

說明：請將程式、執行結果與圖形貼到 word 檔上，再上傳至 Moodle 系統。考試期間可以 open book 以及使用電腦與手機查詢資料，但禁止在電腦與手機上使用社交軟體如 line 等，違者以 0 分計。

1. (15 %) 函數  $f_0(x, y) = 0.8 \exp(-(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2) / s_0^2$ ,

$$f_1(x, y) = 1.0 \exp(-(x - x_1)^2 - (y - y_1)^2) / s_1^2,$$

$$f_2(x, y) = -1.4 \exp(-(x - x_2)^2 - (y - y_2)^2) / s_2^2,$$

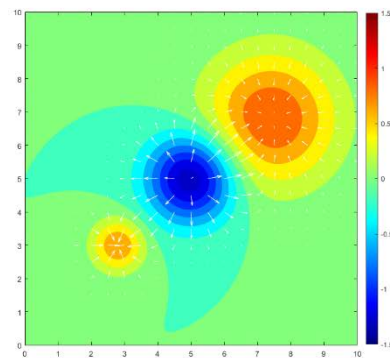
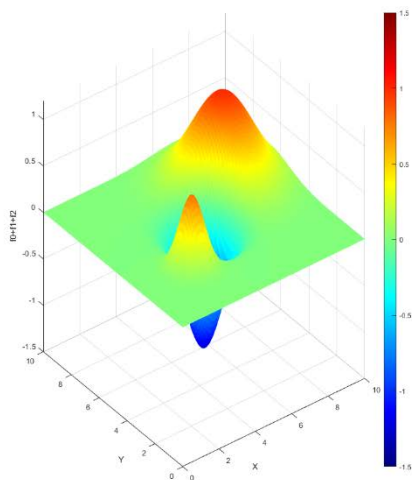
$0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10$ ;  $x_0 = 2.8, y_0 = 3.0, s_0 = 0.8$ ;  $x_1 = 7.4, y_1 = 6.8, s_1 = 2.0$ ;  
 $x_2 = 5.0, y_2 = 5.0, s_2 = 1.3$ ;

請用左、右子圖分別畫出：

- (a) (左圖) 用 surf() 三維繪圖指令畫出函數  $f_0(x, y) + f_1(x, y) + f_2(x, y)$  圖形，圖中格網線要移除，x、y、z 軸都要加格線並分別標示為 X, Y 與  $f_0+f_1+f_2$ ，且 x, y 軸的範圍為 0~10，z 軸的範圍為 -1.5~1.2；並要加上顏色對應圖 (colorbar, 上、下限為 1.5, -1.5; colormap 使用 jet 顏色圖)。
- (b) (右圖) 以二維等高線指令 contourf 畫出等高線(contour)圖；同時，在此圖上再套疊函數  $f_0(x, y) + f_1(x, y) + f_2(x, y)$  之梯度向量 (提示：使用 gradient 與 quiver 函數)，且沿著 x 與 y 方向只要各畫 20 個向量。圖中軸的標示、範圍以及 colormap、colorbar 都與(a)相同。

答：

```
1 - x = 0.0:0.1:10 ;
2 - y = 0.0:0.1:10 ;
3 - x0 = 2.8 ; y0 = 3.0 ; s0 = 0.8 ;
4 - x1 = 7.4 ; y1 = 6.8 ; s1 = 2.0 ;
5 - x2 = 5.0 ; y2 = 5.0 ; s2 = 1.3 ;
6 - [X,Y] = meshgrid(x,y) ;
7 - Z1 = 0.8*exp(-(X-x0).^2-(Y-y0).^2)/s0^2) ;
8 - Z2 = 1.0*exp(-(X-x1).^2-(Y-y1).^2)/s1^2) ;
9 - Z3 = -1.4*exp(-(X-x2).^2-(Y-y2).^2)/s2^2) ;
10 - [DX, DY]=gradient(Z1+Z2+Z3);
11 - subplot(1,2,1)
12 - h = surf(X,Y,Z1+Z2+Z3)
13 - grid on
14 - xlabel('X'), ylabel('Y'), zlabel('f0+f1+f2')
15 - xlim([0 10]), ylim([0 10]), zlim([-1.5 1.2])
16 - %set(h,'FaceColor','interp','EdgeColor','none')
17 - set(h,'EdgeColor','none')
18 - colormap jet
19 - colorbar
20 - caxis([-1.5 1.5])
21 - subplot(1,2,2)
22 - grid on
23 - contourf(X,Y,Z1+Z2+Z3,'LineColor','none')
24 - axis equal
25 - xlim([0 10]), ylim([0 10])
26 - colormap jet
27 - colorbar
28 - caxis([-1.5 1.5])
29 - hold on
30 - h = quiver(X(1:5:end,1:5:end), Y(1:5:end,1:5:end), ...
31 - DX(1:5:end,1:5:end), DY(1:5:end,1:5:end),'Color','w','LineWidth',1)
32 - %set(h,'MaxHeadSize',5)
33 - hold off
```



