

Tutorium 17, #7

Max Göckel– uzkns@student.kit.edu

Institut für Theoretische Informatik - Grundbegriffe der Informatik

Kontextfreie Grammatiken sind ein Viertupel $G = (N, T, S, P)$ mit:

- N : Das Alphabet der Nonterminalsymbole
- T : Das Alphabet der Terminalsymbole
- S : dem Startsymbol (mit $S \in N$)
- P : einer (endlichen) Menge an Produktionen

Beispiel-Viertupel:

- $G = (\{X, Y\}, \{a, b, c\}, X, P_1)$
- $P_1 = (X \rightarrow aX|bY, Y \rightarrow c)$

Beispiel-Viertupel:

- $G = (\{X, Y\}, \{a, b, c\}, X, P_1)$
- $P_1 = (X \rightarrow aX \mid bY, Y \rightarrow c)$

Eine mögliche Ableitung ist dann:

$X \Rightarrow aX \Rightarrow aaX \Rightarrow aabY \Rightarrow aabc$

oder:

$X \Rightarrow bY \Rightarrow bc$

Einzelne Ableitung:

■ \Rightarrow

Ableitung mit n Schritten:

■ \Rightarrow^n

Ableitung mit bel. Schritten:

■ \Rightarrow^*

Die Sprache $L(G)$ der Grammatik G ist die Menge aller Wörter die mit G abgeleitet werden können und die nur Terminalsymbole enthalten.

Die Sprache $L(G)$ der Grammatik G ist die Menge aller Wörter die mit G abgeleitet werden können und die nur Terminalsymbole enthalten.

Im vorigen Beispiel ist $L(G) = \{ \{a\}^+ \{b\}^+ c \}$

Gibt es eine kontextfreie Grammatik mit $L(G) = \emptyset$? Wie sieht sie aus?

Gibt es eine kontextfreie Grammatik mit $L(G) = \emptyset$? Wie sieht sie aus?

Ja, und zwar $G_{\emptyset} = (\{X\}, \{q\}, X, \{X \rightarrow X\})$.

G_{\emptyset} produziert nie ein Wort ohne Nonterminalsymbole.

Kontextfreie Grammatiken: Ableitungsbäume

Zu einer Grammatik G kann man die Ableitungen zu einem Wort $w \in L(G)$ auch als einen Ableitungsbaum schreiben.
Dieser stellt die Schritte grafisch dar und hilft bei der Darstellung einer Grammatik.

Sei $G_1 = \{\{X, Y\}, \{a, b, c\}, X, P_2\}$
 $P_2 = \{X \rightarrow aXa|bXb|Y, Y \rightarrow cY|\epsilon\}$

Ist $abccba \in L(G)$? Zeige es mit den Ableitungen und dem Ableitungsbaum.

Sei $G_2 = \{\{S, U, X, Q\}, \{a\}, S, P_3\}$
 $P_3 = \{$
 $S \rightarrow aU|aXa|Qaa,$
 $U \rightarrow aaU|\epsilon,$
 $X \rightarrow Qaaa|a,$
 $Q \rightarrow aXa|a\}$

Leitet a^7 ab.

Sei $G = \{\{X, Y\}, \{a, b, c\}, X, P_2\}$
 $P_2 = \{X \rightarrow aXa|bXb|Y, Y \rightarrow cY|c\}$

Ist $abccba \in L(G)$? Zeige es mit den Ableitungen und dem Ableitungsbaum.

$abccba$ ist in $L(G)$, da es durch

$X \Rightarrow aXa \Rightarrow abXba \Rightarrow abYba \Rightarrow abcYba \Rightarrow abccba$ abgeleitet werden kann.

Sei $G_2 = \{\{S, U, X, Q\}, \{a\}, S, P_3\}$

$P_3 = \{S \rightarrow aU|aXa|Qaa, U \rightarrow aaU|\epsilon, X \rightarrow Qaaa|a, Q \rightarrow aXa|a\}$
Leitet a^7 ab.

$S \Rightarrow aU \Rightarrow aaaU \Rightarrow aaaaaU \Rightarrow aaaaaaaU \Rightarrow aaaaaaaa$

Wir kennen bereits:

Relation $R \subseteq A \times B$, also enthält R Tupel aus der Menge $A \times B$.
Im Fall $R \subseteq A \times A$ heißt R "*Relation auf A* ".

Relationen haben 4 Eigenschaften:

- Linkstotal
- Rechtstotal
- Linkseindeutig
- Rechtseindeutig

Die Identität über einer Menge M ist die Relation I_M oder auch die Identität.

Die Identität ist die Abbildung $f(x) = x$ als Relation formuliert, sie ändert nichts an der Menge, dazu ist sie das neutrale element der Verkettung (\circ)

Formal: $I_M = \{(x, x) | x \in M\}$

Seien $R \subseteq M_1 \times M_2$, $S \subseteq M_2 \times M_3$ zwei Relationen.

Produkt von Relationen:

$$S \circ R = \{(x, z) \in M_1 \times M_3 \mid \exists y \in M_2 : (x, y) \in R \wedge (y, z) \in S\}$$

Potenz einer Relation:

$$R^n = R \circ R \circ \dots \circ R, n \in \mathbb{N}_0\text{-mal}$$

$$R^0 = I_M, \text{ die Identität}$$

R^* ist die reflexiv-transitive Hülle von R

Zu den schon bekannten Eigenschaften gibt es noch 3 neue Eigenschaften von Relationen:

- reflexiv: R ist reflexiv $\Leftrightarrow I_M \subseteq R$
- symmetrisch: R ist symm. $\Leftrightarrow \forall (x, y) \in R : (y, x) \in R$
- transitiv: R ist transitiv $\Leftrightarrow \forall (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \rightarrow (x, z) \in R$

Welche Eigenschaften haben die Relationen?

	$x = y$	$x \leq y$	$x < y$	$x \neq y$
reflexiv				
symmetrisch				
transitiv				

Welche Eigenschaften haben die Relationen?

	$x = y$	$x \leq y$	$x < y$	$x \neq y$
reflexiv	✓	✓	x	x
symmetrisch	✓	x	x	✓
transitiv	✓	✓	✓	x