

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación

Dirección de Evaluaciones Nacionales de Resultados Educativos

MATEMÁTICAS, TERCERO DE SECUNDARIA

APLICACIÓN 2016

Especificación de reactivos

Responsable académico: Luis Manuel Cabrera Chim	
Redactores de la especificación: Humberto Salado Victorino	
Revisores de la especificación: (nombres y apellidos) / (nombres y apellidos)	
Fecha: 3 de mayo de 2015	Identificador único de la especificación: M0916ACA011 ¹

1. IDENTIFICACIÓN DEL CONTENIDO A EVALUAR

a. Eje: Sentido numérico y pensamiento algebraico.	b. Tema: Problemas multiplicativos
c. Contenido: 7.2.4 Resolver problemas que impliquen la multiplicación y división con números fraccionarios en distintos contextos.	
d. Especificación: Resolver problemas que impliquen multiplicaciones de números fraccionarios	

2. INTERPRETACIÓN DEL SENTIDO DEL CONTENIDO A EVALUAR:

La multiplicación es una de las cuatro operaciones fundamentales de la aritmética (suma, resta, multiplicación y división) se utiliza con mucha frecuencia para realizar cálculos en la vida cotidiana. La multiplicación de fracciones es un conocimiento que inicia en sexto grado de primaria con la resolución de problemas que impliquen calcular una fracción de un número natural, usando la expresión “a/b de n” (SEP, 2011a). En la secundaria se aborda la multiplicación de fracciones. La multiplicación de fracciones presenta una gran similitud con el modelo de sub-área de un área unitaria, cuando se trata de repartir una unidad o un todo. La situación es, sin embargo, más compleja cuando son varias las unidades a repartir o cuando éstas simplemente no

¹ El documento se elaboró a partir de actualizar la especificación M0910ABB009 y del reactivo M0910ABB009-2.

pueden ser divididas, como sucede cuando se pretenden repartir animales u objetos que habría que “romper” o fraccionarlos.

Entender la multiplicación de fracciones exige, de manera formal, abordar el concepto de números racionales. Éstos se definen como aquellos números que se pueden escribir como el cociente de dos números enteros.

Es decir: $\frac{a}{b}$ con $b \neq 0$, en donde a es el numerador y b el denominador.

El denominador nos indica las partes iguales en las que se ha dividido la unidad o el todo. Debe ser distinto de cero, porque la división entre cero no está definida; el numerador es el número de partes que se toman de la unidad o del todo. Ejemplos de números racionales:

$$\frac{7}{4}, \quad \frac{3}{7}, \quad 1\frac{5}{17} = \frac{39}{17}, \quad 0 = \frac{0}{5}, \quad 14 = \frac{14}{1}, \quad 2.17 = \frac{217}{100}, \quad \frac{33}{10} = 3.3$$

Las fracciones tienen distintos significados de acuerdo con el contexto en que se utilizan, en este caso para la multiplicación de fracciones su función es de un operador multiplicativo, es decir, la fracción aparece multiplicando a otro número. En esta operación hay falsas creencias que los alumnos consideran, por ejemplo creen que el producto obtenido de dos o más factores es siempre mayor al valor de cualquiera de los factores, sin embargo, esto no sucede cuando uno de los factores es un número fraccionario menor que la unidad.

Al multiplicar una fracción propia por cualquier número, el producto es menor que ese número porque sólo se

toma una parte de él. Ejemplo: $\frac{1}{4} \times 6 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$, es decir si tenemos 6 enteros por cada entero se toma un cuarto, en total se tendrán seis cuartos.

Al multiplicar una fracción mayor que la unidad por cualquier número el producto es mayor, porque se toma

más de una vez. Ejemplo: $\frac{5}{2} \times 6 = \frac{30}{2} = 15$, es decir. Se toman 5 veces un medio de los 6 enteros por lo que por cada entero se tienen cinco medios al unirlos se forman en total de 30 medios que es igual a 15 enteros.

El estudio de la multiplicación de fracciones ayuda a que los estudiantes desarrollen una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos contextuales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas; al mismo tiempo se busca que asuman una actitud propositiva hacia el estudio de esta disciplina, de colaboración y crítica, tanto en el ámbito cotidiano como en el escolar. El estudio de las fracciones presenta dificultades, Saíz (1990) menciona que a los estudiantes les es difícil comprender las fracciones mayores que la unidad, confunden el procedimiento de la multiplicación de fracciones con el de la división, convertir un número mixto a fracción impropia y viceversa.

Otro error que cometen los estudiantes al resolver problemas que implican la multiplicación de fracciones es que suman las fracciones o intentan multiplicar las fracciones usando procedimientos equivocados (Barriandos, Espinosa y Solares, 2006).

Ríos (2007) encontró que los alumnos tienen errores en el razonamiento, seleccionan de manera incorrecta la estrategia o su aplicación, hacen deducciones o conclusiones erradas; realizan mal el cálculo o los algoritmos, también tienen errores semánticos y sintácticos, es decir, significado incorrecto de conceptos y uso incorrecto de símbolos matemáticos.

3. DESCRIPCIÓN DE LA FUNCIÓN DEL CONTENIDO EN EL CONTEXTO DEL CURRÍCULO:

El objetivo fundamental de la multiplicación de fracciones es que los alumnos las comprendan significativamente y las usen en la resolución de situaciones. Así la enseñanza estará orientada hacia el logro del propósito de aprendizaje: “Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números enteros, fraccionarios o decimales, para resolver problemas aditivos y multiplicativos” (SEP 2011b).

La conceptualización y significado que conducen al aprendizaje de la multiplicación de fracciones lo constituirán los problemas dados en los distintos contextos en que aparecen las fracciones: medida, reparto equitativo, trayectos, patrones, probabilidad, ganancias, recetas, áreas, etc. Estos contextos dan oportunidad a los alumnos de reinventar estos números reconociendo su necesidad y significado.

