

好一个整数：144

数学聊聊吧

大家或许知道1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...这个经典的数列，它叫做斐波那契数列 (Fibonacci sequence)。但是，大家或许不知道的是，如果抛开1不算，那么144是整个数列中唯一的平方数。虽然这个数列有无穷多项，但我们可以证明，今后都再也不会有任何一个平方数出现。

阅读

好一个整数：30

数学聊聊吧

如果一个大于1的正整数除了1和它本身以外没有其他的约数，我们就说这个数是质数。如果两个正整数之间除了1以外没有其他的公约数，我们就说这两个数是互质的。对于任意一个正整数来说，小于它的并且与它互质的数，除了1以外，一定都是质数吗？这可不一定。小于10的并且与10互质的数有1, 3, 7, 9，其中9并不是质数；但是，小于12的并且与12互质的数有1, 5, 7, 11，除了1以外，其他所有数都是质数。

数学家们已经证明了，像12这样的数只有有限多个，它们是1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18, 24, 30。其中，30是满足这种要求的数当中最大的一个，这无疑为30这个数增添了一份神秘的色彩。

阅读

好一个整数： 199981

数学聊聊吧

让我们从1开始数数：1, 2, 3, 4, 5, 数到10时，你一共遇到了2个数字1。数到11时，你一共遇到了4个数字1。除了1以外，是否还有这样的正整数 n ，使得当你数到 n 的时候，你正好遇到了 n 个数字1？答案是肯定的。最小的满足要求的数是199981，换句话说，当你从1开始数一直数到199981时，你正好遇到过199981个数字1。数学家们已经证明了，像199981这样的数是有限的，它们一共只有83个，其中最大的那个数是1111111110。

阅读

好一个整数: 73939133

数学聊聊吧

3793这个数有一个非常有趣的特点: 它本身是个质数, 而且不断去掉最右边那个数字, 得到的379, 37, 3也都是质数。

数学家们已经证明了, 像3793这样的数是有限的, 它们一共只有83个, 其中最大的那个数是73939133。

阅读

好一个整数：2015

数学聊聊吧

如果对于某个正整数 n ，它的任意一个质因数 p 都满足， $p+1$ 正好也是 $n+1$ 的约数，我们就说正整数 n 是一个卢卡斯-卡迈克尔数 (Lucas-Carmichael number)。2015就是一个卢卡斯-卡迈克尔数，它的三个质因数分别为5、13、31，而6、14、32正好也都是2016的约数。在2015之前，只有两个其他的卢卡斯-卡迈克尔数：399和935。

阅读

好一个整数：2015

数学聊聊吧

2015的二进制表达是11111011111，这是一个回文数，意即从左到右读和从右到左读出来的结果完全相同。上一个具有这个性质的年份是1967，它的二进制表达是11110101111。下一个具有这个性质的年份是2047，它的二进制表达是11111111111。在接下来的1000年里，满足要求的年份只有16个，因而说这种现象“百年一遇”，恐怕也不为过了。

阅读

好一个整数：1808010808...1

数学聊聊吧

把1808010808重复1560次，再在最后面加一个数字1，你将会得到一个15601位数。这个数不但是一个质数，而且它是一个回文数（即从左往右读和从右往左读的结果完全一样）。最厉害的是，由于它完全由数字0、1、8组成，因而不不管是把它左右颠倒，还是把它上下颠倒，还是让它180度旋转，所得到的数仍然是质数。

阅读

好一个整数：128

数学聊聊吧

很多数可以表示成不同的平方数之和，例如 $13=4+9$ ， $21=1+4+16$ 。但是，有些数是无法表示成不同的平方数之和的，例如2、3、6、7等等。一个有趣的结论是，排除掉本身就是平方数的情况，则后面这一类数的个数是有限的，其中最大的那个数是128。换句话说，128是最大的不是平方数并且不能表示成不同的平方数之和的数。事实上，所有满足要求的数从小到大排列如下：

2, 3, 6, 7, 8, 11, 12, 15, 18, 19, 22, 23, 24, 27, 28, 31, 32, 33, 43, 44, 47, 48, 60, 67, 72, 76, 92, 96, 108, 112, 128

