Tutorium 17, #1

Max Göckel – *uzkns@kit.edu*

Institut für Theoretische Informatik - Grundbegriffe der Informatik

Grundbegriffe?

- Cloud
- Industrie 4.0
- Apps
- Operating Systems
- Big Data
- Roboter
- Künstliche Intelligenz

... später im Studium, aber nicht in GBI.

Grundbegriffe!

- Mengen, Relationen, Abildungen
- Wörter, Sprachen, RegEx
- Graphen
- Turingmaschinen
- Logik
- Technische Informatik (CPU)

... im nächsten halben Jahr.

Wofür ist dieses Tutorium da?

Ein Tutorium ist **kein** Ersatz für die Vorlesung!

- ÜBs zurück
- Definitionen aus der VL wiederholen
  - Etwas weniger "formal", dafür mit Erklärung
  - Wichtig: **Nur** Stoff aus der VL gilt verbindlich!
- Def. anhand von Beispielen erklären
- Gemeinsam Aufgaben rechnen

Das Modul GBI

Übungsschein
: Bestanden ab 50 Prozent der erreichten Punkte in den ÜBs

Klausur
: 08.03.2018 14-16 Uhr, keine Hilfsmittel, schriftlich

GBI ist nach §9 Abs. 1, SPO 2015 Informatik Bestandteil der Orientierungsprüfung

- Übungsschein im ersten Semster versuchen, spätestens im dritten bestehen
- Klausur spätestens im zweiten Semster versuchen, spätestens im dritten bestehen (Teilnahme ohne Übungsschein möglich)

Andere Studiengänge? Mal so, mal so. Bei Fragen im Modulhandbuch nachschauen oder bei Fachschaft / Studiengangsservice erfragen.

Übungsblätter

- Ausgabe: Mittwochs, alle 2 Wochen im ILIAS
- Abgabe: Donnerstags 16 Uhr 2 Wochen später im GBI-Kasten im Infobau-UG
- Rückgabe: Hier im Tut, sonst im Lehrstuhl
- Bearbeitung **ALLEINE** und ohne Abschreiben, sonst wars das mit Übungsschein

Übungsblätter

Modalitäten:

- Handschriftlich, 1x getackert und mit Deckblatt abgeben
- **Wichtig**: Tutoriumsnummer (42) und Name/Mat.-Nr. nicht vergessen
- Erlaubte Farben: Alles dunkle, zB kein grün oder rot
- Rand zum korrigieren frei lassen (am besten auch etwas zwischen den Aufgaben)
- Aufgaben markieren, in richtiger Reihenfolge abgeben
- Wenn ich es nicht lesen kann, gibt es keine Punkte

Fragen?

Fragen:

- Hier im Tut (dafür ist es da)
- Ins ILIAS (dann können andere auch die Lösung lesen)
- Orga / Spezielles: An Zenkel oder an Stüker; am besten per Mail mit Matrikelnummer
- Fachliches: Sprechstunde, ILIAS

Inhalt:

- Klausuren, Folien, Skript, ÜBs: ILIAS
- Archiv: gbi.ira.uka.de (noch mehr Klausuren, alte ÜBs, ...)
- iTunesU, YouTube, DIVA

Es geht nicht mehr?

Bei Problemen aller Art:

- ILIAS-Kurs
- Kommilitonen, Tutoren, FS, Mitarbeiter
- Sprechstunde beim Professor (Do., 13-14 Uhr; 50.20/R231)
- zib, Allgemeine Studienberatung in 11.30; bei Fragen rund ums Studium
- Psychotherapeutische Beratungsstelle, Rudolfstr. 20; 0721-933-4060
- Nightline Karlsruhe unter www.nightline-karlsruhe.de
- Telefonseelsorge unter 0800-111-0-111 oder 0800-111-0-222

Jetzt geht es los

Mengen

M = {1, 2, 3, 3}

- Sammlung von "Dingen" (Zahlen, Buchstaben, Öfen, ...)
- Ohne feste Reihenfolge (M = {3, 3, 1, 2})
- Ohne Duplikate (M = {1, 2, 3})
- Kardinalität einer Menge ist die Anzahl der Elemente in der Menge
  - Duplikate werden ignoriert
  - Schreibweise |M| = 3 = |{1, 2, 3}|
- Leere Menge {} bzw. ∅ hat Kardinalität 0

Sonderfall Mengen "aus Mengen"

- $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{4, 5, 6, 7\}$
  - $|M| = 3$, $|N| = 4$
- aber $X = \{M, N\}$
  - $|X| = 2$
- $Y = \emptyset$, $Z = \{ \emptyset \}$,
  - $|Y| = 0$, aber $|Z| = 1$

Schnitt, Vereinigung, Differenz

Karlsruher Institut für Technologie

M = {1, 2, 3, 4, 5}, N = {4, 5, 6, 7, 8}

- Schnitt: $M \cap N = \{x | x \in M \land x \in N\}$
- Vereinigung: $M \cup N = \{x | x \in M \lor x \in N\}$
- Differenz: $M \setminus N = \{x \in M | x \notin N\}$

