

# **Дисперсионный анализ, часть 5**

Математические методы в зоологии - на R, осень 2013

Марина Варфоломеева  
Каф. Зоологии беспозвоночных, СПбГУ

## Дисперсионный анализ

- Модели с повторными измерениями

## Вы сможете

- Рассказать, как межиндивидуальные различия могут влиять на выявление эффектов других факторов
- Анализировать модели с повторными измерениями с одним или несколькими факторами

## Исходные данные для дисперсионного анализа с повторными измерениями

выглядят так

СУБЪЕКТ	ОБРАБОТКА
1	A
1	B
1	C
2	A
2	B
2	C
3	A
3	B
3	C
И т.д.	

- Один и тот же объект в нескольких вариантах обработки

или так

СУБЪЕКТ	ВРЕМЯ
1	T1
1	T2
1	T3
2	T1
2	T2
2	T3
3	T1
3	T2
3	T3
И т.д.	

- Один и тот же объект несколько раз подвергается тому же воздействию

## Один и тот же объект в нескольких вариантах обработки

выглядят так

СУБЪЕКТ	ОБРАБОТКА
1	A
1	B
1	C
2	A
2	B
2	C
3	A
3	B
3	C
И т.д.	

• 20 улиток

- При 3 значениях температуры измерили скорость каждой из 20
- Температуры чередуются в случайном порядке

**Один и тот же объект несколько раз подвергается тому же воздействию**

СУБЪЕКТ	ВРЕМЯ
1	T1
1	T2
1	T3
2	T1
2	T2
2	T3
3	T1
3	T2
3	T3
И т.д.	

- 20 улиток
  - Одно значение температуры
  - Скорость каждой улитки измеряли через 1, 3, 6 часов после начала экспозиции

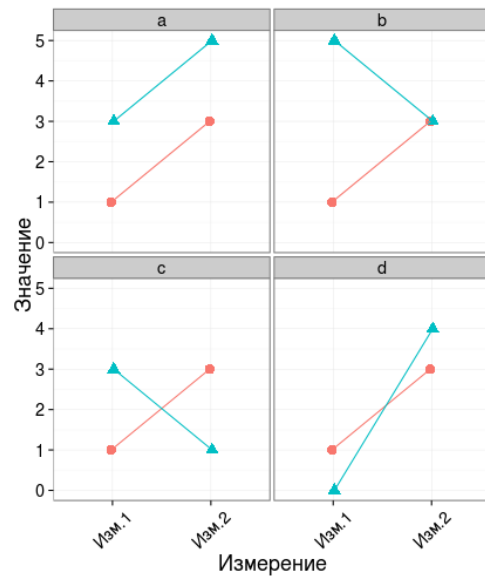
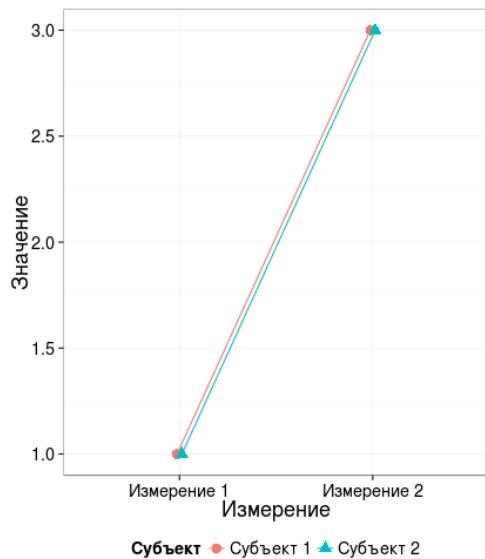
## Мы не можем учитывать только один фактор

СУБЪЕКТ	ОБРАБОТКА / ВРЕМЯ
1	A
1	B
1	C
2	A
2	B
2	C
3	A
3	B
3	C
И т.д.	

Нужно учитывать индивидуальные различия субъектов: все реагируют по-разному, есть у каждого свой "базовый" уровень.

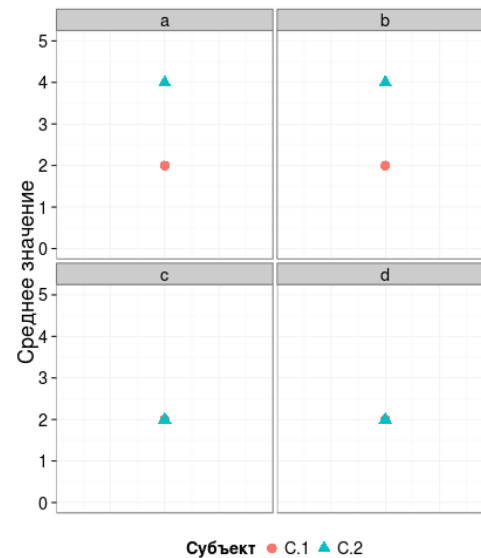
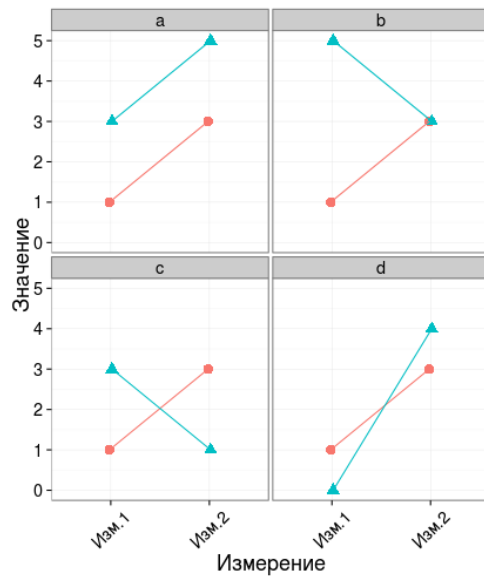
## Как могут выглядеть межиндивидуальные различия?

