



Tổng hợp đề thi môn Giải tích 2

Năm học 2020 - 2021

(Bản chuẩn cuối)

Dương Huy Hoàng

Lớp Thông tin, Đại đội 355, tiểu đoàn 3

Học viện Kỹ thuật Quân sự

Ngày 22 tháng 11 năm 2021

Năm học 2011 - 2012

Đề số 1

Câu 1(2,0 điểm): Phát biểu bài toán Cauchy cho phương trình vi phân cấp một dạng giải ra với đạo hàm; phát biểu định lý tồn tại duy nhất nghiệm, định nghĩa nghiệm tổng quát, nghiệm riêng, tích phân tổng quát, tích phân riêng.

Câu 2(2,0 điểm): Tính tích phân đường

$$\oint_C \frac{(x-y)dx + (x+y)dy}{x^2 + y^2}$$

với C là đường tròn tâm I, bán kính R trong 2 trường hợp:

- a) Hình tròn biên C không chứa gốc tọa độ
- b) Tâm I trùng với gốc tọa độ

Câu 3(2,0 điểm): Tính tích phân

$$\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$$

với V là miền xác định với các bất đẳng thức $z \geq 0$, $r^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$.

Câu 4(2,0 điểm): Tìm cực trị của hàm số

$$f(x, y, z) = x^3 + y^2 + z^2 - 3x^2 - 2y$$

Câu 5(2,0 điểm): Giải các phương trình

- a) $y^2 dx - (2xy + 3) dy = 0$
- b) $y'' - 2y' + y = 4e^x$

Đề số 2

Câu 1(2,0 điểm): Tính

$$\int_{\widehat{AmO}} (2e^{2x} \sin y - 4y^2)dx + (e^{2x} \cos y - 4)dy$$

trong đó (AmO) là nửa đường tròn $x^2 + y^2 = 2ax, y \geq 0, a \geq 0$ đi từ $A(2a,0)$ đến $O(0,0)$.

Câu 2(2,0 điểm): Tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi đường cong

$$\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)^2 = xy, (a, b > 0), (x \geq 0, y \geq 0)$$

Câu 3(2,0 điểm): Định nghĩa đạo hàm theo hướng, phát biểu và chứng minh công thức nêu lên mối liên hệ giữa đạo hàm theo hướng với các đạo hàm riêng

Câu 4(2,0 điểm): Giải các phương trình:

a. $(x + y)dx + (x + \frac{1}{y})dy = 0$

b. $x^2y'' - xy' + y = 6x \ln x$ bằng phép biến đổi $x = e^t$

Câu 5(2.0 điểm): Tìm cực trị của hàm số

$$z = x^4 - 2x^2y + y^2 - y^3$$

Năm học 2014 - 2015

Đề số 3

Câu 1(2,0 điểm): Tìm cực trị của hàm số

$$z = x^4 + y^4 - 2(x + y)^2$$

Câu 2(2,0 điểm):

a. Chứng minh rằng hàm số $u = \ln \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$ thỏa mãn phương trình Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

b. Giải phương trình $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$.

Câu 3(2,0 điểm): Tính thể tích vật thể giới hạn bởi mặt kín

$$(x^2 + y^2 + z^2)^3 = axyz, (a > 0, x, y, z \geq 0)$$

Câu 4(2,0 điểm):

a. Tìm tích phân riêng của phương trình $xy' + x \tan \frac{y}{x} - y = 0$ với điều kiện $y(1) = \frac{\pi}{2}$

b. Giải phương trình $y'' - 5y' + 6y = (x+1)e^{2x}$

Câu 5(2,0 điểm): Tính tích phân mặt loại II

$$\iint_S (y-z)dydz + (z-x)dzdx + (x-y)dxdy$$

với S là mặt nón $x^2 + y^2 = z^2 (0 \leq z \leq h)$ có pháp tuyến hướng ra phía ngoài.

Đề số 4

Câu 1(2,0 điểm):

a. Tìm thừa số tích phân dạng $\alpha = \alpha(x)$ của phương trình sau, rồi giải phương trình đó

$$(x^2 + y)dx - xdy = 0$$

b. Tính tích phân

$$I = \iint_D \frac{y}{\sqrt{4 + x^2 + y^2}} dx dy$$

trong đó D là miền $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$

Câu 2(2,0 điểm): Tìm nghiệm của phương trình $y'' + y = -2 \sin x$ thỏa mãn điều kiện $y(0) = 1, y(\pi/2) = 1$.