阅读

好一个整数：1729

数学聊聊吧

很多数都可以表示成两个立方数之和，例如9可以写成1的立方加上2的立方，1395可以写成4的立方加上11的立方。那么，有没有哪个数不但可以表示成两个立方数之和，而且表示的方法不止一种呢？答案是肯定的。比如1729既等于1的立方加上12的立方，又等于9的立方加上10的立方。再比如，4104既等于2的立方加上16的立方，又等于9的立方加上15的立方。

据说，有一次，英国数学家哈代（G. H. Hardy）有一天去医院看望印度数学家拉马努金（Srinivasa Ramanujan）。在去医院的路上，哈代注意到了出租车的号码是1729，觉得这是一个平淡无奇的数，恐有不祥之兆。“当然不是！”拉马努金听说后立即回答，“1729这个数很有意思，它是最小的能用不同的方式表示成两个立方数之和的数！”后来，1729就有了“哈代-拉马努金数”（Hardy-Ramanujan number）的称号。还有很多其他的数也是满足要求的，其中最小的10个数分别是

1729, 4104, 13832, 20683, 32832, 39312, 40033, 46683, 64232, 65728

阅读

好一个整数：6210001000

数学聊聊吧

你能否想出一个10位数，使得里面的第1个数字正好表示这里面一共有多少个0，第2个数字正好表示这里面一共有多少个1，等等，一直到第10个数字正好表示这里面一共有多少个9？答案是肯定的：6210001000。这样的数叫做“自我描述数”（self-descriptive number），可以证明，满足要求的10位数是唯一的。

阅读

好一个整数：3608528850368400786036725

数学聊聊吧

3608528850368400786036725是一个神奇的25位数，其中3能够被1整除，36能够被2整除，360能够被3整除，以此类推，不管n是多少，前n个数字组成的n位数能够被n整除，一直到整个数能被25整除。在数学中，这样的数叫做“累进可除数” (polydivisible number) 。满足要求的数有很多，比如123、102000、987654 、381654729、30000600003，但3608528850368400786036725是满足要求的最大的数。

阅读

好一个整数：40585

数学聊聊吧

n 的阶乘就是前 n 个正整数的乘积，通常用 $n!$ 来表示。换句话说， $n!=1\times 2\times 3\times \dots\times n$ ，例如
 $1!=1$ ， $2!=1\times 2=2$ ， $3!=1\times 2\times 3=6$ ， $4!=1\times 2\times 3\times 4=24$ ，等等。数学家们规定，0的阶乘等于1，即 $0!=1$ 。你相信吗，有些数的各位数字的阶乘之和正好等于这个数本身，例如145正好等于 $1!+4!+5!$ 。有趣的是，在如此庞大的正整数大家庭里，所有满足这种要求的数一共就只有两个，另外一个就是40585。

阅读

好一个整数：90625

数学聊聊吧

如果一个 n 位数的平方的末 n 位正好等于它本身，这个数就叫做一个“自守数”（automorphic number）。90625是唯一的一个五位自守数，它的平方是8212890625。

阅读

好一个整数：357686312646216567629137

数学聊聊吧

817337这个数有一个非常有趣的特点：它本身是个质数，而且不断去掉最左边那个数字，得到的17337, 7337, 337, 37, 7也都是质数。

数学家们已经证明了，像817337这样的数是有限的，它们一共有4260个，其中最大的那个数是357686312646216567629137。

阅读

好一个整数：208335

数学聊聊吧

1个小球可以排成一个大小为1的三角形阵，3个小球可以排成一个大小为2的三角形阵，6个小球可以排成一个大小为3的三角形阵，10个小球可以排成一个大小为4的三角形阵.....像1、3、6、10这样的数就叫做“三角形数” (triangular number) 。容易看出，三角形数就是那些形如 $1+2+3+\dots+n$ 的数。

1个小球可以排成一个高度为1的金字塔，5个小球可以排成一个高度为2的金字塔，14个小球可以排成一个高度为3的金字塔，30个小球可以排成一个高度为4的金字塔.....像1、5、14、30这样的数就叫做“四角锥数” (square pyramidal number) 。容易看出，四角锥数就是那些形如 $1\times 1+2\times 2+3\times 3+\dots+n\times n$ 的数。

有没有什么数既是三角形数，又是四角锥数呢？有。前三个满足要求的数是1、55和91。第四个满足要求的数，同时也是最后一个满足要求的数，是208335。

阅读

好一个整数: 36363636364

数学聊聊吧

36363636364是一个非常有趣的数: 它的平方是13223140496 13223140496, 正好可以分成完全相同的两部分。更有意思的是, 在36363636364当中, 少一个“36”或者多一个“36”(即把原数变为363636364或者3636363636364), 都会使它丧失原有的性质。

