
Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + y^2 - 12 = 0 \\ 2y(x - 1) = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ Vậy hàm số có 4 điểm dừng: $M(2;0), N(-2;0), P(1;3), Q(1;-3)$.	1,0
Tại $M(2;0) \Rightarrow A = 12; B = 0; C = 2; B^2 - AC = -24 \Rightarrow M$ là điểm cực tiểu. Tại $N(-2;0) \Rightarrow A = -12; B = 0; C = -6; B^2 - AC = -72 \Rightarrow N$ là điểm cực đại. Tại $P(1;3) \Rightarrow A = 6; B = 6; C = 0; B^2 - AC = 36 \Rightarrow P$ không là điểm cực trị. Tại $Q(1;-3) \Rightarrow A = 6; B = -6; C = 0; B^2 - AC = 36 \Rightarrow Q$ không là điểm cực trị.	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực đại là $N(-2;0)$, giá trị cực đại là $z(M) = 18$. Hàm số có điểm cực tiểu là $N(2;0)$, giá trị cực tiểu là $z(N) = -14$.	0,5

Câu 2 . Lời giải.

[3 điểm]

Ta có $y = x - x^2 \Rightarrow dy = (1 - 2x) dx$.	0,5
Khi đó $I = \int_0^2 [(x^2 + 2 \cdot (x - x^2)) + (x - 3(x - x^2)) \cdot (1 - 2x)] dx$	0,5
$I = \int_0^2 (x^2 + 2x - 2x^2 + x - 3x + 3x^2 - 2x^2 + 6x^2 - 6x^3) dx$	0,5
$I = \int_0^2 (-6x^3 + 6x^2) dx$	0,5
$I = \left(-\frac{3}{2}x^4 + \frac{7x^3}{3} \right) \Big _0^2$	0,5
$I = -8$.	0,5

Câu 3 . Lời giải.

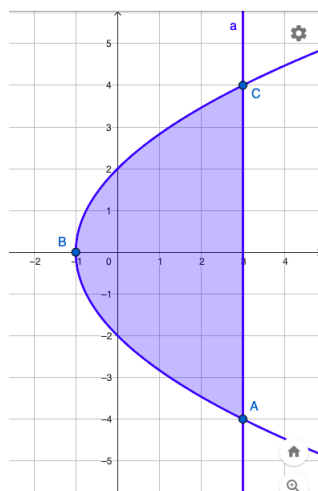
[3 điểm]

Phương trình đặc trưng: $k^2 + 3k - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -4 \end{cases} \rightarrow \bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{-4x}$	0,5
$\alpha = -1$ không là nghiệm của phương trình đặc trưng $\rightarrow Y = e^{-x}(Ax^2 + Bx + C)$ $Y' = e^{-x}(-Ax^2 - Bx + 2Ax + B - C)$ $Y'' = e^{-x}(Ax^2 + Bx - 4Ax + 2A - 2B + C)$	1,0
Thay vào phương trình: $-6Ax^2 + (2A - 6B)x + 2A + B - 6C = 3x^2 - 7x + 4$	0,5
$\Leftrightarrow \begin{cases} -6A = 3 \\ 2A - 6B = -7 \\ 2A + B - 6C = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -\frac{1}{2} \\ B = 1 \\ C = -\frac{2}{3} \end{cases}$ $\rightarrow Y = e^{-x}(-\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{2}{3})$	0,5
Vậy nghiệm của ptvp là: $y = \bar{y} + Y = C_1 e^x + C_2 e^{-4x} + e^{-x}(-\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{2}{3})$	0,5

Câu 4 . Lời giải.

[1 điểm]

0,5



Do miền D nhận Ox làm trục đối xứng nên $y_G = 0$. Có $x_G = \frac{1}{S} \iint_D x dx dy$.

$$S = \iint_D dx dy = \int_{-4}^4 dy \int_{(y^2-4)/4}^3 dx = \int_{-4}^4 (3 - \frac{y^2-4}{4}) dy = \frac{64}{3}.$$

0,5

$$I = \iint_D x dx dy = \int_{-4}^4 dy \int_{(y^2-4)/4}^3 x dx = \frac{1}{2} \int_{-4}^4 (9 - (\frac{y^2-4}{4})^2) dy = \frac{448}{15}$$

$\Rightarrow x_G = \frac{I}{S} = \frac{7}{5}$. Vậy tọa độ trọng tâm $G(\frac{7}{5}, 0)$.

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = 2x + 2xy, q = 8y - 8 + x^2, A = 2 + 2y, B = 2x, C = 8$.	0,5
<p>Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2xy = 0 \\ 8y - 8 + x^2 = 0 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases}$</p> <p>Vậy hàm số có 3 điểm dừng: $M(0;1), N(4;-1), P(-4;-1)$.</p>	1,0
<p>Tại $M(0;1) \Rightarrow A = 4; B = 0; C = 8; B^2 - AC = -32 \Rightarrow M$ là điểm cực tiểu.</p> <p>Tại $N(4;-1) \Rightarrow A = 0; B = 8; C = 8; B^2 - AC = 64 \Rightarrow N$ không là điểm cực trị.</p> <p>Tại $P(-4;-1) \Rightarrow A = 0; B = -8; C = 8; B^2 - AC = 64 \Rightarrow P$ không là điểm cực trị.</p>	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực tiểu là $M(0;1)$, giá trị cực tiểu là $z(M) = -4$.	0,5

Câu 2 . Lời giải.

[3 điểm]

Ta có $y = x^2 - 3x \Rightarrow dy = (2x - 3) dx$.	0,5
Khi đó $I = \int_1^3 [(x^2 - x^2 + 3x + 1) + (1 - 2(x^2 - 3x)) \cdot (2x - 3)] dx$	0,5
$I = \int_1^3 (x^2 - x^2 + 3x + 1 + 2x - 4x^3 + 12x^2 - 3 + 6x^2 - 18x) dx$	0,5
$I = \int_1^3 (-4x^3 + 18x^2 - 13x - 2) dx$	0,5
$I = \left(-x^4 + 6x^3 - \frac{13x^2}{2} - 2x \right) \Big _1^3$	0,5
$I = 20$.	0,5

Câu 3 . Lời giải.