Câu 3(2,0 điểm): Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong

$$(x^2 + y^2)^2 = 2ax^3, (a > 0)$$

Câu 4(2,0 điểm): Tìm cực trị của hàm số $z = y^4 - 2xy^2 + x^2 - x^3$

Câu 5(2,0 điểm): Tính tích phân mặt

$$I = \iint_S x dy dz + y^2 dz dx + dx dy$$

trong đó S là mặt xung quanh của khối trụ $x^2 + y^2 \leq -2ax, 0 \leq z \leq a$ ($a > 0$, không kể 2 đáy) có pháp tuyến hướng ra ngoài.

Đề số 5

Câu 1(2,0 điểm): Tính tích phân đường

$$\oint_C (ye^{xy} + 2x \cos y - x^2 y) dx + (xe^{xy} - x^2 \sin y + xy^2 + xy) dy$$

trong đó C là đường tròn $x^2 + y^2 = 2x$, tích phân lấy theo chiều ngược chiều kim đồng hồ.

Câu 2(2,0 điểm):

- a. Giải phương trình $y' = \frac{y}{x} + \tan \frac{y}{x}$
- b. Giải phương trình $y'' + 9y = 6 \cos 3x$

Câu 3(2,0 điểm): Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $u = x^2 + y^2 - x - 2y$ trong miền

$$D = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 2\}$$

Câu 4(2,0 điểm):

- a. Xét tính liên tục của hàm số

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{khi } x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

tại điểm $O(0,0)$.

- b. Tính tích phân mặt

$$I = \iint_S (x + y + z) dS$$

trong đó S là phần mặt phẳng $x + y = 1$ nằm trong góc $x, y, z \geq 0$ và nằm phía dưới mặt phẳng $z = 1$.

Câu 5(2,0 điểm): Tính tích phân

$$I = \iiint_V [(x + y)^2 - z] dx dy dz$$

trong đó V là miền giới hạn bởi các mặt $z = 0, (z - 1)^2 = x^2 + y^2$.

Đề số 6

Câu 1(2,0 điểm):

a. Xét tính liên tục của hàm số

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2 + (x - y)^2} & \text{ khi } (x, y) \neq 0 \\ 0 & \text{ khi } (x, y) = 0 \end{cases}$$

tại điểm $O(0,0)$.

b. Tính tích phân đường loại một $I = \int_L \sqrt{x^2 + y^2} ds$ trong đó L là đường tròn $x^2 + y^2 = 2x$.

Câu 2(2,0 điểm):

Tính tích phân

$$I = \oiint_S x^2 dy dz + y^2 dz dx + z^2 dx dy$$

trong đó S là hình cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ có pháp tuyến hướng ra phía ngoài.

Câu 3(2,0 điểm):

a. Cho hàm số ẩn $z = z(x, y)$ xác định từ phương trình $\cos(x - z) = e^{y-z}$. Chứng minh rằng

$$(z'_x)^2 - (z'_y)^2 = z'_x - z'_y$$

b. Tìm cực trị của hàm số $u = x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 10$

Câu 4(2,0 điểm):

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong

$$\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right)^2 = xy$$

với $x, y \geq 0$, trong đó a, b là các hằng số dương.

Câu 5(2,0 điểm):

a. Tìm nghiệm riêng của phương trình $xy' = y + x \sin \frac{y}{x}$ thỏa mãn điều kiện $y(1) = \frac{\pi}{2}$

b. Giải phương trình $xy'' + 2y' - xy = e^x$ bằng phép đổi biến $z = xy$

Đề số 7

Câu 1(2,0 điểm):

a. Giải phương trình

$$\left(\frac{x}{y} + 1\right)dx + \left(\frac{x}{y} - 1\right)dy = 0$$

b. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x' = 3x - y \\ y' = 4x - y \end{cases}$$

Câu 2(2,0 điểm): Tính tích phân $I = \iint_D \sqrt{xy} dx dy$, với D là miền giới hạn bởi đường cong có phương trình

$$\left(\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}\right)^4 = \frac{xy}{6}, (x, y \geq 0)$$

Câu 3(2,0 điểm):

a. Xét tính liên tục của hàm số

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{(1+x)\frac{1}{x \cos y}} & \text{khi } x \neq 0 \\ e & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

tại điểm $O(0,0)$.

b. Tính tích phân $I = \int_L y ds$, trong đó L là cung parabol $y^2 = x$ nối điểm $O(0,0)$ đến điểm $A(4,2)$.

Câu 4(2,0 điểm):

Tính tích phân đường

$$I = \oint_L (y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz$$

trong đó L là giao tuyến của hai mặt $x^2 + y^2 = a^2, x + z = a$ ($a > 0$), tích phân lấy theo chiều ngược chiều kim đồng hồ nếu nhìn từ phía dương của trục Oz.

Câu 5(2,0 điểm):

Tìm cực trị của hàm số $z = x^4 - 2x^2y + y^2 - y^3$.

