

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ İNŞAAT FAKÜLTESİ

**MARS'IN GRAVİTE ALANININ İNCELENMESİ VE ALGORİTMA
GELİŞTİRME**

LİSANS TEZİ

Abdulkadir UZUN

İnşaat Fakültesi

Geomatik Mühendisliği Bölümü

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Bihter EROL

HAZİRAN 2019

İTÜ, İnşaat Fakültesi'nin 010140532 numaralı Lisans Öğrencisi Abdulkadir UZUN, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı "MARS'IN GRAVİTE ALANININ İNCELENMESİ VE ALGORİTMA GELİŞTİRME" başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Doç. Dr. Bihter EROL**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Eş Danışman : **Doç. Dr. Serdar EROL**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Doç. Dr. Bihter EROL**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Serdar EROL
İstanbul Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : **22 Mayıs 2019**
Savunma Tarihi : **12 Haziran 2019**

Bilime ve geleceğe,

ÖNSÖZ

Lisans bitirme çalışmam süresince engin birikim ve tecrübeşini benden esirgemeyerek her türlü desteği veren danışman hocam Sayın Doç. Dr. Bihter EROL'a ve her anlamda destegini ve zamanını paylaşan Araş. Gör. Mustafa Serkan IŞIK'a teşekkür ederim.

Mayıs 2019

Abdulkadir UZUN

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	viii
SEMBOLLER	x
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xii
ÖZET	xv
SUMMARY	xvi
1. GİRİŞ	1
2. MARS MİSYONLARI	3
2.1 Uydu Misyonları	3
2.2 Yer Misyonları	14
3. MARS GRAVİTE ALANININ HESAPLANMASINA YÖNELİK ÇALIŞMALAR	15
3.1 JGM50C01 Modeli.....	15
3.2 GGM50A01 Modeli	19
3.3 GGM2BC80 Modeli.....	22
3.4 JGM85F01 Modeli	26
3.5 GGM1025A Modeli	29
4. UYGULAMA.....	34
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	47
KAYNAKLAR	48
ÖZGEÇMIŞ.....	53

KISALTMALAR

AB	: Astronomik Birim
TGO	: ExoMars Trace Gas Orbiter
GFZ	: GeoForschungZentrum
ICGEM	: International Centre for Global Earth Models
MAVEN	: Mars Atmosphere and Volatile Evolution
MAVEN	: Mars Atmosphere and Volatile Evolution
MarCO	: Mars Cube One
MGS	: Mars Global Surveyor
MOM	: Mars Orbiter Mission
MRO	: Mars Reconnaissance Orbiter
NASA	: National Aeronautics and Space Administration
ESA	: The European Space Agency
ISRO	: The Indian Space Research Organisation
InSight	: The Interior Exploration using Seismic Investigations, Geodesy and Heat Transport
Roscosmos	: The Roscosmos State Corporation for Space Activities

SEMBOLLER

V	: Çekim potansiyeli
Φ	: Merkezkaç potansiyeli
V^E	: Normal çekim potansiyeli
Φ^E	: Normal merkezkaç potansiyeli
W	: Gravite potansiyeli
U	: Normal potansiyel
T	: Bozucu potansiyel
\bar{P}_{nm}	: Normalize Bütünleşik Legendre polinomu
P_{nm}	: Bütünleşik Legendre polinomu
P_n	: Legendre polinomu
\bar{P}_n	: Normalize Legendre polinomu
$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$: Küresel harmonik (Stokes) Katsayıları
J_2	: Dinamik şekil faktörü
J_{2n}	: Elipsoid için harmonik katsayı
$\bar{C}_{2n,0}^u$: Normalize elipsoid için harmonik katsayı
f	: Geometrik basıklık
ω	: Açısal dönme hızı
a	: Elipsoidin büyük yarı eksenini
b	: Elipsoidin küçük yarı eksenini
γ	: Herhangi bir enlemdeki gravite değeri
γ_e	: Ekvatordaki gravite değeri
γ_p	: Kutuplardaki gravite değeri

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 2.1 : Mariner 4 uydusuna ilişkin yörünge bilgileri	3
Çizelge 2.2 : Mariner 6 ve 7 uydularına ilişkin yörünge bilgileri	5
Çizelge 2.3 : Mars 2 uydusuna ilişkin yörünge bilgileri.....	5
Çizelge 2.4 : Mars 3 uydusuna ilişkin yörünge bilgileri.....	6
Çizelge 2.5 : Mariner 9 uydusuna ilişkin yörünge bilgileri	6
Çizelge 2.6 : Viking 1 uydusuna ilişkin yörünge bilgileri.....	7
Çizelge 2.7 : Viking 2 uydusuna ilişkin yörünge bilgileri.....	8
Çizelge 2.8 : MGS uydusuna ilişkin yörünge bilgileri	8
Çizelge 2.9 : Mars Odyssey uydusuna ilişkin yörünge bilgileri	9
Çizelge 2.10 : Mars Express uydusuna ilişkin yörünge bilgileri	10
Çizelge 2.11 : MRO uydusuna ilişkin yörünge bilgileri.....	11
Çizelge 2.12 : MOM uydusuna ilişkin yörünge bilgileri.....	11
Çizelge 2.13 : MAVEN uydusuna ilişkin yörünge bilgileri	12
Çizelge 2.14 : TGO uydusuna ilişkin yörünge bilgileri.....	13
Çizelge 2.15 : Sabit arazi araçları	14
Çizelge 2.16 : Gezgin arazi araçları.....	14
Çizelge 3.1 : JGM50C01 modeli için yapılan gözlem sayıları.....	15
Çizelge 3.2 : JGM50C01 modeli için parametreler	15
Çizelge 3.3 : GGM50A01 modeli için yapılan gözlem bilgileri	18
Çizelge 3.4 : GGM50A01 modeli için parametreler	19
Çizelge 3.5 : GGM50A02 modeli için parametreler	19
Çizelge 3.6 : GGM2BC80 modeli için yapılan gözlem bilgileri	22
Çizelge 3.7 : GGM2BC80 modeli için parametreler	22
Çizelge 3.8 : JGM85F01 modeli için yapılan gözlem tarihleri	25
Çizelge 3.9 : JGM85F01 modeli için yapılan gözlem bilgileri	26
Çizelge 3.10 : JGM85F01 modeli için parametreler	26
Çizelge 3.11 : GGM1025A modeli için yapılan gözlem bilgileri	29
Çizelge 3.12 : GGM1025A modeli için parametreler	29
Çizelge 4.1 : MARS ve WGS84 elipsoid parametreleri	42
Çizelge 4.2 : MARS elipsoidi için hesaplanan normal harmonik katsayıları.....	43

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 : Mariner 4 uydusundan gelen ilk yakın çekim Mars görüntüsü	4
Şekil 2.2 : Mariner 4 uydusu.....	4
Şekil 2.3 : Mariner 6 ve 7 uyduları	5
Şekil 2.4 : Mars 2 ve 3 uyduları.....	6
Şekil 2.5 : Mariner 9 uydusu.....	7
Şekil 2.6 : Viking 1 ve 2 uydusu.....	8
Şekil 2.7 : MGS uydusu.....	9
Şekil 2.8 : Mars Odyssey uydusu.....	9
Şekil 2.9 : Mars Express uydusu.....	10
Şekil 2.10 : MRO uydusu	11
Şekil 2.11 : MOM uydusu.....	12
Şekil 2.12 : MAVEN uydusu	12
Şekil 2.13 : TGO uydusu	13
Şekil 2.14 : MarCO uydusu	13
Şekil 3.1 : JGM50C01 modelinden hesaplanan çekim potansiyeli	16
Şekil 3.2 : JGM50C01 modelinden hesaplanan potansiyelin gradyan büyüklüğü.	16
Şekil 3.3 : JGM50C01 modelinden hesaplanan yükseklik anomalisi.....	17
Şekil 3.4 : JGM50C01 modelinden hesaplanan gravite dağılımı.	17
Şekil 3.5 : JGM50C01 modelinden hesaplanan radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi.....	18
Şekil 3.6 : GGM50A01 modelinden hesaplanan çekim potansiyeli	19
Şekil 3.7 : GGM50A01 modelinden hesaplanan potansiyelin gradyan büyüklüğü.	20
Şekil 3.8 : GGM50A01 modelinden hesaplanan yükseklik anomalisi	20
Şekil 3.9 : GGM50A01 modelinden hesaplanan gravite dağılımı.....	21
Şekil 3.10 : GGM50A01 modelinden hesaplanan radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi.....	21
Şekil 3.11 : GGM2BC80 modelinden hesaplanan çekim potansiyeli	23
Şekil 3.12 : GGM2BC80 modelinden hesaplanan potansiyelin gradyan büyüklüğü.	23
Şekil 3.13 : GGM2BC80 modelinden hesaplanan yükseklik anomalisi.....	24
Şekil 3.14 : GGM2BC80 modelinden hesaplanan gravite dağılımı.	24
Şekil 3.15 : GGM2BC80 modelinden hesaplanan radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi.....	25
Şekil 3.16 : JGM85F01 modelinden hesaplanan çekim potansiyeli	26
Şekil 3.17 : JGM85F01 modelinden hesaplanan potansiyelin gradyan büyüklüğü.	27
Şekil 3.18 : JGM85F01 modelinden hesaplanan yükseklik anomalisi	27
Şekil 3.19 : JGM85F01 modelinden hesaplanan gravite dağılımı.....	28

Şekil 3.20 : JGM85F01 modelinden hesaplanan radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi.....	28
Şekil 3.21 : GGM1025A modelinden hesaplanan çekim potansiyeli	30
Şekil 3.22 : GGM1025A modelinden hesaplanan potansiyelin gradyan büyüğünü	30
Şekil 3.23 : GGM1025A modelinden hesaplanan yükseklik anomalisi	31
Şekil 3.24 : GGM1025A modelinden hesaplanan gravite dağılımı.....	31
Şekil 3.25 : GGM1025A modelinden hesaplanan radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi.....	32
Şekil 4.1 : İlk Çift 5 Legendre polinomu.....	35
Şekil 4.2 : İlk tek 5 Legendre polinomu	35
Şekil 4.3 : Standart ileri sütun yöntemi.	39
Şekil 4.4 : Dönel elipsoidin parametrik gösterimi.	40
Şekil 4.5 : Mars ve Dünya'nın karşılaştırılması.	42
Şekil 4.6 : GGM1025A modeline ilişkin yükseklik anomalisi.....	44
Şekil 4.7 : Olympus Dağı.	44
Şekil 4.8 : ICGEM hesaplama aracından elde edilen model.	45
Şekil 4.8 : Program çıktısı.	45

MARS'IN GRAVİTE ALANININ İNCELENMESİ VE ALGORİTMA GELİŞTİRME

ÖZET

Herhangi bir ölçünün anlamlı olabilmesi için bir referans yüzeyi ile ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Bu referans yüzeyi bir zamanlar sadece elipsoid olmuştur fakat elipsoid normali ile çekül doğrultusu arasındaki farkın sebep olduğu problemler başka bir referans yüzeyine ihtiyacı doğurmuştur. Bu yüzey özel bir eşpotansiyel yüzey olan geoiddir. Gravite alanını ve geoidi belirlemek fiziksel jeodezinin konularının başında gelir. Gravite alanının ve geoidin belirlenmesi için yersel ölçüler, uydu yörüngé bilgileri ve uydu üzerindeki ivmeölçerler kullanılmaktadır.

Gelişen teknoloji ile birlikte insanlık hedeflerini uzaya yöneltmiştir. Bu hedeflerin çoğu *yaşanılabilir bölge*'de bulunan Mars'a yönelmiştir. Mars'a yapılan uydu ve yer misyonları beraberinde bir referans yüzeyi ihtiyacını doğurmuştur. Bu anlamda Mars'a gönderilen misyonlardan elde edilen verilerle birçok gravite modeli oluşturulmuştur. Bu gravite modelleri International Centre for Global Earth Models (ICGEM) tarafından servis edilmektedir. ICGEM veritabanında Mars için 6 gravite modeli bulunmaktadır.

Bu çalışmada, ICGEM hesaplama araçları kullanılarak çekim potansiyeli, potansiyelin gradyan büyülüğu, yükseklik anomalisi, gravite dağılımı, radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi parametreleri hesaplanıp elde edilen görseller sunulmuştur ve ICGEM veritabanında bulunan gravite modelleri içerisinde bulunan küresel harmonik (Stokes) katsayıları kullanılarak çekim potansiyeli, merkezkaç potansiyeli, gravite potansiyeli, bozucu potansiyel, yükseklik anomalisi gibi birçok parametrenin hesaplanması çalışılmıştır. Çekim potansiyeli denkleminin bir bölümünü oluşturan Legendre polinomlarının hesabına ilişkin birçok hızları ve doğrulukları birbirinden farklı algoritma mevcuttur. Bu algoritmalar PYTHON programlama dilinde karşılaştırılarak karşılaşılan problemlere çözüm getirilmeye çalışılmıştır. Legendre polinomları hesabında limit yaklaşımı, kapali form ve yinelemeli bağıntılar algoritmaları kullanılmış olup en doğru ve hızlı çözümü yinelemeli bağıntıların verdiği görülmüştür. Bu algoritmalar ve hesaplamalar sonucunda hesaplanan parametreler PYTHON'da çeşitli görselleştirme teknikleri kullanılarak görselleştirilmiştir.

SUMMARY

Any measure must be associated with a reference surface in order to be meaningful. This reference surface was once only ellipsoid, but problems caused by the difference between the ellipsoid normal and the plumb line required another reference surface. This surface is geoid whis is a special equipotential surface. Determining the gravity field and geoid is one of the topics of physical geodesy. Earth measurements, satellite trajectory information and accelerometers on the satellite are used to determine the gravity field and geoid.

With the advancing technology, humanity has directed its goals to space. Most of these targets are directed to Mars , which is in the *habitable zone*. The satellite and ground missions to Mars have created a need for a reference surface. In this sense, many gravity models have been formed with the data obtained from the missions sent to Mars. These gravity models are serviced by the International Center for Global Earth Models (ICGEM). The ICGEM database contains 6 gravity models for Mars.

In this study, gravitational potential, gradient magnitude, height anomaly, gravity distribution, second derivative of radial direction gravity distribution parameters are calculated by using ICGEM calculation tools and the obtained images are presented. Many parameters such as centrifugal potential, gravity potential, disturbing potential, height anomaly have been calculated. Legendre polynomials, which form part of the gravitational potential equation are calculated with many different algorithms with different speeds and accuracy. These algorithms have been compared in PYTHON programming language to solve the problems encountered. In the calculation of Legendre polynomials, the limit approach, closed form and recursive relations algorithms are used and it is seen that recursive relations give the most accurate and fast solution. The parameters calculated as a result of these algorithms and calculations were visualized using various visualization techniques in PYTHON.

1. GİRİŞ

Herhangi bir ölçünün anlamlı olabilmesi için bir referans yüzeyi gereklidir. Bu referans yüzeyi önceleri sadece elipsoid olmuştur. Fakat çekül eğrisi ile elipsoid normali arasındaki fark ve bunun sebep olduğu problemlerden dolayı başka bir referans yüzeyine ihtiyaç duyulmuştur. Bu referans yüzeyi fiziksel bir anlamda olan özel bir eşpotansiyel yüzey olan geoiddir. Fiziksel Jeodezi'nin temel konularından birisi de bu gravite alanını ve geodi belirlemektir. Bu gravite alanı modelleri yersel ölçümülerden, uydu yörünge bilgilerinden, uydu üzerindeki ivmeölçer ve bazı diğer enstrümanlardan elde edilmektedir. Dünya için ihtiyaç odaklı birçok lokal gravite modelleri oluşturulsa da global bir statik gravite modeli olarak SE1 modeli ile 15 dereceye kadar açılarak ilk kez 1966'da oluşturulmuştur [1]. Zamanla artan işlemci güçleri, hesaplama kapasitesi ve farklı algoritmalar yüksek açınım derecelerini mümkün kılmıştır. Dünya için 2008 yılında statik model olarak EGM2008 modeli ile en yüksek 2190 açınım derecesine ulaşılmıştır [2]. Dünya için gravite modeli araştırmaları devam etmektedir.

Gelişen teknoloji insanlığın hedeflerini Dünya dışındaki yaşama ve diğer gök cisimlerini anlamlandırmaya yöneltmiştir. Uydu veya yer misyonu gönderilen gök cisimleri şunlardır: Güneş, Merkür, Venüs, Jupiter, Jupiter'in uydusu Europa, Mars, Saturn, Uranüs, Neptün, Vesta, Ceres ve asteroitler. Dünya dışı yaşamı belirlemek için Amerikalı bir astrofizikçi olan Shu-Shu Huang ilk kez 1959'da "habitable zone" terimini ortaya attı [3]. Bu terime göre her bir yıldız sisteminin çevresinde yaşama uygun bir alan vardır. Bu alanın büyüklüğü ve merkezden uzaklığı sistemin merkezindeki yıldızın sıcaklığı, hacmi, kütlesi ve yaydığı radyasyon miktarı gibi birçok parametreye bağlıdır. Güneş sistemimiz içinde bu alanda bulunan gezegenler Dünya ve Mars'tır [4]. Bu yüzden uydu ve yer misyonlarında Dünya dışı gök cisimleri arasında Mars'a görece daha fazla odaklanılmıştır.

Bahsedilen gezegenlerin kitle dağılımları ve değişimlerini, dönme parametrelerini ve yapılan ölçülerin bir referans yüzeyi ile ilişkilendirilmesi ihtiyacı gibi birçok nedenden dolayı gravite modellerine ihtiyaç duyulmuştur. Bu anlamda birçok gravite modeli

oluşturulmuştur. Bu araştırmada International Centre for Global Earth Models (ICGEM) veritabanında bulunan Mars için oluşturulmuş gravite modelleri üzerinde durulacaktır. Mars için gravite modeli ilk kez 1998'de William L. Sjogren direktörüğünde NASA'nın Jet Propulsion Laboratory Gravity Science ekibi tarafından 50 dereceye kadar açılmış olan JGM50C01 model adıyla oluşturulmuştur [5]. Aynı yıl David E. Smith direktörüğünde Nasa/Goddard Space Flight Center Gravity Science ekibi tarafından 50 dereceye kadar açılmış olan GGM50A01 modeli oluşturulmuştur [5]. Bu modelin sadece ekvatorial yarıçapı değiştirilerek aynı ekip tarafından GGM50A02 modeli oluşturulmuştur [5]. 2000 yılında David .E. Smith direktörüğünde F.G Lemoine tarafından Mars Global Surveyor(MGS) Radio Science takımı ile birlikte 80 dereceye kadar açılmış olan GGM2BC80 modeli oluşturulmuştur [6]. 2002 yılında NASA bünyesinde bulunan Jet Propulsion Laboratory (JPL)'de William L. Sjogren direktörüğünde Mars Global Surveyor Gravity Science ekibi tarafından 85 dereceye kadar açılmış olan JGM85F01 modeli oluşturulmuştur [7]. Aynı yıl D.E. SMITH direktörüğünde F.G Lemoine tarafından Mars Global Surveyor(MGS) Radio Science takımı ile birlikte 80 dereceye kadar açılmış olan GGM1025A modeli oluşturulmuştur [7]. Bu modeller dışından 2011'de C.Hirt, S.J Claessens, M.Kuhn ve W.E. Featherstone tarafından 120 dereceye kadar açılmış olan MGM2011 modeli oluşturulmuştur [8]. Mars için gravite modeli çalışmaları devam etmektedir.

Bu çalışmada öncelikle Mars'a gönderilmiş uydu misyonları yörüngé bilgilerini ve üzerindeki enstrümanları kapsayacak şekilde kronolojik olarak tanıtılmaktır. Daha sonra bu uyduların verileri kullanılarak oluşturulan ve ICGEM tarafından servis edilen modeller hakkında teknik bilgiler verilip yine ICGEM'in sağladığı görselleştirme araçlarından elde edilen modellere ilişkin görseller sunulacaktır. Daha sonra küresel harmonik katsayılarından çekim potansiyeli, bozucu potansiyel ve diğer parametrelerin nasıl hesaplanacağına dair teorik bilgiler verilip ve bu parametlerin hesaplanması yönelyik farklı algoritmaların PYTHON programlama dilinde nasıl çalıştığını dair deneyimler anlatılacaktır.

2. MARS MİSYONLARI

Mars misyonları resmi olarak ilk kez 10 ekim 1960 tarihinde Soğuk Savaş döneminde Sovyetler Birliği'nin Mars 1M No.1 (Marsnik 1) adlı uydusu ile başladı. Bu misyonun görevi Dünya ile Mars arasındaki gezegenler arası bölgeyi incelemekti. Fakat görevine başlamadan önce fırlatılırken teknik bir arıza sebebi ile infilak etti. Böylelikle ilk Mars misyonu başarısızlıkla sonuçlandı. 4 Sovyetler Birliği ve 1 NASA tarafından düzenlenen başarısız deneme sonunda 28 Kasım 1964 tarihinde ilk başarılı Mars uydusu misyonunu NASA Mariner 4 uydusu ile yaptı.

