Семинар 1

Введение в алгоритмы. Машина Тьюринга.

Бирюков Владимир

МФТИ

Повторение

Главные идеи первого семестра

- 1. Язык С
 - 1.1 Синтаксис языка С.
 - 1.2 Память и указатели.
 - 1.3 Сегменты памяти процесса. Стек и куча.
- 2. Алгоритмы и структуры данных
 - 2.1 Сложность алгоритмов. O(n) нотация.
 - 2.2 Основные структуры данных: массив, список, дерево.

Язык С

Память и указатели. Массив

```
int a[4] = {1, 2, 3, 4};

int * p = &a[0];

p = p + 1;

p = a[0] \uparrow a[2] \uparrow a[3]
```

Сегменты памяти процесса

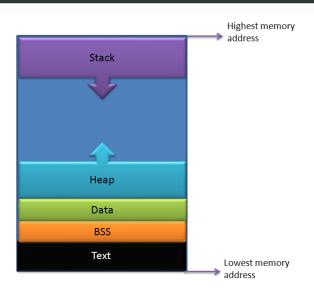
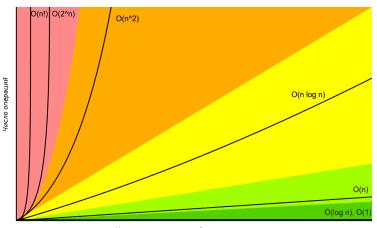


Figure: Process memory organization

Алгоритмы и структуры

данных

О-большое



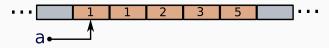
Число элементов входной последовательности

Алгоритмы сортировки

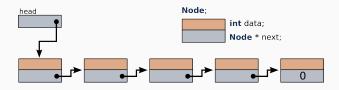
Алгоритм сортировки	Сложность(в среднем)
Сортировка вставками	$O(N^2)$
Сортировка пузырьком	$O(N^2)$
Сортировка выбором	$O(N^2)$
Сортировка слиянием	$O(N \log(N))$
Быстрая сортировка	$O(N \log(N))$
Цифровая сортировка	O(kN)

Структуры данных. Массив и связный список

• Массив:



• Связный список:

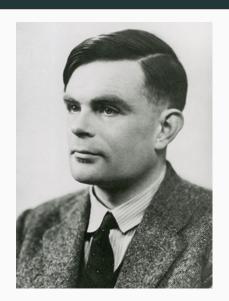


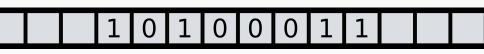
Операции со структурами данных

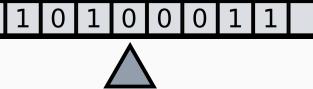
	Массив	Список
index	O(1)	O(N)
find	O(N)	O(N)
insert	O(N)	$O(1)^*$
remove	O(N)	O(1)*

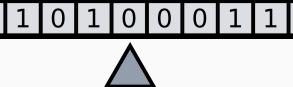
^{*} если известны указатели на данный и предыдущий элементы.

Машина Тьюринга (МТ) — математическая абстракция, представляющая вычислительную машину общего вида. Была предложена Аланом Тьюрингом в 1936 году для формализации понятия алгоритма.



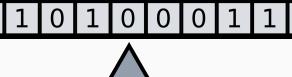






Состояние:





Состояние:

q

состояние	: Символ	новый символ движ	нов кение	ое состояние
q_1	0	0	L	q_1
q_1	1	0	R	q_2
q_2	0	1	L	q_2

0 1 0 0 1 1



Состояние: Программа:

 q_1

Алфавит:

0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

	•							
инкотооо иио	1е но ивол	вые симво ДВ	ол и со ижен			ие н імвол		вол и состояние вижение
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L Stop
q_1	1	1	R	q_1	q_3	0	0	L q ₃
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L q ₃
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R Stop
q_2	1	0	L	q_2				

0 1 0 0 1 1



Состояние: Программа:

 q_1

Алфавит:

0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

инкотооо мио	е нов Івол		ол и со ижен		состоян из	іие н імвол	овые симе Ді	вол и виже	
q_1	0	0	R	q_1	$ q_2 $	В	1	L	Stop
q_1	1	1	R	q_1	q_3	0	0	L	q_3
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L	q_3
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R	Stop
q_2	1	0	L	q_2					

0 1 0 0 1 1



Состояние:

Программа:

 q_1

Алфавит: **0**, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

инкотооо мио	е нов 1вол	ые символ и состояние движение				ие н Імвол	новые символ и состоян п движение		
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L Stop	
q_1	1	1	R	q_1	q_3	0	0	L q ₃	
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L q ₃	
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R Stop	
q_2	1	0	L	q_2					

0 1 0 0 1 1



Состояние:

 $\overline{\mathsf{q}_1}$

Алфавит:

0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

 q_1 , q_2 , q_3 , Stop

состояні си	ие но мвол	вые симво Дв	ол и с ижен			ие н имвол		вол и виже	состояние ение
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L	Stop
q_1	1	1	R	q_1	q_3	0	0	L	q_3
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L	q_3
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R	Stop
q_2	1	0	L	q_2					



0 1 0 0 1 1

Состояние:

 $|q_1|$

Алфавит:

0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

 q_1 , q_2 , q_3 , Stop

состояні си	ие нов мвол		ол и с ижен		состоян	ие н імвол		вол и состоя вижение	ние
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L Stop	o
q_1	1	1	R	q_1	q_3	0	0	L q ₃	3
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L q ₃	\$
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R Sto	р
q_2	1	0	L	q_2					

0 1 0 0 1 1



Состояние:



Алфавит:

0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

 q_1 , q_2 , q_3 , Stop

СОСТОЯН	ие ног имвол	вые симво Дв	ол и со ижен			ие н імвол		вол и состояние вижение
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L Stop
q_1	1	1	R	q_1	q_3	0	0	L q ₃
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L q₃
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R Stop
q_2	1	0	L	q_2				

0 1 0 0 1 1



Состояние:



Алфавит:

0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

 q_1 , q_2 , q_3 , Stop

СОСТОЯ	ние нов имвол		ол и со ижен	остояние ие		іие ⊦ Імвол	ювые симі Д	вол и сос вижени	
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L St	top
q_1	1	1	R	q_1	q_3	0	0	L	73
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L	73
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R s	top
q_2	1	0	L	q_2					

0 1 0 0 1 1



Состояние:

 q_1

Алфавит:

0, **1**, **В**(пусто)

Состояния:

 q_1 , q_2 , q_3 , Stop

СОСТОЯНИ	ие но мвол	вые симво Дв	ол и со ижен			ние н имвол	новые симі ДІ	вол и виже	
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L	Stop
q_1	1	1	R	q_1	q ₃	0	0	L	q_3
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L	q_3
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R	Stop
q_2	1	0	L	q_2					

0 1 0 0 1 1



Состояние:



Алфавит:

0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

 q_1 , q_2 , q_3 , Stop

СОСТОЯНИ ОИО	1е нов ивол		ол и с ижен		СОСТОЯН	ие ⊦ 1мвол		вол и состояни вижение
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L Stop
q_1	1	1	R	q_1	q ₃	0	0	L q ₃
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L q ₃
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R Stop
q_2	1	0	L	q_2				

0 1 0 0 1 0



Состояние:



Алфавит:

0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

 q_1 , q_2 , q_3 , Stop

	СОСТОЯНИЕ НОВЫЕ СИМВОЛ И СОСТОЯНИЕ С СИМВОЛ ДВИЖЕНИЕ							вол и состояни вижение
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L Stop
q_1	1	1	R	q_1	q ₃	0	0	L q ₃
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L q₃
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R Stop
q_2	1	0	L	q_2				



0 1 0 0 0 0

Состояние:



Алфавит:

0, **1**, **В**(пусто)