类似的数还有45454545455、54545454546、63636363637、72727272728、81818181819、90909090910等等(你看出规律来了吗), 不过36363636364是最小的一个。

阅读

好一个整数：9753086421

数学聊聊吧

9876543210减去0123456789等于9753086421。巧的是，这个得数和前面两个数一样，它里面也既无重复又无遗漏地包含了0到9这10个数字。

阅读

好一个整数：78557

数学聊聊吧

1960年，数学家瓦茨瓦夫·谢尔宾斯基 (Wacław Sierpiński) 证明了这样一个结论：存在无穷多个奇数 k ，使得对于任意正整数 n ， 2 的 n 次方的 k 倍再加上 1 以后都将会是一个合数。满足这个要求的奇数 k 就叫做谢尔宾斯基数 (Sierpiński number)。1962年，数学家约翰·塞尔弗里奇 (John Selfridge) 证明了， 78557 是一个满足要求的谢尔宾斯基数，换句话说，他证明了 2 的任意正整数次方的 78557 倍再加上 1 以后都将会是一个合数。但是，有没有比这更小的谢尔宾斯基数呢？五年后，塞尔弗里奇和谢尔宾斯基本人猜测，可能没有了。换句话说，数学家们猜测， 78557 就是最小的谢尔宾斯基数。

为了证明这个猜想，我们需要验证，比 78557 小的数都不满足要求，都存在某个可能很大的 n ，使得 2 的 n 次方的这么多倍再加上 1 正好是一个质数。后来，数学家们几乎完成了所有的验证工作，但有 6 个数却始终无法排除。它们是 10223 , 21181 , 22699 , 24737 , 55459 , 67607 。 78557 究竟是不是最小的谢尔宾斯基数，这也成为了目前数学界中最醒目的未解之谜之一。

阅读

好一个整数：21000

数学聊聊吧

用英文来表达各个正整数，分别需要多少个单词？1是one，一个单词；99是ninety-nine，两个单词；100是one hundred，两个单词；101是one hundred and one，四个单词。什么时候才会出现恰好由三个单词组成的数呢？答案是21000，twenty-one thousand，第一个英文表达要用三个单词的数。

阅读

好一个整数：132

数学聊聊吧

如果一个三位数的三个数字都不相同，那么用这三个数字一共可以组成6个不同的两位数。而132这个数的神奇之处就在于，把它里面的三个数字组成6个不同的两位数之后，它们的和正好就是132本身：

$132 = 12 + 13 + 21 + 23 + 31 + 32$ 。满足要求的数一共有三个：132、264、396。容易看出，后面两个本质上其实与132是相同的。

阅读

好一个整数：3367

数学聊聊吧

为了算出3367乘以任何一个两位数 xy 的乘积，你只需要算一算 $xyxyxy$ 除以3的结果就行了。比如说，3367乘以23等于多少？你就只需要算一算232323除以3的结果，它等于77441，这正是3367乘以23的值。这是为什么呢？原因很简单：因为3367的3倍正好是10101。所以， $3367 \times 23 = (10101 \div 3) \times 23 = (10101 \times 23) \div 3 = 232323 \div 3$ 。

阅读

好一个整数：82000

数学聊聊吧

82000的二进制表达是10100000001010000，它的三进制表达是11011111001，它的四进制表达是110001100，它的五进制表达是10111000，所有数写出来都只含数字0和1。82000是最小的满足要求的数。为了完全展现出82000这个数的神奇之处，我们不妨再补充一些背景知识。最小的二进制表达只含0和1的数是2；最小的二进制和三进制表达都只含0和1的数是3；最小的二进制、三进制和四进制表达都只含0和1的数是4。但是，最小的二进制、三进制、四进制和五进制表达都只含0和1的数，则瞬间跳到了82000。那么，有没有什么数，它的二进制、三进制、四进制、五进制和六进制表达都只含0和1呢？目前的一些证据显示，这样的数很可能不存在。