Bu kısımda başarılı Mars misyonları uydular ve yer misyonları olmak üzere 2 ayrı kategori altında kronolojik olarak incelenecaktır. Jeodezik ve haritalama amaçlı gönderilen misyonlar üzerinde daha fazla durulacaktır. Uydu ve yer misyonlarına ilişkin bilgi ve veriler *NASA Space Science Data Coordinated Archive*'e ait <https://nssdc.gsfc.nasa.gov> adresinden elde edilmiştir.

2.1 Uydu Misyonları

Mariner 4

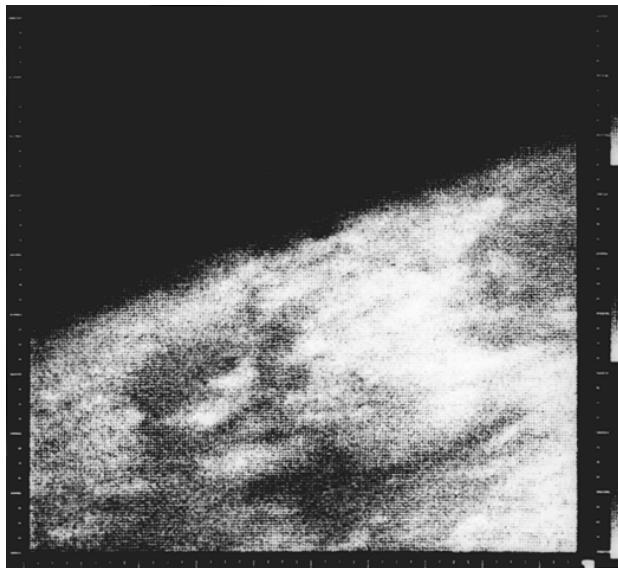
Mariner 4 uydusu 28 Kasım 1964 tarihinde NASA tarafından temel haritalama işlemleri için Mars'a yollandı. 01:00:587 UT 15 Temmuz 1965'te Mariner 4 uydusu Mars'a en yakın uçuşunu yüzeyden 9846 km uzaklıktan yaparak uzayda Dünya dışında başka bir gezegenin ilk yakın çekim görüntülerini Şekil (2.1) elde etmiştir. Bu yakınılaşmadan sonra Güneş'in yörüngesine girmiştir. 21 Aralık 1967 tarihinde görevi sonlanmıştır.

Mariner 4 uydusuna ilişkin yörünge bilgileri Çizelge (2.1)'de verilmiştir.

Çizelge 2.1: Mariner 4 uydusuna ilişkin yörünge bilgileri [9]

Yörünge Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot	Uydu Eğim Açısı (derece)	Eksentrisite
Dünya	172.20	184.20	80.05 dakika	28.300	0.00183
Mars	0.00	184.20	88.05 dakika	58.190	0.69753
Güneş	1.11 AB	1.57 AB	567.11 gün	2.544	0.17322

1 Astronomik Birim (AB) 149597900 km olup Dünya ile Güneş arasındaki en uzak ve en kısa mesafenin ortalamasıdır.



Şekil 2.1: Mariner 4 uydusundan gelen ilk yakın çekim Mars görüntüsü [10].

Mariner 4 uydusu Şekil (2.2)'de gösterilmiştir



Şekil 2.2 : Mariner 4 uydusu [11].

Uydu üzerinde görüntüleme sistemi, helyum manyetometresi, plazma probu, kozmik ışınlı teleskop, kozmik ışın dedektörü ve kozmik toz dedektörü olmak üzere 5 enstrüman bulunmaktadır.

Mariner 6 & 7

Mariner 6 ve Mariner 7 uyduları ikiz olarak üretilmiştir. Mariner 6 uydusu 24 Şubat 1969, Mariner 7 uydusu ise 27 Mart 1969 tarihinde NASA tarafından Mars'a dair daha çok yakın görüntü elde edebilmek için gönderildi. Mariner 6 uydusu 05:19:07 UT 31 Temmuz 1969'da Mars'a en yakın uçuşunu yüzeyden 3431 km uzaklıktan yaptı. Mariner 7 uydusu ise 05:00:49 UT 5 Ağustos 1969'da 3430 km uzaklıktan yaptı. Mariner 6 ve Mariner 7 uydularına ilişkin yörunge bilgileri Çizelge (2.2)'de verilmiştir.

Çizelge 2.2 : Mariner 6 ve 7 uydularına ilişkin yörünge bilgileri [12].

Uydu	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot	Uydu Eğim Açısı (derece)	Eksentrisite
Mariner 6	3431.00	-	-	0.000	0.00000
Mariner 7	3430.00	-	-	0.000	0.00000

Mariner 6 ve 7 uyduları Şekil (2.3)'te gösterilmiştir.



Şekil 2.3 : Mariner 6 ve 7 uyduları [13].

Uydular üzerinde görüntüleme sistemi, kızılötesi spektrometre, kızılötesi radyometre, ultraviyole spektrometre ve konik radyometre olmak üzere 5 enstrüman bulunmaktadır. 23 Aralık 1970 tarihinde görevi sona erdi.

Mars 2 & Mars 3

Mars 2 ve Mars 3 uyduları ikiz olarak üretilmiştir. Mars 2 uydusu 19 Mayıs 1971 tarihinde, Mars 3 uydusu 22 Ağustos 1971 tarihinde SSCB tarafından Mars'ın yüzey sıcaklığını belirlemek, topoğrafyayı, yüzeyin kompozisyonunu ve fiziksel özelliklerini incelemek, atmosferin özelliklerini ve bulutları incelemek, manyetik alanı izlemek ve güneş rüzgarlarının gezegenler arası bölgeye etkilerini saptamak üzere gönderildi. Mars 2 uydusuna ilişkin yörünge bilgileri Çizelge (2.3)'de verilmiştir.

Çizelge 2.3 : Mars 2 uydusuna ilişkin yörünge bilgileri [14].

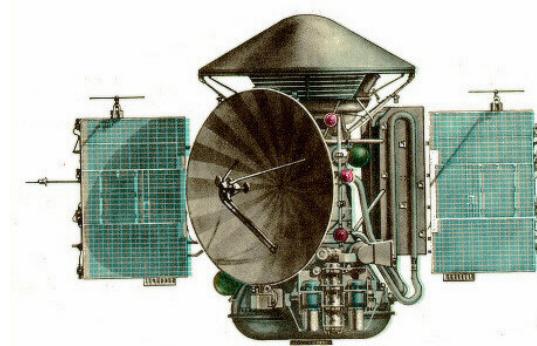
Yörünge Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot	Eğim Açısı (derece)	Eksentrisite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Dünya	137.00	173.00	87.44 dak.	51.800	0.00276	05.19.1971 12:22:44	05.19.1971 13:59:00
Güneş	0.99 AB	1.57 AB	530.00 gün	2.200	0.23000	05.19.1971 13:59:00	11.26.1971 19:00:00
Mars	1380.00	24940.00	17.96 saat	48.900	0.71178	11.26.1971 19:00:00	-

Mars 3 uydusuna ilişkin yörüngeler bilgileri Çizelge (2.4)'de verilmiştir.

Çizelge 2.4 : Mars 3 uydusuna ilişkin yörüngeler bilgileri [15].

Yörüngeler Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot	Eğim Açıları (derece)	Eksentrisite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Güneş	0.99 AB	1.57 AB	530.00 gün	2.200	0.23000	05.27.1971 20:00:00	12.01.1971 19:00:00
Dünya	140.00	234.00	88.20 dak.	51.600	0.00716	05.28.1971 11:59:30	1971.12.31 19:00:00
Mars	1500.00	211400.0	12.79 gün	60.000	0.95548	12.01.1971 19:00:00	-

Mars 2 ve 3 uyduları Şekil (2.4)'te gösterilmiştir.



Şekil 2.4 : Mars 2 ve 3 uyduları [16].

Uydu üzerinde kıızılıtesi radyometre, kıızılıtesi fotometre, ultraviyole fotometre, Lyman-alfa sensörü, radyoskop, kıızılıtesi spektrometre, 4 derece dar açılı kamera, geniş açılı kamera, sekiz dar açılı elektrostatik plazma sensörü ve üç eksenli manyetometre olmak üzere birçok enstrüman bulunmaktadır. İki uydunun da 22 Ağustos 1972 tarihinde görevi sona erdi.

Mariner 9

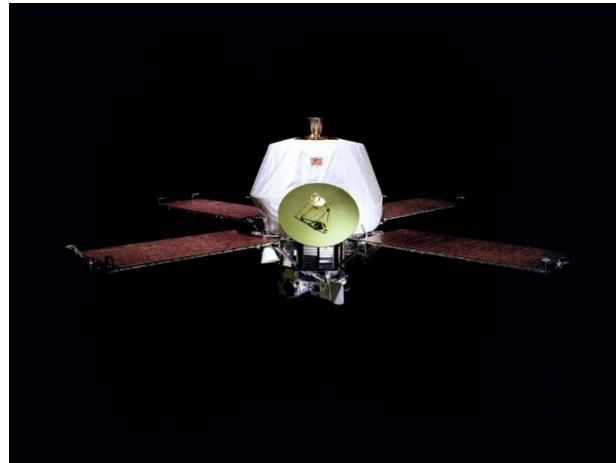
Mariner 9 uydusu 30 Mayıs 1971 tarihinde NASA tarafından Mars'ın atmosferik bileşim, yoğunluk, basıncı, sıcaklık ve ayrıca yüzey bileşimi, yerçekimi alanı ve topografyası hakkında veri toplaması için gönderildi. Mariner 9 uydusu Mars'ın yörüngesine yerleşmiş ilk uydudur. Mars yüzeyini büyük ölçüde (yaklaşık %80 oranında) haritalamayı başarmıştır.

Mariner 9 uydusuna ilişkin yörüngeler bilgileri Çizelge (2.5)'de verilmiştir.

Çizelge 2.5 : Mariner 9 uydusuna ilişkin yörüngeler bilgileri [17].

Yörüngeler Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot	Eğim Açıları (derece)	Eksentrisite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Mars	1398.00	17915.00	754.02 dak.	64.400	0.63300	11.13.1971 19:00:00	11.15.1971 19:00:00
Mars	1387.00	17094.00	718.23 dak.	64.400	0.62200	11.15.1971 19:00:00	12.29.1971 19:00:00
Mars	1650.00	16860.00	719.47 dak.	64.400	0.60140	12.29.1971 19:00:00	-

Mariner 9 uydusu Şekil (2.5)'te gösterilmiştir.



Şekil 2.5 : Mariner 9 uydusu [18].

Uydu üzerinde geniş ve dar açılı kameralar, kızılötesi radyometre, ultraviyole spektrometre ve kızılötesi interferometre enstrümanları bulunmaktadır. 27 Ekim 1972 tarihinde görevi sona erdi.

Viking 1 & Viking 2

Viking 1 ve Viking 2 uyduları birlikte üretildiler. Viking 1 uydusu 20 Ağustos 1975 tarihinde, Viking 2 uydusu 9 Eylül 1975 tarihinde NASA tarafından Mars yüzeyinin yüksek çözünürlüklü görüntülerini elde etmek, gravite alanını belirlemek, atmosfer ve yüzeyin yapısını, bileşimini karakterize etmek ve yaşamın kanıtlarını bulmak amacıyla gönderildi.

Viking 1 uydusuna ilişkin yörüngeler bilgileri Çizelge (2.6)'de verilmiştir.

Çizelge 2.6 : Viking 1 uydusuna ilişkin yörüngeler bilgileri [19].

Yörüngə Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot (saat)	Eğim Açısı (derece)	Eksentrisite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Mars	1510.00	32600.00	24.66	37.900	0.76000	06.20.1976 20:00:00	09.10.1976 20:00:00
Mars	1488.00	-	21.88	38.100	0.00000	09.10.1976 20:00:00	09.23.1976 20:00:00
Mars	1512.00	-	24.65	38.200	0.00000	09.23.1976 20:00:00	01.21.1977 19:00:00
Mars	1477.00	-	23.05	39.100	0.00000	01.21.1977 19:00:00	03.10.1977 19:00:00
Mars	296.00	-	21.92	39.200	0.00000	03.10.1977 19:00:00	03.23.1977 19:00:00
Mars	300.00	-	23.50	39.300	0.00000	03.23.1977 19:00:00	06.30.1977 20:00:00
Mars	300.00	-	24.00	0.000	0.00000	06.30.1977 20:00:00	12.01.1978 19:00:00
Mars	320.00	56000.00	47.26	0.000	0.88221	08.06.1980 20:00:00	-

Viking 2 uydusuna ilişkin yörüngeler bilgileri Çizelge (2.7)'de verilmiştir.

Çizelge 2.7 : Viking 2 uydusuna ilişkin yörüngeler bilgileri [20].

Yörüngelerin Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot (saat)	Eğim Açıları (derece)	Eksentrisite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Mars	1496.00	35800.00	27.32	55.200	0.77770	08.08.1976 20:00:00	08.26.1976 20:00:00
Mars	1486.00	-	24.62	55.400	0.00000	08.26.1976 20:00:00	09.29.1976 20:00:00
Mars	1515.00	-	26.78	75.100	0.00000	09.29.1976 20:00:00	12.19.1976 19:00:00
Mars	775.00	-	26.48	80.100	0.00000	12.19.1976 19:00:00	03.01.1977 19:00:00
Mars	748.000	-	24.73	80.200	0.00000	03.01.1977 19:00:00	04.17.1977 19:00:00
Mars	720.00	-	24.73	80.500	0.00000	04.17.1977 19:00:00	10.22.1977 20:00:00
Mars	300.00	-	24.00	0.000	0.00000	10.22.1977 20:00:00	07.24.1978 20:00:00
Mars	302.00	33176.00	24.08	0.000	0.81630	07.23.1980 20:00:00	-

Viking 1 ve 2 uydusu Şekil (2.6)'te gösterilmiştir.



Şekil 2.6 : Viking 1 ve 2 uydusu [21].

Uydular üzerinde görüntüleme sistemleri, atmosferik su dedektörü ve kızılıötesi termel haritalama işlemlerini gerçekleştirebilmek için sensörler bulunmaktadır. Viking 1 uydusunun 17 Ağustos 1980 tarihinde görevi sona erdi. Viking 2 uydusunun 25 Temmuz 1978 tarihinde görevi sona erdi.

Mars Global Surveyor (MGS)

MGS uydusu 7 Kasım 1996 tarihinde NASA tarafından Mars'ın yüzey morfolojisini, topografyasını, yerçekimi, atmosferik dinamikleri ve manyetik alanı hakkında bilgi toplamak amacıyla gönderildi.

MGS uydusuna ilişkin yörüngeler bilgileri Çizelge (2.8)'de verilmiştir.

Çizelge 2.8 : MGS uydusuna ilişkin yörüngeler bilgileri [22].

Yörüngelerin Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot (saat)	Eğim Açıları (derece)	Eksentrisite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Mars	261.00	54024.50	44.99 saat	93.260	0.88047	09.11.1997 20:37:00	-
Mars	171.40	17836.00	11.64 saat	93.000	0.71260	03.30.1998 19:00:00	09.22.1998 20:00:00

MGS uydusu Şekil (2.7)'te gösterilmiştir.



Şekil 2.7 : MGS uydusu [23].

MGS uydusu üzerinde görüntüleme sistemleri, termal emisyon spektrometresi, lazer altimetre, manyetometre, yer çekimini belirlemek için ultra-stabil osilatör ve ivmeölçer olmak üzere birçok enstrüman bulunmaktadır. MGS uydusu 10 yıl yörüngede kaldıktan sonra 14 Kasım 2006 tarihinde görevini tamamladı.

Mars Odyssey

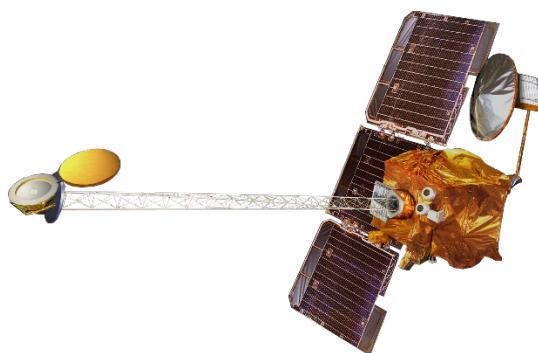
Mars Odyssey uydusu 7 Nisan 2001 tarihinde NASA tarafından Mars'ın mineralojik analizini yapmak, radyasyon ortamını ölçmek, iklimini ve jeolojisini incelemek amacıyla gönderildi.

MGS uydusuna ilişkin Güneş eşzamanlı yörünge bilgileri Çizelge (2.9)'de verilmiştir.

Çizelge 2.9 : Mars Odyssey uydusuna ilişkin yörünge bilgileri [24].

Yörünge Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot	Eğim Açısı (derece)	Eksentrisite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Mars	400	400	2 saat	93.064	0.00000	19.10.2003 00:00:00	-

Mars Odyssey uydusu Şekil (2.8)'te gösterilmiştir.



Şekil 2.8 : Mars Odyssey uydusu [25].

Uydu üzerinde termal emisyon görüntüleme sistemi (THEMIS), gama ışını spektrometresi (GRS), nötron spektrometresi (NS) ve yüksek enerji nötron dedektörü (HEND) olmak üzere birçok enstrüman bulunmaktadır. Mars Odyssey uydusu halen hizmet vermektedir.

Mars Express

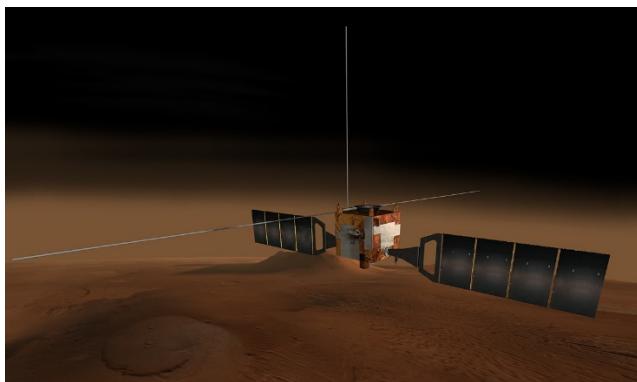
Mars Express uydusu 2 Haziran 2003 tarihinde ESA tarafından Mars'ın yüksek çözünürlüklü (10 metre) fotojeoloji, yüksek çözünürlüklü (100 metre) mineralojik, atmosferik bileşimin haritalandırılması, yeraltı yapısını, küresel atmosferik dolaşımı incelemek amacıyla gönderildi.

Mars Express uydusuna ilişkin yörünge bilgileri Çizelge (2.10)'de verilmiştir.

Çizelge 2.10 : Mars Express uydusuna ilişkin yörünge bilgileri [26].

Yörünge Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot	Eğim Açısı (derece)	Eksentrisite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Mars	330	10 530	7 saat	86.9	0.571	25.12.2003 03:00:00	-

Mars Odyssey uydusu Şekil (2.9)'te gösterilmiştir.



Şekil 2.9 : Mars Express uydusu [27].

Mars Express uydusu üzerinde yüksek çözünürlüklü stereoskopik kamera (HRSC), görünür ve yakın yakın kızılıötesi spektrometresi (OMEGA), kızılıötesi spektrometresi (PFS), ultraviyole spektrometresi (SPICAM), nötr ve yüklü parçacık sensörleri (ASPERA), yeraltı radar ve altimetre olmak üzere birçok enstrüman bulunmaktadır. Mars Express uydusu halen hizmet vermektedir.

Mars Reconnaissance Orbiter (MRO)

MRO uydusu 12 Ağustos 2005 tarihinde NASA tarafından Mars'ın yüksek çözünürlüklü görüntülerini elde etmek, yüzey kompozisyonunu belirlemek, yer altı sularını aramak, atmosferindeki toz ve su içeriğini saptamak amacıyla gönderildi.

MRO uydusu Güneş eşzamanlı ve kutupsal bir yörüngeye sahiptir. MRO uydusuna ilişkin yörünge bilgileri Çizelge (2.11)'de verilmiştir.

Çizelge 2.11 : MRO uydusuna ilişkin yörünge bilgileri [28].

Yörünge Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot	Eğim Açısı (derece)	Eksentrисite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Mars	320	255	112 dak.	93	0.604	10.03.2006 21:24:00	-

MRO uydusu Şekil (2.10)'te gösterilmiştir.



Şekil 2.10 : MRO uydusu [29].

Uydu üzerinde yüksek çözünürlüklü görüntüleme sistemi (HIRISE), geniş açılı kamera (CTX), kompakt keşif görüntüleme spektrometresi (CRISM), renkli görüntüleyici (MARCI), yer altı sondaj radarı (SHARAD), kıızılötesi radyometre (MCS) ve gravite alanını belirlemek için ivmeölçer olmak üzere birçok enstrüman bulunmaktadır. MRO uydusu hala görev yapmaktadır.

