Целью настоящей работы является анализ индекса дружбы модели случайного графа Барабаши—Альберт. Для достижения этой цели необходимо решить задачи, представленные на слайде:

Растущие сети (или случайные графы) применяются для моделирования сложных систем в различных сферах включая социологию, биологию, физику, химию и другие.

Случайный граф представляет собой совокупность множества вершин V и множества рёбер E являющегося подмножеством декартова произведения множества V.

Существует множество моделей генерации случайных графов, некоторые из них описаны в работе, но анализируются лишь 3 из них: модель Барабаши-Альберт и две её модификации .

Модель Барабаши-Альберт является первой моделью случайного графа в которой используется стратегия предпочтительного присоединения. Она заключается в том, что вероятность присоединения конкретной вершины, ребром к новой вершине, пропорциональна степени данной вершины.

Алгоритм формирования сети по модели Барабаши—Альберт заключается в следующем.

* Первоначально берется полный граф из m вершин, где m — параметр модели.
* На каждой итерации роста сети добавляется одна новая вершина, которая соединяется m ребрами с уже имеющимися в соответствии с принципом предпочтительного присоединения.

Основное отличие модификации модели Барабаши-Альберт с пуассоновским распределением начальных вершин заключается в том, вместо фиксированной степени новых вершин, это значение определяется для каждой вершины отдельно по распределению Пуассона с параметром m.

Помимо принципа предпочтительного присоединения модель триадного замыкания использует свойство триадного замыкания, которое заключающееся в том, что если между вершинами (A, B) и (A, C), в некоторой социальной сети существует взаимосвязь, то велика вероятность формирования связи (B, C).

В модели триадного замыкания используется следующий алгоритм присоединения новой вершины:

* в соответствии с принципом предпочтительного присоединения выбирается вершина v1, к которой проводится первое ребро;
* с вероятностью p, где p — параметр модели, выбирается стратегия формирования триады с произвольным соседом вершины v1, или, с вероятностью (1-p), стратегия предпочтительного присоединения к произвольной вершине графа.

В социальных сетях часто можно встретить явление именуемое парадоксом дружбы - друзья среднестатистического человека имеют, в среднем, больше друзей, чем сам человек.

Чтобы описать понятия связанные с парадоксом дружбы введём следующие локальные характеристики графа:

(degi) Cтепенью вершины называется количество вершин, напрямую связанных с данной,

Cумма степеней всех соседей(si) и средняя степень соседних вершин (ai)

а индекс дружбы bi(t) определяется как отношение средней степени соседей vi к степени самой vi

В ходе работы были проведены эксперементы по построению графов описанных моделей, в ходе каждого эксперимента для каждой модели строились 10 графов по 100 000 вершин.

На слайде можно увидеть графики распределения и динамики индекса дружбы в модели Барабаши-Альберт с параметром m=3. На них видно, что они соответствуют нисходящей и восходящей степенной функции соответственно, которые выглядят как прямая на логарифмической шкале.

Для установления связи с реальными сетями были проведены эксперементы по исследованию распределения и динамики индекса дружбы в следующих реальных сетях: Twitter, Reddit, Google+, AskUbuntu, SuperUser, MathOverflow, сеть цитирования научных статей и сеть студенческих сообщений.

На примере онлайн-форума Reddit можно увидеть, что во многих реальных сетях соблюдаются закономерности выявленные в моделях случайных графов.

Однако в некоторых системах эти закономерности не соблюдаются: например в сети системы вопросов и ответов SuperUser ни распределение ни динамика индекса дружбы не соответствует степенной функции.

Сводная таблица результатов экспериментов представлена на слайде.

В ходе выполнения дипломной работы были изучены различные модели генерации растущих сетей. Были реализованы модели построения случайных графов: стандартная модель Барабаши—Альберт; модель Барабаши—Альберт с пуассоновским распределением начальных степеней узлов; модель триадного замыкания.

В соответствии с реализованными моделями проведена серия экспериментов в которых строились случайные графы и исследовались динамика среднего значения индекса дружбы в сети и распределение значений индекса дружбы в итоговом графе.

В соответствии полученными результатами выдвинута гипотеза, что распределение индекса дружбы вершин итогового графа и рост среднего значения индекса дружбы в ходе формирования сети происходит по степенному закону.

Были исследованы значения распределения индекса дружбы и динамики роста среднего значения индекса дружбы в ряде реальных сетей. Сделан вывод, что для большинства сетей поведение индекса дружбы схоже с его поведением в сетях растущих по исследуемым моделям.