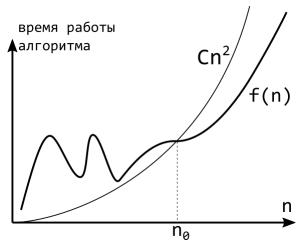
Семинар #9: Алгоритмы сортировок.

Вычислительная сложность. O(n)

Говорят, что $f(n) = O(n^2)$, если найдутся числа C и n_0 такие, что $f(n) < C \cdot n^2$, начиная с некоторого n_0 .



Другими словами: при больших n, f(n) растёт не быстрее чем n^2 .

В информатике за n принимают количество символов во входных данных, а по y лежит время работы или количество элементарных операций алгоритма.

1. Расположите следующие функции в порядке увеличения скорости роста при больших n:

- $\log n$
- 1
- \sqrt{n}
- n

- 1.001^n
- n!
- \bullet n^n
- $n \log n$

•
$$n^2$$

 \bullet 2^n

- 2. Отметьте все функции равные $O(n^2)$
 - $10n^2$ e^n
 - $4n^2 + 10n + 50$
 - n!

- $n^2 + 10^{-1000} \cdot n^{2.0000000001}$
- $log(n^9)$
- $n \log n$
- $n^3/(1+n)$
- 3. Чему равна средняя вычислительная сложность следующих операций?
 - Нахождение минимального элемента в массиве размера N
 - Нахождение минимального элемента в отсортированном массиве размера N
 - Поиск элемента в массиве размера N
 - Поиск элемента в отсортированном массиве размера N (бинарный поиск)
 - Добавление элемента в начало массива размера N
 - Добавление элемента в конец массива размера N (в предположении, что место под него есть)
 - Сортировка пузырьком массива размера №
 - Сортировка выбором массива размера N
 - Быстрая сортировка массива размера N
 - Добавление элемента в стек с динамическим выделением памяти размера N
 - Сложение матриц размера $N \times N$
 - Простой алгоритм умножения матриц размера $N \times N$

Быстрая сортировка - Quicksort

```
41 67 34 0 69 24 78 58 62 64 5 45 81 27 37
                                                 个
lo
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
                                                 i,j
#define N 30
void quicksort(int array[], int lo, int hi)
                                                41 67 34 0 69 24 78 58 62 64 5 45 81 27 37
    if (hi - lo > 1)
    {
        int j = lo;
        int pivot = array[hi - 1];
                                                34 67 41 0 69 24 78 58 62 64 5 45 81 27 37
        for (int i = lo; i < hi; i++)</pre>
            if (array[i] <= pivot)</pre>
            {
                int temp = array[i];
                array[i] = array[j];
                                                34 0 41 67 69 24 78 58 62 64 5 45 81 27 37
                array[j] = temp;
                j++;
            }
                                                34 0 24 67 69 41 78 58 62 64 5 45 81 27 37
        quicksort(array, lo, j - 1);
        quicksort(array, j, hi);
    }
}
                                                34 0 24 5 69 41 78 58 62 64 67 45 81 27 37
void print(int array[], int n)
{
    for (int i = 0; i < n; i++)</pre>
        printf("%d ", array[i]);
    printf("\n");
                                                34 0 24 5 27 41 78 58 62 64 67 45 81 69 37
}
int main()
{
    int numbers[N];
                                                34 0 24 5 27 37 78 58 62 64 67 45 81 69 41
    for(int i = 0; i < N; i++)</pre>
                                                                                                  个
i
        numbers[i] = rand() % 100;
    print(numbers, N);
                                                quicksort(array, lo, j - 1)
                                                                             quicksort(array, j, hi)
    quicksort(numbers, 0, N);
                                                     34 0 24 5 27
                                                                         78 58 62 64 67 45 81 69 41
                                                                     37
    print(numbers, N);
}
                                                     lo
                                                                                                    hί
```

- Случайные числа: Напишите программу, которая будет генерировать 10 случайных чисел от -10 и до 10. При каждом запуске программы числа должны быть разными. Как создать случайные числа смотрите в файлах Orandom.c и 1seedrandom.c.
- Сравнение сортировок: Проведите сравнения скорости работы сортировки выбором $O(n^2)$ и быстрой сортировки $O(n \cdot log(n))$. Для этого засеките время работы обеих сортировок при следующих размерах N = 100, 1000, 10^4 , 10^5 , 10^6 , 10^7 . Код сортировок доступен в файле 2quicksort.c. Для замера времени используйте утилиту time в терминале: time ./a.out