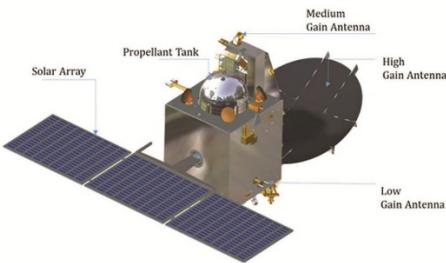
Mangalyaan (Mars Orbiter Mission - MOM)

Mangalyaan uydusu 5 Kasım 2013 tarihinde ISRO tarafından Mars'ın yüzey özelliklerini, morfolojisini, mineralojisini ve atmosferini incelemek amacıyla gönderildi. MOM uydusuna ilişkin yörünge bilgileri Çizelge (2.12)'de verilmiştir.

Çizelge 2.12 : MOM uydusuna ilişkin yörünge bilgileri [30].

Yörünge Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot	Eğim Açısı (derece)	Eksentrисite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Mars	248	23 550	6.831 saat	19.27	-	10.03.2006 21:24:00	-

MOM uydusu Şekil (2.11)'te gösterilmiştir.



Şekil 2.11 : MOM uydusu [31].

Uydu üzerinde RGB kamera (MCC), Lyman Alfa fotometre (LAP), termal kızılötesi görüntüleme spektrometresi (TIS), eksosferik nötr kompozisyon analizörü (MENCA) ve metan gazı sensörü (MSM) olmak üzere birçok enstrüman bulunmaktadır. Mangalyaan uydusundan elde edilen verilere ulaşmak için <https://mrbrowse.issdc.gov.in/MOMLTA/> adresi kullanılabilir. Mangalyaan uydusu hala görev yapmaktadır.

Mars Atmosphere and Volatile Evolution (MAVEN)

MAVEN uydusu 18 Kasım 2013 tarihinde NASA tarafından Mars'ın üst atmosferini, iyonosferini, güneş rüzgârları ile etkileşimlerini incelemek ve atmosferden uzaya salınan nötr gaz ve iyonlarının oranının tespiti amacıyla gönderildi. MAVEN uydusuna ilişkin yörünge bilgileri Çizelge (2.13)'de verilmiştir.

Çizelge 2.13 : MAVEN uydusuna ilişkin yörünge bilgileri [32].

Yörünge Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot	Eğim Açısı (derece)	Eksentrisite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Mars	150	6200	4.5 saat	75	0.99970	22.09.2014 02:24:00	-

MOM uydusu Şekil (2.12)'te gösterilmiştir.



Şekil 2.12 : MAVEN uydusu [33].

Uydu üzerinde manyetometre, nötr gaz ve iyon spektrometresi, Langmuir probu, ultraviyole spektrometresi, güneş rüzgarı elektron ve iyon analizörü olmak üzere birçok enstrüman bulunmaktadır. MAVEN uydusu hala görev yapmaktadır.

ExoMars Trace Gas Orbiter (TGO)

TGO uydusu 14 Mart 2016 tarihinde ESA ve Roscosmos tarafından ortak üretilen bir misyondur. Uydunun görevi atmosferdeki küçük miktardaki gaz karışımlarını incelemektir. TGO uydusuna ilişkin yörünge bilgileri Çizelge (2.14)'de verilmiştir.

Çizelge 2.14 : TGO uydusuna ilişkin yörünge bilgileri [34].

Yörünge Merkezi	Periapsis (km)	Apoapsis (km)	Periyot	Eğim Açısı (derece)	Eksentrисite	Epok Başlangıç (UTC)	Epok Bitiş (UTC)
Mars	400	400	2 saat	74	0	19.10.2016 15:24:00	-

TGO uydusu Şekil (2.13)'te gösterilmiştir.

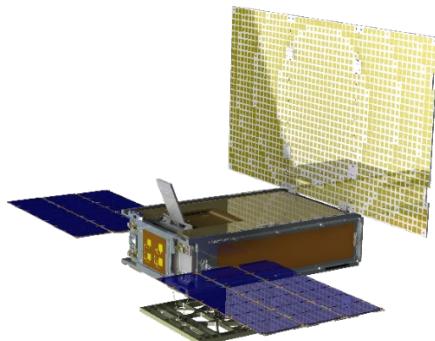


Şekil 2.13 : TGO uydusu [35].

Uydu üzerinde atmosferik kimya paketi (ACS), renkli ve stereo yüzey görüntüleme sistemi (CaSSIS), yüksek çözünürlüklü epitermal nötron dedektörü (FREND) olmak üzere birçok enstrüman bulunmaktadır. ExoMars uydusu hala görev yapmaktadır.

Mars Cube One (MarCO)

MarCO-A ve MarCO-B uyduları 5 Mayıs 2018 tarihinde NASA tarafından üretilen ikiz küp uydudur. MarCO uydularının ana görevi iletişim ve navigasyon teknolojilerini test etmektedir. MarCO uydusu Güneş merkezli bir yörungede ilerlemektedir. MarCO uydusu Şekil (2.14)'te gösterilmiştir.



Şekil 2.14 : MarCO uydusu [36].

Mars InSight aracının Mars'a inişi sırasında Dünya'ya iniş hakkında bilgiler yollamıştır.

2.2 Yer Misyonları

Mars'a gönderilen arazi araçları hareketli (gezgin) ve sabit duran arazi araçları olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Bu araçlar hakkında bilgiler Çizelge (2.15) ve Çizelge (2.16)'da tablo halinde verilmiştir.

Çizelge 2.15 : Sabit arazi araçları [37].

Misyon Adı	Kuruluş	Fırlatılma Tarihi	Görev Bitiş Tarihi	Misyon
Viking 1	NASA	20 Ağustos 1975	13 Kasım 1982	Sismoloji, Meteoroloji, Görüntüleme, Biyoloji, Mineroloji
Viking 2	NASA	9 Eylül 1975	11 Nisan 1980	Viking 1 ile aynı misyona sahip
Pathfinder	NASA	4 Aralık 1996	27 Eylül 1997	Arazi keşfi, Kimyasal, Atmosferik ölçümeler
Phoenix	NASA	4 Ağustos 2007	10 Kasım 2008	Meteoroloj, Biyoloji
InSight	NASA	5 Mayıs 2018	-	Sismoloji, Jeodezi

Çizelge 2.16 : Gezgin arazi araçları [37].

Misyon Adı	Kuruluş	Fırlatılma Tarihi	Görev Bitiş Tarihi	Misyon
Sojourner	NASA	4 Aralık 1996	27 Eylül 1997	Pathfinder aracı ile koordineli olarak arazi keşfi, atmosferik ve kimyasal ölçümeler
Spirit	NASA	10 Haziran 2003	25 Mayıs 2011	Biyoloji, toprak ölçümeleri
Oppurtunity	NASA	7 Temmuz 2004	10 Haziran 2018	Biyoloji, toprak ölçümeleri
Curiosity	NASA	26 Kasım 2011	-	Biyolojik ve kimyasal ölçümeler

3. MARS GRAVİTE ALANININ HESAPLANMASINA YÖNELİK ÇALIŞMALAR

Global ve lokal gravite alanları hesabı ve buna ilişkin araştırmalar Almanya merkezli GeoForschungZentrum (GFZ) Potsdam Yer Bilimleri Araştırma Merkezi bünyesinde bulunan International Centre for Global Earth Models (ICGEM) araştırma birimi tarafından sunulmaktadır. ICGEM veritabanında Dünya başta olmak üzere Ay, Mars ve Venüs gök cisimleri için gravite modelleri mevcuttur. ICGEM veritabanında Mars için 6 model bulunmaktadır. Mars için modelleri oluşturmak için kullanılan uydu yörüngelerine ve uydu üzerindeki enstrümanların verilerine NASA'ya ait olan <http://pds-geosciences.wustl.edu/> adresinden ulaşılabilir. Bu çalışmada Mars gezegeni için oluşturulan gravite modelleri üzerinde kronolojik olarak durulacaktır. Model içerisindeki küresel harmonik katsayıların kullanımına dair teorik bilgiler bir sonraki bölümde verilecektir. (Bknz: 4. Uygulama)

3.1 JGM50C01 Modeli

JGM50C01 modeli William L. Sjogren direktörüğünde NASA'nın Jet Propulsion Laboratory Gravity Science ekibi tarafından 17 Aralık 1998'de duyurulmuş bir modeldir. 50 dereceye kadar açılmış olan bu modelde Mariner 9, Viking 1 ve Viking 2 uyduları kullanılmış olup bu uydularına ilişkin gözlem sayıları Çizelge (3.1)'de verilmiştir. Modele ilişkin parametreler Çizelge (3.2)'de verilmiştir.

Çizelge 3.1 JGM50C01 modeli için yapılan gözlem sayıları [38].

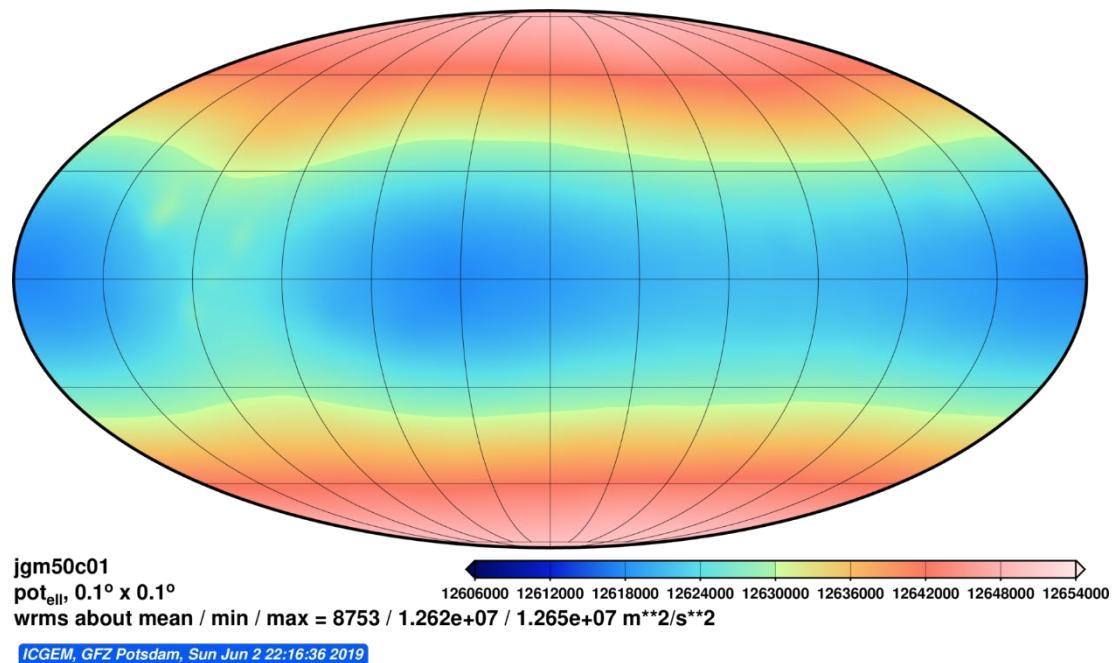
Uydular	Gözlem Sayısı
Mariner 9	55984
Viking 1	157125
Viking 2	111896
Toplam	325005

Çizelge 3.2 : JGM50C01 modeli için parametreler [38]

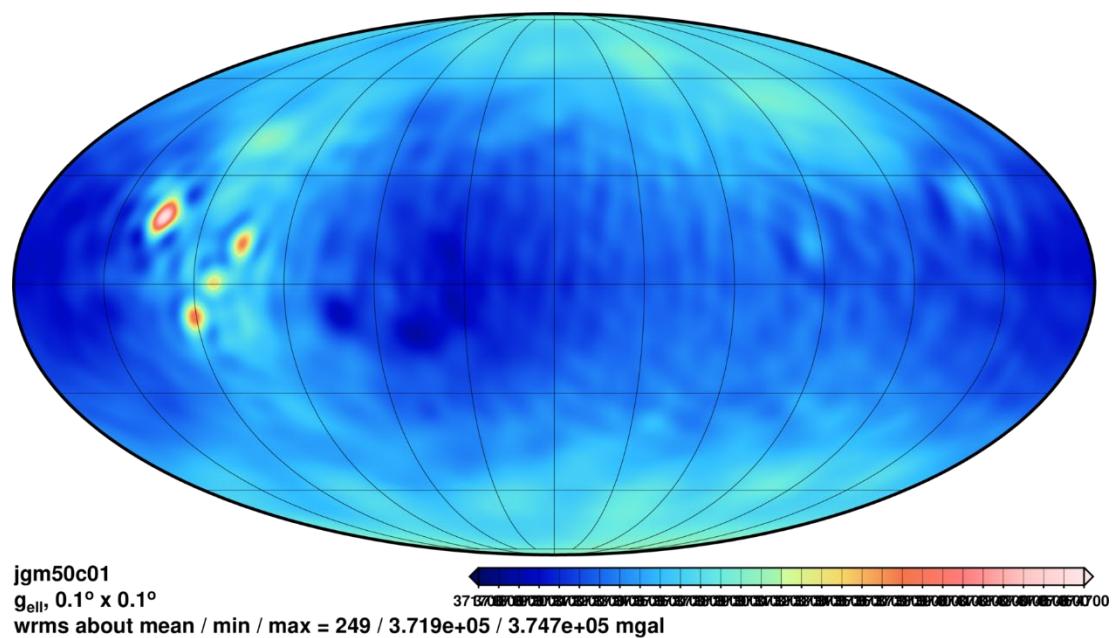
Parametreler	Değer	Birim
Yerçekimi Sabiti (GM)	4.2828370×10^{13}	$\text{metre}^3/\text{saniye}^2$
Ekvatoryal Yarıçap	3.39420×10^6	metre

Bu gözlemlerden elde edilen küresel harmonik katsayılar tam normalize edilmiştir. Aynı zamanda küresel harmonik katsayıların karesel ortalama hataları hesaplanmadığı

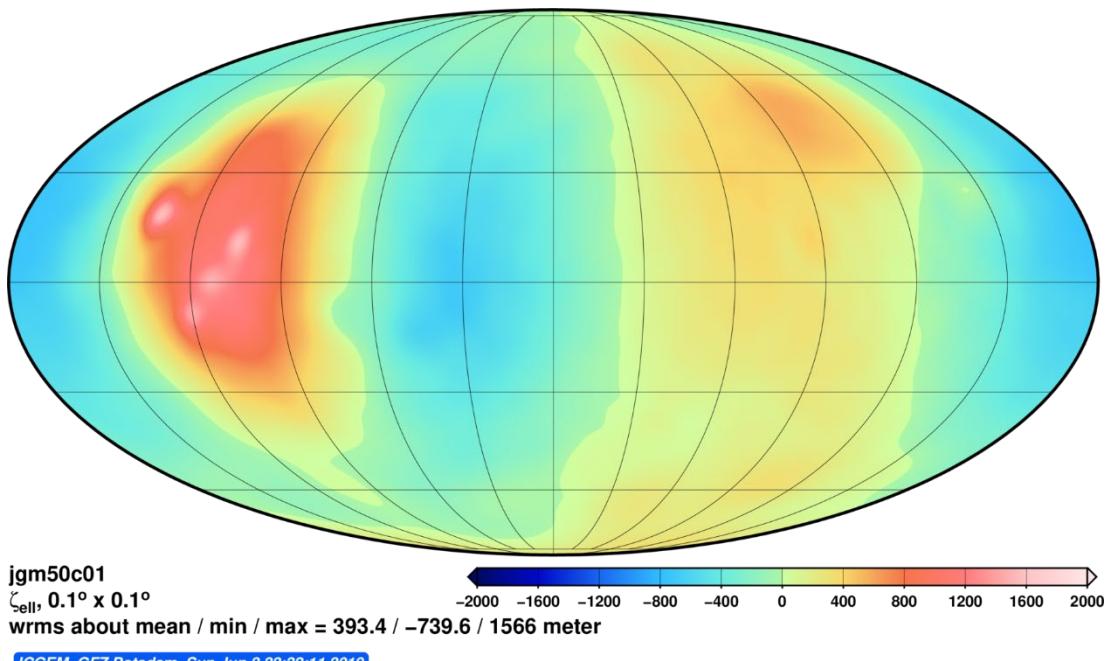
icin sıfır olarak gösterilmiştir. Modele ilişkin küresel harmonik katsayılar *SHAGRV VI.0* adlı program kullanılarak oluşturulmuştur. Oluşturulan bu harmonik katsayılarından elde edilen çekim potansiyeli (Şekil 3.1), potansiyelin gradyan büyülüğu (Şekil 3.2), yükseklik anomalisi (Şekil 3.3), gravite dağılımı (Şekil 3.4), radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi (Şekil 3.5) 0.1 derece aralıklarla ICGEM'in hesaplama araçları kullanılarak görselleştirilmiştir.



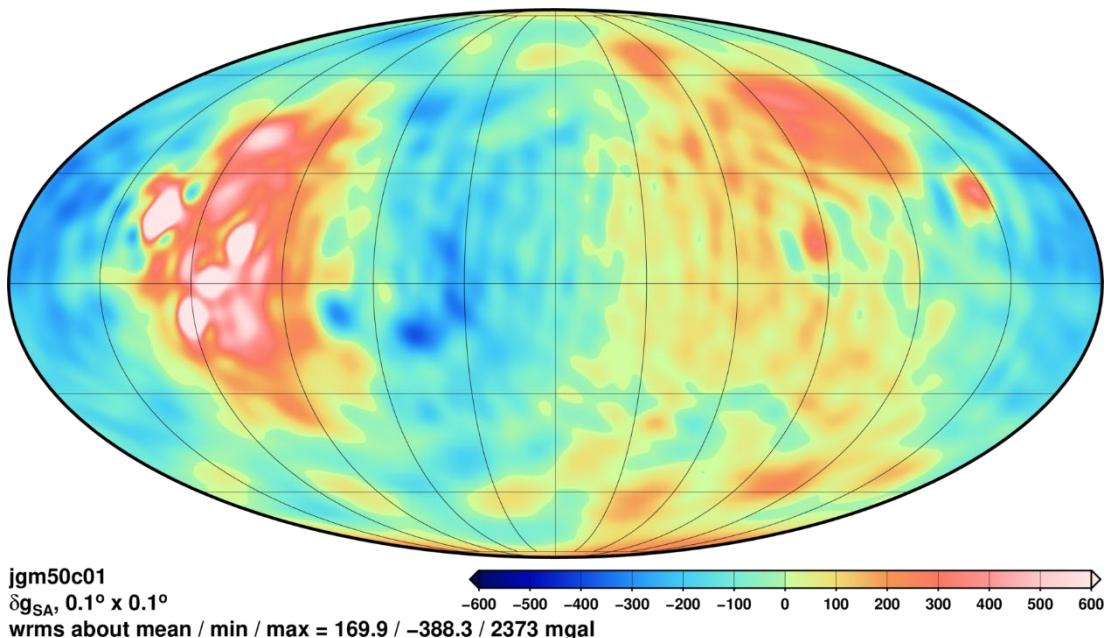
Şekil 3.1 : JGM50C01 modelinden hesaplanan çekim potansiyeli.



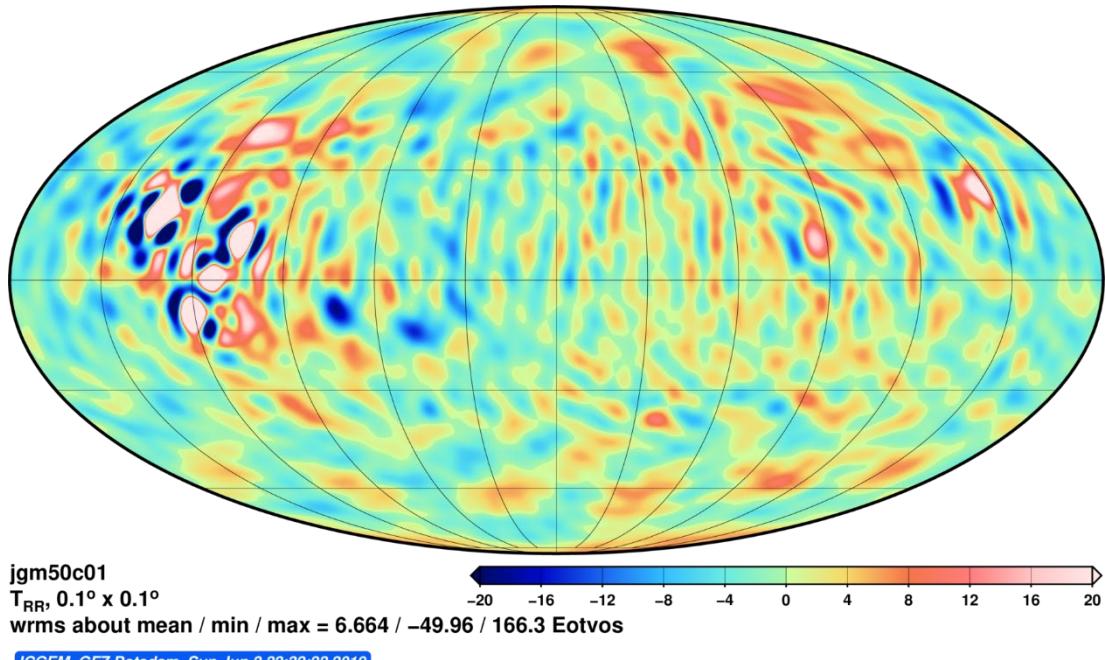
Şekil 3.2 : JGM50C01 modelinden hesaplanan potansiyelin gradyan büyülüğu.