Schnitt, Vereinigung, Differenz

M = {1, 2, 3, 4, 5}, N = {4, 5, 6, 7, 8}

- Schnitt: $M \cap N = \{x | x \in M \wedge x \in N\}$
  - Konkret: 4, 5
- Vereinigung: $M \cup N = \{x | x \in M \vee x \in N\}$
  - Konkret:1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- Differenz: $M \setminus N = \{x \in M | x \notin N\}$
  - Konkret:1, 2, 3

Teilmenge

M = {1, 2, 3, 4, 5}, O = {2, 3}

- Echte Teilmenge: $O \subset M = \{x \in O | x \in M\}$
- Unechte Teilm.: $O \subseteq M$ = wie "echte", aber zusätzlich noch O = M

Potenzmenge

Karlsruher Institut für Technologie

$M = \{1, 2, 3\}$

- Potenzmenge 2^M enthält alle Teilmengen von M

Potenzmenge

$M = \{1, 2, 3\}$

- Potenzmenge 2^M enthält alle Teilmengen von M
  - Konkret: $\{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\} \}$, $|2^M| = 8$

Tupel

Schreibweise: (2, 3 ,4) oder (A, B, C, D)
Ähnlich einer Menge, aber mit besonderen Eigenschaften

- Reihenfolge ist wichtig: $(2, 3, 4) \neq (4, 3, 2)$
- Duplikate möglich, aber fest: $(2, 2) \neq (2, 2, 2)$
- Tupel aus Mengen möglich: $(\{1, 2\}, \{3, 4\}) = (\{2, 1\}, \{4, 3\}) \neq (\{3, 4\}, \{1, 2\})$
- Leeres Tupel bzw. 0-Tupel: ( )

Kartesisches Produkt

M = {1, 2}, N = {A, B}
M $\times$ N = $\{(m, n) | m \in M, n \in N\}$ ergibt eine Menge aus Tupeln aus M und N

Kartesisches Produkt

M = {1, 2}, N = {A, B}
M $\times$ N = $\{(m, n) | m \in M, n \in N\}$ ergibt eine Menge aus Tupeln aus M und N

Konkret:

- M $\times$ N = { (1, A), (2, A), (1, B), (2, B) }

Zahlenmengen

- $\mathbb{N}_+$, natürliche, positive Zahlen — {1, 2, 3, ...}
- $\mathbb{N}_0$, natürliche Zahlen mit der 0 — $\mathbb{N}_+ \cup 0$
- $\mathbb{Z}_n$, ganze Zahlen von 0 bis n — n = 3 $\Rightarrow$ {0, 1, 2, 3}
- $\mathbb{Z}$, ganze Zahlen — {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}
- $\mathbb{Q}$, rationale Zahlen — $\{\frac{x}{y} | x, y \in \mathbb{Z}, y \neq 0\}$
- $\mathbb{R}$, reele Zahlen — {..., -5, 0, 1.5, e, Π, 1000, ...}
- $\mathbb{C}$, ...nicht hier

Alphabete

Ein Alphabet ist eine *endliche, nichtleere* Menge aus Zeichen / Symbolen. Was dabei ein Zeichen ist, ist nicht eingeschränkt.

Beipielalphabete:

1. {H, a, n, d, y}
2. {Handy}
3. {Ha, ndy}

Können alle "Handy" erstellen/schreiben

Relation

Relation $R \subseteq A \times B$, also enthält R Tupel aus der Menge $A \times B$.
Im Fall $R \subseteq A \times A$ heißt R *"Relation auf A"*.

Aufgaben

Relation 1, "größer-gleich-Relation": A = {1,2,4}, R = $\{(a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in A : a_1 \geq a_2\}$

Relation 2, "Ungleich-Relation": A = {1,2}, B = {2,3,4}, R = $\{(a, b) \mid a \in A, b \in B : a \neq b\}$

Welche Tupel sind in der Relation drin?

{(2,1), (4,1), (4,2)} bzw. {(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4)}

Eigenschaften von Relationen

- linkstotal: $\forall a \in A \exists b \in B : (a, b) \in R$
- rechtseindeutig:
  $\nexists a \in A : (\exists b_1, b_2 \in B, b_1 \neq b_2 : (a, b_1) \in R \wedge (a, b_2) \in R)$
- rechtstotal: $\forall b \in B \exists a \in A : (a, b) \in R$
- linkseindeutig: $\forall (a_1, b_1), (a_2, b_2) \in R : a_1 \neq a_2 \Rightarrow b_1 \neq b_2$

Linkstotal

Karlsruher Institut für Technologie

linkstotal: $\forall a \in A \exists b \in B : (a, b) \in R$

- In Worten: Jedes Element a aus A hat *mindestens* ein Element b aus B als Partner.
- Eselsbrücke: Die "totale" (also komplette) linke Menge (A) wird in R verwendet.
- Voraussetzung für eine Funktion