阅读

数学聊聊吧

如果把所有正整数都用罗马数字记法来表示，再按照字母顺序把它们排成一本字典，得到的结果会是什么样？由于在罗马数字记法中，上千的数会用数上加横线的方法来表示，因此我们只需要考虑1000以内的数即可。在这本字典中，最前面几个数分别是C, CC, CCC, CCCI, CCCII, CCCIII, CCCIV, CCCIX, CCCL，它们分别是100, 200, 300, 301, 302, 303, 304, 309, 350。这本字典中的最后一个数则是XXXVIII，即38。

阅读

好一个整数：26

数学聊聊吧

是否存在某个正整数，使得它比某个平方数大1，而又正好比某个立方数小1？答案是肯定的，例如 $26=25+1$ ，同时 $26=27-1$ ，其中25是5的平方，27是3的立方。有趣的是，满足这个要求的数是唯一的。

2006年，数学家证明了， x 的立方减去 y 的平方等于2，这个方程只有唯一一组正整数解。因而，26也就是唯一一个满足刚才那种要求的正整数。

阅读

好一个整数：17

数学聊聊吧

2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200 是17个连续的正整数。它们有个非常神奇的性质：每一个数要么和最前面的那个数2184有大于1的公约数，要么和最后面的那个数2200有大于1的公约数。有趣的是，你无法找到16个或者更少的连续正整数，使得它们也满足这种要求。满足这种要求的连续正整数至少有17个。

阅读

好一个整数：259

数学聊聊吧

如果 $a=1, b=2, c=3, \dots, z=26$ 的话，那么259的英文表达中的所有字母之和正好是259。259的英文表达是two hundred and fifty-nine，而 $t+w+o+h+u+n+d+r+e+d+a+n+d+f+i+f+t+y+n+i+n+e=20+23+15+8+21+14+4+18+5+4+1+14+4+6+9+6+20+25+14+9+14+5=259$ 。

阅读

好一个整数：3628800

数学聊聊吧

3628800是10的阶乘，也就是 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$ 的结果。有趣的是，这正好也是六个星期里的总秒数。一个星期里有7天，一天有24个小时，一小时有60分，一分有60秒，所以六个星期里一共有 $6 \times 7 \times 24 \times 60 \times 60 = 3628800$ 秒。

阅读

好一个整数：1234321

数学聊聊吧

把1234321循环往复地不断写下去，于是你会得到一个无限长的数字串：

1234321234321234321...

这个数字串有一个非常有趣的性质：你一定可以在适当的地方把它们切开，使得各段里的数字之和正好是1, 2, 3, 4, 5, 6, ...等等。

1|2|3|4|32|123|43|2123|432|1...

阅读

好一个整数：4

数学聊聊吧

有没有什么数，它正好等于它的英文拼写的字母数？有。例如4的英文拼写是four，它里面正好有4个字母。有趣的是，4是唯一一个满足要求的数。因此，如果有人问你“这道题的答案有几个字母”，那么答案是唯一的：four。

阅读

好一个整数：165

数学聊聊吧

165前面的一个质数是163，165后面的一个质数是167，165正好位于163和167的正中间。
165再前面的一个质数是157，165再后面的一个质数是173，165正好位于157和173的正中间。
165再前面的一个质数是151，165再后面的一个质数是179，165正好位于151和179的正中间。
165再前面的一个质数是149，165再后面的一个质数是181，165正好位于149和181的正中间。
165再前面的一个质数是139，165再后面的一个质数是191，165正好位于139和191的正中间。
165再前面的一个质数是137，165再后面的一个质数是193，165正好位于137和193的正中间。

阅读

好一个整数：2

数学聊聊吧

在所有的质数中，只有2是偶数。因此，我们通常会把2叫做“最奇怪的质数”。有趣的是，在英文中，“奇数” (odd) 跟“奇怪” (odd) 的英文拼写完全一样。因此，数学家们非常喜欢这句颇有些矛盾的句子：“数字2是最奇的偶数” (number two is the oddest prime) 。

阅读

好一个整数：27

数学聊聊吧

任意取一个正整数。如果它是偶数，就把它除以2；如果它是奇数，就把它变成它的3倍后再加1。对所得的数不断地继续做这样的操作。一个著名的猜想就是，不管你最初选的数是多少，最后你一定会得到4、2、1循环。例如，如果你最开始选的数是17，那么你会依次得到下面这一串数：

17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

有趣的是，在前50个正整数当中，27这个数的演变历程非常复杂，甚至一度会增加到9000以上。然而，经过了111步的变化之后，它还是会回到4、2、1的循环。从27出发，完整的演变历程如下：