Şekil 3.3 : JGM50C01 modelinden hesaplanan yükseklik anomalisi.



Şekil 3.4 : JGM50C01 modelinden hesaplanan gravite dağılımı.



Şekil 3.5 : JGM50C01 modelinden hesaplanan radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi.

3.2 GGM50A01 Modeli

GGM50A01 modeli David E. SMITH direktörlüğünde Nasa/Goddard Space Flight Center Gravity Science ekibi tarafından 17 Aralık 1998'de duyurulmuştur. 50 dereceye kadar açılmış olan bu modelde Mariner 9, Viking 1 ve Viking 2 uydularından elde edilen gözlemler kullanılmıştır. Bu modelin sadece ekvatorial yarıçapı değiştirilerek aynı ekip tarafından GGM50A02 modeli oluşturulmuştur. Bu uydulara ait gözlem verileri Çizelge (3.3)'de verilmiştir.

Çizelge 3.3: GGM50A01 modeli için yapılan gözlem bilgileri [39].

Uydular	Periapsis Yükseklik (km)	Uydu Eğimi (derece)	Yay Sayısı	Ortalama Yay Uzunluğu (Gün)	Toplam Gözlem Sayısı
Mariner 9	1500	64.4	32	4.3	49878
Viking 1	1500	38.2	29	4.2	31393
Viking 1	300	39.1	95	4.8	63977
Viking 2	1400	55.4	12	3.8	11878
Viking 2	1500	75.1	11	4.7	10467
Viking 2	778	80.1	54	3.8	35375
Viking 2	300	80.2	37	4.2	29355
Toplam			270		232323

Modellere ilişkin parametreler Çizelge (3.4) ve Çizelge(3.5)'de verilmiştir.

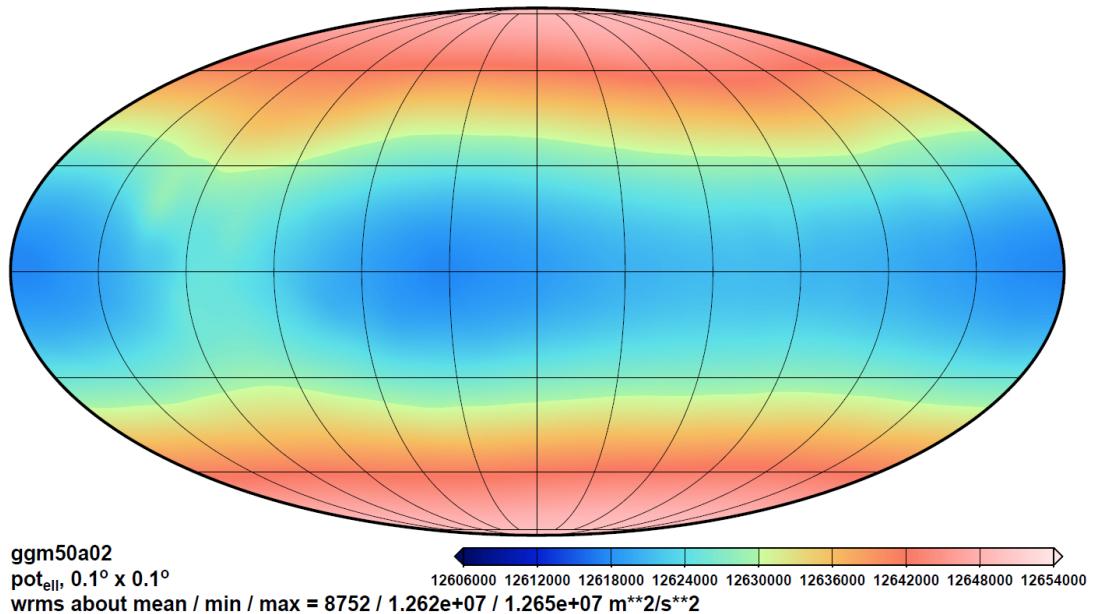
Çizelge 3.4 : GGM50A01 modeli için parametreler [39]

Parametreler	Değer	Birim
Yerçekimi Sabiti (GM)	$4.28283579647740 \times 10^{13}$	$\text{metre}^3/\text{saniye}^2$
Ekvatoryal Yarıçap	3.3942×10^6	metre

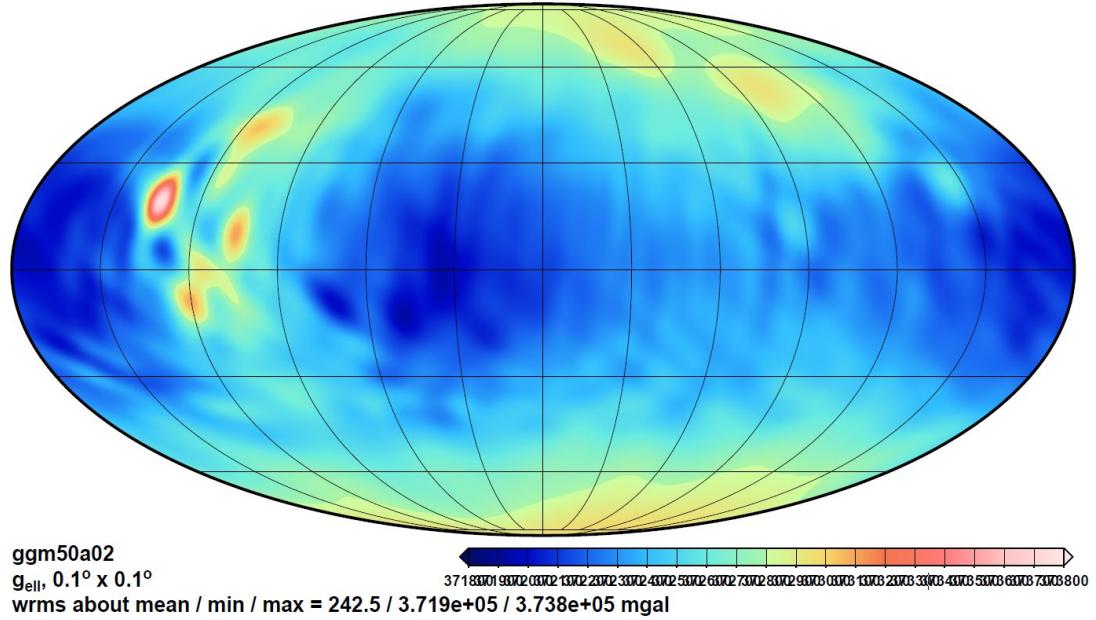
Çizelge 3.5 : GGM50A02 modeli için parametreler [39]

Parametreler	Değer	Birim
Yerçekimi Sabiti (GM)	$4.28283579647740 \times 10^{13}$	$\text{metre}^3/\text{saniye}^2$
Ekvatoryal Yarıçap	3.3960×10^6	metre

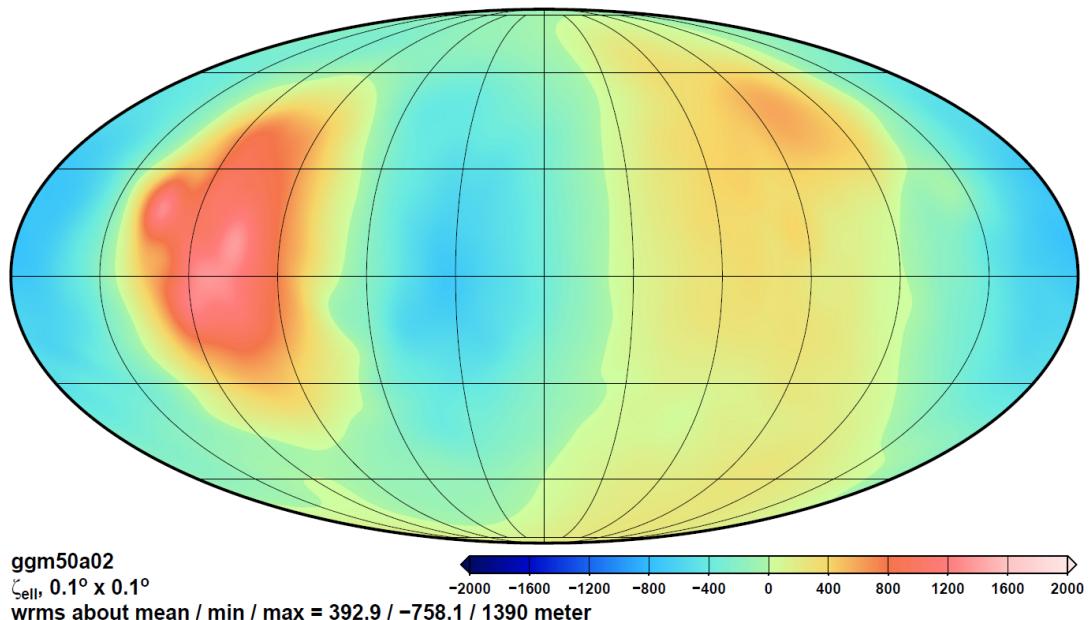
GGM50A01 adlı modelde küresel harmonik katsayılar tam normalize edilmiş durumda servis edilmektedir. Bu katsayılar *SOLVE, VERSION 9301* adlı program kullanılarak oluşturulmuştur. Oluşturulan bu harmonik katsayılardan elde edilen çekim potansiyeli (Şekil 3.6), potansiyelin gradyan büyülüğu (Şekil 3.7), yükseklik anomalisi (Şekil 3.8), gravite dağılımı (Şekil 3.9), radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi (Şekil 3.10) ICGEM'in hesaplama araçları kullanılarak 1° aralıklarla görselleştirilmiştir.



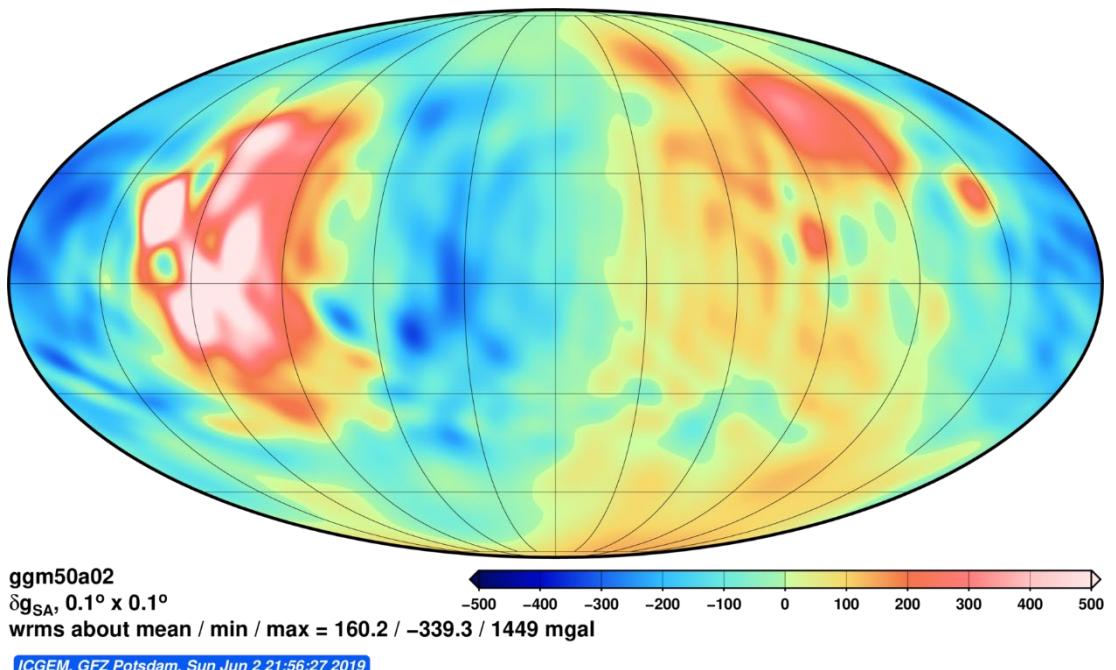
Şekil 3.6: GGM50A01 modelinden hesaplanan çekim potansiyeli.



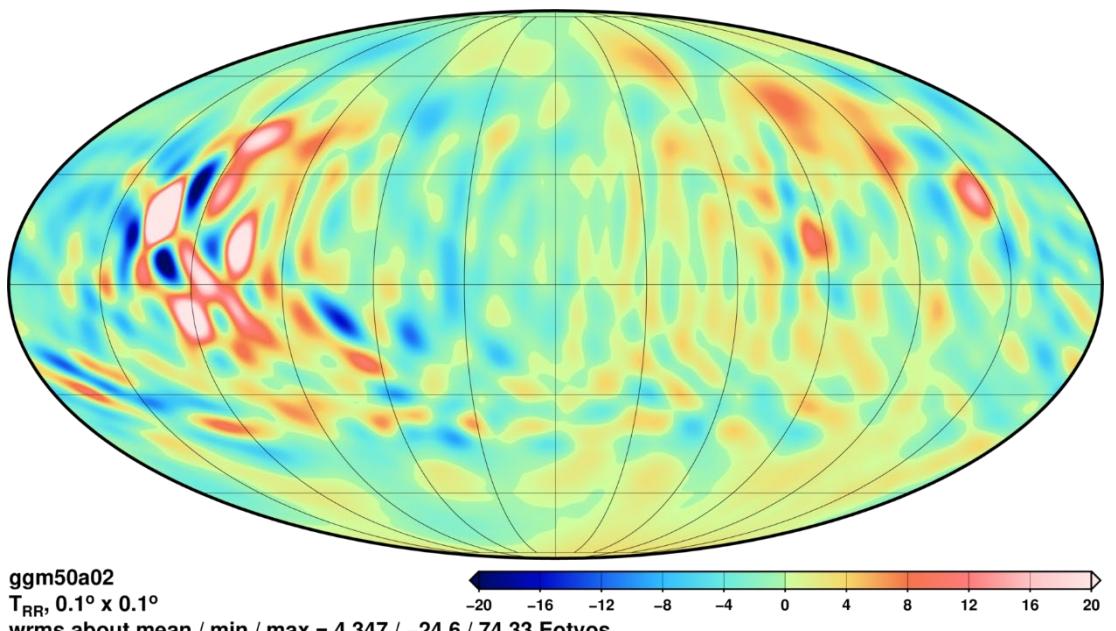
Şekil 3.7 : GGM50A01 modelinden hesaplanan potansiyelin gradyan büyüğünü.



Şekil 3.8 : GGM50A01 modelinden hesaplanan yükseklik anomalisi.



Şekil 3.9 : GGM50A01 modelinden hesaplanan gravite dağılımı.



Şekil 3.10 : GGM50A01 modelinden hesaplanan radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi.

3.3 GGM2BC80 Modeli

GGM2BC80 modeli D.E. SMITH direktörüğünde F.G LEMOINE tarafından Mars Global Surveyor(MGS) Radio Science takımı ile birlikte 30 Eylül 2000'de duyurulmuş bir modeldir. 80 dereceye kadar açılmış bu modelde sadece Mars Global Surveyor uyduyu kullanılmıştır. Bu uyduya ilişkin zaman periyotları, yaylar ve gözlem sayıları Çizelge(3.6)'te verilmiştir.

Çizelge 3.6: GGM2BC80 modeli için yapılan gözlem bilgileri [40]

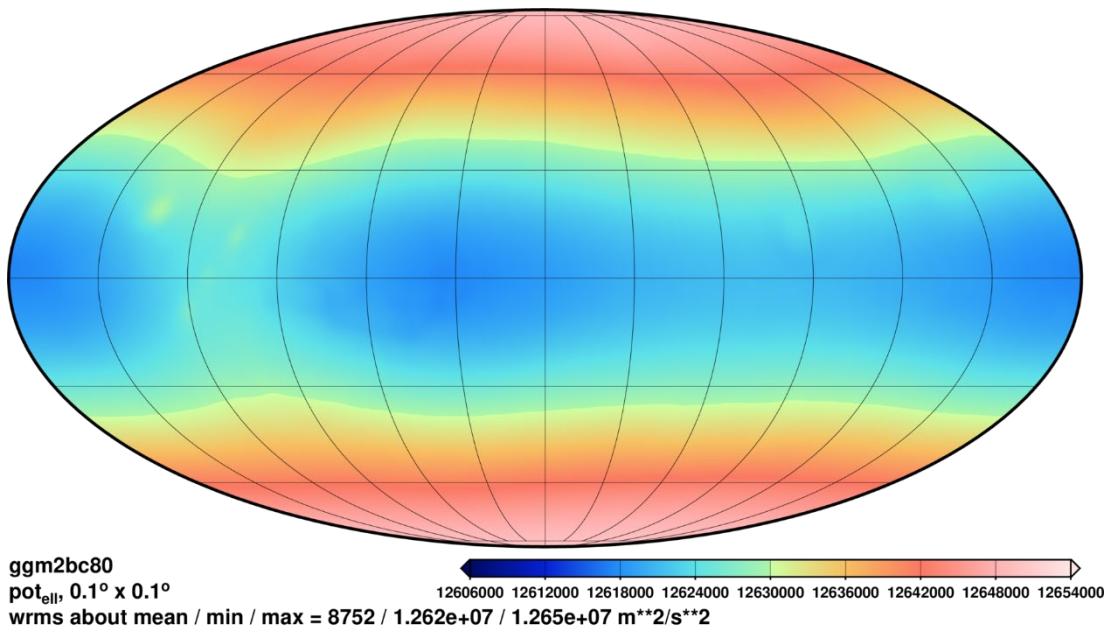
Gözlemler	Yay	Toplam Gözlem Sayısı
Hiatus	2	24119
SPO - 1	8	31001
SPO - 2	16	157972
Şubat – Mart 1999	9	76813
Nisan 1999 – Şubat 2000	47	665210
Toplam		955115

Modele ilişkin parametreler Çizelge (3.7)'de verilmiştir.

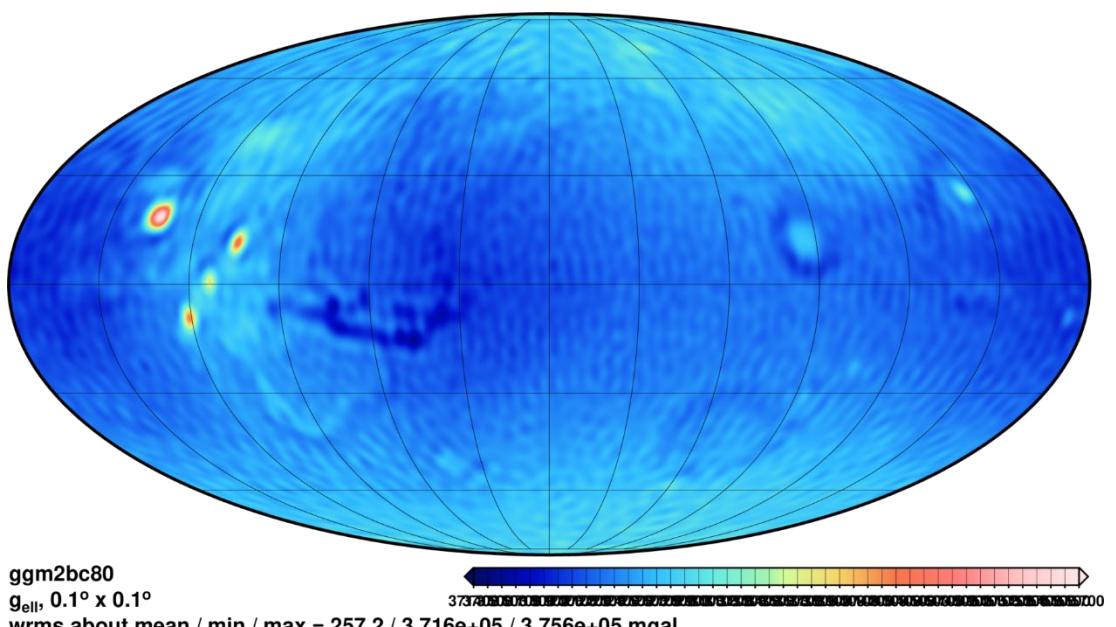
Çizelge 3.7 : GGM2BC80 modeli için parametreler [40]

Parametreler	Değer	Birim
Yerçekimi Sabiti (GM)	$4.2828371901284001 \times 10^{13}$	$\text{metre}^3/\text{saniye}^2$
Ekvatoryal Yarıçap	3.3970×10^6	metre

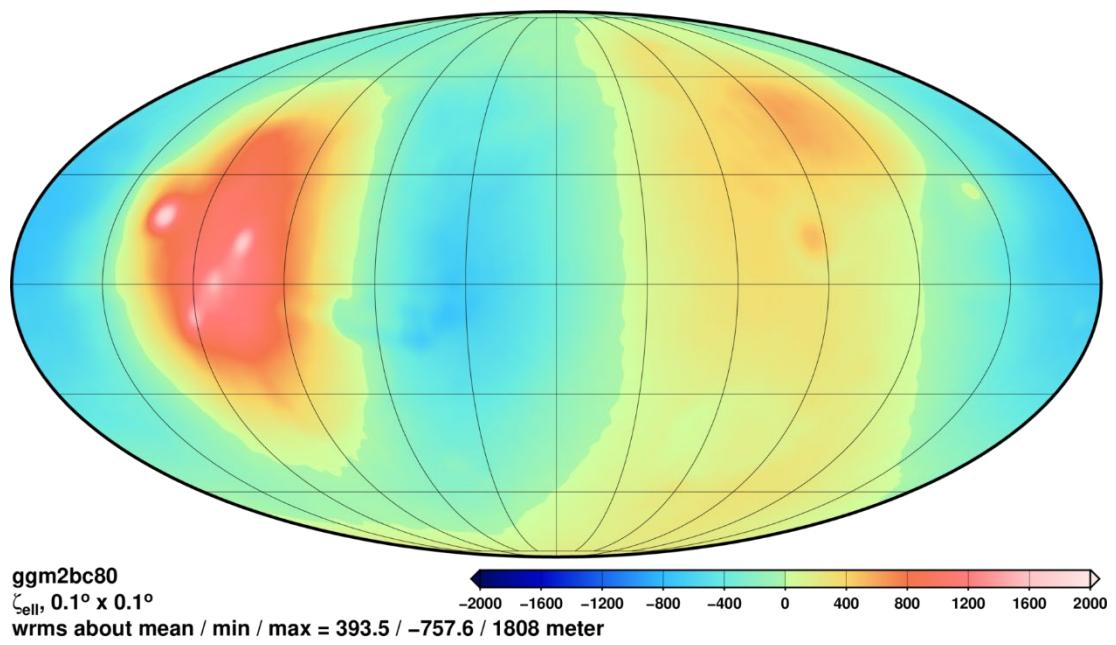
GGM2BC80 adlı modelde küresel harmonik katsayılar tam normalize edilmiş durumdadır. Bu katsayılar *SOLVE.F90INLINE3;2000.01* adlı program kullanılarak oluşturulmuştur. Oluşturulan bu harmonik katsayılarından elde edilen çekim potansiyeli (Şekil 3.11), potansiyelin gradyan büyülüğu (Şekil 3.12), yükseklik anomalisi (Şekil 3.13), gravite dağılımı (Şekil 3.14), radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi (Şekil 3.15) ICGEM'in hesaplama araçları kullanılarak 0.1° aralıklarla görselleştirilmiştir.