Linkstotal

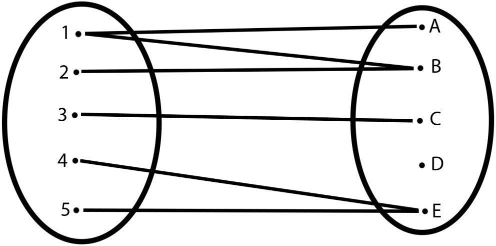

Figure: Linkstotal, Jedes linke Element hat min. ein rechtes Element

Rechtstotal

$\forall b \in B \exists a \in A : (a, b) \in R$

- In Worten: Jedes Element b aus B hat *mindestens* ein Element a aus A als Partner.
- Eselsbrücke: Die "totale" (also komplette) rechte Menge (B) wird in R verwendet.
- Auch surjektiv genannt

Rechtstotal

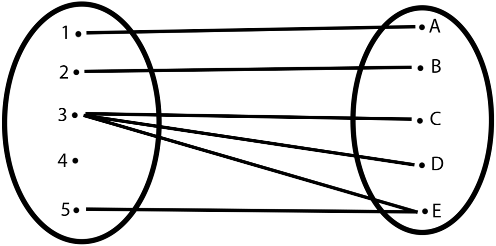

Figure: Rechtstotal, Jedes rechte Element hat min. ein linkes Element

Linkseindeutig

$\forall (a_1, b_1), (a_2, b_2) \in R : a_1 \neq a_2 \Rightarrow b_1 \neq b_2$

- In Worten: Wenn ich zwei a aus A angucke und $a_1 \neq a_2$ so ist auch $b_1 \neq b_2$
- Einfacher: Jedes Element b aus B hat *höchstens* ein Element a aus A als Partner.
- Eselsbrücke: Das linke Element ist zum rechten Element eindeutig.
- Auch injektiv genannt

Linkseindeutig

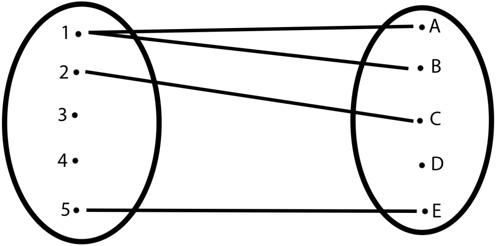

Figure: Linkseindeutig, Jedes rechte Element hat höchtens ein linkes Element

Rechtseindeutig

$$\forall (a_1, b_1), (a_2, b_2) \in R : b_1 \neq b_2 \Rightarrow a_1 \neq a_2$$

- In Worten: Wenn ich zwei b aus B angucke und $b_1 \neq b_2$ so ist auch $a_1 \neq a_2$
- Einfacher: Jedes Element a aus A hat *höchstens* ein Element b aus B als Partner.
- Eselsbrücke: Das rechte Element ist zum linken Element eindeutig.
- Voraussetzung für eine Funktion

Rechtseindeutig

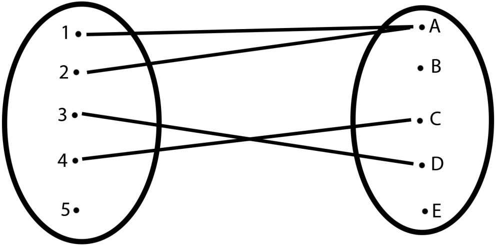

Figure: Rechtseindeutig, Jedes linke Element hat höchtens ein rechtes Element

Funktionen

Funktionen sind Relationen, die linkstotal und rechtseindeutig sind

- Jedes Element der Urmenge ("linke" Menge) wird abgebildet (linkstotal)
- Für jedes Element gibt es nur einen oder keinen Partner in der Zielmenge (rechtseind.)
- Auch Funktionen können injektiv und surjektiv sein (Sie sind ja Relationen)

Funktionen

Karlsruher Institut für Technologie

Injektive Funktionen sind zum Beispiel

- $f_1 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, x \mapsto 2x$
- $f_2 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, x \mapsto x^2$

aber nicht

- $f_3 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, x \mapsto x^2$

Funktionen

Surjektive Funktionen sind zum Beispiel

- $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 2x + 1$
- $f_2 : \mathbb{R} \to [0, \infty), x \mapsto x^2$

aber nicht

- $f_3 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, x \mapsto x^2$

Aufgabe

Ist die Funktion
$f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^3$
surjektiv bzw. injektiv?
Surjektiv, da mit x^3 jede reelle Zahl getroffen werden kann.
Injektiv, da kein x in der Zielmenge doppelt getroffen wird (x^3 ist für positive x positiv und für negative x negativ)

Und wieso ist
$f_3 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, x \mapsto x^2$
weder injektiv noch surjektiv? Beweise mit je einem Gegenbeispiel.
Nicht injektiv, da $f_3(2) = f_3(-2) = 4$. Nicht surjektiv, da -1 nicht getroffen wird.