27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484, 242, 121, 364, 182, 91, 274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466, 233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186, 593, 1780, 890, 445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283, 850, 425, 1276, 638, 319, 958, 479, 1438, 719, 2158, 1079, 3238, 1619, 4858, 2429, 7288, 3644, 1822, 911, 2734, 1367, 4102, 2051, 6154, 3077, 9232, 4616, 2308, 1154, 577, 1732, 866, 433, 1300, 650, 325, 976, 488, 244, 122, 61, 184, 92, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

阅读

好一个整数：30233088000000

数学聊聊吧

有没有什么数，它的 $1/2$ 正好是一个平方数，它的 $1/3$ 正好是一个立方数，它的 $1/5$ 正好是一个五次方数？这样的数是有的，其中最小的一个就是30233088000000。

我们可以很容易证明这一点。假设 n 是一个满足要求的数。由于 $n/2$ 、 $n/3$ 、 $n/5$ 都是整数，因此 n 能被2、3、5整除。不妨假设 n 等于2的 a 次方乘以3的 b 次方再乘以5的 c 次方。那么， $n/2$ 就等于2的 $a-1$ 次方乘以3的 b 次方再乘以5的 c 次方， $n/3$ 就等于2的 a 次方乘以3的 $b-1$ 次方再乘以5的 c 次方， $n/5$ 就等于2的 a 次方乘以3的 b 次方再乘以5的 $c-1$ 次方。容易看出， $a-1$ 必须是2的倍数，同时 a 必须是3的倍数和5的倍数。因而， a 最小是15。类似地， b 最小是10， c 最小是6。这说明， n 最小是2的15次方乘以3的10次方再乘以5的6次方，即30233088000000。

阅读

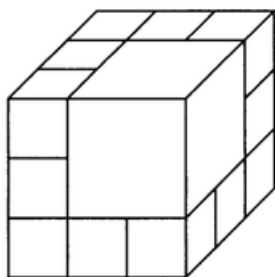
好一个整数：1234567891234567891234567891

数学聊聊吧

1234567891234567891234567891是一个质数，一个很好记的质数。这是由约瑟夫·马达奇 (Joseph Madachy) 首先发现的。

阅读

我们很容易把一个立方体分成8个小立方体。我们很容易把一个立方体分成27个小立方体。我们能够把一个立方体分成15个小立方体吗？可以！只需要先把这个立方体分成8个小立方体，再把其中一个小立方体分成8个更小的立方体即可。后面这一步会让小立方体的总个数减少1个，但又立即增加8个，因而我们就得到了17个小立方体。而下图所示的，则是一种把立方体分成20个小立方体的方案。



但是，你永远没法把一个立方体分成2个小立方体，也永远没法把一个立方体分成3个小立方体。不过，数学家们已经证明了，如果一个立方体不能被分成 n 个小立方体，那么 n 的取值是有限的。当 $n > 47$ 时，一个立方体一定能被分成 n 个小立方体。换句话说，不管小立方体的个数是多少，只要数目大于47个，那么把一个立方体分成这么多个小立方体的方案是一定存在的。

好一个整数：945

数学聊聊吧

如果不算自身的话，那么12的约数有1, 2, 3, 4, 6。它们加起来等于16，比12更大。

如果不算自身的话，那么66的约数有1, 2, 3, 6, 11, 22, 33。它们加起来等于78，比66更大。

如果一个数的所有约数（不算这个数本身）的和比这个数更大，我们就说这个数是一个“过剩数”（abundant number）。最小的几个过剩数是12, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 42, 48, 54, 56, 60, 66, 70, ...。你会发现，它们都是清一色的偶数。

有没有哪个过剩数是奇数呢？有！令人吃惊的是，第一个是奇数的过剩数出人意料地大——945。这已经是第232个过剩数了。

阅读

好一个整数：226

数学聊聊吧

你知道吗？圆周率 π 的226次方的前三位数正好是226。

阅读

好一个整数：125

数学聊聊吧

125的约数有1、5、25、125四个。有趣的是，它们正好都是125这个数字串的一部分。125是目前已知的唯一一个满足这种性质的数。

阅读

好一个整数：4402

数学聊聊吧

把4402中的每一个数字都替换成它的平方，得到的结果是161604。这是一个平方数。

阅读

好一个整数：762

数学聊聊吧

圆周率 π 的小数点后第762位开始，出现了连续六个数字9。物理学家理查德·费曼（Richard Feynman）在他的课堂上曾经提到了这件事情。因此，圆周率 π 的小数点后第762位也被人们叫做“费曼点”（Feynman point）。