- Полностью одинаковые субъекты
- Межиндивидуальные различия





Где различия измерений замаскированы межиндивидуальными различиями?



## А теперь немного посчитаем

```
library(XLConnect)
# library(car)
library(ez)
library(plyr)
library(reshape2)
library(gridExtra)
library(ggplot2)
theme_set(theme_bw() + theme(legend.key = element_blank()))
update_geom_defaults("point", list(shape = 19))
```

## Пожары в Австралийском буше

Вот что бывает после большого пожара



Чтобы больших пожаров не было, устраивают превентивные пожары



## Пример: Последствия превентивных пожаров для лягушек

Меняется ли число песен самцов лягушек в местах, где прошел пожар? (Driscoll Roberts 1997)

```
frogs <- readWorksheetFromFile(file="./data/frogs.xlsx",  
                               sheet = 1)  
head(frogs)
```

```
##      BLOCK YEAR CALLS  
## 1  logging  Y1      4  
## 2   angove  Y1    -10  
## 3 newpipe  Y1    -15  
## 4 oldquinE Y1    -14  
## 5 newquinW Y1     -4  
## 6 newquinE Y1      0
```

Зависимая переменная - разница числа лягушачих песен в горевшем и негоревшем месте

- 6 территорий водосбора (на каждой горевшее и не горевшее места)
- 3 года наблюдений (1992 - до пожара, 1993 и 1994 - после пожара)

Проверяли  $H_0$  о том, что разность числа лягушачих песен между горевшими и негоревшими местами не будет различаться по годам.

## Альтернативное представление данных - широкий формат

Каждая строка - один экспериментальный объект

```
# Данные в широком формате получаем из исходных
wfrogs <- dcast(data=frogs, BLOCK~YEAR, value.var="CALLS")
wfrogs
```

```
##      BLOCK Y1  Y2 Y3
## 1  angove -10 -1  8
## 2  logging  4 17 18
## 3  newpipe -15 -10 1
## 4  newquinE  0  5  1
## 5  newquinW -4  6  0
## 6  oldquinE -14 -11 -2
```

- Способ лучше представить данные
- Для проверки условий применимости (сложная симметрия)
- Могут пригодятся для альтернативных вариантов подсчета дисперсионного анализа с повторными измерениями (Anova() из пакета car)

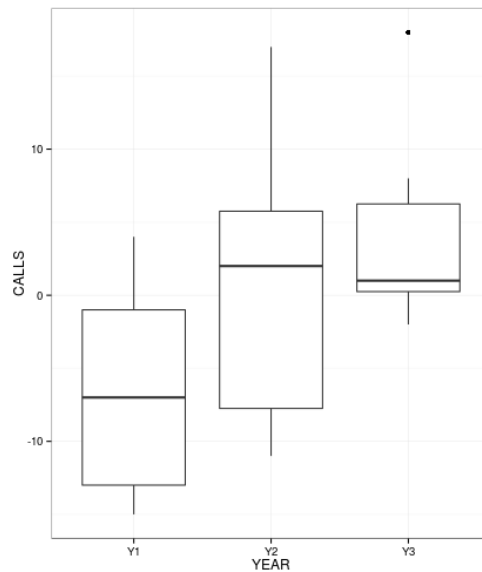
## Превращаем в факторы год и блок

```
frogs$YEAR <- factor(frogs$YEAR, labels = c("Y1", "Y2", "Y3"))
frogs$BLOCK <- factor(frogs$BLOCK)
str(frogs)
```

```
## 'data.frame':   18 obs. of  3 variables:
## $ BLOCK: Factor w/ 6 levels "angove","logging",...: 2 1 3 6 5 4 2 1 3 6 ...
## $ YEAR : Factor w/ 3 levels "Y1","Y2","Y3": 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 ...
## $ CALLS: num  4 -10 -15 -14 -4 0 17 -1 -10 -11 ...
```

