Karlsruher Institut für Technologie

Tutorium 17, #2

Max Göckel– *uzkns@student.kit.edu*

Institut für Theoretische Informatik - Grundbegriffe der Informatik

Rückblick: Alphabete

Definition

- Ein Alphabet ist eine *endliche, nichtleere* Menge aus Zeichen / Symbolen. Was dabei ein Zeichen ist, ist nicht eingeschränkt.

Beipielalphabete:

1. {H, a, n, d, y}
2. {Handy}
3. {Ha, ndy}

Können alle "Handy" erstellen/schreiben

Worte

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

- Ein Wort w aus einem Alphabet A ist eine Folge von Zeichen aus A

Beipielworte aus A = {H, a, n, d, y, -, 1, 2, 3, 4 ,5, 6, 7, 8, 9, 0}

1. Handy
2. H1a2n3d4y5
3. —aa—–HH1——-
4. 017341856397

Max Göckel:
Tutorium 17, #2

Fakultät für Informatik
Institut für Theoretische Informatik

Folgen

Definition

- Eine Folge ist eine Auflistung von Objekten, welche fortlaufend nummeriert sind.

Wofür brauchen wir Folgen?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
G	r	u	n	d	b	e	g	r	i	f	f	e

- 13tes Zeichen aus dem Wort? *e*.
- Länge des Wortes? *13*.

Worte als Abbildungen

Definition

- Ein Wort ist eine surjektive Abb. $w : \mathbb{Z}_n \to B$ mit $B \subseteq A$

formal: w = Handy
$w : \mathbb{Z}_5 \to \{H, a, n, d, y\}$
mit w(0) = H, w(1) = a, w(2) = n, w(3) = d, w(4) = y

Leerzeichen

Karlsruher Institut für Technologie

Achtung

- Ein Leerzeichen ist auch nur wieder ein Symbol. es trennt Wörter nach der Definition nicht

Beipielwort aus A = {H, a, l, o, W, e, t, } ist w = Hallo Welt

- Eine Folge von Zeichen
- Ein Wort, nicht zwei (auch wenn durch Leerzeichen getrennt)
- Leerzeichen manchmal auch ␣ geschrieben

Leeres Wort

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

- Das leere Wort ist die Abbildung $\epsilon : \mathbb{Z}_0 \rightarrow \{\}$

Das leere Wort hat Länge $|\epsilon|$ = 0, da es aus 0 Zeichen besteht

Konkatenation

Definition

- $|w_1| = m$ und $|w_2| = n$
- $w_1 \cdot w_2 : \mathbb{Z}_{m+n} \to A_1 \cup A_2.\ i \mapsto \begin{cases} w_1(i), & 0 \leq i < m \\ w_2(i-m), & m \leq i < m+n \end{cases}$

- Hintereinanderschreiben von 2 Worten
- Gtrennt durch einen $\cdot$, kann auch weggelassen werden
- Zuerst die m Buchstaben des ersten Wortes, dann die n Buchstaben des zweiten Wortes
- leeres Wort ϵ ist neutrales Element der Konkatenation ($w \cdot \epsilon = \epsilon \cdot w = w$)
- Konkatenation ist nicht kommutativ, aber assoziativ

Potenzen

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

- A* ist die Menge aller Wörter über dem Alphabet A

Definition

- A^n ist die Menge aller Wörter der Länge n über dem Alphabet A

Definition

- w^n ist die n-fache Aneinanderreihung des Wortes w mit $w^0 = \epsilon$

Aussagen

Was sind sind sinnvolle Aussagen?

- "Dieses Tutorium findet wöchentlich statt."
- $f : \mathbb{N}_+ \to \mathbb{R}, x \mapsto 2x$ ist surjektiv.
- Wenn es regnet wird die Straße nass.
- Grün ist toll
- Regnet es?

Aussagen

Karlsruher Institut für Technologie

Was sind sind sinnvolle Aussagen?