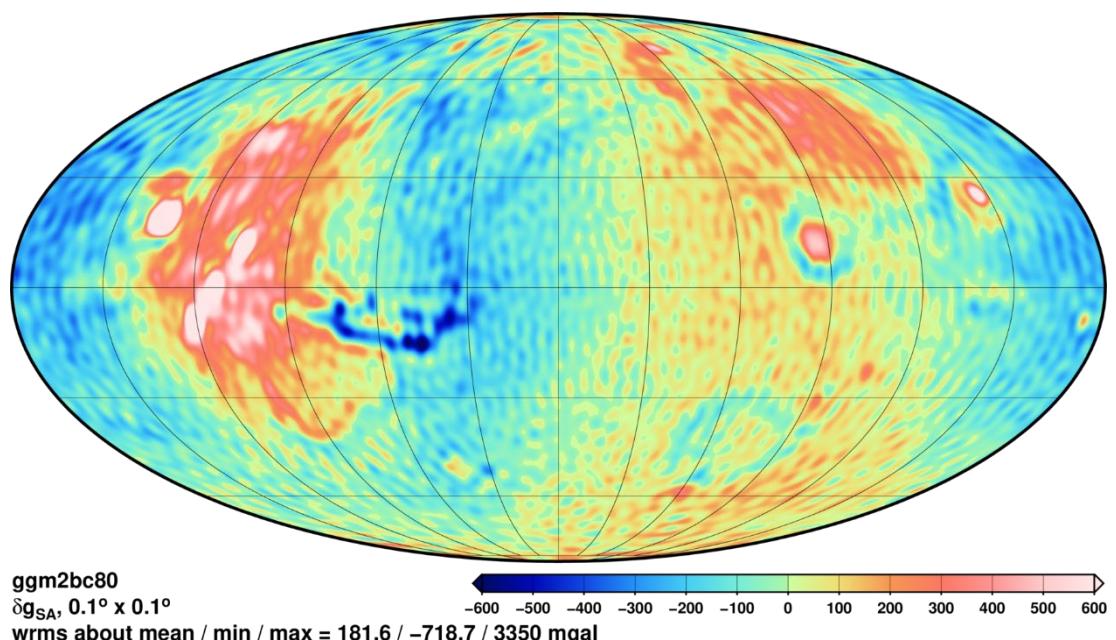
Şekil 3.11 : GGM2BC80 modelinden hesaplanan çekim potansiyeli.



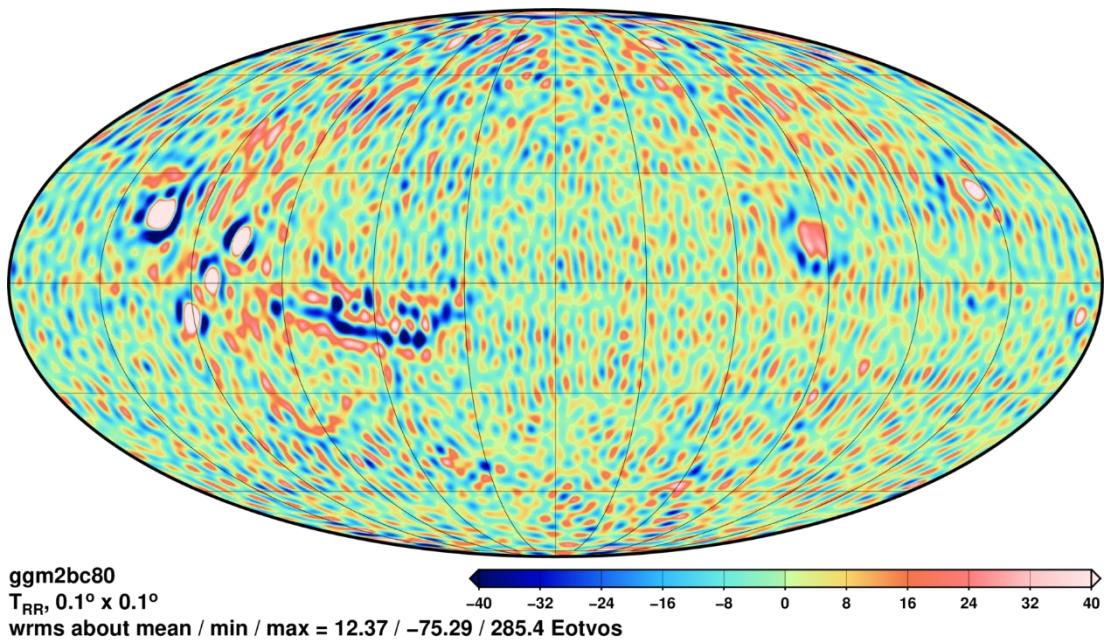
Şekil 3.12 : GGM2BC80 modelinden hesaplanan potansiyelin gradyan büyüklüğü.



Şekil 3.13 : GGM2BC80 modelinden hesaplanan yükseklik anomalisi.



Şekil 3.14 : GGM2BC80 modelinden hesaplanan gravite dağılımı.



Şekil 3.15 : GGM2BC80 modelinden hesaplanan radyal yönde gravite dağılıminin ikinci türevi.

3.4 JGM85F01 Modeli

JGM85F01 modeli NASA bünyesinde bulunan Jet Propulsion Laboratory (JPL)'de William L. SJOGREN direktörlüğünde Mars Global Surveyor Gravity Science ekibi tarafından 1 Ocak 2002'de duyurulmuş bir modeldir. 85 dereceye kadar açılmış bu modelde Mariner 9, Viking 1-2 ve Mars Global Surveyor (MGS) uydularından elde edilen veriler kullanılmıştır. Bu uydularla ilişkin gözlem verileri Çizelge (3.8) ve Çizelge (3.9)'de verilmiştir.

Çizelge 3.8 : JGM85F01 modeli için yapılan gözlem tarihleri [41].

Uydular	Gözlem Zamanı Aralığı
Mariner 9	11.14.1971 – 04.14.1972
Viking 1	06.21.1976 – 11.18.1978
Viking 2	03.02.1977 – 07.25.1978
MGS Science Phasing Orbit 1 (SPO1)	03.28.1998 – 04.28.1998
MGS Science Phasing Orbit 2 (SPO2)	06.04.1998 – 09.23.1998
MGS Gravity Calibration Orbit (GCO)	06.04.1998 – 09.23.1998
MGS High-Gain Antenna Mapping (FHGA)	02.02.1999 – 03.29.1999
MGS Mapping (MAP)	03.29.1999 – 08.14.2001

Çizelge 3.9: JGM85F01 modeli için yapılan gözlem bilgileri [41].

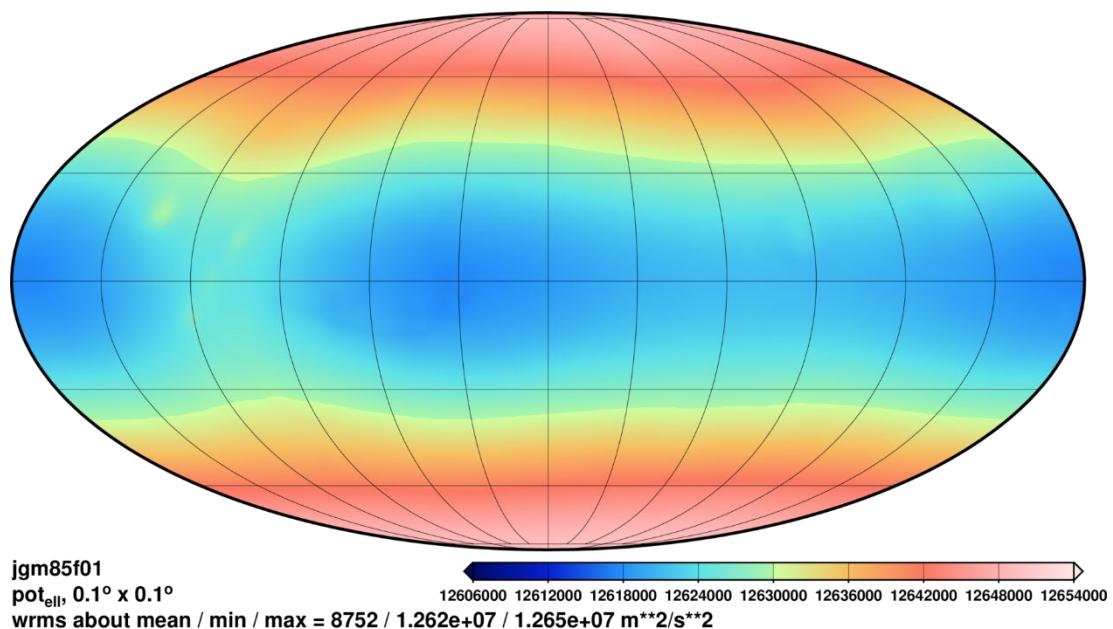
Uydular	Periapsis Uzaklığı (km)	Gözlem Sayısı
Mariner 9	-	47 597
Viking 1	-	67 545
Viking 2	-	70 677
MGS Science Phasing Orbit 1-2 (SPO1 ve SPO2)	177	134 072
MGS Gravity Calibration Orbit (GCO)	370	145 777
MGS Mapping (MAP)	370	2 102 977

Modele ilişkin parametreler Çizelge (3.10)'de verilmiştir.

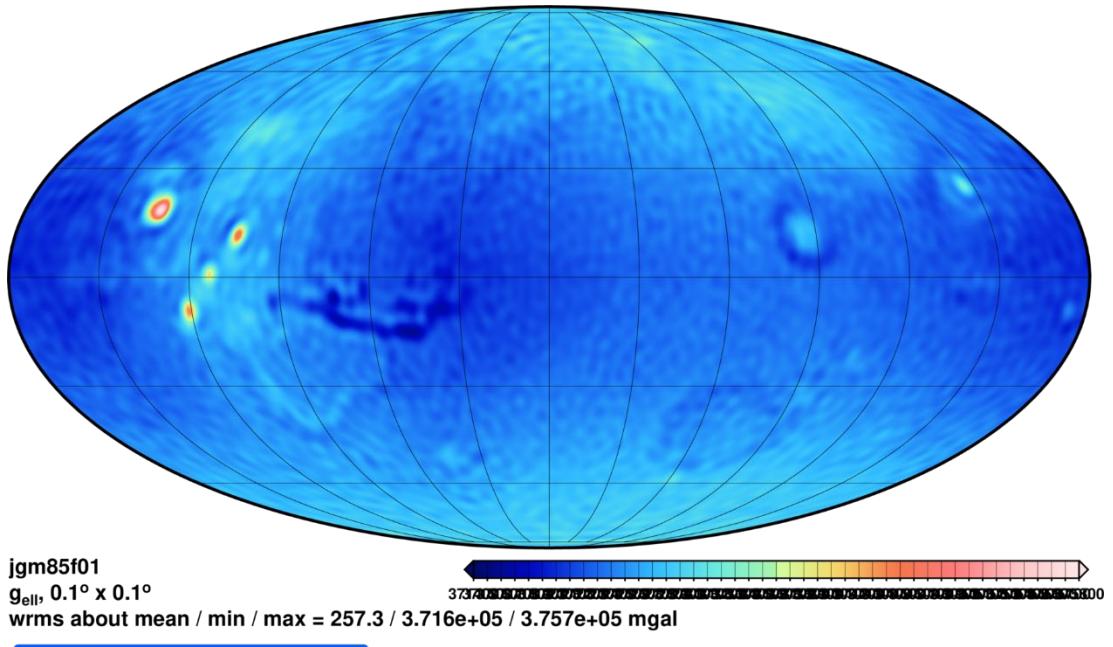
Çizelge 3.10 : JGM85F01 modeli için parametreler [41].

Parametreler	Değer	Birim
Yerçekimi Sabiti (GM)	$4.28283763830 \times 10^{13}$	metre ³ /saniye ²
Ekvatoryal Yarıçap	3.39420×10^6	metre

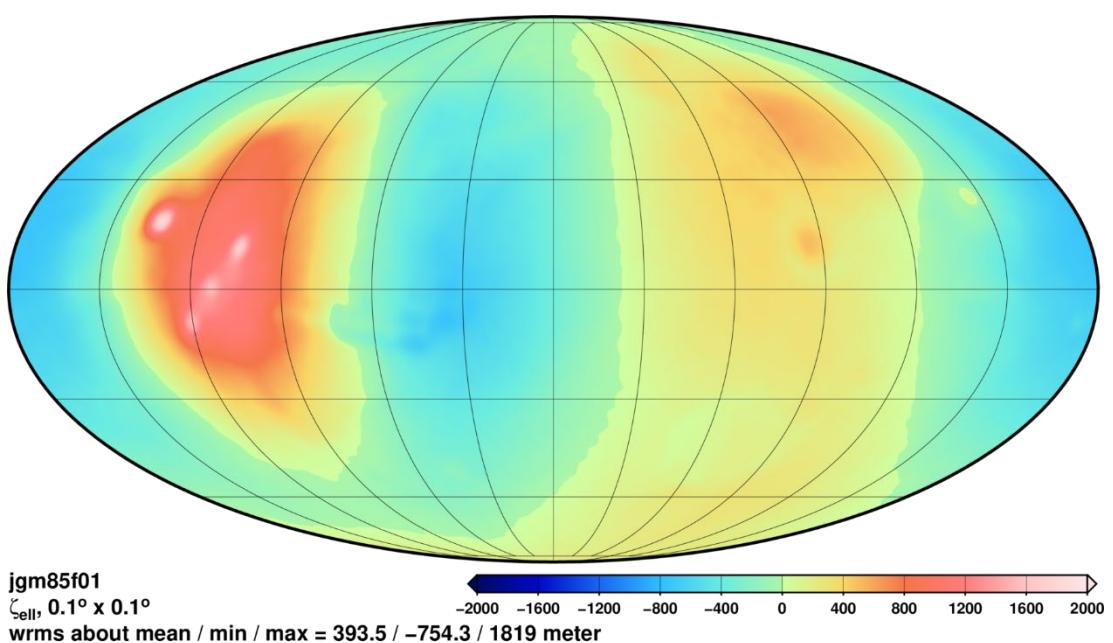
JGM85F01 adlı modelde küresel harmonik katsayılar tam normalize edilmiş durumdadır. Bu katsayılar *SHAGRV.V1.0* adlı program kullanılarak oluşturulmuştur. Oluşturulan bu harmonik katsayılardan elde edilen çekim potansiyeli (Şekil 3.16), potansiyelin gradyan büyülüğu (Şekil 3.17), yükseklik anomalisi (Şekil 3.18), gravite dağılımı (Şekil 3.19), radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi (Şekil 3.20) ICGEM'in hesaplama araçları kullanılarak **0.1°** aralıklarla görselleştirilmiştir.



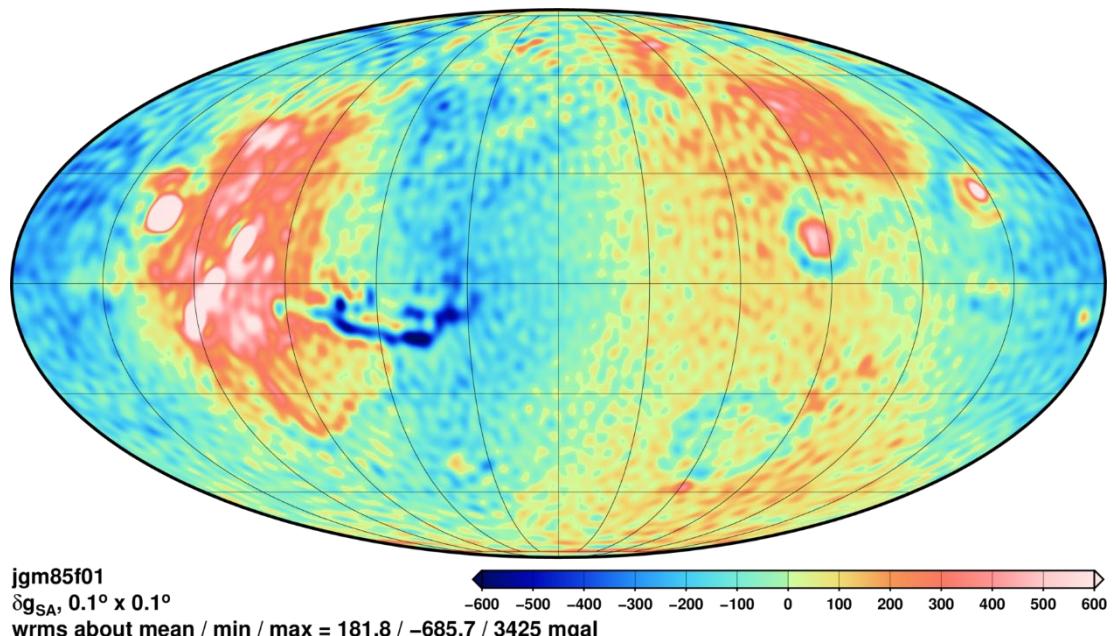
Şekil 3.16: JGM85F01 modelinden hesaplanan çekim potansiyeli.



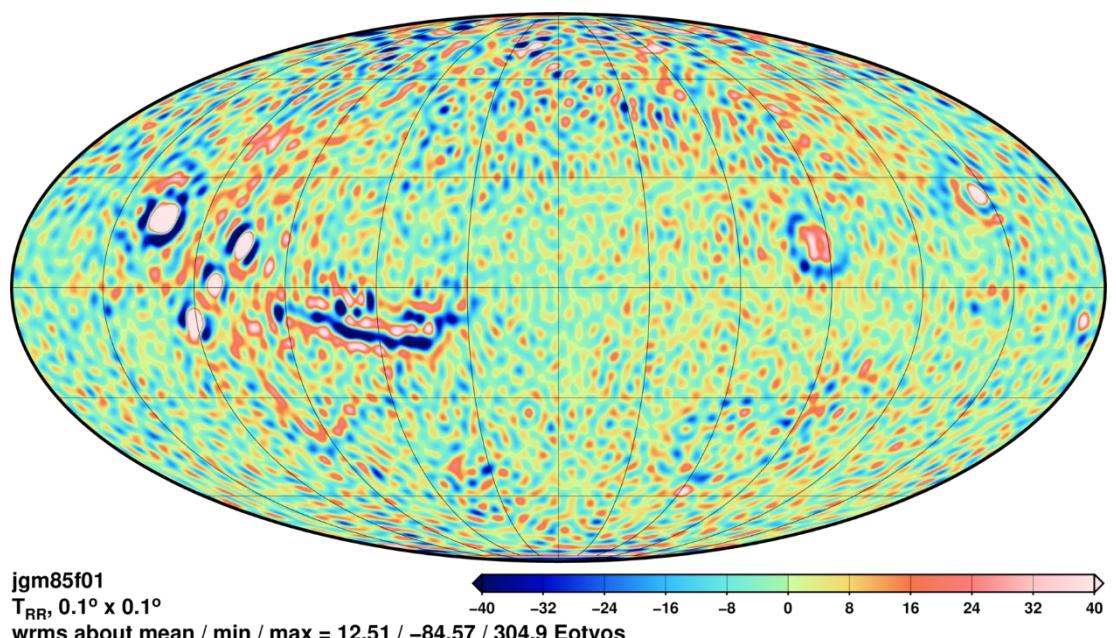
Şekil 3.17 : JGM85F01 modelinden hesaplanan potansiyelin gradyan büyüklüğü.



