Risolvi le equazioni esponenziali seguenti.

1) $2^{x+2} = 64$

2) $3^{x^2-5} = 27$

3) $2^{-x} = 8$

4) $25^{3x+4} = \frac{1}{5}$

5) $2^{2x+1} = 32^{1-x}$

6) $5^{2x-3} = 19$

7) $e^{x-2} = 12$

8) $3^x + 3^{x+2} = 270$

9) $2^{x+2} - 2^{x-1} - 2^{x-2} = 26$

10) $3^x + 3^{x+1} + 3^{x-1} - 16 = 0$

11) $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{5}{3}\right)^{-x} = 7$

12) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x} + 2 \cdot 3^{2x} - 1 = 0$

13) $\left(2^x\right)^2 - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$

14) $2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$

15) $3^{2x+2} - 8 \cdot 3^{x+1} - 9 = 0$

16) $2 \cdot 3^x - 7 \cdot 3^{\frac{x}{2}} + 3 = 0$

17) $3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$

18) $10 \cdot 5^{2x-1} + 9 \cdot 5^x = 5$

19) $4^x - 7 \cdot 2^x = -10$

20) $6 \cdot 2^x + \dfrac{1}{2^x} = 5$

21) $3 \cdot 5^x - \dfrac{12}{5^x} = 5^x$

22) $7^x - 1 = 6 \cdot 7^{-x}$

23) $5^x = 6 - 5^{1-x}$

24) $3^{x-2} = 2^{x-2}$

25) $3^{x+4} = 2^{1-3x}$

26) $e^{7-x} = 3^{x+4}$

27) $5^{x} = 150 \cdot 6^{2x}$

28) $18 \cdot 5^{x-2} = 150 \cdot 3^{2x}$

29) $7 \cdot 5^{x^2-2} = 150 \cdot 3^{2x-1}$

30) $\dfrac{1}{e^x+2} + \dfrac{1}{e^x-2} = 2$

31) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3^{3x+y} = 3^{x-1} + 72 \end{cases}$

Problema [MATURITÀ 1995]
Una capacità C è caricata attraverso una resistenza R grazie ad una tensione costante. La tensione sulla capacità varia secondo la funzione:

$U(t) = 48V - 32V \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$

Calcola.

a) La tensione iniziale $U(t=0)$;

b) La tensione finale $U(t \to \infty)$;

c) la variazione di tensione ΔU da $t = 2RC$ a $t = 3RC$;

d) il valore della capacità C se la resistenza vale $R = 20k\Omega$ e la tensione dopo 10ms è $U(t = 10ms) = 40V$.

[a) 16V ; b) 48V ; c) $\Delta U = 32V\left(e^{-2} - e^{-3}\right) = 2{,}74V$; d) $C = \dfrac{10^{-6}}{\ln 16} F = 0{,}36\mu F$]

Risolvi le equazioni logaritmiche seguenti elencando tutti i passaggi.

1) $\log_{10}(x-2)=2$

2) $\log_3\left(\dfrac{3x+5}{x-2}\right)=2$

3) $\log_5\left(\dfrac{3-5x}{x+2}\right)=2$

4) $\ln(x+3)=2$

5) $\log_{\sqrt{3}}(5x-2)=\log_{\sqrt{3}}(x+5)$

6) $\log_3(3x+1)=\log_3(x-1)$

7) $\log_a\left(x^2-2x-7\right)=\log_a(5-3x)$

8) $\log_2\left(-2x^2-x+21\right)=\log_2(5x+1)$

9) $\log_3(x+2)=\log_{27}\left(x^3+4x^2+x+4\right)$

Risolvi le equazioni logaritmiche seguenti elencando tutti i passaggi.

