

Семинар 2

Введение в алгоритмы. Машина Тьюринга.

Бирюков Владимир

МФТИ

Машина Тьюринга

Машина Тьюринга

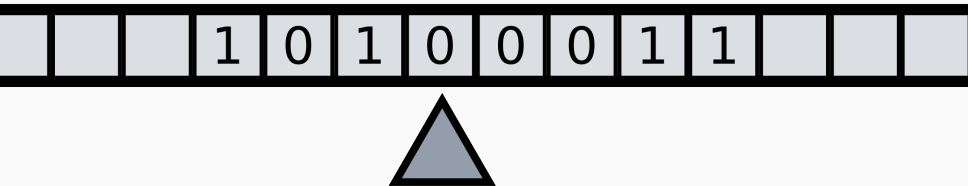
Машина Тьюринга (МТ) — математическая абстракция, представляющая вычислительную машину общего вида. Была предложена Аланом Тьюрингом в 1936 году для формализации понятия алгоритма.



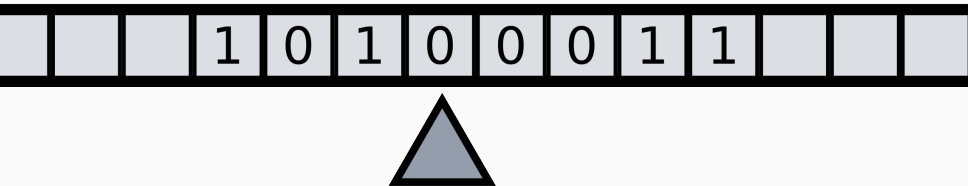
Машина Тьюринга



Машина Тьюринга



Машина Тьюринга



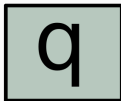
Состояние:

q

Машина Тьюринга



Состояние:



Программа:

состояние	символ	новый символ	новое состояние	движение
q_1	0	0	q_1	L
q_1	1	0	q_2	R
q_2	0	1	q_2	L
...				

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние: Программа:

q₁

Алфавит:

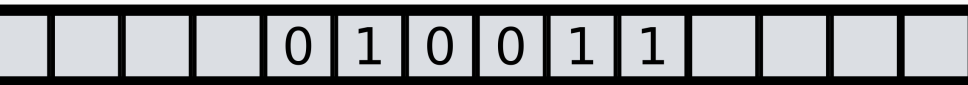
0, 1, В(пусто)

Состояния:

q₁, q₂, q₃, Stop

состояние новые символ и состояние				состояние новые символ и состояние			
символ		движение		символ		движение	
q ₁	0	0 R	q ₁	q ₂	В	1 L	Stop
q ₁	1	1 R	q ₁	q ₃	0	0 L	q ₃
q ₁	В	В L	q ₂	q ₃	1	1 L	q ₃
q ₂	0	1 L	q ₃	q ₃	В	В R	Stop
q ₂	1	0 L	q ₂				

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние: Программа:

q₁

Алфавит:
0, 1, B(пусто)

Состояния:
q₁, q₂, q₃, Stop

состояние новые символ и состояние				состояние новые символ и состояние			
символ		движение		символ		движение	
q ₁	0	0	R	q ₁	q ₂	B	1 L Stop
q ₁	1	1	R	q ₁	q ₃	0	0 L q ₃
q ₁	B	B	L	q ₂	q ₃	1	1 L q ₃
q ₂	0	1	L	q ₃	q ₃	B	B R Stop
q ₂	1	0	L	q ₂			

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние:

q_1

Алфавит:

0, 1, В(пусто)

Состояния:

q_1 , q_2 , q_3 , Stop

Программа:

состояние	новые символ и состояние	состояние	новые символ и состояние
символ	движение	символ	движение
q_1	0 0 R q_1	q_2	В 1 L Stop
q_1	1 1 R q_1	q_3	0 0 L q_3
q_1	В В L q_2	q_3	1 1 L q_3
q_2	0 1 L q_3	q_3	В В R Stop
q_2	1 0 L q_2		