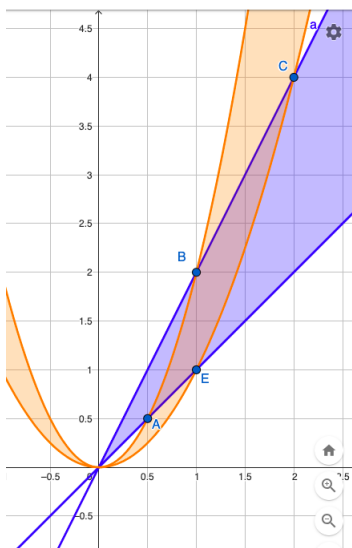
[3 điểm]

Phương trình đặc trưng: $k^2 - 3k + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = 2 \end{cases} \rightarrow \bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$	0,5
<p>$\alpha = 2$ là 1 nghiệm của phương trình đặc trưng</p> <p>$\rightarrow Y = x e^{2x} (Ax + B)$</p> <p>$Y' = e^{2x} (2Ax^2 + 2Ax + 2Bx + B)$</p> <p>$Y'' = e^{2x} (4Ax^2 + 8Ax + 4Bx + 2A + 4B)$</p>	1,0
Thay vào phương trình: $2Ax + 2A + B = -4x + 3$	0,5
<p>$\Leftrightarrow \begin{cases} 2A = -4 \\ 2A + B = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -2 \\ B = 7 \end{cases}$</p> <p>$\rightarrow Y = e^{2x} (-2x^2 + 7)$</p>	0,5
Vậy nghiệm của ptvp là: $y = \bar{y} + Y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + e^{2x} (-2x^2 + 7)$	0,5

Câu 4 . Lời giải.

[1 điểm]

0,5



$$D_1 = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 1; x \leq y \leq 2x^2 \right\}; D_2 = \left\{ (x, y) \mid 1 \leq x \leq 2; x^2 \leq y \leq 2x \right\}$$

$$S_{D_1} = \iint_{D_1} dx dy = \int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_x^{2x^2} dy = \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(y|_x^{2x^2} \right) dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x^2 - x) dx = \frac{5}{24}$$

$$S_{D_2} = \iint_{D_2} dx dy = \int_1^2 dx \int_{x^2}^{2x} dy = \int_1^2 \left(y|_{x^2}^{2x} \right) dx = \int_1^2 (2x - x^2) dx = \frac{2}{3}$$

$$S_D = S_{D_1} + S_{D_2} = \frac{7}{8}$$

0,5

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = 3x^2 - 6x - y^2, q = -2y - 2xy, A = 6x - 6, B = -2y, C = -2 - 2x$.	0,5
Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x - y^2 = 0 \\ -2y - 2xy = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$ Vậy hàm số có 4 điểm dừng: $M(0;0), N(2;0), P(-1;3), Q(-1;-3)$.	1,0
Tại $M(0;0) \Rightarrow A = -6; B = 0; C = -2; B^2 - AC = -12 \Rightarrow M$ là điểm cực đại. Tại $N(2;0) \Rightarrow A = 6; B = 0; C = -6; B^2 - AC = 36 \Rightarrow N$ Không là điểm cực trị. Tại $P(-1;3) \Rightarrow A = -12; B = -6; C = 0; B^2 - AC = 36 \Rightarrow P$ không là điểm cực trị. Tại $Q(-1;-3) \Rightarrow A = -12; B = 6; C = 0; B^2 - AC = 36 \Rightarrow Q$ không là điểm cực trị.	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực đại là $M(0;0)$, giá trị cực đại là $z(N) = 0$.	0,5

Câu 2 . Lời giải.

[3 điểm]

Ta có $x = y^2 - y \Rightarrow dx = (2y - 1) dy$.	0,5
Khi đó $I = \int_1^2 [(y^2 - y - 2y)(2y - 1) + (y^2 - y - y^2 - 2)] dy$	0,5
$I = \int_1^2 (2y^3 - 6y^2 - y^2 + 3y + y^2 - y - y^2 - 2) dy$	0,5
$I = \int_1^2 (2y^3 - 7y^2 + 2y - 2) dy$	0,5
$I = \left(\frac{y^4}{2} - \frac{7y^3}{3} + y^2 - 2y \right) \Big _1^2$	0,5
$I = \frac{-47}{6}$.	0,5

Câu 3 . Lời giải.

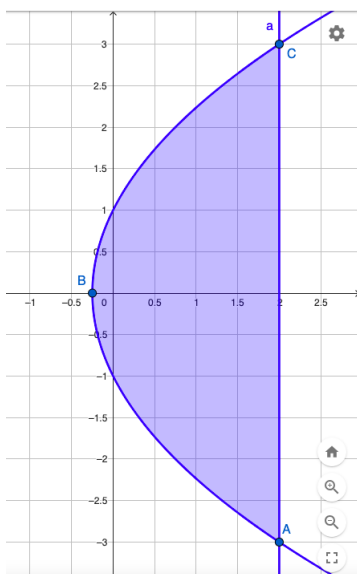
[3 điểm]

Phương trình đặc trưng: $k^2 - 5k - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = 6 \end{cases} \rightarrow \bar{y} = C_1 e^{-x} + C_2 e^{6x}$	0,5
$\alpha = 2$ không là nghiệm của phương trình đặc trưng $\rightarrow Y = e^{2x}(Ax^2 + Bx + C)$ $Y' = e^{2x}(2Ax^2 + 2Bx + 2Ax + B + 2C)$ $Y'' = e^{2x}(4Ax^2 + 4Bx + 8Ax + 2A + 4B + 4C)$	1,0
Thay vào phương trình: $-12Ax^2 + (-12B - 2A)x + 2A - B - 12C = 12x^2 + 1$	0,5
$\Leftrightarrow \begin{cases} -12A = 12 \\ -12B - 2A = 0 \\ 2A - B - 12C = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = \frac{1}{6} \\ C = -\frac{19}{72} \end{cases}$ $\rightarrow Y = e^{2x}(-x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{19}{72})$	0,5
Vậy nghiệm của ptvp là: $y = \bar{y} + Y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{6x} + e^{2x}(-x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{19}{72})$	0,5

Câu 4 . Lời giải.

