

Học phần: ĐẠI SỐ TUYỂN TÍNH
Mã học phần: 1010038 (CNTT, KTPM)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Số tín chỉ: 3

Đề số 1 - Đề gồm 01 trang

(Sinh viên không được sử dụng tài liệu trong khi làm bài)

Câu 1. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2-x & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 8-x \end{bmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$. $\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -4-x & 0 & -7 \\ -1-x & 0 & -x \end{bmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -4-x & 0 & -7 \\ 1-x & 0 & -x \end{bmatrix}$

a) Tính định thức của A theo x và xác định giá trị của x để A khả nghịch.

b) Tìm ma trận nghịch đảo của A khi $x = 5$.

Câu 2. Cho hệ phương trình 4 ẩn (x, y, z, t) sau đây với tham số $m \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} 4x - y + 2z + t = 2 \\ x + y - z + 2t = 1 \\ 6x + y + mz + 5t = 4 \\ 3x + 8y - 9z + 13t = 5 \end{cases}$$

a) Giải hệ trên khi $m = 0$.

b) Với giá trị nào của m thì hệ phương trình trên có nghiệm?

Câu 3. Xét không gian vectơ \mathbb{R}^3 với cơ sở chính tắc

$$(\epsilon) : \{ \vec{e}_1 = (1, 0, 0), \vec{e}_2 = (0, 1, 0), \vec{e}_3 = (0, 0, 1) \}.$$

Cho hệ vectơ

$$(\epsilon) : \{ \vec{e}_1 = (1, 0, -1), \vec{e}_2 = (1, 1, 0), \vec{e}_3 = (2, 1, 1) \} \subset \mathbb{R}^3$$

và ánh xạ $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_1 + 2x_2 + x_3, 2x_1 + 2x_2 + 3x_3), \quad \forall (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3.$$

a) Chứng minh rằng hệ vectơ (ϵ) là một cơ sở của \mathbb{R}^3 .

b) Chứng minh rằng f là một ánh xạ tuyến tính.

c) Viết ma trận M của f đối với cơ sở (ϵ) .

d) Tìm giá trị riêng và vectơ riêng của M .

e) Tìm số chiều và một cơ sở của không gian vectơ con sinh bởi hệ vectơ $\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \}$, tức là không gian vectơ con xác định bởi

$$\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \rangle := \{ x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3, | x, y, z \in \mathbb{R} \}.$$

———— HẾT ————

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.