

ĐỀ THI HỌC PHẦN - HỆ ĐẠI HỌC CHÍNH QUY

Học kì 1 - Năm học: 2022 - 2023

Học phần: ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

Mã học phần: 1010038

Số tín chỉ: 3

Khóa: 45

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

(Sinh viên không được sử dụng tài liệu trong khi làm bài)

Câu 1 (2 điểm). Cho hai ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

- a) Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .
- b) Giải phương trình ma trận $AX = B$.

Câu 2 (2 điểm). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

Câu 3 (2 điểm). Cho tập hợp

$$A = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid a - 3b = 0\}.$$

- a) Chứng minh rằng A là một không gian con của \mathbb{R}^3 .
- b) Tìm một cơ sở và số chiều của A .

Câu 4 (4 điểm). Cho ánh xạ $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + 4x_3, 2x_1 - 4x_3, -x_1 + x_2 + 5x_3)$$

với mọi $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$.

- a) Chứng minh rằng f là một ánh xạ tuyến tính.
- b) Chứng minh rằng hệ vectơ $V = \{v_1, v_2, v_3\}$, trong đó

$$v_1 = (1, 0, 0), \quad v_2 = (1, 1, 0), \quad v_3 = (1, 1, 1),$$

là một cơ sở của không gian vectơ \mathbb{R}^3 .

- c) Tìm ma trận T của f đối với cơ sở V .
- d) Tìm các giá trị riêng và các vectơ riêng của ma trận T .