[1 điểm]

0,5



Do miền D nhận Ox làm trục đối xứng nên $y_G = 0$. Có $x_G = \frac{1}{S} \iint_D x dx dy$

$$S = \iint_D dx dy = \int_{-3}^3 dy \int_{(y^2-1)/4}^2 dx = \int_{-3}^3 (2 - \frac{y^2-1}{4}) dy = 9.$$

0,5

$$I = \iint_D x dx dy = \int_{-3}^3 dy \int_{(y^2-1)/4}^2 x dx = \frac{1}{2} \int_{-3}^3 (4 - (\frac{y^2-1}{4})^2) dy = \frac{99}{10}$$

$\Rightarrow x_G = \frac{I}{S} = \frac{11}{10}$. Vậy tọa độ trọng tâm $G(\frac{11}{10}, 0)$.

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = 6x + 6xy, q = 6y^2 + 3x^2 - 54, A = 6 + 6y, B = 6x, C = 12y$.	0,5
Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x(y+1) = 0 \\ 6y^2 + 3x^2 - 54 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases}$ Vậy hàm số có 4 điểm dừng: $M(0; -3), N(0; 3), P(4; -1), Q(-4; -1)$.	1,0
Tại $M(0; -3) \Rightarrow A = -12; B = 0; C = -36; B^2 - AC = -432 \Rightarrow M$ là điểm cực đại. Tại $N(0; 3) \Rightarrow A = 24; B = 0; C = 36; B^2 - AC = -864 \Rightarrow N$ là điểm cực tiểu. Tại $P(4; -1) \Rightarrow A = 0; B = 24; C = -12; B^2 - AC = 576 \Rightarrow P$ không là điểm cực trị. Tại $Q(-4; -1) \Rightarrow A = 0; B = -24; C = -12; B^2 - AC = 576 \Rightarrow Q$ không là điểm cực trị.	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực đại là $M(0; -3)$, giá trị cực đại là $z(M) = 108$. Hàm số có điểm cực tiểu là $N(0; 3)$, giá trị cực tiểu là $z(N) = -108$.	0,5

Câu 2 . Lời giải.

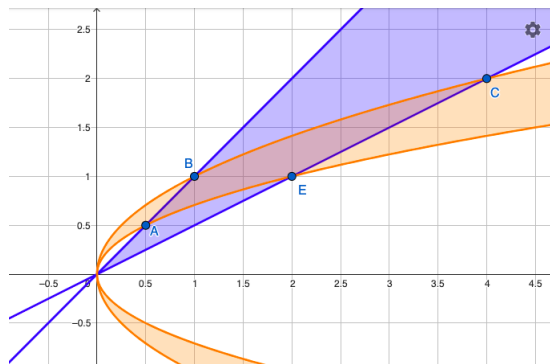
[3 điểm]

Ta có $y = x^2 - x \Rightarrow dy = (2x - 1) dx$	0,5
$I = \int_{-1}^0 [(2x^2 - 3(x^2 - x)) + (2x - 1)(2x + 1)] dx$	0,5
$= \int_{-1}^0 (2x^2 - 3x^2 + 3x + 4x^2 - 1) dx$	0,5
$= \int_{-1}^0 (3x^2 + 3x - 1) dx$	0,5
$= \left(x^3 + \frac{3x^2}{2} - x \right) \Big _{-1}^0$	0,5
$= -\frac{3}{2}$.	0,5

Câu 3 . Lời giải.

[3 điểm]

Phương trình đặc trưng: $k^2 - 5k + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 3 \end{cases} \rightarrow \bar{y} = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$	0,5
* $\alpha = 3$ là 1 nghiệm của phương trình đặc trưng $\rightarrow Y = x e^{3x} (Ax + B)$ $Y' = e^{3x} (3Ax^2 + 2Ax + 3Bx + B)$ $Y'' = e^{3x} (9Ax^2 + 12Ax + 9Bx + 2A + 6B)$	1,0
Thay vào phương trình: $2Ax + 2A + B = 2x + 1$	0,5
$\Leftrightarrow \begin{cases} 2A = 2 \\ 2A + B = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = -1 \end{cases}$ $\rightarrow Y = e^{3x} (x^2 - x)$	0,5
Vậy nghiệm của ptvp là: $y = \bar{y} + Y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x} + e^{3x} (x^2 - x)$	0,5



0,5

$$D_1 = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{2} \leq y \leq 1; y \leq x \leq 2y^2 \right\}; D_2 = \{ (x, y) \mid 1 \leq y \leq 2; y^2 \leq x \leq 2y \}$$

$$S_{D_1} = \iint_{D_1} dx dy = \int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_y^{2y^2} dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(x \Big|_y^{2y^2} \right) dy = \int_{\frac{1}{2}}^1 (2y^2 - y) dy = \frac{5}{24}.$$

$$S_{D_2} = \iint_{D_2} dx dy = \int_1^2 dy \int_{y^2}^{2y} dy = \int_1^2 \left(x \Big|_{y^2}^{2y} \right) dy = \int_1^2 (2y - y^2) dy = \frac{2}{3}$$

$$S_D = S_{D_1} + S_{D_2} = \frac{7}{8}$$

0,5

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 5 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = 4x + 2xy, q = 8y - 9 + x^2, A = 4 + 2y, B = 2x, C = 8$.	0,5
Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2xy = 0 \\ 8y - 9 + x^2 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{9}{8} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -5 \\ y = -2 \end{cases}$ Vậy hàm số có 3 điểm dừng: $M(0; \frac{9}{8}), N(5; -2), P(-5; -2)$.	1,0
Tại $M(0; \frac{9}{8}) \Rightarrow A = \frac{25}{4}; B = 0; C = 8; B^2 - AC = -50 \Rightarrow M$ là điểm cực tiểu. Tại $N(5; -2) \Rightarrow A = 0; B = 10; C = 8; B^2 - AC = 100 \Rightarrow N$ không là điểm cực trị. Tại $P(-5; -2) \Rightarrow A = 0; B = -10; C = 8; B^2 - AC = 100 \Rightarrow P$ không là điểm cực trị.	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực tiểu là $M(0; \frac{9}{8})$, giá trị cực tiểu là $z(M) = -\frac{81}{16}$.	0,5

Câu 2 . Lời giải.

[3 điểm]

Ta có $y = -x^2 + 2x \Rightarrow dy = (-2x + 2) dx$	0,5
$I = \int_0^1 [(x^2 + x + 2(-x^2 + 2x)) + (x^2 - x^2 + 2x + 2)(-2x + 2)] dx$	0,5
$= \int_0^1 (-x^2 + 5x + 4 - 4x^2) dx$	0,5
$= \int_0^1 (-5x^2 + 5x + 4) dx$	0,5
$= \left(-\frac{5x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 4x \right) \Big _0^1$	0,5
$= \frac{29}{6}$.	0,5

Câu 3 . Lời giải.