## Боксплоты разницы числа лягушачих песен

```
ggplot(data = frogs, aes(x = YEAR, y = CALLS)) + geom_boxplot()
```

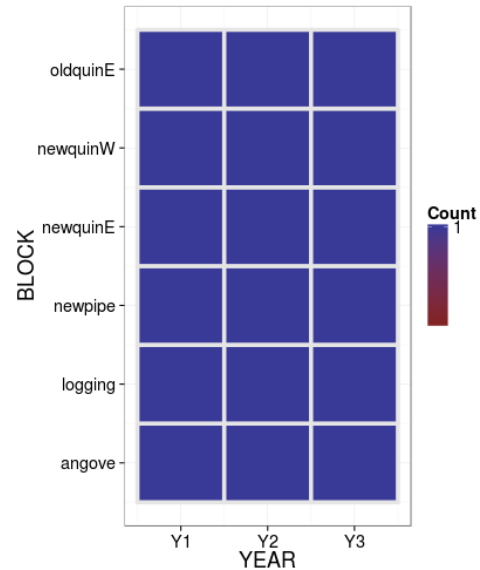


## Сбалансированный ли дизайн?

```
table(frogs$BLOCK, frogs$YEAR)
```

```
##  
##           Y1 Y2 Y3  
##   angove    1  1  1  
##   logging   1  1  1  
##   newpipe    1  1  1  
##   newquinE   1  1  1  
##   newquinW   1  1  1  
##   oldquinE   1  1  1
```

```
ezDesign(frogs, x = YEAR, y = BLOCK)
```



16/48



## Подбираем линейную модель при помощи ezANOVA

```
(res <- ezANOVA(frogs, dv=.(CALLS), wid=.(BLOCK), within=.(YEAR), detailed = TRUE))
```

```
## $ANOVA
##      Effect DFn DFd   SSn SSd      F      p p<.05    ges
## 1 (Intercept)   1   5    2.72 956 0.0142 0.90965    0.00237
## 2      YEAR     2  10 369.44 191 9.6601 0.00461      * 0.24365
##
## $`Mauchly's Test for Sphericity`
##      Effect      W      p p<.05
## 2      YEAR 0.596 0.355
##
## $`Sphericity Corrections`
##      Effect  GGe  p[GG] p[GG]<.05  HFe  p[HF] p[HF]<.05
## 2      YEAR 0.712 0.0125      * 0.915 0.00617      *
```

## Визуализируем эффект

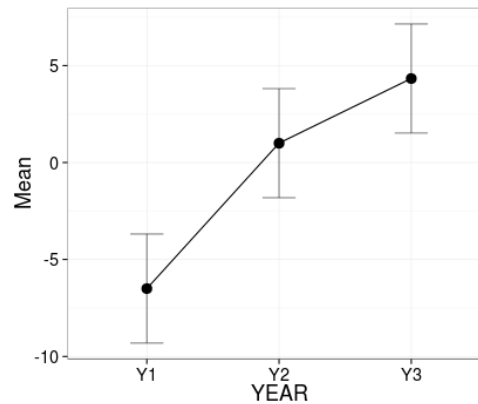
Таблица со средними значениями

```
ezStats(data = frogs, dv=.(CALLS),  
        wid=.(BLOCK), within=.(YEAR))
```

##	YEAR	N	Mean	SD	FLSD
## 1	Y1	6	-6.50	7.74	5.63
## 2	Y2	6	1.00	10.64	5.63
## 3	Y3	6	4.33	7.50	5.63

График различий между годами

```
ezPlot(data = frogs, dv=.(CALLS),  
        wid=.(BLOCK), within=.(YEAR),  
        x = YEAR)
```



## Степени свободы и F критерий

Если А - фиксированный, В - случайный

ИСТОЧНИК ИЗМЕНЧИВОСТИ	$DF$	$F$
А - межсубъектный фактор	$(n_{between} - 1)$	$MS_A/MS_B$
Фактор с повторными измерениями (B'(A))	$(n_{subj.} - 1)$	$MS_B/MS_e$
Остаточная	$(n_{between} - 1)(n_{within} - 1)$	

## Что должно быть в таблице результатов ?

- Столбцы:
  - df
  - SS
  - MS
  - F
  - p
- Строки:
  - A - межсубъектный фактор
  - B'(A) - Фактор с повторными измерениями (не обязательно, если нет взаимодействия A:B'(A))
  - Остаточная

## Что есть что в таблице результатов?

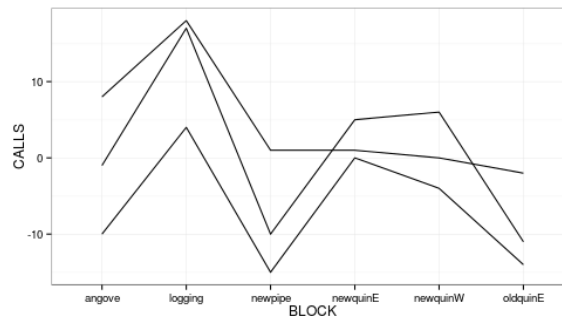
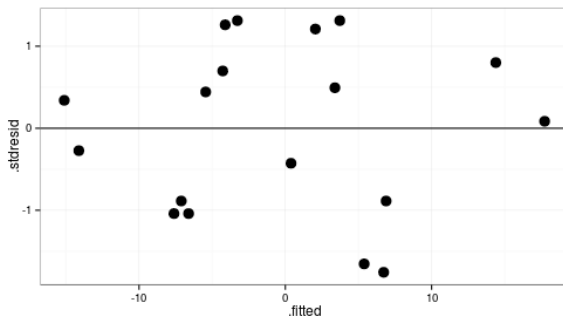
res\$ANOVA									
##	Effect	DFn	DFd	SSn	SSd	F	p	p<.05	ges
## 1	(Intercept)	1	5	2.72	956	0.0142	0.90965		0.00237
## 2	YEAR	2	10	369.44	191	9.6601	0.00461	*	0.24365
EFFECT	DF <sub>n</sub>	DF <sub>d</sub>	SS <sub>n</sub>	SS <sub>d</sub>	F	p		p < 0.05	GES
(Intercept)		df <sub>BLOCK</sub>		SS <sub>BLOCK</sub>					
YEAR		df <sub>YEAR</sub>	df <sub>e</sub>	SS <sub>YEAR</sub>	SS <sub>e</sub>	F = $\frac{SS_{YEAR}/df_{YEAR}}{SS_e/df_e} = MS_{YEAR}/MS_e$			