Şekil 3.18 : JGM85F01 modelinden hesaplanan yükseklik anomalisi.



Şekil 3.19 : JGM85F01 modelinden hesaplanan gravite dağılımı.



Şekil 3.20 : JGM85F01 modelinden hesaplanan radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi.

3.5 GGM1025A Modeli

GGM1025A modeli D.E. SMITH direktörülüğünde F.G LEMOINE tarafından Mars Global Surveyor(MGS) Radio Science takımı ile birlikte 2002'de oluşturulmuş bir modeldir. 80 dereceye kadar açılmış bu modelde sadece Mars Global Surveyor uydusu kullanılmıştır. Bu uydulara ilişkin gözlem verileri Çizelge (3.11)'da verilmiştir. Modele ilişkin parametreler Çizelge (3.12)'de verilmiştir.

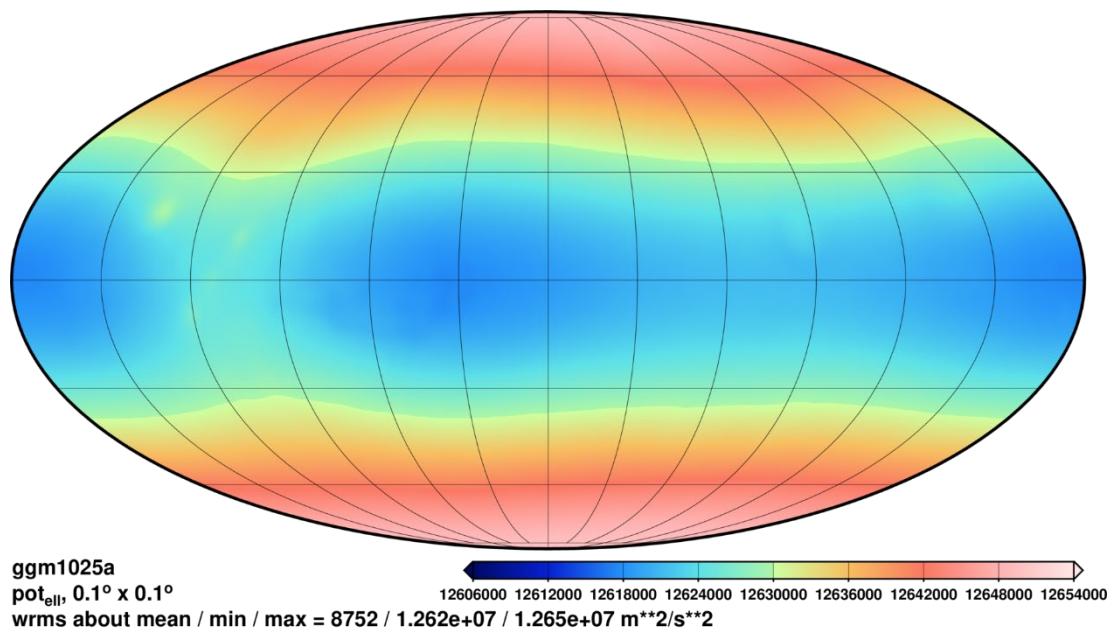
Çizelge 3.11: GGM1025A modeli için yapılan gözlem bilgileri [42].

Gözlemler	Yay	Toplam Gözlem Sayısı
Hiatus	2	24119
MGS Science Phasing Orbit -1 (SPO - 1)	8	31014
MGS Science Phasing Orbit -2 (SPO - 2)	14	136,667
MGS Gravity Calibration Orbit (GCO)	9	80,795
MGS Mapping (MAP)	122	1,352,661
Toplam		1,625,276

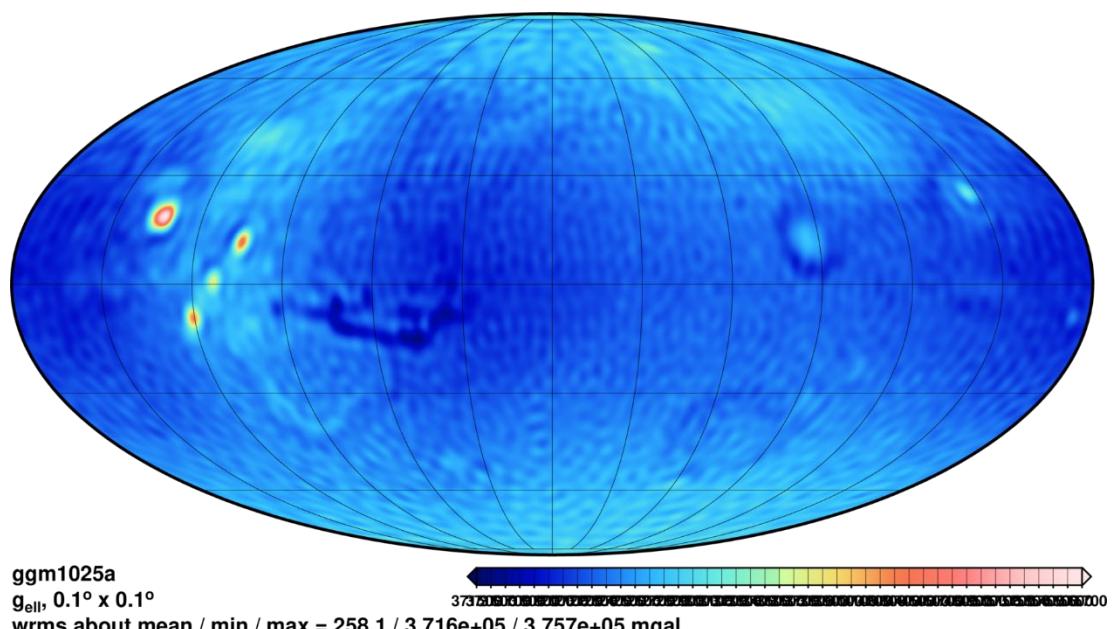
Çizelge 3.12 : GGM1025A modeli için parametreler [42].

Parametreler	Değer	Birim
GM Sabiti	$4.2828369773938997 \times 10^{13}$	metre ³ /saniye ²
Ekvatoryal Yarıçap	3.3970×10^6	metre

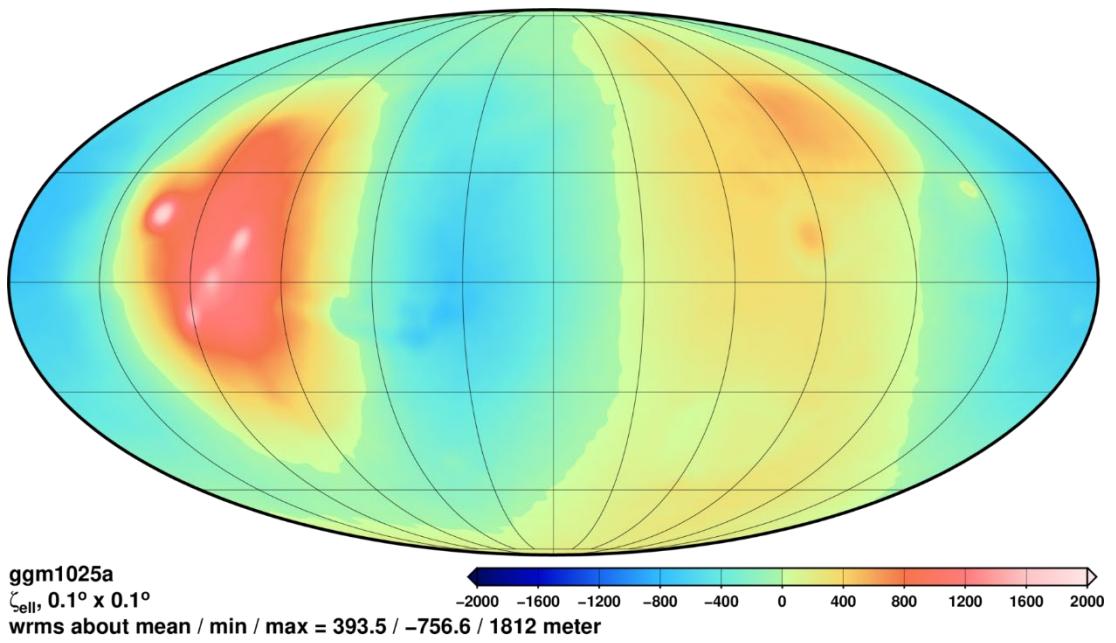
GGM1025A adlı modelde küresel harmonik katsayılar tam normalize edilmiş durumdadır. Bu katsayılar *SOLVE;9603.02* adlı program kullanılarak oluşturulmuştur. Oluşturulan bu harmonik katsayılardan elde edilen çekim potansiyeli (Şekil 3.21), potansiyelin gradyan büyüklüğü (Şekil 3.22), yükseklik anomalisi (Şekil 3.23), gravite dağılımı (Şekil 3.24), radyal yönde gravite dağılımının ikinci türevi (Şekil 3.25) ICGEM'in hesaplama araçları kullanılarak **0. 1°** aralıklarla görselleştirilmiştir.



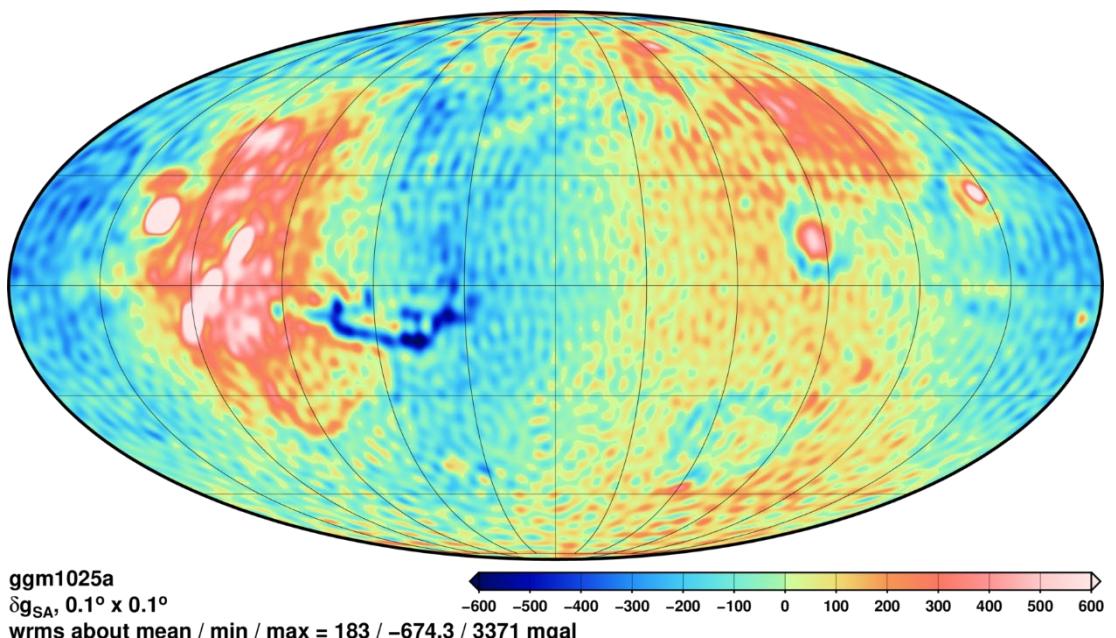
Şekil 3.21 : GGM1025A modelinden hesaplanan çekim potansiyeli.



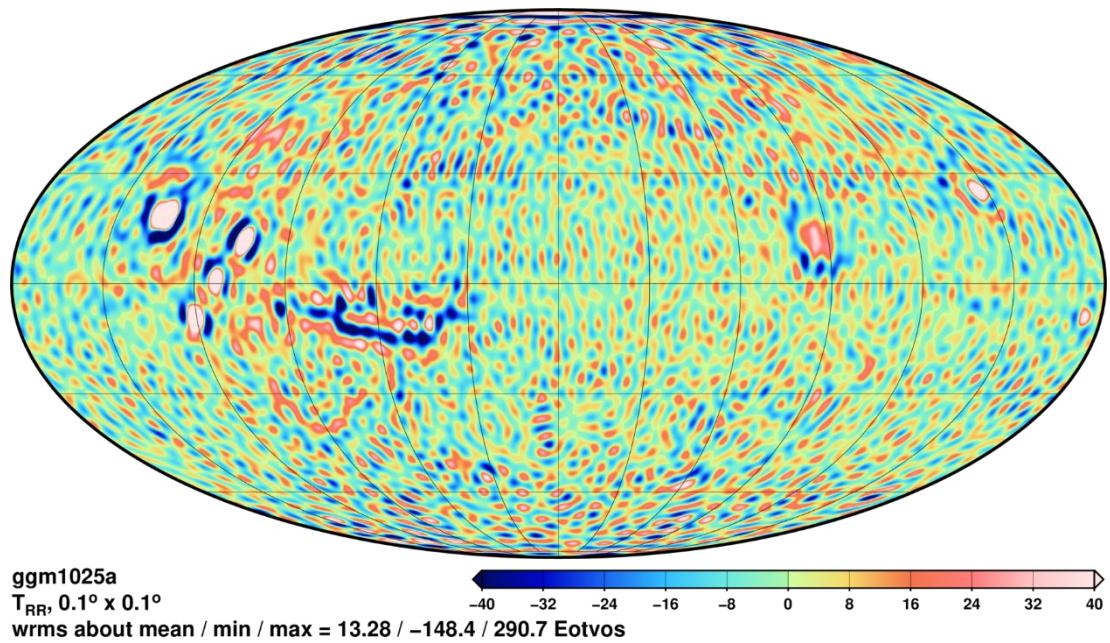
Şekil 3.22 : GGM1025A modelinden hesaplanan potansiyelin gradyan büyüklüğü.



Şekil 3.23 : GGM1025A modelinden hesaplanan yükseklik anomalisi.



Şekil 3.24 : GGM1025A modelinden hesaplanan gravite dağılımı.



Şekil 3.25 : GGM1025A modelinden hesaplanan radyal yönde gravite dağılıminın ikinci türevi.

4. UYGULAMA

Legendre diferansiyel denkleminin çözümünü veren Legendre polinomları gravite alanı belirlemede kullanılan denklemin bir bölümünü oluşturmaktadır. Legendre polinomları ilk kez Fransız bir bilim adamı olan Adrie-Marie Legendre tarafından 1782’de Homojen Sferoitlerin Çekiminin Araştırılması (Recherches sur L'attraction des Sphéroïdes Homogènes) adlı araştırma yazısında tanıtılmıştır. Legendre diferansiyel denkleminin en genel hali,

$$(1 - x^2)y''(x) - 2xy'(x) + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{1-x^2} \right]y(x) = 0 \quad (4.1)$$

şeklindedir [43]. Bu denklemde $m = 0$ olması durumda ise;

$$(1 - x^2)y''(x) - 2xy'(x) + n(n+1)y(x) = 0 \quad (4.2)$$

genel Legendre diferansiyel denklemi bulunur. Denklem (4.2)’deki diferansiyel denkleminin çözümünden Legendre polinomları elde edilir [44].

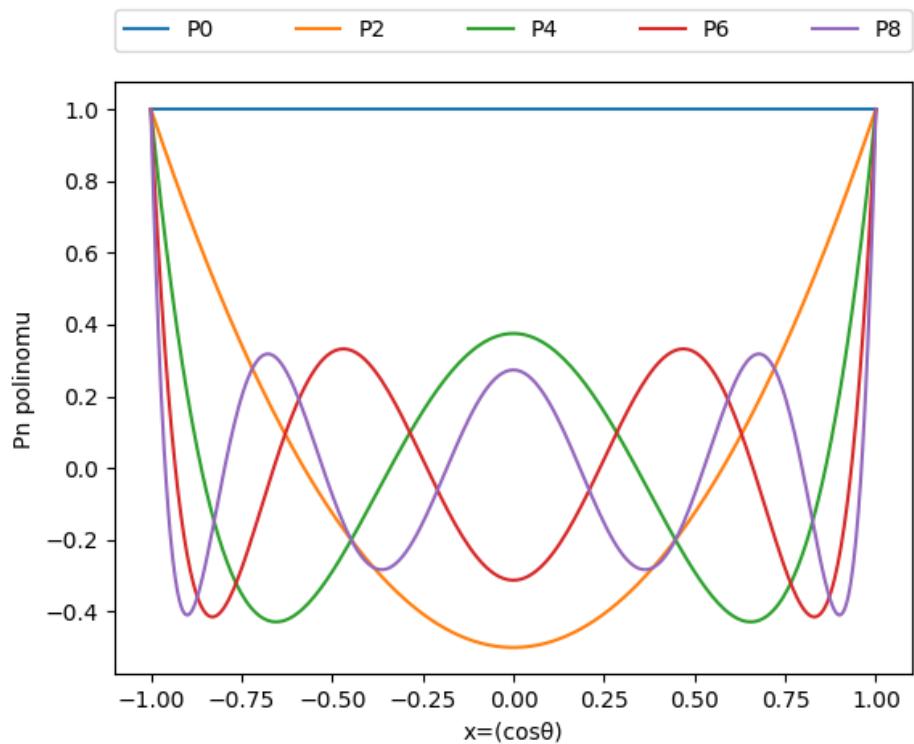
$$P_n(x) = \sum_{k=0}^N (-1)^k \frac{(2n-2k)!}{2^n k! (n-k)! (n-2k)!} x^{n-2k}, N = \begin{cases} \frac{n}{2} & n \text{ çift ise} \\ \frac{n-1}{2} & n \text{ tek ise} \end{cases} \quad (4.3)$$

Denklem (4.3)’deki $x = \cos(\theta)$ olup θ değeri -180 ile 0 derece aralığında değişmektedir. İlk 5 çift ve tek P_n polinomlarına ilişkin grafikler Şekil (3.1) ve Şekil (3.2)’de gösterilmiştir.

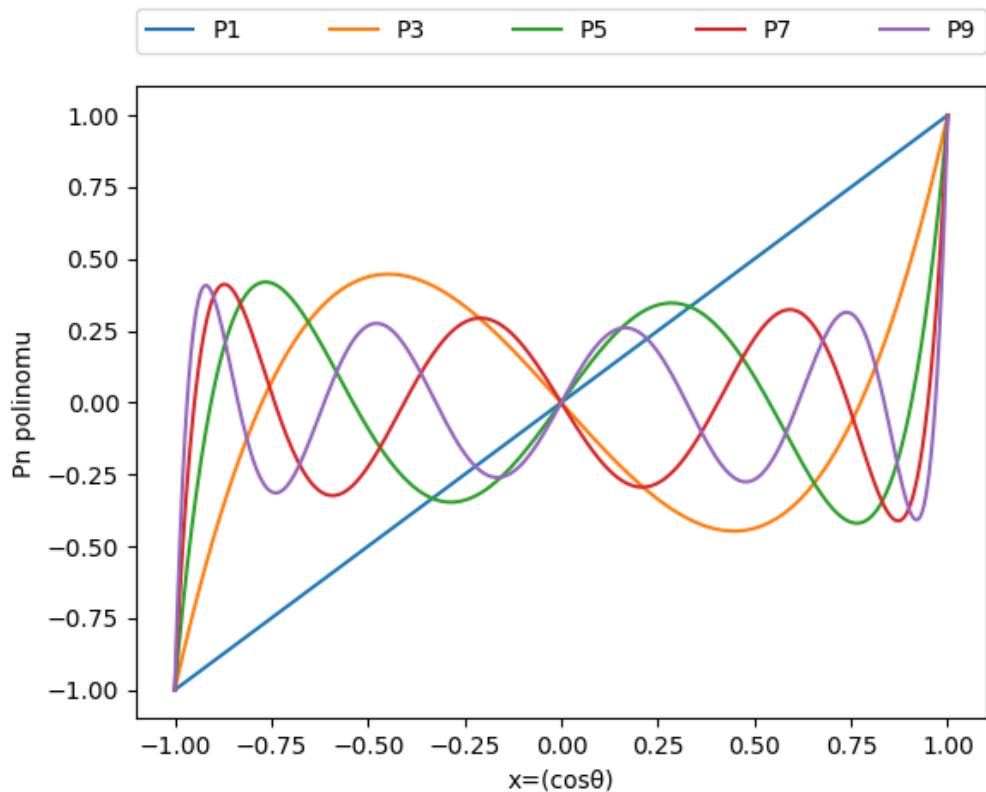
Bütünleşik Legendre polinomları (P_{nm}), denklem (4.1)’in çözümlerinden elde edilir. Hobson [45], $P_{nm}(x)$ polinomu ile $P_n(x)$ polinomu arasında şöyle bir ilişki olduğunu göstermiştir:

$$P_{nm}(x) = (-1)^m (1 - x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m P_n(x)}{dx^m} \quad (4.4)$$

Bu eşitlikteki $(-1)^m$ çarpanı her zaman yazılmaz. Bu çarpan kuantum mekanığında küresel harmoniklerin ifadesinde yaygın olarak kullanılır. Ancak jeodezide kullanılmaz [46].