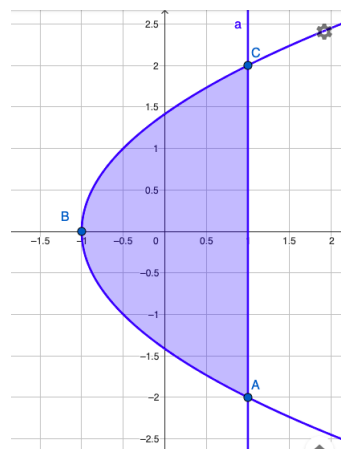
[3 điểm]

NTQ của phương trình thuần nhất tương ứng là: $\bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{-5x}$	0.5
Dạng nghiệm riêng: $Y = e^{5x}(Ax^2 + Bx + C)$ $\rightarrow Y' = e^{5x}[5Ax^2 + (2A + 5B)x + B + 5C],$ $Y'' = e^{5x}[25Ax^2 + (20A + 25B)x + 2A + 10B + 25C]$	1.0
Thay Y, Y', Y'' vào phương trình đã cho và đồng nhất hệ số ta được $\begin{cases} 40A = 10 \\ 28A + 40B = -3 \\ 2A + 14B + 40C = 0 \end{cases}$	0.5
$\Leftrightarrow A = \frac{1}{4}, B = -\frac{1}{4}, C = \frac{3}{40}. Y = e^{2x}(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{3}{40})$	0.5
NTQ của phương trình đã cho là: $y = C_1 e^x + C_2 e^{-5x} + e^{5x}(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{3}{40})$	0.5

Câu 4 . Lời giải.

[1 điểm]

0,5



Do miền D nhận Ox làm trục đối xứng nên $y_G = 0$. Có $x_G = \frac{1}{S} \iint_D x dx dy$

$$S = \iint_D dx dy = \int_{-2}^2 dy \int_{(y^2-2)/2}^1 dx = \int_{-2}^2 (1 - \frac{y^2-2}{2}) dy = \frac{16}{3}.$$

0,5

$$I = \iint_D x dx dy = \int_{-2}^2 dy \int_{(y^2-2)/2}^1 x dx = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 (1 - (\frac{y^2-2}{2})^2) dy = \frac{16}{15}$$

$\Rightarrow x_G = \frac{I}{S} = \frac{1}{5}$. Vậy tọa độ trọng tâm $G(\frac{1}{5}, 0)$.

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 6 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = 2x - 2xy, q = -36y + 72 - x^2, A = 2 - 2y, B = -2x, C = -36$.	0,5
Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2xy = 0 \\ -36y + 72 - x^2 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -6 \\ y = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$ Vậy hàm số có 3 điểm dừng: $M(0;2), N(-6;1), P(6;1)$.	1,0
Tại $M(0;2) \Rightarrow A = -2; B = 0; C = -36; B^2 - AC = -72 \Rightarrow M$ là điểm cực đại. Tại $N(-6;1) \Rightarrow A = 0; B = 12; C = -36; B^2 - AC = 144 \Rightarrow N$ không là điểm cực trị. Tại $P(6;1) \Rightarrow A = 0; B = 12; C = -36; B^2 - AC = 144 \Rightarrow P$ không là điểm cực trị.	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực đại là $M(0;2)$, giá trị cực đại là $z(M) = 72$.	0,5

Câu 2 . Lời giải.

[3 điểm]

Ta có $x = y^2 + 3y \Rightarrow dx = (2y + 3) dy$.	0,5
Khi đó $I = \int_0^{-2} [(y^2 + 3y - y^2)(2y + 3) + (y^2 + 3y - 3y)] dy$	0,5
$I = \int_0^{-2} (3y(2y + 3) + y^2) dy$	0,5
$I = \int_0^{-2} (7y^2 + 9y) dy$	0,5
$I = \left(\frac{7y^3}{3} + \frac{9y^2}{2} \right) \Big _0^{-2}$	0,5
$I = -\frac{2}{3}$.	0,5

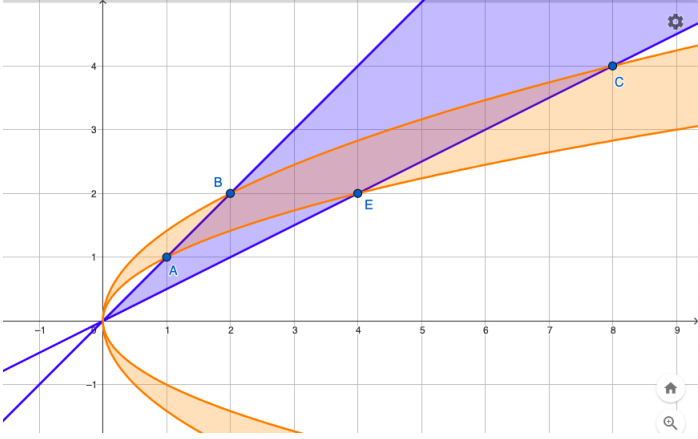
Câu 3 . Lời giải.

[3 điểm]

NTQ của phương trình thuần nhất tương ứng là: $\bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{5x}$	0.5
Dạng nghiệm riêng: $Y = x e^{5x} (ax + b) \rightarrow Y' = e^{5x} [5ax^2 + (2a + 5b)x + b],$ $Y'' = e^{5x} [25ax^2 + (20a + 25b)x + 2a + 10b]$	1.0
Thay Y, Y', Y'' vào phương trình đã cho và đồng nhất hệ số ta được $\begin{cases} 8a = 8 \\ 2a + 4b = 6 \end{cases}$	0.5
$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow Y = e^{5x}(x^2 + x)$	0.5
NTQ của phương trình đã cho là: $y = C_1 e^x + C_2 e^{5x} + e^{5x}(x^2 + x)$	0.5

Câu 4 . Lời giải.