Влияние блока можем посчитать сами  
тестировать эффект блока можно только если нет взаимодействия с годом

$$F = \frac{SS_{BLOCK}/df_{BLOCK}}{SS_e/df_e} = MS_{BLOCK}/MS_e$$

## Есть ли данные в пользу взаимодействия BLOCK и YEAR?

```
mod <- lm(CALLS ~ BLOCK + YEAR, frogs)
df <- fortify(mod)
p1 <- ggplot(df, aes(x = .fitted, y = .stdresid)) + geom_point() + geom_hline()
p2 <- ggplot(frogs, aes(x = BLOCK, y = CALLS, group = YEAR)) +
  geom_line(stat = "summary", fun.y = "mean")
grid.arrange(p1, p2, ncol = 2)
```



• Нет:

- нет паттернов на графике остатков

22/48

но видно взаимодействие из графика (линии более менее параллельны)

EFFECT	$DF_n$	$DF_d$	$SS_n$	$SS_d$	$F$	$p$	$p < 0.05$	GES
(Intercept)		$df_{BLOCK}$		$SS_{BLOCK}$				
YEAR	$df_{YEAR}$	$df_e$	$SS_{YEAR}$	$SS_e$	$F = \frac{SS_{YEAR}/df_{YEAR}}{SS_e/df_e} = MS_{YEAR}/MS_e$			

```
res$ANOVA
```

```
##      Effect DFn DFd   SSn SSd    F    p p<.05    ges
## 1 (Intercept)   1   5   2.72 956 0.0142 0.90965 0.00237
## 2      YEAR    2  10 369.44 191 9.6601 0.00461    * 0.24365
```

$$F = \frac{SS_{BLOCK}/df_{BLOCK}}{SS_e/df_e} = MS_{BLOCK}/MS_e$$

```
SS_block <- res$ANOVA$SSd[1]
df_block <- res$ANOVA$DFd[1]
MS_block <- SS_block/df_block
SS_e <- res$ANOVA$SSd[2]
df_e <- res$ANOVA$DFd[2]
MS_e <- SS_e/df_e
F_block <- MS_block/MS_e
```

```
p_block <- 1 - pf(F_block, df_block, df_e)
signif <- p_block <= 0.05
cat("F =", F_block, ", p =", p_block)
```

```
## F = 9.99 , p = 0.00121
```

**Тестируем дополнительные условия  
применимости для анализа с  
повторными измерениями**



## Сложная симметрия

дисперсии значений в тритментах равны и ковариации равны  
т.е. включает в себя гомогенность дисперсий

```
var(wfrogs[, -1])
```

```
##      Y1      Y2      Y3  
## Y1 59.9  79.4  34.8  
## Y2 79.4 113.2  57.8  
## Y3 34.8  57.8  56.3
```

- нет сложной симметрии

## Сферичность

Дисперсии разностей между тритментами должны быть равны

```
sph <- data.frame(call12 = wfrogs[, 2] - wfrogs[, 3],  
                  call13 = wfrogs[, 4] - wfrogs[, 2],  
                  call23 = wfrogs[, 4] - wfrogs[, 3])  
sph # разности между группами
```

```
##   call12 call13 call23  
## 1     -9     18      9  
## 2    -13     14      1  
## 3     -5     16     11  
## 4     -5      1     -4  
## 5    -10      4     -6  
## 6     -3     12      9
```

```
colwise(var)(sph) # подозрительно, может, и нет сферичности
```

```
##   call12 call13 call23  
## 1   14.3   46.6   53.9
```

## Что у нас со сферичностью?

Тест Мокли (Mauchly) на сферичность

```
res$"Mauchly's Test for Sphericity"
```

```
## Effect      W      p p< .05  
## 2    YEAR 0.596 0.355
```

Формальный тест говорит, что скорее всего сферичность есть.

