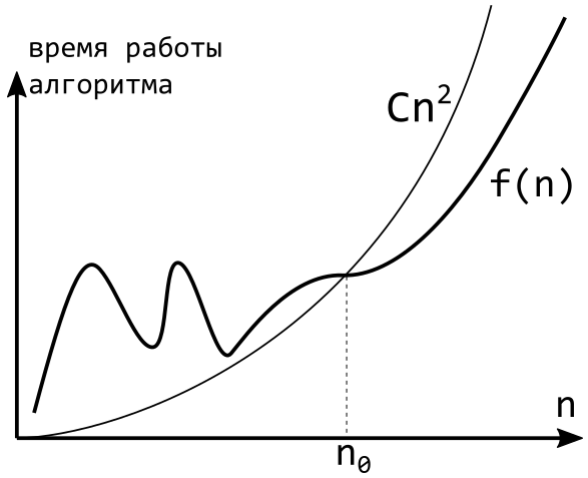
Семинар #9: Алгоритмы сортировок.

Вычислительная сложность. $O(n)$

Говорят, что $f(n) = O(n^2)$, если найдутся числа C и n_0 такие, что $f(n) < C \cdot n^2$, начиная с некоторого n_0.



Другими словами: при больших n, $f(n)$ растёт не быстрее чем n^2.
В информатике за n принимают количество символов во входных данных, а по y лежит время работы или количество элементарных операций алгоритма.

1. Расположите следующие функции в порядке увеличения скорости роста при больших n:

   - $\log n$
   - 1
   - $\sqrt{n}$
   - n
   - 1.001^n
   - $n!$
   - n^n
   - $n \log n$
   - n^2
   - 2^n

2. Отметьте все функции равные $O(n^2)$

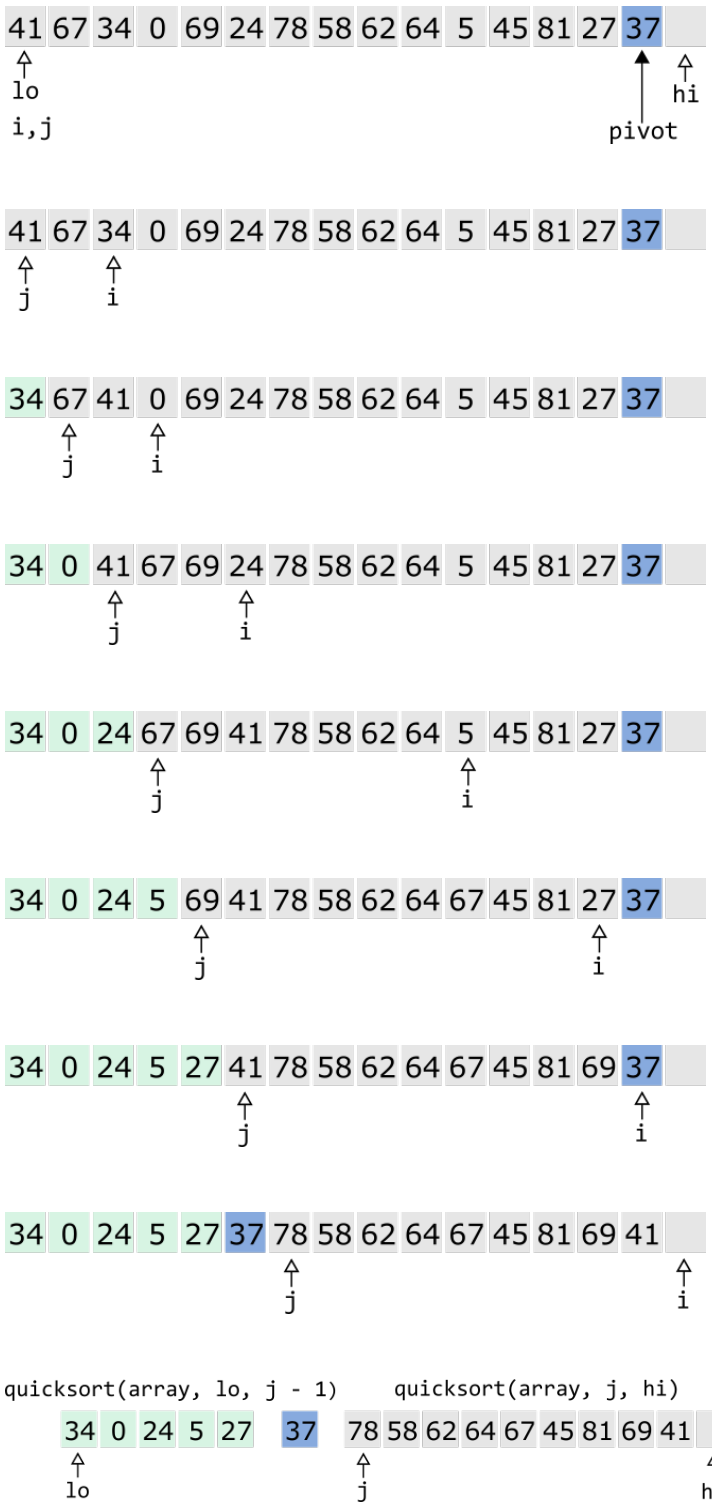
   - $10n^2$
   - e^n
   - $4n^2 + 10n + 50$
   - $n!$
   - $n^2 + 10^{-1000} \cdot n^{2.0000000001}$
   - $log(n^9)$
   - $n \log n$
   - $n^3/(1+n)$

