

Tutorium 42, #2

Max Göckel– *uzkns@student.kit.edu*

Institut für Theoretische Informatik - Grundbegriffe der Informatik

Definition

- Ein Alphabet ist eine *endliche, nichtleere* Menge aus Zeichen / Symbolen. Was dabei ein Zeichen ist, ist nicht eingeschränkt.

Beispielalphabete:

1. {H, a, n, d, y}
2. {Handy}
3. {Ha, ndy}

Können alle "Handy" erstellen/schreiben

Definition

- Ein Wort w aus einem Alphabet A ist eine Folge von Zeichen aus A

Beispielworte aus $A = \{H, a, n, d, y, -, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$

1. Handy
2. H1a2n3d4y5
3. —aa—HH1—
4. 017341856397

Definition

- Eine Folge ist eine Auflistung von Objekten, welche fortlaufend nummeriert sind.

Wofür brauchen wir Folgen?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
G	r	u	n	d	b	e	g	r	i	f	f	e

- 13tes Zeichen aus dem Wort? e.
- Länge des Wortes? 13.

Definition

- Ein Wort ist eine surjektive Abb. $w : \mathbb{Z}_n \rightarrow B$ mit $B \subseteq A$

formal: $w = \text{Handy}$

$$w : \mathbb{Z}_5 \rightarrow \{H, a, n, d, y\}$$

mit $w(0) = H$, $w(1) = a$, $w(2) = n$, $w(3) = d$, $w(4) = y$

Achtung

- Ein Leerzeichen ist auch nur wieder ein Symbol. es trennt Wörter nach der Definition nicht

Beispielwort aus $A = \{H, a, l, o, W, e, t, \}$ ist $w = \text{Hallo Welt}$

- Eine Folge von Zeichen
- Ein Wort, nicht zwei (auch wenn durch Leerzeichen getrennt)
- Leerzeichen manchmal auch $_$ geschrieben

Definition

- Das leere Wort ist die Abbildung $\epsilon : \mathbb{Z}_0 \rightarrow \{\}$

Das leere Wort hat Länge $|\epsilon| = 0$, da es aus 0 Zeichen besteht

Definition

- $|w_1| = m$ und $|w_2| = n$
- $w_1 \cdot w_2 : \mathbb{Z}_{m+n} \rightarrow A_1 \cup A_2. i \mapsto \begin{cases} w_1(i), & 0 \leq i < m \\ w_2(i-m), & m \leq i < m+n \end{cases}$
- Hintereinanderschreiben von 2 Worten
- Getrennt durch einen \cdot , kann auch weggelassen werden
- Zuerst die m Buchstaben des ersten Wortes, dann die n Buchstaben des zweiten Wortes
- leeres Wort ϵ ist neutrales Element der Konkatenation
($w \cdot \epsilon = \epsilon \cdot w = w$)
- Konkatenation ist nicht kommutativ, aber assoziativ

Definition

- A^* ist die Menge aller Wörter über dem Alphabet A

Definition

- A^n ist die Menge aller Wörter der Länge n über dem Alphabet A

Definition

- w^n ist die n -fache Aneinanderreihung des Wortes w mit $w^0 = \epsilon$

Was sind sinnvolle Aussagen?

- "Dieses Tutorium findet wöchentlich statt."
- $f : \mathbb{N}_+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2x$ ist surjektiv.
- Wenn es regnet wird die Straße nass.
- Grün ist toll
- Regnet es?

Was sind sinnvolle Aussagen?

- "Dieses Tutorium findet wöchentlich statt." **Wahr**
- $f : \mathbb{N}_+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2x$ ist surjektiv. **Falsch**
- Wenn es regnet wird die Straße nass. **Wahr**
- Grün ist toll *Keine Ahnung*
- Regnet es? *Wo?*

Aussagen sind entweder objektiv wahr oder falsch, nichts dazwischen.
Man kann sie mit Ja oder Nein beantworten.

Wir können die Grundaussagen miteinander verknüpfen. Seien A, B zwei Aussagen so gibt es folgende Verknüpfungen:

A	B	$\neg A$	$A \vee B$	$A \wedge B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
f	f	w	f	f	w	w
f	w	w	w	f	w	f
w	f	f	w	f	f	f
w	w	f	w	w	w	w

■ Die Verknüpfung $A \rightarrow B$ entspricht der Verknüpfung $\neg A \vee B$

■ Die Verknüpfung $A \leftrightarrow B$ entspricht der Verknüpfung
 $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

■ Die Reihenfolge der Verknüpfungen ist: (,) vor \neg vor \vee vor \wedge vor
 \rightarrow vor \leftrightarrow

Wertet die komplexe Aussage mittels Tabelle aus:

$$\neg A \wedge (B \rightarrow A) \leftrightarrow \neg(A \vee \neg B)$$

A	B	1 $\neg A$	9 \wedge	2 $(B$	6 \rightarrow	3 $A)$	10 \leftrightarrow	8 \neg	4 $(A$	7 \vee	5 $\neg B)$
f	f	w	w	f	w	f	f	f	f	w	w
f	w	w	f	w	f	f	f	w	f	f	f
w	f	f	f	f	w	w	w	f	w	w	w
w	w	f	f	w	w	w	w	f	w	w	f

es gibt 2 Quantoren:

- \forall : Für alle/jedes ... gilt, dass...
- \exists : Es gibt (min.) ein..., sodass...

Formuliert die Aussagen mittels Prädikatenlogik (d.h. mit Quantoren und Konnektiven):

Sei V die Menge aller Vögel, $\text{Eltern}(v)$ die Menge der Eltern des Vogels v , $\text{Farbe}(v)$ die Farbe von v

- Jeder Vogel kann fliegen, wenn alle Eltern fliegen können
 - $\forall v \in V : \text{Eltern}(v) \text{ können fliegen} \rightarrow v \text{ kann fliegen.}$
- Alle schwarzen Vögel können fliegen
 - $\forall v \in V : \text{Farbe}(v)=\text{schwarz} \rightarrow v \text{ kann fliegen.}$

Definition

- eine Interpretation I ist eine Belegung der Variablen in der Formel
z.B. $I(A)=w$ und $I(B)=f$

$val_I(F)$ gibt den Wahrheitswert der Formel F zur Belegung I an.
z.B. $val_I(A \rightarrow B) = f$ mit obigem I

eine aussagenlogische Formel ist entweder

- **Nicht erfüllbar**, wenn es keine Interpretation gibt für die sie wahr ist.
- **Erfüllbar**, wenn es eine Interpretation gibt für die sie erfüllbar ist.
- **Nicht Allgemeingültig**, wenn sie für nicht jede Interpretation wahr ist
(also für min. 1 Interpretation falsch)
- **Allgemeingültig**, wenn sie für jede Interpretation wahr ist.