Но говорят, что лучше проводить поправку все равно,

т.к. тест Мокли чувствителен к отклонением от нормальности

## Поправки на сферичность

$\epsilon$  - степень отклонения от сферичности (нет сферичности  $\epsilon = 1$ )

Поправка в значения  $df$

$$df_{factor\ adj.} = df_{factor\ unadj.} \hat{\epsilon}$$

$$df_e\ adj. = df_e\ unadj. \hat{\epsilon}$$

- Поправка Гринхауса-Гейсера (Greenhouse Geisser 1959)
  - Если  $\hat{\epsilon} < 0.75$  (если больше, то очень консервативный результат)
- Поправка Хюйна-Фельдта (Huynh, Feldt, 1976, Lecoutre, 1991)
  - Если  $\hat{\epsilon} > 0.75$  (либеральнее, чем Гринхауса-Гейсера)

## Какую поправку применить?

```
res$"Sphericity Corrections"
```

```
## Effect GGe p[GG] p[GG]<.05 HFe p[HF] p[HF]<.05  
## 2 YEAR 0.712 0.0125 * 0.915 0.00617 *
```

- $\hat{\epsilon}$  близко к 0.75, поэтому лучше поправку Хьюна-Фельдта

**Более сложный дизайн**

## Пример: гипоксия у жаб

Реакция на гипоксию у жабы-аги (Mullens, 1993)

Зависимая переменная - частота  
буккального дыхания

- Для каждой жабы - 8 уровней концентрации кислорода (0, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50%)

Это фактор с повторными измерениями  
(= "внутрисубъектный", "within subjects")

- У разных жаб 2 типа дыхания  
(буккальное, легочное)

Это обычный фактор (= "межсубъектный", "between subjects")

Проверяли  $H_0$  о том, что частота  
дыхательных движений не будет отличаться  
в зависимости от типа дыхания и от  
концентрации кислорода.

Данные из Quinn, Keough, 2002, рис. upload.wikimedia.org



```
toads <- read.table("../data/mullens.csv",  
                    header = TRUE, sep = ",")  
head(toads)
```

##	TOAD	BRTH.TYP	O2LEVEL	FREQBUC	SFREQBUC
## 1	a	lung	0	10.6	3.26
## 2	a	lung	5	18.8	4.34
## 3	a	lung	10	17.4	4.17
## 4	a	lung	15	16.6	4.07
## 5	a	lung	20	9.4	3.48
## 6	a	lung	30	11.4	3.38

## Переименовываем переменные и делаем факторы факторами

```
names(toads)[2:3] <- c("BRTH", "02")
toads$02 <- factor(toads$02)
toads$TOAD <- factor(toads$TOAD)
toads$BRTH <- factor(toads$BRTH)
str(toads)
```

```
## 'data.frame':   168 obs. of  5 variables:
## $ TOAD      : Factor w/ 21 levels "a","b","c","d",...: 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 ...
## $ BRTH      : Factor w/ 2 levels "buccal","lung": 2 2 2 2 2 2 2 2 1 1 ...
## $ 02        : Factor w/ 8 levels "0","5","10","15",...: 1 2 3 4 5 6 7 8 1 2 ...
## $ FREQBUC   : num  10.6 18.8 17.4 16.6 9.4 11.4 2.8 4.4 21.6 17.4 ...
## $ SFREQBUC  : num  3.26 4.34 4.17 4.07 3.07 ...
```



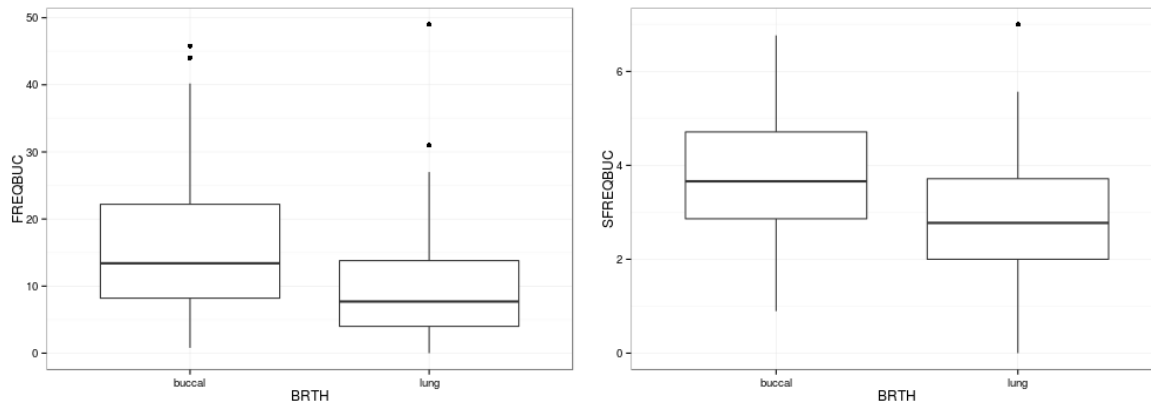
## Данные в широком формате получаем из исходных

```
wtoads <- dcast(data=toads, TOAD + BRTH ~ 02, value.var="FREQBUC")
wtoads
```

```
##   TOAD  BRTH    0    5   10   15   20   30   40   50
## 1    a   lung 10.6 18.8 17.4 16.6  9.4 11.4  2.8  4.4
## 2    b bucca 21.6 17.4 22.4  8.4  3.0  3.8  6.4  3.2
## 3    c   lung  0.0  4.0 18.0 27.0 31.0 25.0 49.0 21.0
## 4    d bucca 38.0 34.8 31.4 28.4 29.2 32.0 12.8 22.2
## 5    e bucca 30.0 21.4  9.6 17.4 18.0 14.4  0.8  3.0
## 6    f bucca 20.0 22.4 14.4 17.2  6.4  2.8  3.6  4.0
## 7    g bucca 45.8 37.4 38.0 32.6 23.6 39.0 14.4 11.0
## 8    h   lung  2.4  6.6  8.4  4.2 11.4  7.8  4.8  5.8
## 9    i bucca 12.6  9.8 13.4  9.4  8.6  7.6  4.2  3.6
## 10   j   lung  3.0  4.0  5.6  9.2  6.2  4.0  2.8  2.8
## 11   k bucca  8.4  7.6 15.8  5.2  3.0  4.2  3.4  2.4
## 12   l bucca 12.6 22.2 13.8  9.6  9.4  8.8  5.8  5.2
## 13   m bucca 37.4 35.8 31.4 22.6 22.0 21.2 16.8 12.2
## 14   n bucca 31.6 21.4  9.8 10.4 11.4 17.4 12.2  2.8
## 15   o bucca 28.0 15.0 22.2 16.8 13.4  9.6  9.8  6.4
## 16   p bucca 31.4 44.0 24.0 40.2  9.2 13.4  9.8  9.0
## 17   q   lung  0.0  0.0  0.0  0.0  9.8  7.6  7.4  4.8
## 18   r bucca 16.6 17.2 16.2 14.6  8.4  6.6  4.8  5.2
## 19   s   lung 13.8 14.8 18.2 12.0 14.2  9.6  8.6  7.8
## 20   t   lung  4.6 17.6 22.4  8.4  4.4  3.8  6.4  3.8
```