2. (15 %) 函數  $f(x) = \log(x) - (x/1000)^2 + 0.08x - 0.2$ ，請撰寫一個程式計算  $x$

從 100 ~ 10100 的函數值的總和  $\sum_{x=100 \sim 10100} f(x)$

請分別用 for 迴圈與向量優化方法計算，並以計時指令 tic 與 toc 比較兩種方法執行 1000 次後的平均時間。提示：Matlab 的求和函數 sum 為向量優化函數，每次重新執行前須先將變數清除。

答：

```
1 - maxCount = 1000;
2 - tic;
3 - for jj = 1:maxCount
4 -     clear f1 sum1
5 -     sum1 = 0.0 ;
6 -     f1 = zeros(1,10001) ;
7 -     for ii = 100:10100
8 -         f1(1,ii-99) = log(ii)-(ii/1000.0)^2+0.08*ii-0.2 ;
9 -     end
10 -    for kk = 1:10001
11 -        sum1 = sum1 + f1(kk) ;
12 -    end
13 - end
14 - average1 = (toc)/maxCount;
15 - %
16 - tic ;
17 - for jj = 1:maxCount
18 -     clear f2 sum2
19 -     ii = 100:10100 ;
20 -     f2 = log(ii)-(ii/1000.0).^2+0.08*ii-0.2 ;
21 -     sum2 = sum(f2) ;
22 - end
23 - average2 = (toc)/maxCount;
24 - fprintf('For loop method:      %f\n',average1)
25 - fprintf('Vectorization method: %f\n',average2)
```

```
>> t2_2
For loop method:      0.000386
Vectorization method: 0.000122
```

3. (15%) 蒙地卡羅法可以用來計算一個區域的面積，具體作法為選取足夠多的隨機亂數點，再計算落入區域內的點數與全體亂數點的比值，即可得到區域的面積。請撰寫一個程式使用蒙地卡羅法，在  $0 \leq x, y \leq 1$  的範圍內計算以下區域的面積：

$$4(2x - 1)^4 + 8(2y - 1)^8 < 1 + 2(2y - 1)^3(3x - 2)^2.$$

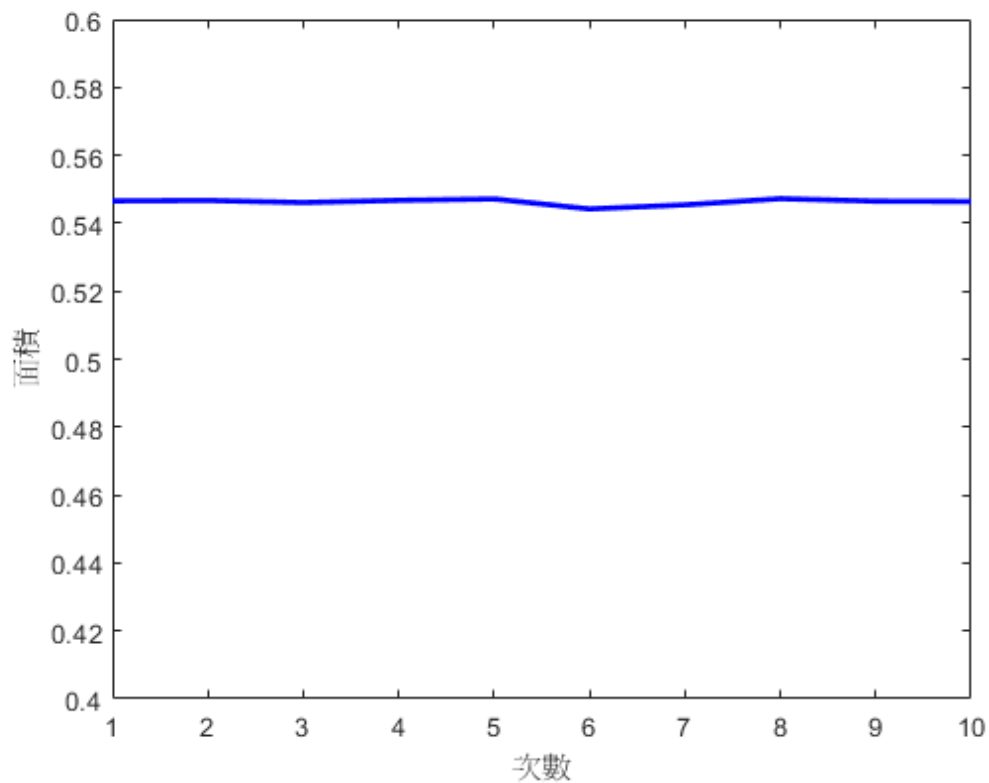
請用 100000 個隨機亂數帶入，求取此區域的面積，共做 10 次，並用 plot 指令畫出 次數 vs. 面積 的圖形，以及 10 次計算得到的平均面積。

Hint: rand : uniformly distributed random numbers in the interval (0,1).