При этом нужно закомметировать печать на экран, так как печать может занимать много времени. Если у Вас не работает утилита time, то есть алтернатива - функция clock из библиотеки time.h: cplusplus.com/reference/ctime/clock

- По убыванию: Измените сортировку quicksort, так, чтобы эта функция сортировала по убыванию.
- По последней цифре: Измените сортировку quicksort, так, чтобы эта функция сортировала по возрастанию последней цифры.
- Сортировка вещественных чисел: Измените сортировку quicksort, так, чтобы она сортировала вещественные числа. Проверьте работу сортировки. Для этого сгенерируйте массив из N случайных вещественных чисел от 0 до 100.
- Города Мира: В файле worldcities.txt содержится информация о различных городах мира. В каждой строке информация об одном городе: название города, координаты широта(latitude) и долгота(longitude), название страны и население города. В первой строке общее количество городов.
 - Опишите структуру City, которая будет предназначена для хранения информации об одном городе.

- Считываем города:

Создайте массив из структур City подходящего размера (нужно создать массив динамически) и считайте все данные из файла в массив. Для считывания используйте функцию fscanf из библиотеки stdio.h. Пример считывания:

```
#include <stdio.h>
int main()
{
    // Открываем файл input.txt на чтение("r"). Для открытия на запись - "w"
    FILE* f = fopen("input.txt", "r");
    fscanf(f, < тут всё то же самое, что и у обычного scanf >)
    // ...
    fclose(f);
}
```

– Сохраняем города:

Написать функцию void save_cities(char filename[], City array[], int n), которая будет сохранять города из массива array в файл, чьё название хранится в переменной filename. Например, при вызове save_cities("output.txt", cities, n); массив cities должен сохраниться в файл output.txt.

– По населению:

Создайте функцию quicksort_population, чтобы она принимала на вход массив из структур City и сортировала их по возрастанию населения. Проверьте функцию в main, отсортировав структуру и сохранив её в файл sorted_by_population.txt с помощью функции save_cities.

– По широте:

Создайте функцию quicksort_latitude, чтобы она сортировала массив городов по широте - от самого южного города к самому северному. Проверьте функцию в main, отсортировав структуру и сохранив её в файл sorted_by_latitude.txt.

– По названию:

Создайте функцию quicksort_name, чтобы она сортировала массив городов по названию города. Проверьте функцию в main, отсортировав структуру и сохранив её в файл sorted_by_name.txt. Используйте функцию strcmp из библиотеки string.h.

Bogosort

Bogosort - крайне неэффективная сортировка, состоящая из двух шагов:

- 1. Перемешать массив случайным образом.
- 2. Проверить, отсортирован ли массив, и, если нет, то перейти к шагу 1.

В файле 3bogosort.c содержится реализация этой сортировки.

- Скомпилируйте эту программу (gcc -std=c99 3bogosort.c) и запустите. Попытайтесь отсортировать массив из 10-ти чисел с помощью этой сортировки.
- Какова вычислительная сложность этой сортировки? Какое среднее число итераций нужно произвести, чтобы отсортировать 10 чисел.

Сортировка подсчётом - Counting Sort

Быстрая сортировка и некоторые другие хорошие алгоритмы сортировки работают за $O(n \cdot log(n))$. Такая сложность является оптимальной, если ничего больше неизвестно о сортируемых числах. Однако, если о числах что-нибудь известно, то можно добиться лучшего результата. Предположим, что наш массив состоит только из нулей и единиц и имеет примерно такой вид:

Как отсортировать массив, состоящий только из нулей и единиц, за O(n)?

- Напишите сортировку подсчётом для такого массива (смотрите файл 4countsort_simple.c).
- Напишите сортировку подсчётом для произвольного массива (смотрите файл 5countsort.c).

Какие недостатки при сортировки таким методом массивов, содержащих большие числа? Какова будет вычислительная сложность данного алгоритма для сортировки n положительных чисел, которые могут принимать значения от 0 до k.

Цифровая сортировка - Radix Sort

Цифровая сортировка заключается в последовательном применении сортировок подсчётом к цифрам числа. То есть, сначала сортируем весь массив подсчётом по последней цифре, потом по предпоследней и т. д. При этом, важно, чтобы сортировка подсчётом сохраняла порядок элементов с одинаковыми цифрами.

- Какова вычислительная сложность данного алгоритма.
- Реализуйте алгоритм цифровой сортировки и сравните его с быстрой сортировкой.

При реализации данного алгоритма нужно следить за тем, чтобы при проходе одной итерации сортировки подсчётом порядок чисел с одинаковой цифрой в текущем разряде не нарушался.