## Что лучше использовать - частоту буккального дыхания или корень из нее?

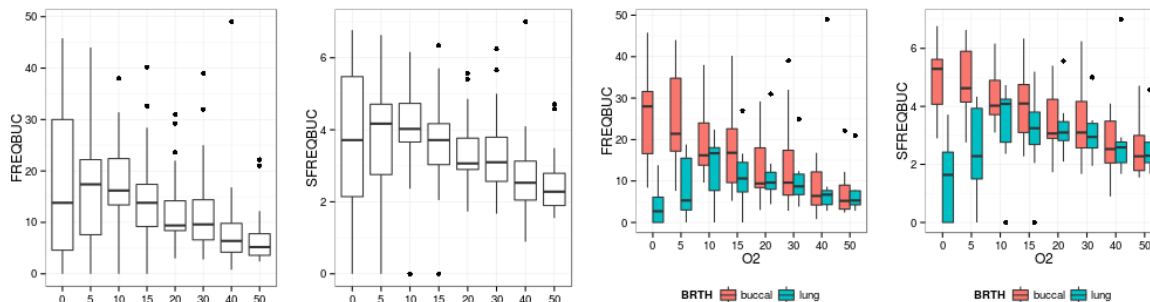
```
p <- ggplot(data = toads, aes(x = BIRTH, y = FREQBUC)) + geom_boxplot()  
grid.arrange(p, p %+% aes(y = SFREQBUC), ncol = 2)
```



Частота дыхательных движений при разном типе дыхания

## Что лучше использовать - частоту буккального дыхания или корень из нее?

```
grid.arrange(p %>% aes(x = O2, y = FREQBUC),  
             p %>% aes(x = O2, y = SFREQBUC),  
             p %>% aes(x = O2, y = FREQBUC, fill = BRTH) +  
               theme(legend.position = "bottom"),  
             p %>% aes(x = O2, y = SFREQBUC, fill = BRTH) +  
               theme(legend.position = "bottom"),  
             ncol = 4)
```



Частота дыхательных движений в зависимости от концентрации кислорода. Слева - без

## Сбалансированный ли здесь дизайн?

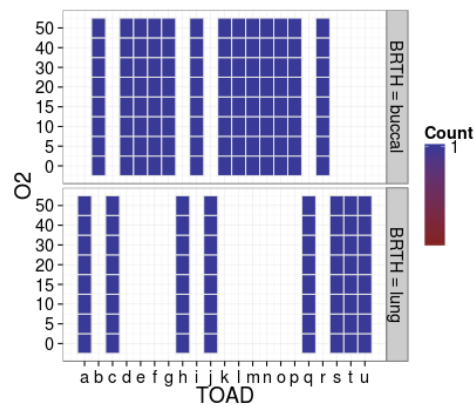
```
table(toads$BRTN, toads$O2)
```

```
##
##           0  5 10 15 20 30 40 50
##  buccal 13 13 13 13 13 13 13 13
##  lung    8  8  8  8  8  8  8  8
```

```
table(toads$TOAD, toads$O2)
```

```
##
##      0  5 10 15 20 30 40 50
##  a 1 1 1 1 1 1 1 1
##  b 1 1 1 1 1 1 1 1
##  c 1 1 1 1 1 1 1 1
##  d 1 1 1 1 1 1 1 1
##  e 1 1 1 1 1 1 1 1
##  f 1 1 1 1 1 1 1 1
##  g 1 1 1 1 1 1 1 1
##  h 1 1 1 1 1 1 1 1
##  i 1 1 1 1 1 1 1 1
##  j 1 1 1 1 1 1 1 1
##  k 1 1 1 1 1 1 1 1
##  l 1 1 1 1 1 1 1 1
```

```
ezDesign(toads, x = TOAD, y = O2, row = BRTN)
# ezPrecis(toads)
```