Năm học 2017 - 2018

Đề số 8

Câu 1(2,5 điểm):

1. Tính tích phân $I = \iint_D (2 - y - x) dx dy$, với D là miền xác định bởi $y = 0, y + 2x = 1, y + x = 1$.
2. Tính tích phân: $J = \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, V giới hạn bởi các mặt $x^2 + y^2 = 2z, z = 2$.

Câu 2(2,5 điểm):

1. Cho hàm số $z = z(x, y)$ xác định ẩn từ phương trình $xe^y + yz + e^z = 0$. Tính các đạo hàm riêng $z'_x(-1, 0), z'_y(-1, 0)$.
2. Tìm cực trị của hàm số $z = x^2y - 2xy + y^2 - 3$

Câu 3(2,5 điểm):

1. Tính tích phân đường loại một $I = \int_L \sqrt{x^2 + y^2} ds$ trong đó L là nửa đường tròn $x^2 + y^2 = 2x, x \geq 1$.
2. Tính tích phân:

$$I = \oiint_S x dy dz + y z dz dx + z^2 dx dy$$

trong đó S là mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ($a > 0$) định hướng ra ngoài.

Câu 4(2,5 điểm):

1. Giải phương trình $(x + y - 2)dx + (x - y + 4)dy = 0$.
2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$$

Đề số 9

Câu 1(2,5 điểm): Tính các tích phân

1. $I = \iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$ với D là nửa hình tròn: $(x-1)^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0$.

2. Tính tích phân: $J = \iiint_V (x^2 + y^2) dxdydz$, V là miền xác định bởi $z \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.

Câu 2(2,5 điểm): Giải các phương trình sau:

1. $y^2 dx - (2xy + 3) dy = 0$

2. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1+x^2}$

Câu 3(2,5 điểm): Tính các tích phân sau:

1. $I = \int_L x^2(1+y) ds$, với L là đường tròn $x^2 + y^2 = a^2, a > 0$.

2. $J = \iiint_S x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$, S là phía ngoài của phần mặt nón $x^2 + y^2 = z^2 (0 \leq z \leq 1)$, không kể đáy.

Câu 4(2,5 điểm):

1. Xét tính liên tục của hàm số

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2} & \text{khi } x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

tại điểm $O(0,0)$.

2. Tìm cực trị của hàm số: $u = x + \frac{y^2}{4x} + \frac{z^2}{y} + \frac{2}{z}, (x, y, z > 0)$.

Đề số 10

Câu 1(2,5 điểm):

1. Tính gần đúng giá trị biểu thức: $A = \sqrt{3e^{0,04} + (1,02)^2}$.
2. Tìm cực trị của hàm số: $z = x^4 + y^4 - 2(x + y)^2$.

Câu 2(2,5 điểm): Tính các tích phân:

1. $I = \int_{AB} xy ds$, trong đó AB là đường cong có phương trình tham số:

$$x = a(1 - \cos t), y = a \sin t, 0 \leq t \leq \pi, (a > 0)$$

- 2.

$$J = \iiint_S x^3 \sqrt{y^2 + z^2} dy dz$$

, với S là mặt toàn phần của miền $V : x^2 \geq y^2 + z^2, 0 \leq x \leq 1$, tích phân lấy theo phía ngoài.

Câu 3(2,5 điểm): Tính các tích phân:

1. $I = \iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy, D = \{x^2 + y^2 \leq 2x, y \geq 0\}$
2. $J = \iiint_V z dx dy dz$, V là miền giới hạn bởi mặt $z = 0$ và nửa trên của mặt $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$.

Câu 4(2,5 điểm): Giải các phương trình sau:

1. $y^2 dx - (2xy + 3) dy = 0$
2. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1+x^2}$

Năm học 2020 - 2021

Đề số 11

Câu 1(2,5 điểm): Tính các tích phân sau

1. $I = \int_L xy ds$ trong đó L là cung có phương trình tham số $x = 2t, y = t^4, t \in [0, 1]$.

2. $J = \int_S x dy dz + y dz dx + z dx dy$, S là mặt ngoài của hình trụ $x^2 + y^2 = R^2, -2 \leq z \leq 2$ (không kể hai đáy).

Câu 2(2,5 điểm):

1. Tính gần đúng giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{3e^{0,04} + (1,02)^2}$

2. Tìm cực trị của hàm số: $z = x^4 + y^4 - 2(x + y)^2$

Câu 3(2,5 điểm):

1. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi mặt paraboloid $z = x^2 + y^2 + 1$ và mặt phẳng $z = 5$.

2. Tính tích phân 2. $J = \iiint_G \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$, G là miền giới hạn bởi cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$.

Câu 4(2,5 điểm): Giải các phương trình vi phân sau:

1. $(1 - x^2 y) dx + x^2 (y - x) dy = 0$

2. $y'' + y' = 2 \cos x$

Đề số 12