

說明：請將程式碼、執行結果與圖形貼到 word 檔上(或使用 live script .mlx 格式必輸出至 word 檔)，將每一題的.m 檔存在不同目錄下(每一題一個目錄)、並用 window 內建的 ZIP 壓縮功能將目錄連同.m 檔壓縮後，再一起上傳至 Moodle 系統

1. (25 %) 某班級有 30 位學生，他們的學號分別為 id_109301 ~ id_109330，本學期國語、英文、數學、自然四科各有三次段考，各科平均分數與標準差如下

(假設均為常態分布 (Normal distribution)，(平均分數,標準差)):

國語科: (70,25), (64,30), (78,20)

英文科: (75,15), (71,22), (68,30)

數學科: (66,32), (60,34), (63,31)

自然科: (78,17), (74,20), (69,24)

- (a) (15 %) 請撰寫一個 MATLAB 程式，產生這 30 位學生的各科成績，並將成績分別寫入以學生學號為檔案名(id_109301.dat ~ id_109330.dat)的檔案中，每一個檔案包含四列資料，每一列包含三筆資料，分別為國語、英文、數學、自然三次段考的成績。(提示：使用 MATLAB normal random numbers 函式來產生每一位學生的各科成績，用 floor 函式取到整數，如果取出的成績值大於 100，則設為 100，若小於 10 則設為 10，在使用之前先使用 rng(seed)來控制亂數產生器，以你自己的學號作為 seed。)(使用 for 迴圈寫至檔案，如果程式內寫下 30 次開啟與寫入檔案資料程式碼，則此部分不予計分)

- (b) (10 %) 請寫出一個程式讀入上述 30 個學生的所有資料(使用 for 迴圈讀入，如果程式內寫下 30 次開啟與讀入檔案資料程式碼，則此部分不予計分)，對每位學生計算國語、英文、數學、自然四科三次段考的平均值，並分別畫出全班同學這四科三次段考平均值的統計直方圖(histogram, 橫坐標為分數、0~100 分、分成 10 等分，縱坐標為人數)(四科分成四個子圖，並分別加上圖標題'Chinese', 'English', 'Math', 'Science')。

2. (15 %) 寫出一個程式，產生四個匿名函式表示 4 個函數 $e(x)=5\cosh(x)$ 、

$f(x)=2\tanh(x)$ 、 $g(x)=3\sinh(x)$ ，以及 $h(a,b,c)=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ ，並在

$-5\pi \leq x \leq 5\pi$ 範圍內(間隔 0.1π)，畫出 $h(e(x), f(x), g(x))$ 圖形，其中 x 軸使用線性座標，y 軸使用以 10 為底的對數座標，並加上 x 軸 label 為 X，y 軸 label 為 $h(e(x), f(x), g(x))$ 。

3. (20 %)

x 的誤差函數 $\text{erf}(x)$ ，此函數的定義如下：

$$\text{erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-x}^x e^{-t^2} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

近似值表示式如下：

$$\text{erf}(x) \approx 1 - (a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3) e^{-x^2}, \quad t = \frac{1}{1 + px} \quad (\text{最大誤差} : 2.5 \cdot 10^{-5})$$

$$\text{其中, } p = 0.47047, a_1 = 0.3480242, a_2 = -0.0958798, a_3 = 0.7478556$$

此近似式適用範圍為 $x \geq 0$ ；對於負的 x ，由於誤差函數是奇函數這一性質可得以得到誤差函數的值 $\text{erf}(x) = -\text{erf}(-x)$ 。MATLAB 有內存的誤差函式 $\text{erf}(x)$ 。

(a) (10 %) 請撰寫一個 MATLAB 使用者定義函數 erf_gen ，可以使用 MATLAB 內存的誤差函式與上述近似值表示法來計算 x 的誤差函數值， erf_gen 必須有兩個輸入引數，第 1 個引數是 x 值，第 2 個引數為一個字串，此字串的值為 'exact' 與 'appro'，分別對應呼叫 MATLAB 內存誤差函式與使用上述近似表示式，來計算誤差函式的值。同時， erf_gen 函式必須能處理引數個數不正確的情況(若只有一個輸入引數 x ，則採用 MATLAB 內存誤差函式，若輸入超過兩個引數則產生錯誤訊息)，對於不合法的字串也能產生錯誤訊息。

(b) (10 %) 寫一個程序檔 script file 去測試與呼叫 erf_gen 函式，並使用你定義的函式畫出兩張子圖：第一張子圖畫出 $\text{erf_gen}(x, 'appro')$ vs. x 與 $\text{erf_gen}(x, 'exact')$ vs. x 兩個圖；第二張子圖畫出 $3\text{erf_gen}(0.5x, 'appro')$ vs. x 、 $-\text{erf_gen}(x)$ vs. x 以及 $3\text{erf_gen}(0.5x, 'appro') - \text{erf_gen}(x)$ vs. x 的圖形(兩張子圖都要加上 x 軸 label 為 X ，第一張子圖的 y 軸 label 為 $\text{erf}(x)$ ，第二張子圖的 y 軸 label 為 $\text{erf_gen}(x)$ ， x 範圍為 $-5 \sim 5$ ，間隔 0.05，並加上 legend)。程式亦需顯示 $\text{erf_gen}(2.0, 'other')$ 會產生錯誤訊息。