[1 điểm]

 <p> $D_1 = \{(x, y) \mid 1 \leq y \leq 2; y \leq x \leq y^2\}; D_2 = \{(x, y) \mid 2 \leq y \leq 4; \frac{1}{2}y^2 \leq x \leq 2y\}$ </p> <p> $S_{D_1} = \iint_{D_1} dx dy = \int_1^2 dy \int_y^{y^2} dx = \int_1^2 (x _y^{y^2}) dy = \int_1^2 (y^2 - y) dy = \frac{5}{6}.$ </p>	0,5
<p> $S_{D_2} = \iint_{D_2} dx dy = \int_2^4 dy \int_{\frac{1}{2}y^2}^{2y} dx = \int_2^4 (x _{\frac{1}{2}y^2}^{2y}) dy = \int_2^4 (2y - \frac{1}{2}y^2) dy = \frac{8}{3}.$ </p> <p> $S_D = S_{D_1} + S_{D_2} = \frac{7}{2}$ </p>	0,5

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 7 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = 2x + 2xy, q = 3y^2 + 6y + x^2, A = 2 + 2y, B = 2x, C = 6y + 6$.	0,5
Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2xy = 0 \\ 3y^2 + 6y + x^2 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = -1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = -1 \end{cases}$ Vậy hàm số có 4 điểm dừng: $M(0;0), N(0;-2), P(\sqrt{3};-1), Q(-\sqrt{3};-1)$	1,0
Tại $M(0;0) \Rightarrow A = 2; B = 0; C = 6; B^2 - AC = -12 \Rightarrow M$ là điểm cực tiểu. Tại $N(0;-2) \Rightarrow A = -2; B = 0; C = -6; B^2 - AC = -12 \Rightarrow N$ là điểm cực đại. Tại $P; Q \Rightarrow A = 0; B = \pm 2\sqrt{3}; C = 0; B^2 - AC = 12 \Rightarrow P, Q$ không là điểm cực trị.	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực tiểu là $M(0;0)$, giá trị cực tiểu là $z(M) = 0$. Hàm số có điểm cực đại là $N(0;-2)$, giá trị cực đại là $z(N) = 4$.	0,5

Câu 2 . Lời giải.

[3 điểm]

Ta có: $L : y = 2x - x^2 \Rightarrow dy = (2 - 2x)dx$	0,5
$\Rightarrow I = \int_1^2 [(x^2 + 2x - x^2) + (2x - 2x + x^2) \cdot (2 - 2x)] dx$	1,0
$\Rightarrow I = \int_1^2 (-2x^3 + 2x^2 + 2x) dx = \left(-\frac{x^4}{2} + 2\frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big _1^2$	1,0
$\Rightarrow I = \frac{1}{6}$	0,5

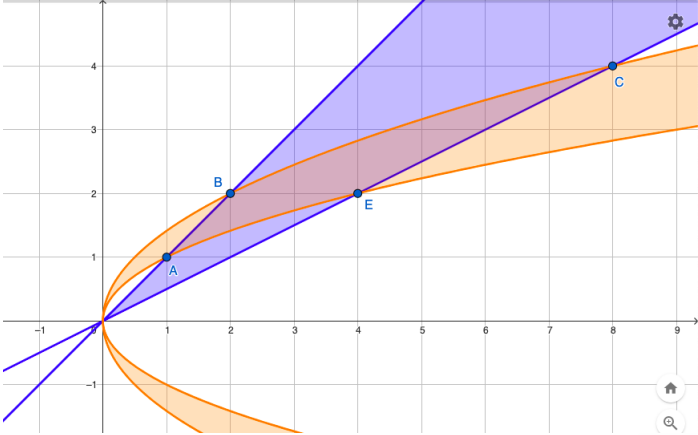
Câu 3 . Lời giải.

[3 điểm]

Phương trình đặc trưng: $k^2 - 5k + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 3 \end{cases} \rightarrow \bar{y} = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$	0,5
$\alpha = 1$ không là nghiệm của phương trình đặc trưng $\rightarrow Y = e^x(Ax^2 + Bx + C)$ $Y' = e^x(Ax^2 + Bx + 2Ax + B + C)$ $Y'' = e^x(Ax^2 + Bx + 4Ax + 2A + 2B + C)$	1,0
Thay vào phương trình: $2Ax^2 + (2B - 6A)x + 2A - 3B + 2C = x^2 + 3x + 2$	0,5
$\Leftrightarrow \begin{cases} 2A = 1 \\ 2B - 6A = 3 \\ 2A - 3B + 2C = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{2} \\ B = 3 \\ C = 5 \end{cases}$ $\rightarrow Y = e^x(\frac{1}{2}x^2 + 3x + 5)$	0,5
Vậy nghiệm của ptvp là: $y = \bar{y} + Y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x} + e^x(\frac{1}{2}x^2 + 3x + 5)$	0,5

Câu 4 . Lời giải.

[1 điểm]

 $D_1 = \left\{ (x, y) \mid 1 \leq y \leq 2; y \leq x \leq y^2 \right\}; D_2 = \left\{ (x, y) \mid 2 \leq y \leq 4; \frac{1}{2}y^2 \leq x \leq 2y \right\}$ $S_{D_1} = \iint_{D_1} dx dy = \int_1^2 dy \int_y^{y^2} dx = \int_1^2 \left(x \Big _y^{y^2} \right) dy = \int_1^2 (y^2 - y) dy = \frac{5}{6}.$	0,5
$S_{D_2} = \iint_{D_2} dx dy = \int_2^4 dy \int_{\frac{1}{2}y^2}^{2y} dx = \int_2^4 \left(x \Big _{\frac{1}{2}y^2}^{2y} \right) dy = \int_2^4 \left(2y - \frac{1}{2}y^2 \right) dy = \frac{8}{3}.$ $S_D = S_{D_1} + S_{D_2} = \frac{7}{2}$	0,5

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 8 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = 3x^2 - 3 + 4xy^2, q = 4x^2y + 4y, A = 6x + 4y^2, B = 8xy, C = 4x^2 + 4.$	0,5
Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3 + 4xy^2 = 0 \\ 4x^2y + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ Vậy hàm số có 2 điểm dừng: $M(-1;0), N(1;0).$	1,0
Tại $M(-1;0) \Rightarrow A = -6; B = 0; C = 8; B^2 - AC = 48 \Rightarrow M$ không là điểm cực trị.	
Tại $N(1;0) \Rightarrow A = 6; B = 0; C = 8; B^2 - AC = -48 \Rightarrow N$ là điểm cực tiểu.	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực đại là $N(1;0)$, giá trị cực đại là $z(N) = 0.$	0,5

Câu 2 . Lời giải.