3. Чему равна средняя вычислительная сложность следующих операций?

   - Нахождение минимального элемента в массиве размера `N`
   - Нахождение минимального элемента в отсортированном массиве размера `N`
   - Поиск элемента в массиве размера `N`
   - Поиск элемента в отсортированном массиве размера `N` (бинарный поиск)
   - Добавление элемента в начало массива размера `N`
   - Добавление элемента в конец массива размера `N` (в предположении, что место под него есть)
   - Сортировка пузырьком массива размера `N`
   - Сортировка выбором массива размера `N`
   - Быстрая сортировка массива размера `N`
   - Добавление элемента в стек с динамическим выделением памяти размера `N`
   - Сложение матриц размера $N \times N$
   - Простой алгоритм умножения матриц размера $N \times N$

Быстрая сортировка - Quicksort

```c
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define N 30

void quicksort(int array[], int lo, int hi)
{
    if (hi - lo > 1)
    {
        int j = lo;
        int pivot = array[hi - 1];
        for (int i = lo; i < hi; i++)
            if (array[i] <= pivot)
            {
                int temp = array[i];
                array[i] = array[j];
                array[j] = temp;
                j++;
            }

        quicksort(array, lo, j - 1);
        quicksort(array, j, hi);
    }
}

void print(int array[], int n)
{
    for (int i = 0; i < n; i++)
        printf("%d ", array[i]);
    printf("\n");
}

int main()
{
    int numbers[N];
    for(int i = 0; i < N; i++)
        numbers[i] = rand() % 100;

    print(numbers, N);
    quicksort(numbers, 0, N);
    print(numbers, N);
}
```



- **Случайные числа:** Напишите программу, которая будет генерировать 10 случайных чисел от -10 и до 10. При каждом запуске программы числа должны быть разными. Как создать случайные числа смотрите в файлах `0random.c` и `1seedrandom.c`.
- **Сравнение сортировок:** Проведите сравнения скорости работы сортировки выбором $O(n^2)$ и быстрой сортировки $O(n \cdot log(n))$. Для этого засеките время работы обеих сортировок при следующих размерах `N = 100, 1000,` 10^4, 10^5, 10^6, 10^7. Код сортировок доступен в файле `2quicksort.c`. Для замера времени используйте утилиту `time` в терминале:
  `time ./a.out`

При этом нужно закомметировать печать на экран, так как печать может занимать много времени. Если у Вас не работает утилита `time`, то есть алтернатива - функция `clock` из библиотеки `time.h`: cplusplus.com/reference/ctime/clock

- **По убыванию:** Измените сортировку `quicksort`, так, чтобы эта функция сортировала по убыванию.
- **По последней цифре:** Измените сортировку `quicksort`, так, чтобы эта функция сортировала по возрастанию последней цифры.
- **Сортировка вещественных чисел:** Измените сортировку `quicksort`, так, чтобы она сортировала вещественные числа. Проверьте работу сортировки. Для этого сгенерируйте массив из `N` случайных вещественных чисел от `0` до `100`.
- **Города Мира:** В файле `worldcities.txt` содержится информация о различных городах мира. В каждой строке - информация об одном городе: название города, координаты - широта(latitude) и долгота(longitude), название страны и население города. В первой строке - общее количество городов.
  - Опишите структуру `City`, которая будет предназначена для хранения информации об одном городе.
  - **Считываем города:**
    Создайте массив из структур `City` подходящего размера (нужно создать массив динамически) и считайте все данные из файла в массив. Для считывания используйте функцию `fscanf` из библиотеки `stdio.h`. Пример считывания:

```c
#include <stdio.h>

int main()
{
    // Открываем файл input.txt на чтение("r"). Для открытия на запись - "w"
    FILE* f = fopen("input.txt", "r");
    fscanf(f, < тут всё то же самое, что и у обычного scanf >)
    // ...
    fclose(f);
}
```