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние:

q_1

Алфавит:

0, 1, В(пусто)

Состояния:

$q_1, q_2, q_3, \text{Stop}$

Программа:

состояние новые символ и состояние				состояние новые символ и состояние			
символ		движение		символ		движение	
q_1	0	0	R q_1	q_2	В	1	L Stop
q_1	1	1	R q_1	q_3	0	0	L q_3
q_1	В	В	L q_2	q_3	1	1	L q_3
q_2	0	1	L q_3	q_3	В	В	R Stop
q_2	1	0	L q_2				

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние:

q_1

Алфавит:

0, 1, B(пусто)

Состояния:

$q_1, q_2, q_3, \text{Stop}$

Программа:

состояние	новые символ и состояние	состояние	новые символ и состояние
символ	движение	символ	движение
q_1 0	0 R q_1	q_2 B	1 L Stop
q_1 1	1 R q_1	q_3 0	0 L q_3
q_1 B	B L q_2	q_3 1	1 L q_3
q_2 0	1 L q_3	q_3 B	B R Stop
q_2 1	0 L q_2		

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние: Программа:

q₁

Алфавит:

0, 1, В(пусто)

Состояния:

q₁, q₂, q₃, Stop

состояние новые символ и состояние				состояние новые символ и состояние			
символ		движение		символ		движение	
q ₁	0	0 R	q ₁	q ₂	В	1 L	Stop
q ₁	1	1 R	q ₁	q ₃	0	0 L	q ₃
q ₁	В	В L	q ₂	q ₃	1	1 L	q ₃
q ₂	0	1 L	q ₃	q ₃	В	В R	Stop
q ₂	1	0 L	q ₂				

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние: Программа:

q₁

Алфавит:

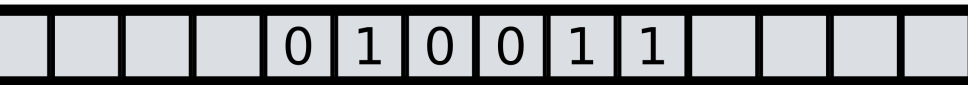
0, 1, В(пусто)

Состояния:

q₁, q₂, q₃, Stop

состояние новые символ и состояние				состояние новые символ и состояние			
символ		движение		символ		движение	
q ₁	0	0	R q ₁	q ₂	В	1 L Stop	
q ₁	1	1	R q ₁	q ₃	0	0 L q ₃	
q ₁	В	В	L q ₂	q ₃	1	1 L q ₃	
q ₂	0	1	L q ₃	q ₃	В	В R Stop	
q ₂	1	0	L q ₂				

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние: Программа:

q₁

Алфавит:
0, 1, B(пусто)

Состояния:
q₁, q₂, q₃, Stop

состояние новые символ и состояние				состояние новые символ и состояние			
символ		движение		символ		движение	
q ₁	0	0	R q ₁	q ₂	B	1 L Stop	
q ₁	1	1	R q ₁	q ₃	0	0 L q ₃	
q ₁	B	B	L q ₂	q ₃	1	1 L q ₃	
q ₂	0	1	L q ₃	q ₃	B	B R Stop	
q ₂	1	0	L q ₂				

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние: Программа:

q₂

Алфавит:

0, 1, В(пусто)

Состояния:

q₁, q₂, q₃, Stop

состояние новые символ и состояние				состояние новые символ и состояние			
символ		движение		символ		движение	
q ₁	0	0 R	q ₁	q ₂	В	1 L	Stop
q ₁	1	1 R	q ₁	q ₃	0	0 L	q ₃
q ₁	В	В L	q ₂	q ₃	1	1 L	q ₃
q ₂	0	1 L	q ₃	q ₃	В	В R	Stop
q ₂	1	0 L	q ₂				

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние:

q₂

Алфавит:

0, 1, В(пусто)

Состояния:

q₁, q₂, q₃, Stop

Программа:

состояние	новые символ и состояние	состояние	новые символ и состояние
символ	движение	символ	движение
q ₁ 0	0 R q ₁	q ₂ В	1 L Stop
q ₁ 1	1 R q ₁	q ₃ 0	0 L q ₃
q ₁ В	В L q ₂	q ₃ 1	1 L q ₃
q ₂ 0	1 L q ₃	q ₃ В	В R Stop
q ₂ 1	0 L q ₂		

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние:

q₂

Алфавит:

0, 1, B(пусто)

Состояния:

q₁, q₂, q₃, Stop

Программа:

состояние	новые символ и состояние	состояние	новые символ и состояние
символ	движение	символ	движение
q ₁ 0	0 R q ₁	q ₂ B	1 L Stop
q ₁ 1	1 R q ₁	q ₃ 0	0 L q ₃
q ₁ B	B L q ₂	q ₃ 1	1 L q ₃
q ₂ 0	1 L q ₃	q ₃ B	B R Stop
q ₂ 1	0 L q ₂		

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние: Программа:

q₃

Алфавит:

0, 1, В(пусто)

Состояния:

q₁, q₂, q₃, Stop

состояние новые символ и состояние					состояние новые символ и состояние				
символ		движение			символ		движение		
q ₁	0	0	R	q ₁	q ₂	В	1	L	Stop
q ₁	1	1	R	q ₁	q ₃	0	0	L	q ₃
q ₁	В	В	L	q ₂	q ₃	1	1	L	q ₃
q ₂	0	1	L	q ₃	q ₃	В	В	R	Stop
q ₂	1	0	L	q ₂					

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние:

q₃

Алфавит:

0, 1, В(пусто)

Состояния:

q₁, q₂, q₃, Stop

Программа:

состояние	новые символ и состояние	состояние	новые символ и состояние
символ	движение	символ	движение
q ₁ 0	0 R q ₁	q ₂ В	1 L Stop
q ₁ 1	1 R q ₁	q ₃ 0	0 L q ₃
q ₁ В	В L q ₂	q₃ 1	1 L q₃
q ₂ 0	1 L q ₃	q ₃ В	В R Stop
q ₂ 1	0 L q ₂		

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние: Программа:

q₃

Алфавит:
0, 1, В(пусто)

Состояния:
q₁, q₂, q₃, Stop

состояние	новые символ и состояние	состояние	новые символ и состояние
символ	движение	символ	движение
q ₁ 0	0 R q ₁	q ₂ В	1 L Stop
q ₁ 1	1 R q ₁	q₃ 0	0 L q₃
q ₁ В	В L q ₂	q ₃ 1	1 L q ₃
q ₂ 0	1 L q ₃	q ₃ В	В R Stop
q ₂ 1	0 L q ₂		

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние: Программа:

q₃

Алфавит:

0, 1, B(пусто)

Состояния:

q₁, q₂, q₃, Stop

состояние новые символ и состояние				состояние новые символ и состояние			
символ		движение		символ		движение	
q ₁	0	0	R q ₁	q ₂	B	1 L Stop	
q ₁	1	1	R q ₁	q ₃	0	0 L q ₃	
q ₁	B	B	L q ₂	q ₃	1	1 L q ₃	
q ₂	0	1	L q ₃	q ₃	B	B R Stop	
q ₂	1	0	L q ₂				

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние: Программа:

Stop

Алфавит:

0, 1, B(пусто)

Состояния:

q₁, q₂, q₃, Stop

состояние	новые символ и состояние	состояние	новые символ и состояние
символ	движение	символ	движение
q ₁ 0	0 R q ₁	q ₂ B	1 L Stop
q ₁ 1	1 R q ₁	q ₃ 0	0 L q ₃
q ₁ B	B L q ₂	q ₃ 1	1 L q ₃
q ₂ 0	1 L q ₃	q ₃ B	B R Stop
q ₂ 1	0 L q ₂		

Машина Тьюринга. Пример. Добавление к числу 1.