- Несбалансированный дизайн - нужно выбрать тип сумм квадратов (например, III)

## Дисперсионный анализ

```
rest <- ezANOVA(toads, dv=.(SFREQBUC), wid=.(TOAD), within=.(02),  
               between=.(BRTH), detailed = TRUE, type=3)
```

```
## Warning: Data is unbalanced (unequal N per group). Make sure you specified a  
## well-considered value for the type argument to ezANOVA().
```

```
rest
```

```
## $ANOVA  
##      Effect DFn DFd    SSn SSd      F      p p<.05    ges  
## 1 (Intercept)   1  19 1695.1 132 244.68 2.63e-12    * 0.880  
## 2      BRTH     1  19   39.9 132   5.76 2.68e-02    * 0.147  
## 3         02     7  133   25.7 100   4.88 6.26e-05    * 0.100  
## 4    BRTH:02     7  133   56.4 100  10.69 1.23e-10    * 0.196  
##  
## $`Mauchly's Test for Sphericity`  
##      Effect      W      p p<.05  
## 3         02 0.0138 0.0000134    *  
## 4    BRTH:02 0.0138 0.0000134    *  
##  
## $`Sphericity Corrections`  
##      Effect   GGe      p[GG] p[GG]<.05   HFe      p[HF] p[HF]<.05  
## 3         02 0.428 0.0043333    * 0.517 0.00220836    *
```

## Статистика по эффектам

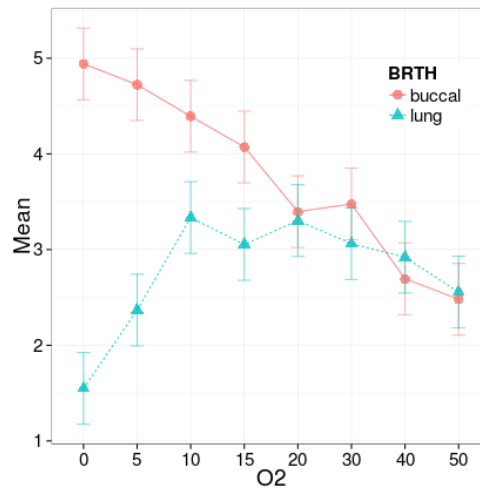
```
ezStats(toads, dv=(SFREQBUC), wid=(TOAD), within=(O2),  
        between=(BRTH), type = 3)
```

```
## Warning: Data is unbalanced (unequal N per group). Make sure you specified a well-considered  
## Warning: Unbalanced groups. Mean N will be used in computation of FLSD
```

```
##      BRTH O2  N Mean    SD  FLSD  
## 1 buccal  0 13 4.94 1.177 0.749  
## 2 buccal  5 13 4.72 1.167 0.749  
## 3 buccal 10 13 4.39 0.978 0.749  
## 4 buccal 15 13 4.07 1.198 0.749  
## 5 buccal 20 13 3.40 1.141 0.749  
## 6 buccal 30 13 3.48 1.405 0.749  
## 7 buccal 40 13 2.70 0.929 0.749  
## 8 buccal 50 13 2.48 0.921 0.749  
## 9  lung  0  8 1.55 1.473 0.749  
## 10 lung  5  8 2.37 1.729 0.749  
## 11 lung 10  8 3.33 1.560 0.749  
## 12 lung 15  8 3.05 1.540 0.749  
## 13 lung 20  8 3.30 1.048 0.749  
## 14 lung 30  8 3.06 0.971 0.749  
## 15 lung 40  8 2.92 1.714 0.749  
## 16 lung 50  8 2.56 0.904 0.749
```

## График эффектов ("interaction plot")

```
ezPlot(toads, dv=. (SFREQBUC), wid=. (TOAD), within=. (O2),  
  between=. (BRTH), type = 3,  
  x = O2, split = BRTH) +  
  theme(legend.position = c(0.85, 0.80), legend.key = element_blank())
```



## Проверяем сложную симметрию

```
var(wstoads[, -c(1, 2)])
```

```
##           0           5           10           15           20           30           40           50
## 0  4.439 3.413 1.648 1.664 0.570 0.994 -0.164 0.175
## 5  3.413 3.237 1.628 1.691 0.505 0.823  0.107 0.341
## 10 1.648 1.628 1.703 1.426 0.449 0.755  0.549 0.573
## 15 1.664 1.691 1.426 1.948 0.827 1.092  0.716 0.751
## 20 0.570 0.505 0.449 0.827 1.168 1.200  0.882 0.799
## 30 0.994 0.823 0.755 1.092 1.200 1.556  0.968 0.852
## 40 -0.164 0.107 0.549 0.716 0.882 0.968  1.558 0.874
## 50 0.175 0.341 0.573 0.751 0.799 0.852  0.874 0.796
```

- Дисперсии ок, ковариации - не очень



## Проверяем сферичность при помощи теста Мокли

```
rest$"Mauchly's Test for Sphericity"
```

```
##      Effect      W      p p<. $\theta$ 5  
## 3      02 0.0138 0.0000134      *  
## 4 BRTN:02 0.0138 0.0000134      *
```