4. (20 %) 孔徑函數 $\text{rect}(x)$ 定義如下：

$$\begin{cases} x \leq -a, & \text{rect}(x) = 0.0 \\ -a < x < a, & \text{rect}(x) = 1.0 \\ x \geq a, & \text{rect}(x) = 0.0 \end{cases}$$

(a) (10 %) 請寫出一個 MATLAB 程式產生兩個 $\text{rect}(x)$ 函數，第一個 $\text{rect}(x)$ 的 a 值為 0.2，第二個 a 值為 1 (x 的範圍從 -10 到 10， $\Delta x = 0.01$)，接著建立可寫入檔案 $x_rect.dat$ ，再將產生的 $\text{rect}(x)$ 函數的數值寫入檔案中，檔案為格式化資料，每一列有三個數字，分別為 x 、 $\text{rect}(x)$ ($a=0.2$) 與 $\text{rect}(x)$ ($a=1$)，共 2001 列，最後將檔案關閉。

(b) (10 %) 請撰寫另一個程式開啟唯讀檔案 $x_rect.dat$ ，接著讀入此檔案的所

有資料，並將讀入 rect(x) 的兩組數值做離散傅立葉轉換(discrete Fourier transform, Matlab fft 函數)，最後將 rect(x) (a=0.2) vs. x 與 rect(x) (a=1) vs. x 的結果畫在一個子圖中；並將 rect(x) (a=0.2) 之傅立葉轉換振幅 vs. 1/x (即波向量, k, 空間頻率) 以及 rect(x) (a=1) 之傅立葉轉換振幅 vs. x 的圖形畫在另一張子圖裡(用 subplot, 分上下兩張子圖)，第一張子圖畫 rect(x) a=0.2 與 a=1 的圖形，橫坐標(x) 範圍為-10~10，第二張子圖畫 rect(x) a=0.2 與 a=1 的傅立葉轉換圖形，橫座標(1/x) 範圍為-5~5，由於此時 1/x 的正負值都有意義，分別代表向+x 與-x 方向傳播的波向量，因此空間傅立葉轉換要取正值與負值，可用 MATLAB 內存函數 fftshift 將 fft 函數得到的空間頻譜轉換為以 0 為中心的空間頻譜。(圖中要加上軸文字標示，並加 legend 說明 a=0.2 與 a=1，第一張圖橫軸為 x，縱軸文字為 Amplitude，第二張圖橫軸為 1/x，縱軸文字為 Amplitude)

(注：圖的橫軸與縱軸文字與數字均使用粗體 14 點字，指令如下：

```
set(gca,'FontWeight','bold','fontsize',14)
```

5. (15 %) 使用 ode45 函式求解下列初始值常微分方程式系統在 $t = 0 \sim 100$ (時間間隔為 0.01) 的數值解：

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y - z \\ \frac{dy}{dt} = x + ay \\ \frac{dz}{dt} = b + z(x - c) \end{cases} \quad \text{其中 } a = 0.2, b = 0.2, c = 5.7。$$

考慮兩個差異極小的初始條件：

(1) $x(0) = 0.0, y(0) = 3.0, z(0) = 20.0$,

以及 (2) $x(0) = 0.01, y(0) = 3.0, z(0) = 20.0$ 。

請畫出此系統在兩個初始條件下的解在 x-y-z plane 上隨時間的軌跡圖(分別用藍色實線與紅色點線代表，並加上圖說明 legend 於右下角、x 軸 label 為 'X'，y 軸 label 為 'Y'，z 軸 label 為 'Z'，x 軸範圍為-15~15，y 範圍為-15~15，z 軸不設定範圍，用圖形握把方式來設定 x 軸與 y 軸的範圍，並將初始條件以黑色實心圓形表示)，且指出這種微分方程式解的特性，並比較兩個初始條件差異。

6. (15 %) 使用 classdef 方式定義一個 point 類別，此類別輸入兩個元素的向量，會建立一個點物件的 x 與 y 座標(例如 $p1 = \text{point}([3.1 \ 2.5])$)，建立點物件時要在螢幕中顯示以下訊息：

p1 is a point with x = 3.1 and y = 2.5

(如果輸入為點物件而非兩個元素的向量，則直接輸出此物件)

此類別的方法還包括兩個函式，第一個函式 dist1 計算建立的點物件與原點(O) 的距離，第二個函式 dist2 則是給兩個點物件，計算它們間的距離。最後再寫一個 script 檔去建立兩個點物件，並計算出它們各自與原點的距離，以及它

們之間的距離。

(舉例而言: $p1 = \text{point}([1.0 \ 2.0])$, $p2 = \text{point}([2.0 \ 4.0])$, $d1 = \text{dist1}(p1)$,
 $d2 = \text{dist1}(p2)$, $d12 = \text{dist2}(p1, p2)$, 並在螢幕輸出

The distance between p1 and O is xxx

The distance between p2 and O is xxx

The distance between p1 and p2 is xxx)