Состояние:

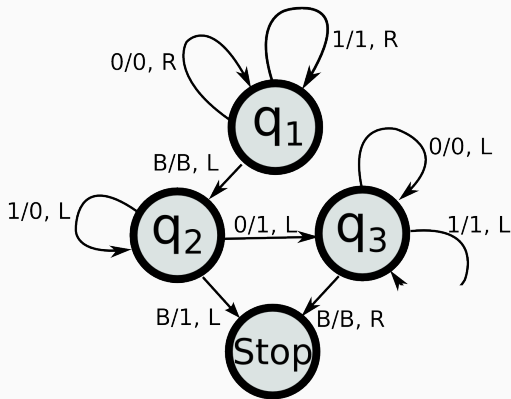
Stop

Алфавит:

0, 1, B(пусто)

Состояния:

q_1 , q_2 , q_3 , Stop



Недетерминированная машина Тьюринга

Недетерминированная машина Тьюринга — машина Тьюринга с бесконечной параллелизацией (абстрактная модель).

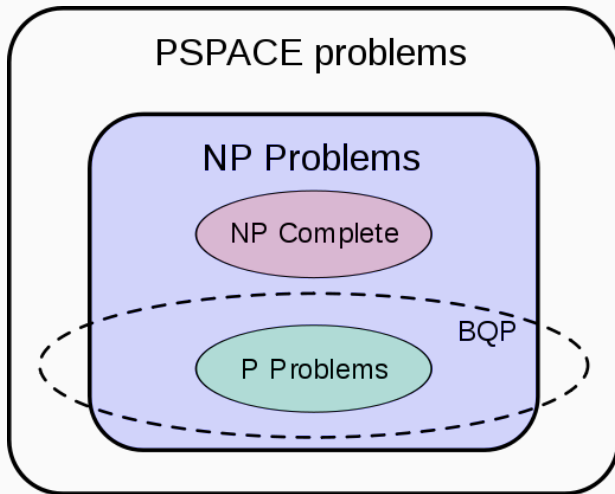
Пример: Факторизация числа

$$N = 15$$

$$\mathbf{414316826245109 = 5747281 * 72089189}$$

Факторизация числа не решается за полиномиальное время $O(N^k)$ на детерминированной МТ.

Но решается за полиномиальное время на недетерминированной МТ.



Задача коммивояжёра (принадлежит NP)

Задача коммивояжёра — заключается в отыскании самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный город.



Вычислимые функции. Полнота по Тьюрингу.

- Вычислимые функции - это функции, которые могут быть реализованы на машине Тьюринга.
Бывают невычислимые функции, например, функция определения остановки.
- В теории вычислимости исполнитель называется тьюринг-полным, если на нём можно реализовать любую вычислимую функцию.
Большинство широко используемых языков программирования — тьюринг-полные.

Практическая часть

bash скрипты

Текстовые редакторы. Nano и Vim

папо? Настоящие программисты используют emacs.



Эй. Настоящие программисты используют vim.



Ну, настоящие программисты используют ed.



Нет настоящие программисты используют cat.



Настоящие программисты используют намагниченную иглу и твердую руку.



Извините, но настоящие программисты используют бабочек.



Они открывают свои ладони и дают нежным крыльям совершить один взмах.

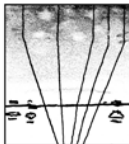


Волны распространяются наружу, изменяя турбулентные потоки в верхних слоях атмосферы.



Это вызывает кратковременное формирование воздушной ямы высокого давления,

Которая выступает, как линза, преломляющая космическое излучение, фокусируя его для воздействия на пластину диска и изменения нужного бита.



Мило. Разумеется, в emacs есть команда для этого.

Ах, да! Старая добрая C-x M-c M-butterfly...



Проклятье, emacs.