10) $\log_{10}(x+1)=2\cdot\log_{10}(x-1)$

11) $\log_{a}(3x+7)=\log_{\sqrt{a}}(x+1)$

12) $\log_{2}(x)+\log_{2}(x-1)=1$

13) $\log(x+1)+\log(x+2)=\log(2)$

14) $\log_{3}(x-1)-\log_{3}(x^2-4)=0$

15) $\log(x-3)+\log(x+1)=\log(4x-3)$

16) $\log(2x+2)-2\log(x-1)=\log(5)$

17) $\log_{3}(x-1)=\frac{1}{2}\log_{3}(x)$

18) $\left(\log_{3}(x)-\frac{1}{2}\right)^2+2\log_{3}(x)=3\log_{3}(x^2)-\frac{23}{4}$

19) $[\log_{3}(x)]^2+\log_{3}(x)-12=0$

20) $\log_{2}(x^2-x)=1+\log_{2}(1-x)$

21) $\frac{3}{\log_{2}(x)-1}+\frac{2}{\log_{2}(x)+1}=2$

22) $\log(\log(x+5))=2$

Esercizio 23

Risolvi i sistemi seguenti determinando le coppie di valori (x;y) che li soddisfano:

a) $\begin{cases} \log_2(x) - \log_2(y) = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4 \cdot \log_2(x) - \log_2(y^2) = 4 \\ \log_2(x) + \log_2(y) = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3 \cdot 5^x = 5^{y+3x-4} - 50 \\ \log_5(2x + y) = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \log_3(x) + \log_3(y) = \log_3(2) - 1 \\ x^2 + y^2 = \dfrac{37}{9} \end{cases}$

Esercizio 24

Date le funzioni $f(x) = \log_3(x-1)$ e $g(x) = -1 + \log_3(x)$

a) Disegna il grafico di f(x) e g(x) indicando l'insieme di definizione e l'insieme immagine.
b) Trova algebricamente e graficamente le coordinate del punto P d'intersezione delle due funzioni.
c) Trova algebricamente e graficamente per quale valore di x vale f(x) = 1,5.
d) Trova algebricamente e graficamente il valore g(7).
e) Trova algebricamente e graficamente per quale valore di x vale g(x) > f(x).

[a) $D_f = \{x | x > 1\}$; $D_f = \{x | x > 0\}$; $Im_f = Im_g = \mathbb{R}$; b) $P\left(\frac{3}{2}; -\log_3(2)\right)$; c) $x = 3\sqrt{3} + 1$;
d) $g(7) = -1 + \log_3(7) \simeq 0{,}77$; e) $1 < x < \frac{3}{2}$]

Esercizio 25

[MATURITÀ 2001]

Data la funzione $y = f(x) = \log(x^2 - 8x + 15)$.

a) Determina l'insieme di definzione della funzione. [$]-\infty;3[\cup]5;+\infty[$]
b) Rappresenta graficamente la funzione (tabella di valori necessaria).
c) Calcola i punti di intersezione della curva con gli assi x e y. .
[$(0;\log 15)$; $(4+\sqrt{2};0)$; $(4-\sqrt{2};0)$]

Inversione

Inverti le funzioni seguenti:

$f_1: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 10^x \end{array}$	$f_2: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \left(\frac{1}{2}\right)^x \end{array}$
$f_3: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & e^{-x} \end{array}$	$f_4: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 2^{x-1}+3 \end{array}$
$f_5: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 2^{x-2}-1 \end{array}$	$f_6: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-8}-5 \end{array}$
$f_7: \begin{array}{ccc} A_7 & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \log_2(x) \end{array}$	$f_8: \begin{array}{ccc} A_8 & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \ln(x) \end{array}$
$f_9: \begin{array}{ccc} A_9 & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \log_{\frac{1}{2}}(x) \end{array}$	$f_{10}: \begin{array}{ccc} A_{10} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & -\ln(x) \end{array}$
$f_{11}: \begin{array}{ccc} A_{11} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \log(x-4) \end{array}$	$f_{12}: \begin{array}{ccc} A_{12} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \log_2(x+5)-1 \end{array}$
$f_{13}: \begin{array}{ccc} A_{13} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \log_{10}(2x+3)-5 \end{array}$	$f_{14}: \begin{array}{ccc} A_{14} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \log_3(3-x)+1 \end{array}$
$f_{15}: \begin{array}{ccc} A_{15} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 2\cdot\ln(3x-10)+1 \end{array}$	$f_{16}: \begin{array}{ccc} A_{16} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \log_3\left(\frac{1}{2x+1}\right)+1 \end{array}$
$f_{17}: \begin{array}{ccc} A_{17} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 2\cdot\ln\left(\frac{3x-10}{x}\right)-3 \end{array}$	$f_{18}: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 5\cdot\left(1-e^{-\frac{x}{2}}\right) \end{array}$