阅读

好一个整数：43252003274489856000

数学聊聊吧

43252003274489856000等于8的阶乘乘以12的阶乘乘以3的8次方乘以2的12次方除以2除以3再除以2。这究竟算的是什么呢？这是 $3\times 3\times 3$ 的标准魔方中所有可能出现的颜色排列组合的总数。

阅读

好一个整数：36

数学聊聊吧

36的1倍是36，罗马数字写法是XXXVI。

36的2倍是72，罗马数字写法是LXXII。

36的3倍是108，罗马数字写法是CVIII。

36的4倍是144，罗马数字写法是CXLIV。

36的5倍是180，罗马数字写法是CLXXX。

36的6倍是216，罗马数字写法是CCXVI。

36的7倍是252，罗马数字写法是CCLII。

你发现什么了吗？36这个数的1倍、2倍、3倍、4倍、5倍、6倍、7倍的罗马数字写法中，所含字母的个数都是相同的。

阅读

好一个整数：2592

数学聊聊吧

2592正好等于2的5次方乘以9的2次方。如果省略乘号不写的话（代数中我们会经常这么做），我们甚至可以把2592直接写成 $2^5 9^2$ 。在所有四位数中，只有2592满足这个模式。

阅读

好一个整数：728163549

数学聊聊吧

能否将1到9重新排列，使得每相邻两个数字组成的两位数正好是两个一位数的乘积（也就是九九乘法表里出现过的乘积）？答案是肯定的。并且，这个方法是唯一的：728163549。

阅读

好一个整数：2

数学聊聊吧

著名的费马大定理考察了这样的等式： x 的 n 次方加上 y 的 n 次方等于 z 的 n 次方。那么，如果把这个式子的底数和指数颠倒一下，变成 n 的 x 次方加上 n 的 y 次方等于 n 的 z 次方呢？有趣的是，只有 $n=2$ 时这个方程才有解，并且这个解也是唯一的：2的1次方加上2的1次方等于2的2次方。

阅读

好一个整数：1

数学聊聊吧

在数学中，调和数 (harmonic number) 是指形如 $1 + 1/2 + 1/3 + \dots$ 的数。也就是说，第 n 个调和数就是 $1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n$ 。前10个调和数分别为：

1, $3/2$, $11/6$, $25/12$, $137/60$, $49/20$, $363/140$, $761/280$, $7129/2520$, $7381/2520$

一个有趣的问题是，调和数里面有多少整数呢？答案是，只有一个：1。数学家们已经证明了，当 $n \geq 2$ 时， $1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n$ 虽然可以达到任意大，但却永远不会是整数。

阅读

好一个整数：193939

数学聊聊吧

193939是一个质数，而且是一个非常神奇的质数。循环移动它的各个数位，我们会得到

193939,
939391,
393919,
939193,
391939,
919393

它们也全都是质数。

阅读

好一个整数：86

数学聊聊吧

2的10次方等于1024，里面出现了数字0。

2的11次方等于2048，里面出现了数字0。

2的12次方等于4096，里面出现了数字0。

2的17次方等于131072，里面出现了数字0。

对于哪些正整数 n ，2的 n 次方里出现了数字0呢？在前100个正整数中，满足要求的 n 如下：

10, 11, 12, 17, 20, 21, 22, 23, 26, 29, 30, 38, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 50, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 68, 69, 70, 71, 73, 74, 75, 78, 79, 80, 82, 83, 84, 85, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, ...

注意到，正整数越大的时候越容易满足要求，并且87, 88, 89, ..., 100都是满足要求的。人们猜测，86是最大的不满足要求的正整数。换句话说，人们猜测，2的86次方是最后一个不含数字0的情况。

阅读

好一个整数：2016

数学聊聊吧

连接正方形的4个顶点，一共可以得到6条线段（你不妨自己数数看）。连接正方体的8个顶点，一共可以得到28条线段（你不妨自己数数看）。

我们还可以进一步考虑更高维空间的情况。连接四维立方体的16个顶点，一共可以得到120条线段。连接五维立方体的32个顶点，一共可以得到496条线段。连接六维立方体的64个顶点呢？一共可以得到2016条线段。