    Учтите, что спецификатор `%s` считывает строку до пробела. Чтобы считать строку до запятой используйте спецификатор `%[^,]` - при этом `s` на конец спецификатора ставить не надо.
    Вся строка для `fscanf` будет выглядеть следующим образом: `“%[^,],%f,%f,%[^,],%d\n”`
  - **Сохраняем города:**
    Написать функцию `void save_cities(char filename[], City array[], int n)`, которая будет сохранять города из массива `array` в файл, чьё название хранится в переменной `filename`. Например, при вызове `save_cities(“output.txt”, cities, n);` массив `cities` должен сохраниться в файл `output.txt`.
  - **По населению:**
    Создайте функцию `quicksort_population`, чтобы она принимала на вход массив из структур `City` и сортировала их по возрастанию населения. Проверьте функцию в `main`, отсортировав структуру и сохранив её в файл `sorted_by_population.txt` с помощью функции `save_cities`.
  - **По широте:**
    Создайте функцию `quicksort_latitude`, чтобы она сортировала массив городов по широте - от самого южного города к самому северному. Проверьте функцию в `main`, отсортировав структуру и сохранив её в файл `sorted_by_latitude.txt`.
  - **По названию:**
    Создайте функцию `quicksort_name`, чтобы она сортировала массив городов по названию города. Проверьте функцию в `main`, отсортировав структуру и сохранив её в файл `sorted_by_name.txt`. Используйте функцию `strcmp` из библиотеки `string.h`.

Bogosort

Bogosort - крайне неэффективная сортировка, состоящая из двух шагов:

1. Перемешать массив случайным образом.
2. Проверить, отсортирован ли массив, и, если нет, то перейти к шагу 1.

В файле `3bogosort.c` содержится реализация этой сортировки.

- Скомпилируйте эту программу (`gcc -std=c99 3bogosort.c`) и запустите. Попытайтесь отсортировать массив из 10-ти чисел с помощью этой сортировки.
- Какова вычислительная сложность этой сортировки? Какое среднее число итераций нужно произвести, чтобы отсортировать 10 чисел.

Сортировка подсчётом - Counting Sort

Быстрая сортировка и некоторые другие хорошие алгоритмы сортировки работают за $O(n \cdot log(n))$. Такая сложность является оптимальной, если ничего больше неизвестно о сортируемых числах. Однако, если о числах что-нибудь известно, то можно добиться лучшего результата. Предположим, что наш массив состоит только из нулей и единиц и имеет примерно такой вид:

```
int array[] = {0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1,
0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1,
1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0,
1, 1, 1, 1};
```

Как отсортировать массив, состоящий только из нулей и единиц, за $O(n)$?

- Напишите сортировку подсчётом для такого массива (смотрите файл `4countsort_simple.c`).
- Напишите сортировку подсчётом для произвольного массива (смотрите файл `4countsort.c`).

Какие недостатки при сортировки таким методом массивов, содержащих большие числа?
Какова будет вычислительная сложность данного алгоритма для сортировки n положительных чисел, которые могут принимать значения от 0 до k.

Цифровая сортировка - Radix Sort

Цифровая сортировка заключается в последовательном применении сортировок подсчётом к цифрам числа. То есть, сначала сортируем весь массив подсчётом по последней цифре, потом по предпоследней и т. д. При этом, важно, чтобы сортировка подсчётом сохраняла порядок элементов с одинаковыми цифрами.

- Какова вычислительная сложность данного алгоритма.
- Реализуйте алгоритм цифровой сортировки и сравните его с быстрой сортировкой.

При реализации данного алгоритма нужно следить за тем, чтобы при проходе одной итерации сортировки подсчётом порядок чисел с одинаковой цифрой в текущем разряде не нарушался.