Karlsruher Institut für Technologie

Tutorium 42, #12

Max Göckel– *uzkns@student.kit.edu*

Institut für Theoretische Informatik - Grundbegriffe der Informatik

Automaten

(Endliche) Automaten sind ähnlich zu kleinen Maschinen die mit einer Eingabe häufig ihren Zustand ändern und dann damit eine Ausgabe formen.

Als Beispiel haben wir einen Zählautomaten, der die Tasten "$+$", "$-$" sowie "*R*" und "*OK*" hat. Der Automat zählt maximal von 0 bis 5.

- Mit "$+$" wird der Wert um 1 erhöht (max. 5)
- Mit "$-$" wird der Wert um 1 reduziert (min. 0)
- Mit "*R*" wird der Zähler wieder auf 0 gesetzt (egal von wo aus)
- Mit "*OK*" wird der Wert ausgegeben und der Zähler zurückgesetzt

Automaten

Karlsruher Institut für Technologie

An der Tafel.

Automaten: Zustandsübergang

- R, OK: Eingaben
- ϵ, 4: Ausgaben, dabei ist $\epsilon =$ Keine Ausgabe
- Kreis mit der 4: Zustand, in unserem Fall der Zähler
  - 0 ist bei unserem Zählautomat der Anfangszustand, markiert mit einem Pfeil aus dem nichts
- Pfeil ($\rightarrow$): Zustandübergang von-nach, ähnlich einer gerichteten Kante

Automaten: Mealy-Automat

Ein Mealy-Automat ist ein 6-Tupel aus Mengen, Funktionen, einem Startzustand und zwei Alphabeten.
$A = (Z, z_0, X, f, Y, g)$

1. Z ist die (endliche) Zustandsmenge
2. z_0 ist der Startzustand
3. X ist das Eingabealphabet
4. $f : Z \times X \to Z$ ist die Zustandsübergangsfunktion
   - Aus einem Tupel (z_1, x_1) bestehend aus Zustand und Eingabe wird der nächste Zustand ($\to z_2$) abgebildet
5. Y ist das Ausgabealphabet
6. $g : Z \times X \to Y^*$ ist die Ausgabefunktion
   - Aus einem Tupel (z_1, x_1) bestehend aus Zustand und Eingabe wird die das Ausgabewort ($\to y_1$) abgebildet

Mealy-Automat: Funktionen

Karlsruher Institut für Technologie

Es gibt 4 Funktionen, die man auf einen Mealy-Automaten anwenden kann:

1. Mit f^*: kann man ein Wort $w \in X^*$ (und ggf. einen Zustand) eingeben und erhält den Endzustand
2. Mit f^{**} kann man ein Wort eingeben und erhält alle durchlaufenen Zustände
3. Mit g^* kann für ein Wort die letzte Ausgabe angegeben werden
4. Mit g^{**} kann für ein Wort alle Ausgaben angegeben werden

(Die 4 Funktionen sind Homomorphismen)

Automaten: Moore-Automat

Ein Moore-Automat ist auch ein 6-Tupel aus Mengen, Funktionen, einem Startzustand und zwei Alphabeten.
$B = (Z, z_0, X, f, Y, g)$

Im Gegensatz zum Mealy-Automat hat der Moore-Automat seine Ausgabe nicht im Übergang, sondern direkt im Zustand, also
$h : Z \to Y^*$.

Auch beim Moore-Automaten gelten die 4 Funktionen, f^*, f^{**} sind identisch, aber h^*, h^{**} ersetzten g^*, g^{**}.
Effektiv ändert sich aber nichts an der Funktionsweise der Funktionen.

Automaten: Aufgaben

Gib an:

- $f^*(z_1, STSTST)$
- $f^*(z_2, TTTSSS)$
- $h^{**}(SSTSTT)$
- $h^{**}(z_1, \epsilon)$
- $h^*(z_3, TSSSSS)$
- $h^*(z_1, STST)$

Automaten: Lösungen

Gib an:

- $f^*(z_1, STSTST) = z_3$
- $f^*(z_2, TTTSSS) = z_2$
- $h^{**}(SSTSTT) = abacabb$
- $h^{**}(z_1, \epsilon) = b$
- $h^*(z_3, TSSSSS) = a$
- $h^*(z_1, STST) = b$

Endliche Akzeptoren

Endliche Akzeptoren sind Sonderfälle von Moore-Automaten die nur das Ausgabealphabet $Y = \{0, 1\}$ haben.
Zustände mit Ausgabe 1 umkreist man doppelt, Zustände mit Ausgabe 0 umkreist man einfach, um sich die Ausgabe zu sparen.

Als Tupel ist $EA = (Z, z_0, X, f, F)$ mit $F =$ "Menge der Zustände mit Ausgabe 1" ein endlicher Akzeptor.

Endliche Akzeptoren und Sprachen

Karlsruher Institut für Technologie

q_4 ist ein akzeptierender Zustand, d.h. der Akzeptor akzeptiert genau alle $w \in X^*$ die am Ende in q_4 landen.
Mathematisch: $f^*(w) \in F \Leftrightarrow$ *"EA akzeptiert w"*

Die Menge aller Wörter $w \in X^*$ die vom Akzeptor A akzeptiert werden ergibt dabei die Sprache $L(A)$.

Endliche Akzeptoren und Sprachen

Karlsruher Institut für Technologie

1. Welche Sprache akzeptiert der Akzeptor A an der Tafel?
2. Zeichne den Akzeptor B mit $L(B) = \{a\}\{ab\}^*\{b\}$