[3 điểm]

$y = x^2 + 2x + 1 \rightarrow dy = (2x + 2) dx$	0,5
$I = \int_0^{-1} [(x^2 + 2x + 1 - x^2) + (2 - 2x)(2x + 2)] dx$	1,0
$= \int_0^{-1} (-4x^2 + 2x + 5) dx$	0,5
$= \left(-\frac{4x^3}{3} + x^2 + 5x \right) \Big _0^{-1}$	0,5
$= -\frac{8}{3}$	0,5

Câu 3 . Lời giải.

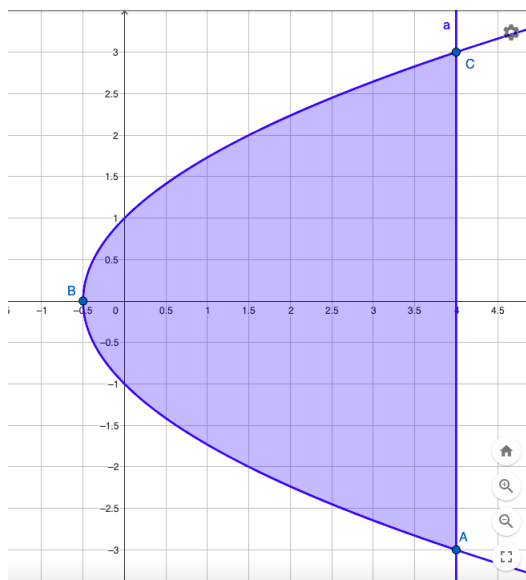
[3 điểm]

Phương trình đặc trưng: $k^2 - k = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = 1 \end{cases} \rightarrow \bar{y} = C_1 + C_2e^x$	0,5
* $\alpha = 1$ là 1 nghiệm của phương trình đặc trưng $\rightarrow Y = xe^x(Ax + B)$ $Y' = e^x(Ax^2 + 2Ax + Bx + B)$ $Y'' = e^x(Ax^2 + 4Ax + Bx + 2A + 2B)$	1,0
Thay vào phương trình: $2Ax + 2A + B = x + 1$	0,5
$\Leftrightarrow \begin{cases} 2A = 1 \\ 2A + B = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{2} \\ B = 0 \end{cases}$ $\rightarrow Y = e^x \frac{1}{2}(x^2)$	0,5
Vậy nghiệm của ptvp là: $y = \bar{y} + Y = C_1 + C_2e^x + e^x \frac{1}{2}x^2$	0,5

Câu 4 . Lời giải.

[1 điểm]

0,5



Do miền D nhận Ox làm trục đối xứng nên $y_G = 0$. Có $x_G = \frac{1}{S} \iint_D x dx dy$

$$S = \iint_D dx dy = \int_{-3}^3 dy \int_{(y^2-1)/2}^4 dx = \int_{-3}^3 (4 - \frac{y^2-1}{2}) dy = 18.$$

0,5

$$I = \iint_D x dx dy = \int_{-3}^3 dy \int_{(y^2-1)/2}^4 x dx = \frac{1}{2} \int_{-3}^3 (16 - (\frac{y^2-1}{2})^2) dy = \frac{198}{5}$$

$\Rightarrow x_G = \frac{I}{S} = \frac{11}{5}$. Vậy tọa độ trọng tâm $G(\frac{11}{5}, 0)$.

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 9 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = -2x + 2xy, q = 3y^2 + 6y + x^2, A = -2 + 2y, B = 2x, C = 6y + 6$.	0,5
Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 2xy = 0 \\ 3y^2 + 6y + x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$ Vậy hàm số có 2 điểm dừng: $M(0;0), N(0;-2)$.	1,0
Tại $M(0;0) \Rightarrow A = -2; B = 0; C = 6; B^2 - AC = 12 \Rightarrow M$ không là điểm cực trị.	
Tại $N(0;-2) \Rightarrow A = -6; B = 0; C = -6; B^2 - AC = -36 \Rightarrow N$ là điểm cực đại.	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực đại là $N(0;-2)$, giá trị cực đại là $z(N) = 4$.	0,5

Câu 2 . Lời giải.

[3 điểm]

Ta có $x = 3y^2 + 2y \Rightarrow dx = (6y + 2) dy$	0,5
$I = \int_0^{-1} [(3y^2 + 2y - 3y^2)(6y + 2) + (2y^2 + 3y^2 + 2y)] dy$	0,5
$= \int_0^{-1} (12y^2 + 4y + 5y^2 + 2y) dy$	0,5
$= \int_0^{-1} (17y^2 + 6y) dy$	0,5
$= \left(\frac{17y^3}{3} + 3y^2 \right) \Big _0^{-1}$	0,5
$= -\frac{8}{3}$.	0,5

Câu 3 . Lời giải.

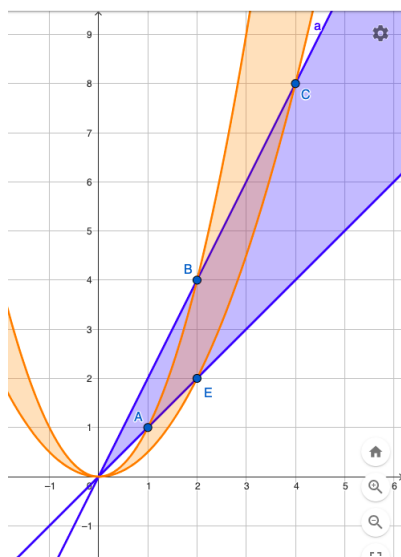
[3 điểm]

NTQ của phương trình thuần nhất tương ứng là: $\bar{y} = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$.	0.5
Dạng nghiệm riêng: $Y = (ax + b)e^x \Rightarrow Y' = e^x(ax + a + b), Y'' = e^x(ax + 2a + b)$.	1.0
Thay Y, Y', Y'' vào phương trình đã cho và đồng nhất hệ số ta được $\begin{cases} 2a = 4 \\ -3a + 2b = -8 \end{cases}$	0.5
$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow Y = (2x - 1)e^x$	0.5
NTQ của phương trình đã cho là: $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x} + e^x(2x - 1)$.	0.5

Câu 4 . Lời giải.