阅读

好一个整数: 2016

数学聊聊吧

2016的平方是4064256, 2016的立方是8193540096, 两者相加等于8197604352, 这里面既无重复又无遗漏地包含了0到9所有的数字。

阅读

好一个整数：2016

数学聊聊吧

$$2016=3^3+4^3+5^3+6^3+7^3+8^3+9^3$$

阅读

如果一个数字方阵中，每一行、每一列和两条对角线上的数字之和都相等，这个数字阵就叫作“幻方”。有没有什么 8×8 的幻方，它是由64个连续的质数构成的？有。下面就是目前已知的最小的例子，它的每一行、每一列和两条对角线上的数字之和都等于2016。

103	113	13
389	331	39
109	433	43
137	373	35
311	181	14
157	269	15
379	83	30
431	233	85

好一个整数：8890

数学聊聊吧

任何一个四位数 $abcd$ 里面都有三个两位数： ab 、 bc 、 cd 。有没有可能这正好是三个连续的两位数呢？有可能，并且8890就是唯一满足要求的答案。

阅读

好一个整数：619737131179

数学聊聊吧

在619737131179中，每两个相邻的数组成的两位数都是一个质数，并且所有这样的两位质数都互不相同。619737131179是所有满足这个要求的数中最大的一个。

阅读

好一个整数：444

数学聊聊吧

2个正整数的和等于它们的积，这有可能吗？有可能，并且 $2+2=2\times 2$ 是唯一解。

3个正整数的和等于它们的积，这有可能吗？有可能，并且 $1+2+3=1\times 2\times 3$ 是唯一解。

4个正整数的和等于它们的积，这有可能吗？有可能，并且 $1+1+2+4=1\times 1\times 2\times 4$ 是唯一解。

5个正整数的和等于它们的积，这有可能吗？有可能，不过这次就有不止一个解了：

$1+1+1+2+5=1\times 1\times 1\times 2\times 5$ ， $1+1+1+3+3=1\times 1\times 1\times 3\times 3$ ， $1+1+2+2+2=1\times 1\times 2\times 2\times 2$ 。

6个正整数的和等于它们的积，这有可能吗？有可能，但这次，问题又变回成只有一个解了：

$1+1+1+1+2+6=1\times 1\times 1\times 1\times 2\times 6$ 。

.....

对于哪些正整数 n ， n 个正整数的和等于它们的积，这有唯一的解呢？目前人们已经发现， $n = 2, 3, 4, 6, 24, 114, 174, 444$ 都是满足要求的。人们猜测，444很可能是最大的一个满足要求的数。

阅读

好一个整数：247

数学聊聊吧

我们已经看到了这么多有趣的正整数。那么，有没有什么最无趣的正整数呢？有。2014年，数学科普作家艾利克斯·贝洛斯 (Alex Bellos) 提议，把247看作是第一个最无趣的正整数，因为在维基百科中，它是第一个没有自己的词条的正整数。的确，247既不是质数，又不是平方数，又不是三角形数，又不是回文数。它的质因数分解为 13×19 ，它的二进制表达为11110111，它的各位数字之和为13.....一切都没有任何可圈可点之处。

有趣的是，247的这个独特的性质，使得它变得有趣了起来。这是一个著名的悖论：最小的无趣的数，会因为这件事情本身而变得有趣。

阅读

好一个整数：68

数学聊聊吧

哥德巴赫猜想 (Goldbach's conjecture) 说的是，任何一个大于2的偶数都可以表示成两个质数之和。事实上，很多大于2的偶数都有不止一种方法表示成两个质数之和。哪些大于2的偶数恰好有两种方法表示成两个质数之和呢？人们已经发现了这么几个数：

10, 14, 16, 18, 20, 28, 32, 38, 68

其中， $68=7+61=31+37$ ，这是目前已知的最大的满足要求的数。

阅读

好一个整数：62

数学聊聊吧

18是自己的各位数字之和的2倍。

27是自己的各位数字之和的3倍。

12是自己的各位数字之和的4倍。

45是自己的各位数字之和的5倍。

54是自己的各位数字之和的6倍。

.....