- "Dieses Tutorium findet wöchentlich statt." **Wahr**
- $f : \mathbb{N}_+ \to \mathbb{R}, x \mapsto 2x$ ist surjektiv. **Falsch**
- Wenn es regnet wird die Straße nass. **Wahr**
- Grün ist toll *Keine Ahnung*
- Regnet es? *Wo?*

Aussagen: Grundlagen

Aussagen sind entweder objektiv wahr oder falsch, nichts dazwischen.
Man kann sie mit Ja oder Nein beantworten.

Fakultät für Informatik
Institut für Theoretische Informatik

Aussagen: Verknüpfung

Wir können die Grundaussagen miteinander verknüpfen. Seien A, B zwei Aussagen so gibt es folgende Verknüpfungen:

A	B	$\neg A$	$A \vee B$	$A \wedge B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
f	f	w	f	f	w	w
f	w	w	w	f	w	f
w	f	f	w	f	f	f
w	w	f	w	w	w	w

Aussagen: Verknüpfung

- Die Verknüpfung $A \rightarrow B$ entspricht der Verknüpfung $\neg A \vee B$

- Die Verknüpfung $A \leftrightarrow B$ entspricht der Verknüpfung $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

- Die Reihenfolge der Verknüpfungen ist: (,) vor $\neg$ vor $\vee$ vor $\wedge$ vor $\rightarrow$ vor $\leftrightarrow$

Aufgabe

Wertet die komplexe Aussage mittels Tabelle aus:

$$\neg A \wedge (B \rightarrow A) \leftrightarrow \neg(A \vee \neg B)$$

Aufgabe

Wertet die komplexe Aussage mittels Tabelle aus:

$\neg A \wedge (B \rightarrow A) \leftrightarrow \neg(A \vee \neg B)$

		1	9	2	6	3	10	8	4	7	5
A	B	$\neg A$	$\wedge$	$(B$	$\rightarrow$	$A)$	$\leftrightarrow$	$\neg$	$(A$	$\vee$	$\neg B)$
f	f	w	w	f	w	f	f	f	f	w	w
f	w	w	f	w	f	f	f	w	f	f	f
w	f	f	f	f	w	w	w	f	w	w	w
w	w	f	f	w	w	w	w	f	w	w	f

Fakultät für Informatik
Institut für Theoretische Informatik

Quantoren

es gibt 2 Quantoren:

- $\forall$: Für alle/jedes ... gilt, dass...
- $\exists$: Es gibt (min.) ein..., sodass...

Aufgabe

Formulert die Aussagen mittels Prädikatenlogik (d.h. mit Quantoren und Konnektiven):

Sei V die Menge aller Vögel, Eltern(v) die Menge der Eltern des Vogels v, Farbe(v) die Farbe von v

- Jeder Vogel kann fliegen, wenn alle Eltern fliegen können
    -
- Alle schwarzen Vögel können fliegen
    -

Fakultät für Informatik
Institut für Theoretische Informatik

Aufgabe

Karlsruher Institut für Technologie

Formulert die Aussagen mittels Prädikatenlogik (d.h. mit Quantoren und Konnektiven):

Sei V die Menge aller Vögel, Eltern(v) die Menge der Eltern des Vogels v, Farbe(v) die Farbe von v

- Jeder Vogel kann fliegen, wenn alle Eltern fliegen können
  - $\forall v \in V$: Eltern(v) können fliegen $\rightarrow$ v kann fliegen.
- Alle schwarzen Vögel können fliegen
  - $\forall v \in V$: Farbe(v)$=$schwarz $\rightarrow$ v kann fliegen.

Interpretationen

Definition

- eine Interpretation I ist eine Belegung der Variablen in der Formel
  z.B. I(A)=w und I(B)=f

$val_I(F)$ gibt den Wahrheitswert der Formel F zur Belegung I an.
z.B. $val_I(A \rightarrow B) = f$ mit obigem I

eine aussagenlogische Formel ist entweder

- **Nicht erfüllbar**, wenn es keine Interpretation gibt für die sie wahr ist.
- **Erfüllbar**, wenn es eine Interpretation gibt für die sie erfüllbar ist.
- **Nicht Allgemeingültig**, wenn sie für nicht jede Interpration wahr ist (also für min. 1 Interpretation falsch)
- **Allgemeingültig**, wenn sie für jede Interpretation wahr ist.