[1 điểm]

0,5



$$D_1 = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 2; x \leq y \leq x^2\}; D_2 = \left\{ (x, y) \mid 2 \leq x \leq 4; \frac{1}{2}x^2 \leq y \leq 2x \right\}$$

$$S_{D_1} = \iint_{D_1} dx dy = \int_1^2 dx \int_x^{x^2} dy = \int_1^2 \left(y \Big|_x^{x^2} \right) dx = \int_1^2 (x^2 - x) dx = \frac{5}{6}.$$

$$S_{D_2} = \iint_{D_2} dx dy = \int_2^4 dx \int_{\frac{1}{2}x^2}^{2x} dy = \int_2^4 \left(y \Big|_{\frac{1}{2}x^2}^{2x} \right) dx = \int_2^4 \left(2x - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \frac{8}{3}.$$

$$S_D = S_{D_1} + S_{D_2} = \frac{7}{2}$$

0,5

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 10 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = -3x^2 + 3 - 4xy^2, q = -4x^2y - 4y, A = -6x - 4y^2, B = -8xy, C = -4x^2 - 4.$	0,5
Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x^2 + 3 - 4xy^2 = 0 \\ -4x^2y - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ Vậy hàm số có 2 điểm dừng: $M(-1;0), N(1;0).$	1,0
Tại $M(-1;0) \Rightarrow A = 6; B = 0; C = -8; B^2 - AC = 48 \Rightarrow M$ không là điểm cực trị.	
Tại $N(1;0) \Rightarrow A = -6; B = 0; C = -8; B^2 - AC = -48 \Rightarrow N$ là điểm cực đại.	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực đại là $N(1;0)$, giá trị cực đại là $z(N) = 2.$	0,5

Câu 2 . Lời giải.

[3 điểm]

$y = -x^2 + x \rightarrow dy = (-2x + 1) dx$	0,5
$I = \int_2^0 [(-x^2 + x + x^2 + 3) + (-x^2 + x - x)(-2x + 1)] dx$	1,0
$= \int_2^0 (2x^3 - x^2 + x + 3) dx$	0,5
$= \left(\frac{x^4}{2} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 3x \right) \Big _2^0$	0,5
$= -\frac{40}{3}$	0,5

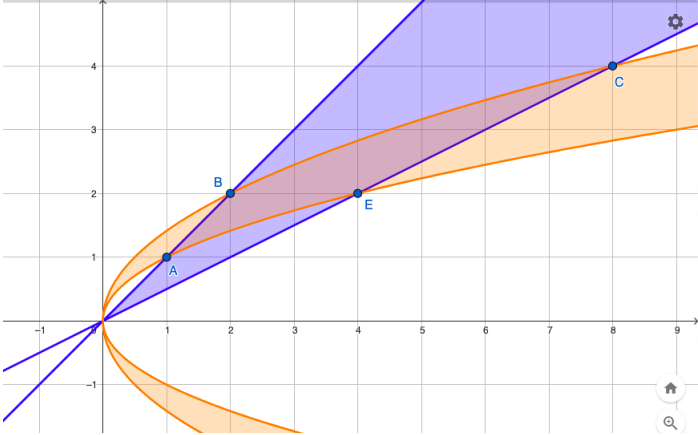
Câu 3 . Lời giải.

[3 điểm]

NTQ của phương trình thuần nhất tương ứng là: $\bar{y} = C_1e^x + C_2e^{2x}$	0.5
Dạng nghiệm riêng: $Y = xe^x(ax + b) \rightarrow Y' = e^x[ax^2 + (2a + b)x + b], Y'' = e^x[ax^2 + (4a + b)x + 2a + 2b]$	1.0
Thay Y, Y', Y'' vào phương trình đã cho và đồng nhất hệ số ta được $\begin{cases} -2a = -2 \\ 2a - b = 3 \end{cases}$	0.5
$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow Y = e^x(-x^2 - 5x)$	0.5
NTQ của phương trình đã cho là: $y = C_1e^x + C_2e^{2x} + e^x(-x^2 - 5x)$	0.5

Câu 4 . Lời giải.

[1 điểm]

 $D_1 = \left\{ (x, y) \mid 1 \leq y \leq 2; y \leq x \leq y^2 \right\}; D_2 = \left\{ (x, y) \mid 2 \leq y \leq 4; \frac{1}{2}y^2 \leq x \leq 2y \right\}$ $S_{D_1} = \iint_{D_1} dx dy = \int_1^2 dy \int_y^{y^2} dx = \int_1^2 \left(x \Big _y^{y^2} \right) dy = \int_1^2 (y^2 - y) dy = \frac{5}{6}.$	0,5
$S_{D_2} = \iint_{D_2} dx dy = \int_2^4 dy \int_{\frac{1}{2}y^2}^{2y} dx = \int_2^4 \left(x \Big _{\frac{1}{2}y^2}^{2y} \right) dy = \int_2^4 \left(2y - \frac{1}{2}y^2 \right) dy = \frac{8}{3}.$ $S_D = S_{D_1} + S_{D_2} = \frac{7}{2}$	0,5

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 11 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = 3x^2 - 6x + y^2, q = 4y + 2xy, A = 6x - 6, B = 2y, C = 4 + 2x$.	0,5
Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x + y^2 = 0 \\ 4y + 2xy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ Vậy hàm số có 2 điểm dừng: $M(0;0), N(2;0)$.	1,0
Tại $M(0;0) \Rightarrow A = -6; B = 0; C = 4; B^2 - AC = 24 \Rightarrow M$ không là điểm cực trị.	
Tại $N(2;0) \Rightarrow A = 6; B = 0; C = 8; B^2 - AC = -48 \Rightarrow N$ là điểm cực tiểu.	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực tiểu là $N(2;0)$, giá trị cực tiểu là $z(N) = -4$.	0,5

Câu 2 . Lời giải.

[3 điểm]

Ta có: $L : y = x^2 + x \Rightarrow dy = (2x + 1)dx$	0,5
$\Rightarrow I = \int_1^{-1} [(x - x^2 - x) + (x + x^2 - x)(2x + 1)]dx$	1,0
$\Rightarrow I = \int_1^{-1} 2x^3 dx = \left(\frac{x^4}{2}\right)\Big _1^{-1}$.	1,0
$\Rightarrow I = 0$.	0,5

Câu 3 . Lời giải.