Şekil 4.1 : İlk Çift 5 Legendre polinomu.



Şekil 4.2 : İlk tek 5 Legendre polinomu.

Bütünleşik Legendre polinomu hesabının yapılabilmesi için birçok yaklaşım vardır. Denklem (4.4)'deki $P_n(x)$ Legendre polinomunun n. dereceden türevinin hesabı yapılabılırse bütünleşik Legendre polinomu elde edilebilir. Bunun için türevin tanımından yola çıktıığında şöyle bir yaklaşım izlenilebilir:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (4.5)$$

$$f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+2h) - 2f(x+h) + f(x)}{h^2} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} f'''(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(x+h) - f''(x)}{h} = \frac{f'(x+2h) - 2f'(x+h) + f'(x)}{h^2} \\ f''''(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3h) - 3f(x+2h) + 3f(x+h) - f(x)}{h^3} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Gerekli işlemler yapıldığında herhangi bir fonksiyonun m. dereceden türevinin ifadesi limit ile şöyle ifade edilebilir [47]:

$$f^m(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{m}{k} f\left(x - \frac{1}{2}mh + kh\right) \quad (4.8)$$

Denklem (4.8)'de h yerine istenilen hassasiyeti verecek küçüklükte sayı koyulursa herhangi bir fonksiyonun x noktasındaki m.dereceden türevini bulmak mümkün hale gelebilir. Bu yöntem denklem (4.4)'deki Legendre polinomu için uygulandığında, yüksek dereceli Legendre polinomları hesabında doğru sonuç elde edilebilmesi için h değeri oldukça küçük seçilmelidir. Fakat h değerine küçük sayılar verildikçe Python programlama dilinin hafızasında tutmak zorunda kalacağı desimal değeri artmaktadır. Bunun da algoritma hızını ciddi miktarda yavaşlattığı görülmüştür. Sonuç olarak (4.4) denklemi ilk birkaç derece bütünleşik Legendre polinomu hesabı için uygun olsa da yüksek dereceli polinomlarda türev alma zorluğundan dolayı hesaplama ve programlama için uygun değildir.

Bütünleşik Legendre polinomunun genel formülünü bulmak için herhangi bir fonksiyonun m. mertebeden türevinin genel ifadesi yerine denklem (4.3)'deki $P_n(x)$ polinomunun m. mertebeden türevinin genel ifadesinin bulunması daha doğrudur. Bu ifadeye ulaşmak için binom açılımından yararlanılır. Denklem (4.1)'in çözümünden de elde edilen bütünleşik Legendre polinomlarının genel formu şu şekildedir [44]:

$$P_{nm}(x) = 2^{-n} (1 - x^2)^{\frac{m}{2}} \sum_{k=0}^r (-1)^k \frac{(2n - 2k)!}{k! (n - k)! (n - m - 2k)!} x^{n-m-2k} \quad (4.9)$$

Burada n dereceyi m ise sırayı belirtmektedir ve r değeri $r \leq \frac{n-m}{2}$ koşulunu sağlayan en büyük tam sayı değeridir. Yani r değeri $\frac{n-m}{2}$ ve $\frac{n-m-1}{2}$ değerlerinden hangisi tam sayı ise ona eşittir [44].

Denklem (4.9) limit ifadesi içermemişinden hesaplama ve programlama için daha uygundur. Fakat bütünsel Legendre polinomları yüksek derecelerde çok büyük değerlere ulaştığından normalize edilmesi gerekmektedir. Jeodezide Legendre polinomları için kullanılan tam normalleştirme formülü,

$$\bar{P}_{nm}(x) = \sqrt{k(2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_{nm}(x), k = \begin{cases} 1 & m = 0 \text{ ise} \\ 2 & m \neq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (4.10)$$

şeklindedir [48]. Fakat bu normalize denklemi içerisinde bulunan $\frac{(n-m)!}{(n+m)!}$ kısmı yüksek dereceli bütünsel Legendre polinomlarında Python programlama dilinde ciddi sorunlara sebep olmaktadır. Örneğin, 160 dereceye açılmış bir bütünsel Legendre polinomunun son polinomu yani $\bar{P}_{160,160}(x)$ polinomu hesaplanırken normalize denklemi içerisinde $\frac{0!}{(320)!}$ terimi ortaya çıkar. Bu sayı manuel desimal değeri artırılmadığı sürece birçok programlama dilinde sorun olacağı gibi Python programlama dilinde de ciddi problemlere sebep olup sıfır olarak hesaplanır. Bu hatalı hesaplama işlemi bütün noktalarda gravite değerlerinin yanlış hesaplanmasına sebep olacağı görülmüştür. Manuel olarak hafızada tutulan hane sayısı artırıldığı durumda ise algoritmanın ciddi anlamda yavaşladığı görülmüştür. Bu formülün diğer bir dezavantajı ise her bütünsel Legendre polinomu hesabında en baştan toplama işlemine başlanmasıdır. Hem normalize işlemindeki ortaya çıkabilecek hatadan hem de toplama işleminin her polinom için en baştan hesap yapmasından dolayı bu algoritma görece çok yavaş kalmaktadır. Örneğin, 80 dereceye açılmış bir gravite modelinde hesap yapıılırken 80.derece bütünsel Legendre polinomuna ihtiyaç duyulmaktadır. Bu algoritma ile tüm grid ağı için 1 derecelik hesap yapıldığında bütün işlemin bitmesi 36 saat bulmaktadır. Bu sürenin işlemci gücüyle, programlama dilinin hızıyla ve derleyiciyle doğrudan ilişkili olduğu unutulmamalıdır.

Bütünleşik Legendre polinomunun daha önce bahsedilen hesaplama yöntemlerinin çeşitli sebeplerden dolayı yanlış sonuç verme olasılıkları vardı. Bu durumda yinelemeli bağıntılar (*recursion*) hem algoritma hızı açısından hem de doğru sonuç vermesi açısından en kullanışlı bağıntılardır. Bütünleşik Legendre polinomu için birçok yinelemeli bağıntılar oluşturulmuş olup bunlardan birkaçı aşağıda verilmiştir[49]:

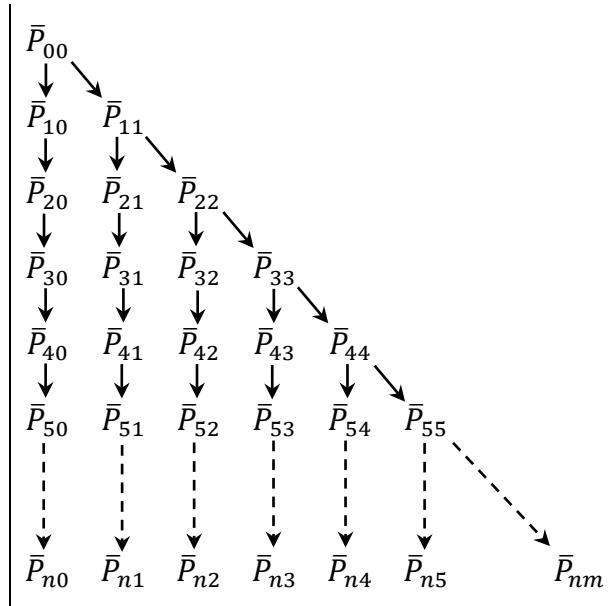
$$\begin{aligned}\bar{P}_n(x) &= \frac{-\sqrt{2n+1}}{n} \frac{n-1}{\sqrt{2n-3}} \bar{P}_{n-2}(x) + \\ &\quad \frac{\sqrt{2n+1}}{n} \sqrt{2n+1} x \bar{P}_{n-2}(x) \quad n \geq 2; m = 0\end{aligned}\quad (4.11)$$

$$\begin{aligned}\bar{P}_{nm}(x) &= -\sqrt{\frac{(2n+1)(n+m-1)(n-m-1)}{(2n-3)(n+m)(n-m)}} \bar{P}_{n-2,m}(x) \\ &\quad + \sqrt{\frac{(2n+1)(2n-1)}{(n+m)(n-m)}} x \bar{P}_{n-1,m}(x) \quad n \geq 3; 1 \leq m \leq n-2\end{aligned}\quad (4.12)$$

$$\bar{P}_{n,n-1}(x) = \sqrt{2n+1} x \bar{P}_{n-1,n-1}(x) \quad n \geq 1; m = n-1 \quad (4.13)$$

$$\bar{P}_{n,n-1}(x) = \sqrt{\frac{(2n+1)}{2n}} \sqrt{1-x^2} \bar{P}_{n-1,n-1}(x) \quad n \geq 2; m = n \quad (4.14)$$

Yinelemeli bağıntılar öncesinde $\bar{P}_{00}(x) = 1$ ve $\bar{P}_{11}(x) = \sqrt{3(1-x^2)}$ başlangıç değerleri ile işleme başlanır. Yinelemeli bağıntılar incelendiğinde herhangi bir bütünleşik Legendre polinomu değeri hesaplanırken yinelemeler sonunda \bar{P}_{00} ve \bar{P}_{11} değerlerine ihtiyaç duyulduğu görülebilir. Yani diğer bir ifade ile, her polinom kendisinden hemen önceki iki polinom ile hesaplanabilmektedir. Şekil (4.2)'de de görüldüğü gibi öncelikle \bar{P}_{00} ve \bar{P}_{11} değerlerinden köşegen değerleri hesaplanır. Sonra her köşegen elemanından aşağı doğru diğer bütünleşik Legendre polinomları hesaplanır. Böylelikle Denklem (4.9)'daki her bütünleşik Legendre polinomunu en baştan hesaplamak yerine önceki iki polinomu kullanarak hesaplama yapılır. Bu algoritma Standart ileri sütun yöntemi (*Standard forward column method*) olarak bilinmektedir [49]. Python programlama dilinde bu algoritma ile hesaplamalarda 1000 dereceye kadar olan tüm bütünleşik Legendre polinomlarının hesabı yaklaşık 0.01 saniye sürmektedir. Sonuç olarak, standart ileri sütun yöntemi hem doğru sonuç vermesi hem de algoritma hızı açısından en doğru tercih olmaktadır.

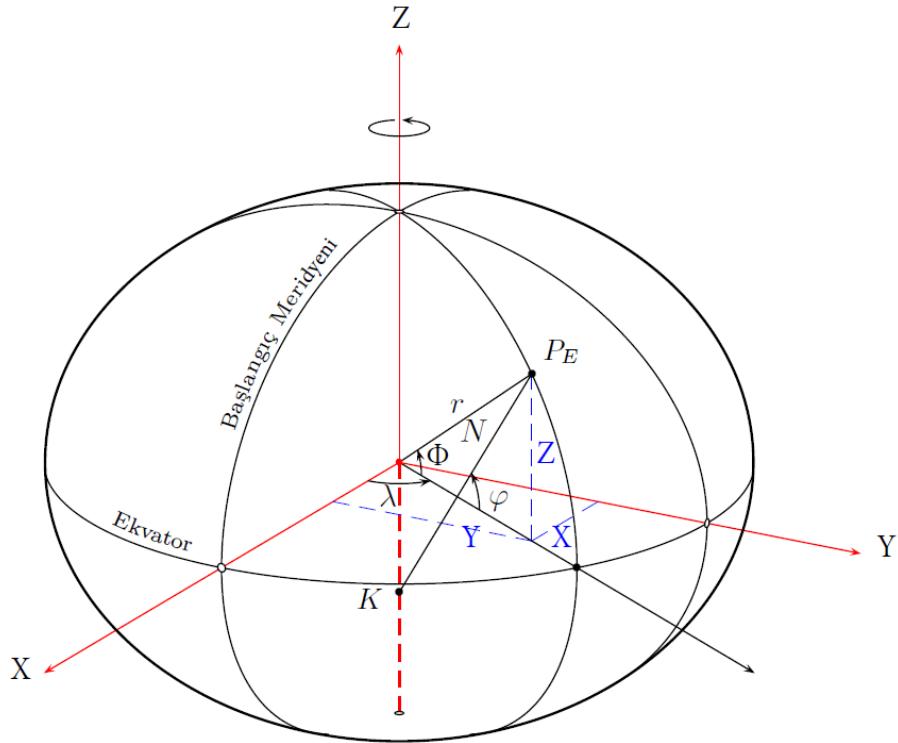


Şekil 4.3 : Standart ileri sütun yöntemi.

Daha önce de söylendiği gibi Legendre polinomları gravite alanı belirlemeye kullanılan eşitliğin bir bölümünü oluşturmaktadır. Legendre polinomlarının da içerisinde döndüğü çekim potansiyeli formülü denklem (4.15)'te verilmiştir [44].

$$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{n_{\text{maks}}} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r}\right)^n (\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm}(\sin\Phi) \quad (4.15)$$

Denklem (4.15)'deki \bar{C}_{nm} ve \bar{S}_{nm} değerleri normalize edilmiş Küresel Harmonik (Stokes) katsayılarıdır. GM değeri gezegenin kütle çekim sabitidir. R değeri gezegenin ekvator yarıçapı (büyük yarı eksen) iken r değeri noktanın elipsoidal jeosentrik koordinat sisteminde merkeze olan uzaklıktır. Φ ve λ değerleri elipsoidal jeosentrik koordinat sistemindeki enlem ve boylamdır. Jeosentrik enlem ve boylam değerleri ile elipsoidal enlem ve boylam değerleri arasındaki dönüşüm denklem (4.18)'de verilmiştir.



Şekil 4.4 : Dönel elipsoidin parametrik gösterimi [51].

Jeodezik koordinatlardan jeosentrik koordinatlara geçmek için öncelikle jeodezik koordinatlardan kartezyen koordinatlara geçmek gerekmektedir.

$$\begin{aligned} X &= (N + h) \cos\varphi \cos\lambda \\ Y &= (N + h) \cos\varphi \sin\lambda \\ Z &= ((1 - e^2)N + h) \sin\varphi \end{aligned} \quad (4.16)$$

Denklem (4.16)'daki N değeri eğrilik yarıçapı, h değeri elipsoidal yükseklik, e değeri birinci eksentrisite, e' değeri ikinci eksentrisite değeri olup bunlara ilişkin formüller (4.17)'de verilmiştir.

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}} \quad (4.17)$$

Kartezyen koordinatlardan jeosentrik koordinatlara geçiş yaparken boylam aynı kalır fakat enlem ve eğrilik yarıçapı değişir.

$$\Phi = \arctan\left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right) \quad ya \ da \quad \Phi = \arctan((1 - e^2) \tan(\varphi)) \quad (4.18)$$

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

Yerçekimi potansiyeli hesabı yapılırken (4.15) denklemindeki döngüyü kullanmak yerine \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} ve $\bar{P}_{nm}(\sin\Phi)$ değerleri sütun matris veya alt üçgen matris olarak hesaplanır ve vektörel çarpım yapılarak işleme sokulursa algoritmanın döngüye göre daha da hızlandığı görülmüştür.

Çekim potansiyeli ile merkezkaç potansiyelinin toplamı gravite potansiyelini verir. Gravite potansiyeli formülü (4.19) denkleminde verilmiştir.

$$W = V + \boldsymbol{\Phi} \quad (4.19)$$

Denklem (4.19)'daki çekim potansiyeli (V) denklem (4.15)'te verilmiş olup merkezkaç potansiyeli denklem (4.20)'de verilmiştir.

$$\boldsymbol{\Phi} = \frac{1}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2) \quad (4.20)$$

Merkezkaç potansiyeli içerisindeki ω değeri açısal dönme hızıdır. Gravite potansiyeli denklem (4.21)'de görüldüğü üzere aynı zamanda normal potansiyel (U) ve bozucu potansiyelin (T) toplamına eşittir. Normal potansiyel denklem (3.15)'de görüldüğü gibi normal çekim potansiyeli ve normal merkezkaç potansiyeli bileşenlerinden oluşmaktadır

$$W = U + T \quad (4.21)$$

$$U = V^E + \boldsymbol{\Phi}^E \quad (4.22)$$

$$U(r, \varphi) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{n_{max}} \left(\frac{R}{r}\right)^n \bar{C}_{2n,0}^U P_{2n,0}(\sin\Phi) + \boldsymbol{\Phi}^E \quad (4.23)$$

Denklem (4.23)'deki \bar{C}_{2n}^U değerleri elipsoid için harmonik katsayılar olup sadece çift indisli harmonik katsayılardır. Örnek, $\bar{C}_{2,0}^U, \bar{C}_{4,0}^U, \bar{C}_{6,0}^U, \bar{C}_{8,0}^U, \bar{C}_{10,0}^U$ gibi. Elipsoid için 10 harmonik katsayı diğer parametlerin hesaplanması için yeteri doğruluğu sağlamaktadır. Elipsoid için harmonik katsayılar (4.24) ile hesaplanır [44].

$$J_{2n} = (-1)^n \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \left(1 - n + 5n \frac{J_2}{e^2}\right) \quad (4.24)$$

Denklem (4.24)'de normalize edilmemiş çift indisli harmonik katsayılar elde edilir. Bu harmonik katsayıların hesaplarda kullanılabilmesi için (4.25)'deki gibi normalize edilmesi gerekmektedir [52].

$$\bar{C}_{2n,0}^U = \frac{1}{\sqrt{4n+1}} J_{2n} \quad (4.25)$$

Denklem (4.25)'deki J_2 değeri dinamik şekil faktörü olup şöyle hesaplanır [44]:

$$J_2 = \frac{2}{3}f - \frac{m}{3} - \frac{1}{3}f^2 + \frac{2}{21}fm \text{ ya da } J_2 = \frac{e^2}{3} \left(1 - \frac{2me'}{15q_0} \right) \quad (4.26)$$

Eşitlik (4.26)'daki m değeri boyutsuz büyük olup f değeri geometrik basıktır.

$$m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM} , \quad f = \frac{a - b}{a} \quad (4.27)$$

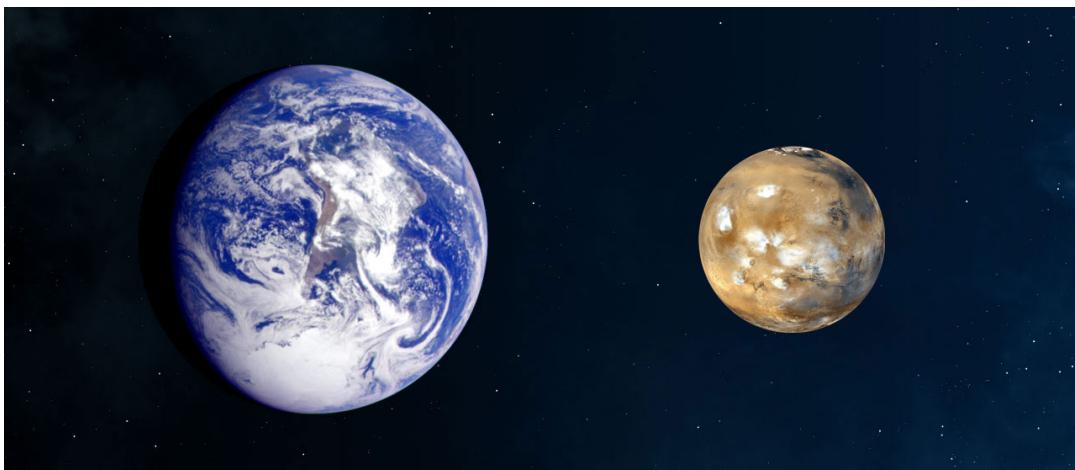
$$q_0 = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{3}{e'^2} \right) \arctan e' - \frac{3}{e'} \right]$$

$$q'_0 = 3 \left(1 + \frac{1}{e'^2} \right) \left(1 - \frac{1}{e'} \arctan e' \right) - 1 \quad (4.28)$$

Mars için normal harmonik katsayıları Çizelge (4.1)'de verilmiştir. ICGEM veritabanında bulunan Mars için MARS isimli elipsoidin parametreleri Çizelge (4.1)'de verilmiştir.

Çizelge 4.1 : MARS ve WGS84 elipsoid parametreleri.

Parametreler	WGS84 Elipsoidi	MARS Elipsoidi
Yerçekimi Sabiti (GM) (m^3/s^2)	$3.986004418 \times 10^{14}$	$4.2828369773938997 \times 10^{13}$
Büyük Yarı Eksen (a) (metre)	6378137.0	3397000
Basıklık (1/f)	298.257223563	191.18
Ekvatoryal Açısal Dönme Hızı (ω)	7.292115×10^{-5}	7.08822×10^{-5}



Şekil 4.5 : Mars ve Dünya'nın karşılaştırılması [53].

Çizelge 4.2 : MARS elipsoidi için hesaplanan normal harmonik katsayıları.