这个列表能永远这样写下去吗？对于任意的正整数 n ，总有某个数使得，它是自己的各位数字之和的 n 倍吗？并非如此。其中，第一次出现的例外是62。没有哪个数等于自己的各位数字之和的62倍。

阅读

好一个整数：7777

数学聊聊吧

7777的平方等于60481729。把这个数分成两半，分别就是6048和1729。而它们加起来之后，正好等于7777。满足这种要求的数叫作卡布列克数 (Kaprekar number)。45、297、703都是卡布列克数。但是，7777这个卡布列克数的形式显得格外出众。

阅读

好一个整数：7

数学聊聊吧

数学家布罗卡尔（Brocard）提出过一个有名的问题：哪些整数 n 会使得， $n!+1$ 正好是一个平方数？其中， $n!$ 表示 n 的阶乘，即从1一直乘到 n 的结果。目前，人们发现， $n=4, 5, 7$ 时是满足要求的。

$$4! + 1 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 24 + 1 = 25 = 5 \times 5$$

$$5! + 1 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 120 + 1 = 121 = 11 \times 11$$

$$7! + 1 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 + 1 = 5040 + 1 = 5041 = 71 \times 71$$

但是，人们再也没有找到其他的解了。人们猜测，这个问题就只有这几个解，其中最大的解就是 $n=7$ 。

阅读

好一个整数：666

数学聊聊吧

形如 $1+2+3+\dots+n=n(n+1)/2$ 的数叫作三角形数 (triangular numbers) , 如1, 3, 6, 10, 15, 21, 28....。它们叫作三角形数的原因就是, 这么多数量的圆点可以排成一个三角形阵。有些三角形数只由一个数字组成, 如55、66。不过, 这样的三角形数是有限的。最大的一个是666。

阅读

好一个整数：1806

数学聊聊吧

不管 m 是多少， m 的2次方除以1的余数都与 m 除以1的余数相同。

不管 m 是多少， m 的3次方除以2的余数都与 m 除以2的余数相同。

不管 m 是多少， m 的7次方除以6的余数都与 m 除以6的余数相同。

不管 m 是多少， m 的43次方除以42的余数都与 m 除以42的余数相同。

还有哪些 n 使得，不管 m 是多少， m 的 $n+1$ 次方除以 n 的余数都与 m 除以 n 的余数相同呢？这样的 n 是有限的。事实上，这样的 n 一共只有5个。除了1, 2, 6, 42以外，还有一个满足要求的 n ，它就是1806。

阅读

好一个整数：2598960

数学聊聊吧

从52张牌里摸出5张，一共有多少种可能的组合？答案是 $C(52, 5)=2598960$ 。你或许没有想到，仅仅是从洗好的一摞牌中摸出5张牌，就有200万种以上的组合吧。

阅读

好一个整数：3435

数学聊聊吧

3的3次方，加上4的4次方，加上3的3次方，再加上5的5次方，正好等于3435。换句话说，写出3435里的各个数字的自己这么多次方，把它们全部加起来，正好等于3435本身。

在全体正整数中，满足这种要求的数只有两个：1和3435。

阅读

好一个整数: 12988816

数学聊聊吧

把一个 8×8 的棋盘分割成32个 2×1 的小块儿, 总的方案数是12988816。这是组合数学中经常出现的一个数。

阅读

好一个整数：108

数学聊聊吧

从2的1次方到2的11次方，里面都不包含数字9。2的12次方和2的13次方里都包含了数字9。从2的14次方到2的20次方，里面又都不包含数字9了。越到后面，2的整数次幂的位数就越多，包含数字9的可能性也就越来越大了，不包含数字9的情况也就越来越少了。

数学家们猜测，不包含数字9的2的整数次幂只有有限个。其中最大的那个数是2的108次方，它等于324518553658426726783156020576256。不过，这只是一个猜想，它是不是正确的，还有待证明。

阅读

好一个整数：1681

数学聊聊吧

1681是一个很特别的四位数。它的前两位——16——是一个平方数。

它的后两位——81——也是一个平方数。而整个四位数——1681——又是一个平方数。在所有的四位数当中，这是唯一一个具有此性质的数。

阅读

好一个整数：88

数学聊聊吧

88的英文写法是eighty-eight。忽略中间的短横线，
整个单词

在键盘上打出
时正好需要交替地用到左手和右手。

阅读

好一个整数：1024

数学聊聊吧

在数学中，有一个非常重要的分支叫作“群论”。群论里有一个非常有趣的冷知识：在所有阶数不超过2000的有限群中，阶数为1024的有限群占了99%。把这句话告诉任何一个懂数学的朋友。他会大吃一惊的。

阅读