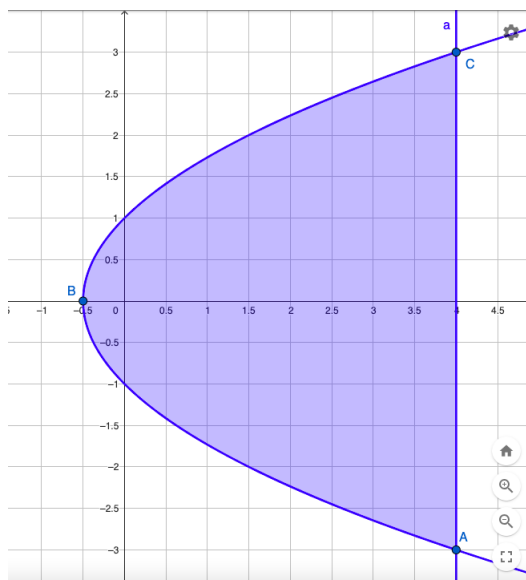
[3 điểm]

NTQ của phương trình thuần nhất tương ứng là: $\bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{-3x}$.	0.5
Dạng nghiệm riêng: $Y = e^{2x}(ax + b) \Rightarrow Y' = e^{2x}(2ax + 2b + a), Y'' = e^{2x}(4ax + 4b + 4a)$.	1.0
Thay Y, Y', Y'' vào phương trình đã cho và đồng nhất hệ số ta được $\begin{cases} 5a = 5 \\ 6a + 5b = -9 \end{cases}$	0.5
$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow Y = e^{2x}(x - 3)$.	0.5
NTQ của phương trình đã cho là: $y = C_1 e^x + C_2 e^{-3x} + e^{2x}(x - 3)$.	0.5

Câu 4 . Lời giải.

[1 điểm]

0,5



Do miền D nhận Ox làm trục đối xứng nên $y_G = 0$. Có $x_G = \frac{1}{S} \iint_D x dx dy$

$$S = \iint_D dx dy = \int_{-3}^3 dy \int_{(y^2-1)/2}^4 dx = \int_{-3}^3 (4 - \frac{y^2-1}{2}) dy = 18.$$

0,5

$$I = \iint_D x dx dy = \int_{-3}^3 dy \int_{(y^2-1)/2}^4 x dx = \frac{1}{2} \int_{-3}^3 (16 - (\frac{y^2-1}{2})^2) dy = \frac{198}{5}$$

$\Rightarrow x_G = \frac{I}{S} = \frac{11}{5}$. Vậy tọa độ trọng tâm $G(\frac{11}{5}, 0)$.

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 12 MÔN GIẢI TÍCH
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN Năm học: 2023-2024

Câu 1 . Lời giải.

[3 điểm]

Đạo hàm riêng: $p = 3x^2 + 6x + y^2, q = -2y + 2xy, A = 6x + 6, B = 2y, C = -2 + 2x$.	0,5
Xét hệ: $\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x + y^2 = 0 \\ -2y + 2xy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$ Vậy hàm số có 2 điểm dừng: $M(0;0), N(-2;0)$.	1,0
Tại $M(0;0) \Rightarrow A = 6; B = 0; C = -2; B^2 - AC = 12 \Rightarrow M$ không là điểm cực trị.	
Tại $N(-2;0) \Rightarrow A = -6; B = 0; C = -6; B^2 - AC = -36 \Rightarrow N$ là điểm cực đại.	1,0
Kết luận: Hàm số có điểm cực đại là $N(-2;0)$, giá trị cực đại là $z(N) = 4$.	0,5

Câu 2 . Lời giải.

[3 điểm]

Ta có $x = y^2 - 3y \Rightarrow dx = (2y - 3) dy$	0,5
$I = \int_0^2 [(y^2 - 3y - y^2 + 1)(2y - 3) + (y^2 - 3y + y^2 - 2)] dy$	0,5
$= \int_0^2 (-6y^2 + 9y + 2y - 3 + 2y^2 - 3y - 2) dy$	0,5
$= \int_0^2 (-4y^2 + 8y - 5) dy$	0,5
$= \left(-\frac{4y^3}{3} + 4y^2 - 5y \right) \Big _0^2$	0,5
$= -\frac{14}{3}$.	0,5

Câu 3 . Lời giải.

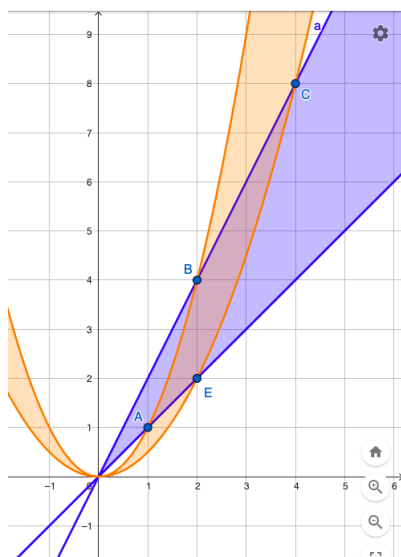
[3 điểm]

NTQ của phương trình thuần nhất tương ứng là: $\bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{-3x}$.	0.5
Dạng nghiệm riêng: $Y = e^x x(ax + b) \Rightarrow Y' = e^x(ax^2 + (2a + b)x + b), Y'' = e^x(ax^2 + (4a + b)x + 2a + 2b)$.	1.0
Thay Y, Y', Y'' vào phương trình đã cho và đồng nhất hệ số ta được $\begin{cases} 8a = 8 \\ 2a + 4b = 6 \end{cases}$	0.5
$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow Y = e^x(x^2 + x)$.	0.5
NTQ của phương trình đã cho là: $y = C_1 e^x + C_2 e^{-3x} + e^x(x^2 + x)$.	0.5

Câu 4 . Lời giải.

[1 điểm]

0,5



$$D_1 = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 2; x \leq y \leq x^2\}; D_2 = \left\{ (x, y) \mid 2 \leq x \leq 4; \frac{1}{2}x^2 \leq y \leq 2x \right\}$$

$$S_{D_1} = \iint_{D_1} dx dy = \int_1^2 dx \int_x^{x^2} dy = \int_1^2 \left(y \Big|_x^{x^2} \right) dx = \int_1^2 (x^2 - x) dx = \frac{5}{6}.$$

$$S_{D_2} = \iint_{D_2} dx dy = \int_2^4 dx \int_{\frac{1}{2}x^2}^{2x} dy = \int_2^4 \left(y \Big|_{\frac{1}{2}x^2}^{2x} \right) dx = \int_2^4 \left(2x - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \frac{8}{3}.$$

$$S_D = S_{D_1} + S_{D_2} = \frac{7}{2}$$

0,5