Harmonik Katsayıları	Değer
$C_{2,0}^U$	-0.00087448252835
$C_{4,0}^U$	$2.71880992484 \times 10^{-6}$
$C_{6,0}^U$	$-1.21685028688 \times 10^{-8}$
$C_{8,0}^U$	$6.51697273768 \times 10^{-11}$
$C_{10,0}^U$	$-3.87908169667 \times 10^{-13}$
$C_{12,0}^U$	$2.47033545429 \times 10^{-15}$
$C_{14,0}^U$	$-1.64489053373 \times 10^{-17}$
$C_{16,0}^U$	$1.1271765236 \times 10^{-19}$
$C_{18,0}^U$	$-7.85064439931 \times 10^{-22}$
$C_{20,0}^U$	$5.49413687647 \times 10^{-24}$

Tekrar (4.21)'e dönülürse bozucu potansiyel (T) değeri artık $T = W - U$ eşitliği ile hesaplanabilir. Fark edilirse $W = V + \Phi$ ve $U = V^E + \Phi^E$ eşitlikleri birbirinden çıkarıldığında merkezkaç potansiyelleri $\Phi = \Phi^E$ olduğundan birbirini götürür. Sonuç olarak $U = V^E$ olduğundan $T = V - U$ ile bozucu potansiyel hesaplanabilir. Fakat her nokta için önce V hesaplayıp sonra U değeri hesaplamak yerine şu formül kullanılırsa daha hızlı sonuç alınacağı görülmüştür:

$$T = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{n_{maks}} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r}\right)^n (\bar{\Delta C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm}(\sin\phi) \quad (4.29)$$

Eşitlik (4.29)'daki $\bar{\Delta C}_{nm}$ değeri $\bar{C}_{2n,0} - \bar{C}_{2n,0}^U$ değerine eşittir. Marsın geoidini belirleyebilmek için Bruns formülü olarak bilinen (4.30) denkleminden de görüleceği üzere bozucu potansiyel (T) değeri kullanılır.

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (4.30)$$

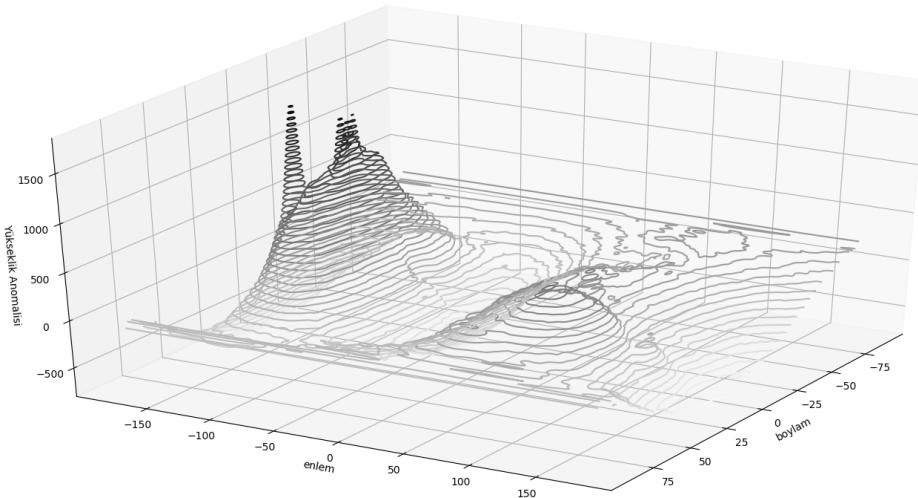
Eşitlik (4.30)'daki γ değeri herhangi bir enlemdeki gravite değeridir.

$$\gamma = \frac{a \gamma_e \cos^2 \phi + b \gamma_p \sin^2 \phi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}} \quad (4.31)$$

Somigliana formülü olarak bilinen Denklem (4.30)'daki γ_e değeri ekvatorluk gravite değeri olup, γ_p ise kutuplardaki gravite değeridir. Bunlara ilişkin eşitlik aşağıda verilmiştir [44]:

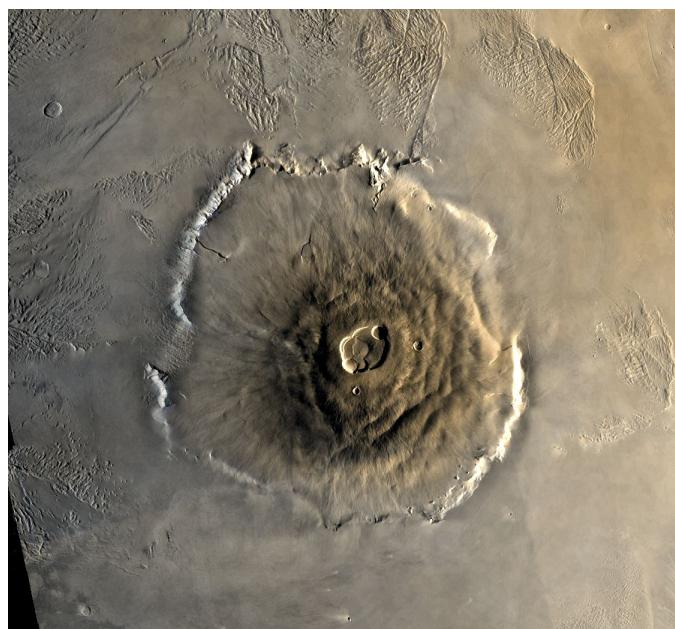
$$\gamma_e = \frac{GM}{ab} \left(1 - m - \frac{me'q'_0}{6q_0} \right) \quad ve \quad \gamma_p = \frac{GM}{a^2} \left(1 + \frac{me'q'_0}{3q_0} \right) \quad (4.32)$$

GGM1025A gravite modelinin küresel harmonik katsayıları kullanılarak elde edilen görseller aşağıda verilmiştir.



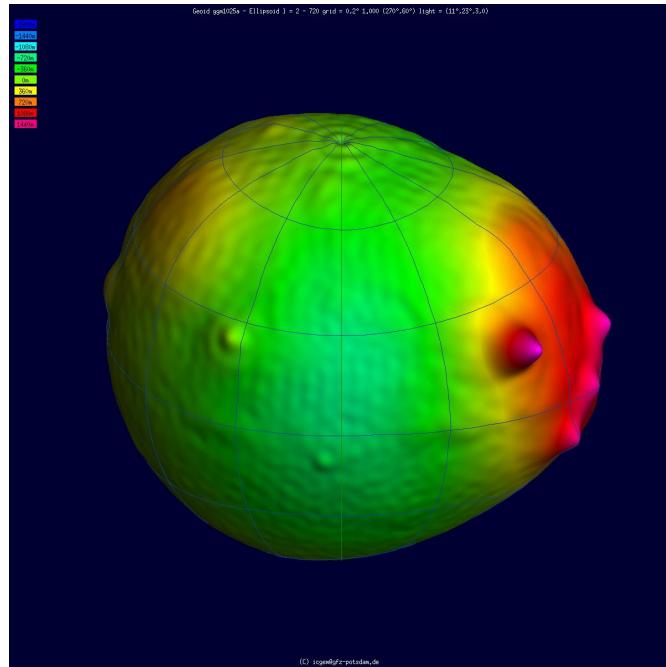
Şekil 4.6 : GGM1025A modeline ilişkin yükseklik anomalisi [53].

Şekil (4.6)'da da görüldüğü üzere $18^\circ 39' 0''$ K , $226^\circ 12' 0''$ D koordinatlarında yükseklik anomalisinde ciddi bir artış gözlenmiş olup bu bölge ve çevresinde yükseklik anomali 1796 metreye kadar ulaşmaktadır. Bu durumun sebebi yüksekliği 21287.4 metreyi bulan Güneş sistemimizdeki bilinen en yüksek dağı olan Olympus dağıdır [54].

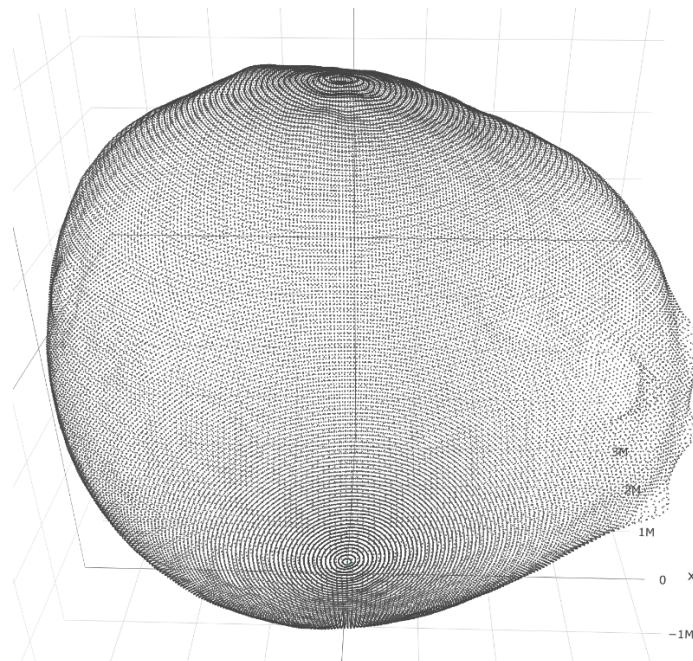


Şekil 4.7 : Olympus Dağı [55].

GGM1025A modelinden elde edilen yükseklik anomalisinin lokal yarıçapa eklendikten sonra görselleştirilmesi ile Şekil (4.8) ve Şekil (4.9) bulunmuştur. Yükseklik anomali Olympus dağı gibi yüksek bir yerde bile gezegenin lokal yarıçapına eklendiğinde ciddi bir değişime sebep olmadığından bu şekillerde yükseklik anomalisinin abartılarak yarıçapa eklenmesi ile elde edilebilir. Bu şekillerde yükseklik anomali 500 kat artırılarak görselleştirilmiştir.



Şekil 4.8 : ICGEM hesaplama aracıdan elde edilen model.



Şekil 4.9 : Program çıktısı.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bilimin ve teknolojinin birikimli bir şekilde ilerlemesinin doğal bir sonucu olarak insanlık hedeflerini Dünya dışındaki yaşama yöneltmiştir. Bu hedeflerin büyük çoğunluğu *yaşanılabilir bölge*'de bulunan Mars gezegenine yöneltmiştir. Mars'a yaklaşık 60 yıldır uydu ve yer misyonları gönderilmektedir. Mars'a gönderilen uydu ve yer misyonlarının yaptığı ölçümleri anlamlandırmak ve gezegenin kitle dağılımı hakkında bilgi sahibi olmak için gravite alanını ve bir referans yüzeyi belirleme ihtiyacı doğmuştur. Bu referans yüzeyi özel bir eşpotansiyel yüzey olan geoiddir.

Mars'a gönderilen uydu ve yer misyonları kullanılarak birçok gravite modeli oluşturulmuştur. Bu gravite modelleri ICGEM tarafından servis edilmektedir. Bu gravite modelleri içerisinde bulunan küresel harmonik (Stokes) katsayıları kullanılarak çekim potansiyeli, merkezkaç potansiyeli, gravite potansiyeli, bozucu potansiyel, yükseklik anomalisi gibi birçok parametrenin hesaplanması çalışılmıştır. Çekim potansiyeli denklemi içerisinde bulunan Legendre polinomunun hızlı ve doğru hesaplanması ilişkin birçok yaklaşım vardır. Bu yaklaşım limit yaklaşımı, kapalı form ve yinelemeli bağıntılar olarak özetlenebilir. PYTHON programlama dilinde bu algoritmalarla hesaplama yapılmış olup en hızlı ve doğru sonucu yinelemeli bağıntıların verdiği görülmüştür. PYTHON programlama dilinde yapılan hesaplamalar sonucunda elde edilen parametrelrer görselleştirilerek sunulmuştur.

KAYNAKLAR

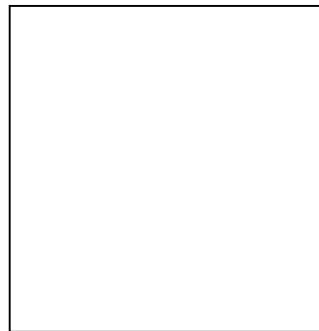
- [1] **Lundquist, C. A. ve diğ.** (1966). Geodetic Parameters for a 1966 Smithsonian Institution Standard Earth, Smithsonian Astrophysical Observatory, Vol 200, Cambridge, Mass., 1966
- [2] **Pavlis, N. K., S. A. Holmes, S. C. Kenyon, and J. K. Factor** (2012). The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008), J. Geophys. Res., 117, B04406, doi:10.1029/2011JB008916.
- [3] **Huang, Su-Shu** (1966). *Extraterrestrial life: An Anthology and Bibliography*. National Research Council (U.S.). Study Group on Biology and the Exploration of Mars. Washington, D. C.: National Academy of Sciences. pp. 87–93.
- [4] **Bolonkin, Alexander A.** (2009). *Artificial Environments on Mars*. Berlin Heidelberg: Springer. pp. 599–625. ISBN 978-3-642-03629-3.
- [5] **Url-1** < http://pds-geosciences.wustl.edu/mgs/mgs-m-rss-5-sdp-v1/mors_1001/sha/ >, erişim tarihi 09.06.2019.
- [6] **Url-2** < http://pds-geosciences.wustl.edu/mgs/mgs-m-rss-5-sdp-v1/mors_1008/sha/ >, erişim tarihi 09.06.2019.
- [7] **Url-3** < http://pds-geosciences.wustl.edu/mgs/mgs-m-rss-5-sdp-v1/mors_1015/sha/ >, erişim tarihi 06.06.2019.
- [8] **Hirt, C., Claessens, S., Kuhn, M., & Featherstone, W.** (2012). Kilometer-resolution gravity field of Mars: MGM2011. *Planetary and Space Science*, 67(1), 147-454. doi:10.1016/j.pss.2012.02.006
- [9] **Url-4** < https://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/spacecraft/displayTrajectory.action?id=1964_077A >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [10] **Url-5** < https://nssdc.gsfc.nasa.gov/imgcat/html/object_page/m04_01d.html >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [11] **Url-6** < https://www.jpl.nasa.gov/missions/web/mariner3_4.jpg >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [12] **Url-7** < <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/spacecraft/displayTrajectory.action?id=1969-014A> >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [13] **Url-8** < https://www.jpl.nasa.gov/missions/web/mariner6_7.gif >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [14] **Url-9** < <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/spacecraft/displayTrajectory.action?id=1971-045A> >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [15] **Url-10** < <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/spacecraft/displayTrajectory.action?id=1971-049A> >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [16] **Url-11** < https://nssdc.gsfc.nasa.gov/image/spacecraft/mars3_iki.jpg >, erişim tarihi 04.06.2019.

- [17] **Url-12** < https://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/spacecraft/displayTrajectory.action?i_d=1971-051A >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [18] **Url-13** < <https://www.jpl.nasa.gov/missions/web/mariner9.jpg> >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [19] **Url-14** < https://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/spacecraft/displayTrajectory.action?i_d=1975-075A >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [20] **Url-15** < https://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/spacecraft/displayTrajectory.action?i_d=1975-083A >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [21] **Url-16** < https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/image/viking_spacecraft.jpg >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [22] **Url-17** < https://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/spacecraft/displayTrajectory.action?i_d=1996-062A >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [23] **Url-18** < <https://www.jpl.nasa.gov/missions/web/mgs.jpg> >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [24] **Url-19** < https://descanso.jpl.nasa.gov/DPSummary/odyssey_telecom.pdf >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [25] **Url-20** < https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/image/mars_2001_odyssey.jpg >, erişim tarihi 04.06.2019.
- [26] **Url-21** < <http://sci.esa.int/mars-express/47364-fact-sheet/> >, erişim tarihi 05.06.2019.
- [27] **Url-22** < https://marsprogram.jpl.nasa.gov/express/gallery/artwork/marsis-radar_pulses.html >, erişim tarihi 05.06.2019.
- [28] **Url-23** < <https://mars.nasa.gov/mro/files/mro/MRO-060303.pdf> >, erişim tarihi 05.06.2019.
- [29] **Url-24** < https://smd-prod.s3.amazonaws.com/science-pink/s3fspublic-thumbnails/image/MRO_0.png >, erişim tarihi 05.06.2019.
- [30] **Url-25** < <https://www.isro.gov.in/Spacecraft/mars-orbiter-mission-spacecraft> >, erişim tarihi 05.06.2019.
- [31] **Url-26** < <https://www.isro.gov.in/Spacecraft/mars-orbiter-mission-spacecraft> >, erişim tarihi 05.06.2019.
- [32] **Url-27** < http://www.nasa.gov/sites/default/files/files/MAVEN_PressKit_Final2.pdf >, erişim tarihi 05.06.2019.
- [33] **Url-28** < https://smd-prod.s3.amazonaws.com/science-pink/s3fspublic-thumbnails/image/MAVEN_0.png >, erişim tarihi 05.06.2019.
- [34] **Url-29** < <http://exploration.esa.int/mars/46124-mission-overview/> >, erişim tarihi 05.06.2019.
- [35] **Url-30** < http://exploration.esa.int/science-imedia/img/6f/ExoMars2016_TGO_and_ED_M_20150914.png >, erişim tarihi 05.06.2019.
- [36] **Url-31** < <https://smd-prod.s3.amazonaws.com/science-red/s3fs-public-thumbnails/image/MarCO.png> >, erişim tarihi 05.06.2019.

- [37] **Url-32** < <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/planets/marspage.html> >, erişim tarihi 06.06.2019.
- [38] **Konopliv, A. S., & Sjogren, W. L.** (1995). *The JPL Mars gravity field, Mars50c, based upon Viking and Mariner 9 doppler tracking data*. Pasadena, CA: National Aeronautics and Space Administration, Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology.
- [39] **Smith, D. E., Lerch, F. J., Nerem, R. S., Zuber, M. T., Patel, G. B., Fricke, S. K., & Lemoine, F. G.** (1993). An improved gravity model for Mars: Goddard Mars model 1. *Journal of Geophysical Research*, 98(E11), 20871. doi:10.1029/93je01839
- [40] **Lemoine, F. G., Smith, D. E., Rowlands, D. D., Zuber, M. T., Neumann, G. A., Chinn, D. S., & Pavlis, D. E.** (2001). An improved solution of the gravity field of Mars (GMM-2B) from Mars Global Surveyor. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 106(E10), 23359-23376. doi:10.1029/2000je001426
- [41] **Url-33** < http://pds-geosciences.wustl.edu/mgs/mgs-m-rss-5-sdp-v1/mors_1015/sha/ >, erişim tarihi 06.06.2019.
- [42] **Lemoine, François & A. Neumann, G & S. Chinn, D & E. Smith, D & T. Zuber, M & D. Rowlands, D & P. Rubincam, D & E. Pavlis, D.** (2001). Solutions for Mars Geophysical Parameters from Mars Global Surveyor Tracking Data. *AGU Fall Meeting Abstracts*. -1. 545.
- [43] **Abramowitz, M., & Stegun, I. A.** (1972). *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commerce, National Bureau of Standards.
- [44] **Heiskanen, W. A., & Moritz, H.** (1967). *Physical geodesy*. San Francisco.
- [45] **Hobson, E. W.** (1931). *The theory of spherical and ellipsoidal harmonics*. Cambridge: Cambridge Univ. Press.
- [46] **Avşar, T. B.** (2009). *Global Jeopotansiyel Modeller İçin Yüksek Dereceli Legendre Fonksyonlarının Sayısal Olarak İncelenmesi*. (Yüksek Lisans tezi). Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- [47] **Mukhopadhyay, S. N.** (2012). *Higher order derivatives*. Boca Raton: Taylor & Francis.
- [48] **Torge, W.** (2001). *Geodesy*. Berlin: Walter de Gruyter.
- [49] **Holmes, S. A., & Featherstone, W. E.** (2002). A unified approach to the Clenshaw summation and the recursive computation of very high degree and order normalised associated Legendre functions. *Journal of Geodesy*, 76(5), 279-299. doi:10.1007/s00190-002-0216-2
- [51] **Demirel, H., & Üstün, A.** (2014). *Matematiksel Jeodezi*.
- [52] **Moritz, H.** (1980). Geodetic reference system 1980. *Bulletin Géodésique*, 54(3), 395-405. doi:10.1007/bf02521480
- [53] **Url-34** < <https://mars.nasa.gov/allaboutmars/facts/#?c=inspace&s=distance> >, erişim tarihi 06.06.2019.

- [54] E. Smith, David & T. Zuber, Maria & V. Frey, Herbert & Garvin, James & Head, James & O. Muhleman, Duane & Pettengill, Gordon & J. Phillips, Roger & C. Solomon, Sean & Zwally, H & Banerdt, William & C. Duxbury, Thomas. (2001). Mars Orbiter Laser Altimeter: Experiment summary after the first year of global mapping of Mars. *Journal of Geophysical Research*. 106. 23689-23722. doi:10.1029/2000JE001364.
- [55] Url-35 < https://nssdc.gsfc.nasa.gov/image/planetary/mars/olympus_mons.jpg >, erişim tarihi 06.06.2019.

ÖZGEÇMİŞ



Ad-Soyad : Abdulkadir UZUN
Doğum Tarihi ve Yeri : 16/01/1995 Artvin
E-posta : auzunkadir@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU:

- Lisans** : 2019, İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, Geomatik Mühendisliği Bölümü