- Вот здесь точно все несферично - нужно применять поправку Гринхауса-Гейсера или Хьюна-Фельдта

## Какую поправку применить?

```
rest$'Sphericity Corrections'
```

##	Effect	GGe	p[GG]	p[GG]<.05	HFe	p[HF]	p[HF]<.05
## 3	02	0.428	0.0043333	*	0.517	0.00220836	*
## 4	BRTH:02	0.428	0.0000113	*	0.517	0.00000187	*

- $\hat{\epsilon}_{GG} < 0.75$  - можно применять поправку Гринхауса-Гейсера

## Степени свободы и F критерий

Если А, С - фиксированные, В - случайный

ИСТОЧНИК ИЗМЕНЧИВОСТИ	$DF$	$F$
Межсубъектные факторы:		
А - межсубъектный фактор	$(n_{between} - 1)$	$MS_A / MS_{e_b}$
Остаточная (это В'(А) - фактор с повторными измерениями)	$df_{e_b} = n_{between}(n_{subj} - 1)$	
Внутрисубъектные факторы:		
С	$(n_{within} - 1)$	$MS_C / MS_{e_w}$
А:С	$(n_{between} - 1)(n_{within} - 1)$	$MS_{A:C} / MS_{e_w}$
Остаточная (это С х В'(А))	$df_{e_w} = n_{between}(n_{subj} - 1)(n_{within} - 1)$	43/48

## Что должно быть в таблице результатов ?

- Столбцы:

- df
- SS
- MS
- F
- p

- Строки:

- A - межсубъектный фактор,
- остаточная изменчивость для межсубъектного фактора ( $B'(A)$ ),
- C, C:A - внутрисубъектный фактор и взаимодействие,
- остаточная изменчивость для внутрисубъектного фактора ( $C*B'(A)$ )

## Что есть что в результатах?

```
rest$ANOVA
```

```
##      Effect DFn DFd   SSn SSd    F      p p< .05   ges
## 1 (Intercept)  1  19 1695.1 132 244.68 2.63e-12 * 0.880
## 2      BRTH    1  19  39.9 132   5.76 2.68e-02 * 0.147
## 3         O2    7 133  25.7 100   4.88 6.26e-05 * 0.100
## 4    BRTH:O2    7 133  56.4 100  10.69 1.23e-10 * 0.196
```

EFFECT	$DF_n$	$DF_d$	$SS_n$	$SS_d$	$F$	$p$	$p < 0.05$	GES
--------	--------	--------	--------	--------	-----	-----	------------	-----

(Intercept)

**BRTH**

$$df_{BRTH} \quad df_{e_b} \quad SS_{BRTH} \quad SS_{e_b} \quad F = \frac{SS_{BRTH}/df_{BRTH}}{SS_{e_b}/df_{e_b}} = MS_{BRTH}/MS_{e_b}$$

**O2**

$$df_{O2} \quad df_{e_w} \quad SS_{O2} \quad SS_{e_w} \quad F = \frac{SS_{O2}/df_{O2}}{SS_{e_w}/df_{e_w}} = MS_{O2}/MS_{e_w}$$

**BRTH:O2**

$$df_{BRTH:O2} \quad df_{e_w} \quad SS_{BRTH:O2} \quad SS_{e_w} \quad F = \frac{SS_{BRTH:O2}/df_{BRTH:O2}}{SS_{e_w}/df_{e_w}} = MS_{BRTH:O2}/MS_{e_w}$$

## Недостающее можем посчитать сами

EFFECT	$DF_n$	$DF_d$	$SS_n$	$SS_d$	$F$	$p$	$p < 0.05$	GES
(Intercept)								
BRTH	$df_{BRTH}$	$df_{e\ b}$	$SS_{BRTH}$	$SS_{e\ b}$	$F = \frac{SS_{BRTH}/df_{BRTH}}{SS_{e\ b}/df_{e\ b}} = MS_{BRTH}/MS_{e\ b}$			
O2	$df_{O2}$	$df_{e\ w}$	$SS_{O2}$	$SS_{e\ w}$	$F = \frac{SS_{O2}/df_{O2}}{SS_{e\ w}/df_{e\ w}} = MS_{O2}/MS_{e\ w}$			
BRTH:O2	$df_{BRTH:O2}$	$df_{e\ w}$	$SS_{BRTH:O2}$	$SS_{e\ w}$	$F = \frac{SS_{BRTH:O2}/df_{BRTH:O2}}{SS_{e\ w}/df_{e\ w}} = MS_{BRTH:O2}/MS_{e\ w}$			

$$MS_{e\ b} = \frac{SS_{e\ b}}{df_{e\ b}}$$

$$MS_{e\ w} = \frac{SS_{e\ w}}{df_{e\ w}}$$

## Take home messages

- Межиндивидуальная изменчивость - различие средних значений между субъектами
- Межиндивидуальная изменчивость может маскировать эффекты других факторов (направление изменения значений между измерениями у разных субъектов)

## Дополнительные ресурсы

- Quinn, Keough, 2002
- Logan, 2010
- Sokal, Rohlf, 1995
- Zar, 2010