

說明: 請將程式、執行結果與圖形貼到 word 檔上, 再上傳至 Moodle 系統
考試期間可以 open book 以及使用電腦與手機查詢資料, 但禁止在電腦與手機上使用社交軟體如 line 等, 違者以 0 分計

1. (15 %) 函數 $f_0(x, y) = 0.8 \exp(-(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2) / s_0^2$,

$$f_1(x, y) = 1.0 \exp(-(x - x_1)^2 - (y - y_1)^2) / s_1^2,$$

$$f_2(x, y) = -1.4 \exp(-(x - x_2)^2 - (y - y_2)^2) / s_2^2$$

$$0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10; x_0 = 2.8, y_0 = 3.0, s_0 = 0.8; x_1 = 7.4, y_1 = 6.8, s_1 = 2.0;$$

$$x_2 = 5.0, y_2 = 5.0, s_2 = 1.3;$$

請用左、右子圖分別畫出

- (a) (左圖) 用 `surf()` 三維繪圖指令畫出函數 $f_0(x, y) + f_1(x, y) + f_2(x, y)$ 圖形, 圖中格網線要移除, x 、 y 、 z 軸都要加格線並分別標示為 X , Y 與 $f_0+f_1+f_2$, 且 x, y 軸的範圍為 $0 \sim 10$, z 軸的範圍為 $-1.5 \sim 1.2$; 並要加上顏色對應圖(color bar, 上、下限為 $1.5, -1.5$; color map 使用 jet 顏色圖)。
- (b) (右圖) 以二維等高線指令 `contourf` 畫出等高線(contour)圖; 同時, 在此圖上再套疊函數 $f_0(x, y) + f_1(x, y) + f_2(x, y)$ 之梯度向量 (提示: 使用 `gradient` 與 `quiver` 函數), 且沿著 x 與 y 方向只要各畫 20 個向量。圖中軸的標示、範圍以及 colormap、colorbar 都與(a)相同。

2. (15 %) 函數 $f(x) = \log(x) - (x/1000)^2 + 0.08x - 0.2$, 請撰寫一個程式計算 x

從 100 ~ 10100 的函數值的總和 $\sum_{x=100 \sim 10100} f(x)$

請分別用 for 迴圈與向量優化方法計算, 並以計時指令 `tic` 與 `toc` 比較兩種方法執行 1000 次後的平均時間. 提示: Matlab 的求和函數 `sum` 為向量優化函數, 每次重新執行前須先將變數清除。

3. (15 %) 蒙地卡羅法可以用來計算一個區域的面積, 具體作法為選取足夠多的隨機亂數點, 再計算落入區域內的點數與全體亂數點的比值, 即可得到區域的面積。請撰寫一個程式使用蒙地卡羅法, 在 $0 \leq x, y \leq 1$ 的範圍內計算以下區域的面積。

$$4(2x - 1)^4 + 8(2y - 1)^8 < 1 + 2(2y - 1)^3(3x - 2)^2.$$

請用 100000 個隨機亂數帶入, 求取此區域的面積, 共做 10 次, 並用 `plot` 指

令畫出 次數 vs. 面積 的圖形，以及 10 次計算得到的平均面積。

Hint: rand : uniformly distributed random numbers in the interval (0,1).

4. (15 %) 附檔 input.dat 為含有雜訊之信號隨時間變化資料，第一欄為時間，第二欄為信號值，請用 `textread` 函式將資料讀入，接著將信號作濾波的動作，其作法為以下公式:

Assume the signal $f(t)$, $t = t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_{n-1}, t_n$

if $t = t_1$, $f(t) = (f(t_2)+f(t_3)+f(t_4)+f(t_5))/4.0$;

if $t = t_2$, $f(t) = (f(t_1)+f(t_3)+f(t_4)+f(t_5))/4.0$;

if $t = t_{n-1}$, $f(t) = (f(t_{n-4})+f(t_{n-3})+f(t_{n-2})+f(t_n))/4.0$;

if $t = t_n$, $f(t) = (f(t_{n-4})+f(t_{n-3})+f(t_{n-2})+f(t_{n-1}))/4.0$;

others $f(t) = (f(t-2)+f(t-1)+f(t+1)+f(t+2))/4.0$.

將讀入信號連續作三次上述濾波動作，最後將原始信號(黑色點)、第一次濾波後(紅色正方形)、第二次濾波後(綠色圓形)與第三次濾波後之信號(藍色實線)對時間的關係畫在同一張圖上，圖上要畫格線，x 軸(時間)與 y 軸(振幅)要標記，同時要加 legend 說明四組數據。