Las situaciones problemáticas en donde se utiliza la multiplicación de números naturales por fracciones y fracciones entre sí, se pueden presentar los siguientes significados: $n \times \frac{a}{b}$ resulta identificable como “n veces

$\frac{a}{b}$ ”. Por ejemplo $5 \times \frac{3}{4} = 5 \text{ veces } \frac{3}{4}$; $\frac{a}{b} \times n$ resulta identificable con la expresión “ $\frac{a}{b}$ de n”, lo que implica dividir

“n” por “b” y multiplicar el resultado por “a” o viceversa. Por ejemplo: $\frac{3}{5} \times 10$ será pensado como $\frac{3}{5}$ de 10, lo

que resulta igual a 6; $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$, se extiende el significado anterior “ $\frac{a}{b}$ de $\frac{c}{d}$ ”. En general, el resultado es menor

que los factores, salvo que se trabaje con fracciones mayores que la unidad. Por ejemplo: $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ resulta

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

Este contenido se relaciona directamente con el cálculo de la división de fracciones; además, su conocimiento se considera esencial, es decir como fundamento para el aprendizaje del álgebra, siendo útil en otras ramas de la ciencia (leyes físicas y químicas, magnitudes económicas, cálculo de probabilidades). También se liga de manera puntual a través de los modelos espaciales (longitudes, áreas o volúmenes), así como en los distintos problemas de proporcionalidad y porcentaje, donde se pueden utilizar los números fraccionarios.

SEP (1994) afirma que el estudio de las fracciones es importante por sí mismo y porque permite el desarrollo de nociones útiles para el conocimiento de temas más avanzados, como son el razonamiento proporcional y el estudio de las expresiones racionales en el álgebra. Su aprendizaje no es fácil, por lo que muchos alumnos terminan la educación secundaria y llegan a niveles superiores con un dominio insuficiente de las fracciones, a pesar de que su estudio comienza desde la primaria (p. 100).

4. DELIMITACIÓN DE LA ESPECIFICACIÓN A EVALUAR:

La resolución de problemas que impliquen la multiplicación de fracciones deberán realizarse apoyándose en los diferentes contextos que se pueden presentar en la vida cotidiana y trabajando con distintas formas de representación de los fraccionarios. Se pueden emplear contextos que involucren proporcionalidad y cálculo de áreas, entre otros.

5. CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES PREVIOS REQUERIDOS PARA CONTESTAR CORRECTAMENTE EL REACTIVO:

Suma y resta de fracciones propias e impropias, operaciones con fracciones mixtas, división de números naturales, razonamiento proporcional, simplificación de fracciones, interpretar problemas verbales o numéricos, conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa.

6. PROCESOS COGNITIVOS INVOLUCRADOS EN LA CONTESTACIÓN CORRECTA DEL REACTIVO:

Identificar la operación que resuelve el problema, aplicar el algoritmo de la multiplicación de fracciones mixtas, convertir fracciones mixtas a impropias y viceversa.

7. PLANTILLA

- **Estructura de la base del reactivo:**

Plantear una situación problemática en la que se proporcionen dos valores de fracciones mixtas, donde la situación se resuelve mediante la multiplicación de fracciones. Emplear contextos de proporcionalidad o cálculo de áreas entre otros.

- **Estructura y descripción de la opción correcta:**

A. *Es el resultado correcto de multiplicar las fracciones.

- **Estructura y descripción de las opciones consideradas incorrectas:**

B. Es el resultado de la división de fracciones. Confunden el procedimiento de la multiplicación de fracciones con el de la división.

C. Es el resultado de sumar las fracciones: confunde el procedimiento de la multiplicación de fracciones con el de la suma.

D. Es el resultado de multiplicar las fracciones incorrectamente. Por ejemplo, multiplica los enteros de las fracciones mixtas y luego multiplica las fracciones que la acompañan; suma los numeradores y denominadores linealmente, o invierte el primer factor y multiplica correctamente.

E. Bibliografía:

A. REACTIVO MUESTRA

- **Estructura de la base del reactivo:**

Un filtro purifica $15\frac{1}{3}$ litros de agua por hora. ¿Qué cantidad de agua puede purificar en $3\frac{3}{4}$ horas?

- **Respuesta correcta:**

A. * $57\frac{1}{2}$ L

- **Distractores:**

B. $4\frac{4}{45}$ L

C. $9\frac{1}{12}$ L

D. $45\frac{3}{12}$ L

- **Bibliografía:**

9. BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

Barriendos, A. L., Espinosa, E. M. y Solares, D. V. (2006). *Matemáticas I. Libro para el maestro*. Volumen I. México: Secretaría de Educación Pública.

Ríos, Y. (2007). *Una ingeniería didáctica aplicada sobre las fracciones*. Omnia Año 13, No. 2 pp. 120 – 157. Recuperado de <http://www.produccioncientificaluz.org/index.php/omnia/article/view/7218/7206> el 5 de mayo de 2015.

Saíz, I. (1990). “Fracciones. Un aprendizaje diferente”. En *Revista Hacer Escuela*. Año XII. No. 10. Septiembre. pp. 28-31. Ed. Niño y Dávila.

Secretaría de Educación Pública. (2011a). *Programa de estudios. Matemáticas. Sexto grado*. México: Autor

Secretaría de Educación Pública. (2011b). *Programa de estudios. Matemáticas. Educación Secundaria*. México: Autor.

Secretaría de Educación pública (1994) *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación Secundaria*. Alarcón, J. (Coord.). México, DF. Autor.

[No escribir después de esta marca]