答：

```
1 - area = zeros(1,10) ;
2 - n = 1:10 ;
3 - for ii = 1:10
4 -     sum = 0.0 ;
5 -     A = rand(100000,2) ;
6 -     for jj = 1:100000
7 -         x = A(jj,1) ;
8 -         y = A(jj,2) ;
9 -         f1 = 4.0*(2.0*x-1.0)^4+8.0*(2.0*y-1.0)^8 ;
10 -        f2 = 1.0+2.0*((2.0*y-1.0)^3)*((3.0*x-2.0)^2) ;
11 -        if f1 < f2
12 -            sum = sum + 1 ;
13 -        end
14 -    end
15 -    area(ii) = sum/100000 ;
16 - end
17 - avg = mean(area) ;
18 - plot(n,area,'b-','Linewidth',2)
19 - xlabel('次數'), ylabel('面積')
20 - ylim([0.4 0.6])
21 - fprintf('Average area = %f\n', avg)
```

```
>> t2_3
Average area = 0.546298
```



4. (15 %) 附檔 input.dat 為含有雜訊之信號隨時間變化資料，第一欄為時間，第二欄為信號值，請用 textread 函式將資料讀入，接著將信號作濾波的動作，其作法為以下公式：

Assume the signal  $f(t)$ ,  $t = t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_{n-1}, t_n$

if  $t = t_1$ ,  $f(t) = (f(t_2) + f(t_3) + f(t_4) + f(t_5)) / 4.0$  ;

if  $t = t_2$ ,  $f(t) = (f(t_1) + f(t_3) + f(t_4) + f(t_5)) / 4.0$  ;

if  $t = t_{n-1}$ ,  $f(t) = (f(t_{n-4}) + f(t_{n-3}) + f(t_{n-2}) + f(t_n)) / 4.0$  ;

if  $t = t_n$ ,  $f(t) = (f(t_{n-4}) + f(t_{n-3}) + f(t_{n-2}) + f(t_{n-1})) / 4.0$  ;

others  $f(t) = (f(t-2) + f(t-1) + f(t+1) + f(t+2)) / 4.0$  .

將讀入信號連續作三次上述濾波動作，最後將原始信號(黑色點)、第一次濾波後(紅色正方形)、第二次濾波後(綠色圓形)與第三次濾波後之信號(藍色實線)對時間的關係畫在同一張圖上，圖上要畫格線，x 軸(時間)與 y 軸(振幅)要標記，同時要加 legend 說明四組數據。

答：

```
1 - [t,X] = textread('input.dat','%f %f') ;
2 - L = size(t,1) ;
3 - tmp1 = X ;
4 - tmp2 = zeros(L,1) ;
5 - nx = zeros(L,1) ;
6 - for kk = 1:3
7 -     for ii=1:L
8 -         if ii==1
9 -             tmp2(ii) = (tmp1(2)+tmp1(3)+tmp1(4)+tmp1(5))/4.0 ;
10 -        elseif ii==2
11 -            tmp2(ii) = (tmp1(1)+tmp1(3)+tmp1(4)+tmp1(5))/4.0 ;
12 -        elseif (ii==L-1)
13 -            tmp2(ii) = (tmp1(L-4)+tmp1(L-3)+tmp1(L-2)+tmp1(L))/4.0 ;
14 -        elseif (ii==L)
15 -            tmp2(ii) = (tmp1(L-4)+tmp1(L-3)+tmp1(L-2)+tmp1(L-1))/4.0 ;
16 -        else
17 -            tmp2(ii) = (tmp1(ii-2)+tmp1(ii-1)+tmp1(ii+1)+tmp1(ii+2))/4.0 ;
18 -        end
19 -    end
20 -    nx(:,kk) = tmp2 ;
21 -    tmp1 = tmp2 ;
22 - end
23 - plot(t,X,'k.','MarkerSize',10)
24 - hold on
25 - plot(t,nx(:,1),'rs',t,nx(:,2),'go',t,nx(:,3),'b-','LineWidth',3)
26 - grid on
27 - xlabel('time'), ylabel('Amplitude')
28 - legend('Original data','First','Second','Third','Location','SW')
29 - hold off
```