Состояния:

 q_1 , q_2 , q_3 , Stop

СОСТОЯНИ СИМ	1е нов ивол		ол и с ижен		СОСТОЯНИЕ НОВЫЕ СИМВОЛ И СОСТОЯНИ СИМВОЛ ДВИЖЕНИЕ				
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L	Stop
q_1	1	1	R	q_1	q_3	0	0	L	q_3
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L	q_3
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R	Stop
q_2	1	0	L	q_2					

0 1 0 1 0 0



Состояние:



Алфавит:

0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

 q_1 , q_2 , q_3 , Stop

состояні си	ие но мвол		ол и с ижен		СОСТОЯНИЕ НОВЫЕ СИМВОЛ И СОСТОЯНИЕ СИМВОЛ ДВИЖЕНИЕ				
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L	Stop
q_1	1	1	R	q_1	q_3	0	0	L	q_3
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L	q_3
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R	Stop
q_2	1	0	L	q_2					

0 1 0 1 0 0



Состояние:



Алфавит:

0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

 q_1 , q_2 , q_3 , Stop

состояні сиі	ие но мвол	вые симво Дв	ол и с ижен			ие п	новые симі Д	вол и виже	
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L	Stop
q_1	1	1	R	q_1	q ₃	0	0	L	q_3
q_1	В	В	L	q_2	q ₃	1	1	L	q_3
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R	Stop
q_2	1	0	L	q_2					

0 1 0 1 0 0



Состояние: Программа:



Алфавит:

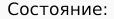
0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

1									
	состояни сих	те но ивол	вые симво Дв	ижен			ие н Імвол		вол и состояние вижение
	q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L Stop
	q_1	1	1	R	q_1	q_3	0	0	L q ₃
	q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L q₃
	q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R Stop
	q_2	1	0	L	q_2				

0 1 0 1 0 0







Алфавит:

0, **1**, **В**(пусто)

Состояния:

 q_1 , q_2 , q_3 , Stop

состояні си	ие ног мвол		ол и со ижен		СОСТОЯНИЕ НОВЫЕ СИМВОЛ И СОСТОЯН СИМВОЛ ДВИЖЕНИЕ				
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L	Stop
q_1	1	1	R	q_1	q ₃	0	0	L	q_3
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L	q_3
q_2	0	1	L	q_3	q ₃	В	В	R	Stop
q_2	1	0	L	q_2					

0 1 0 1 0 0





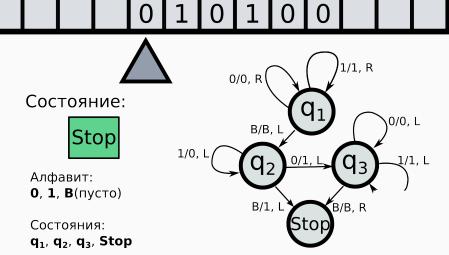


Алфавит:

0, **1**, **B**(пусто)

Состояния:

СОСТОЯН	ние но имвол	вые симво Дв	ол и со ижен			ие і імвол	новые симе Ді	вол и виже	
q_1	0	0	R	q_1	q_2	В	1	L	Stop
q_1	1	1	R	q_1	q_3	0	0	L	q_3
q_1	В	В	L	q_2	q_3	1	1	L	q_3
q_2	0	1	L	q_3	q_3	В	В	R	Stop
q_2	1	0	L	q_2					



Недетерминированная машина Тьюринга

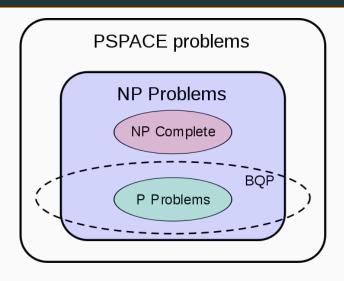
Недетерминированная машина Тьюринга — машина Тьюринга с бесконечной параллелизацией (абстрактная модель).

Пример: Факторизация числа

N = 15 **414316826245109** = **5747281** * **72089189**

Факторизация числа не решается за полиномиальное время $O(N^k)$ на детерминированной МТ. Но решается за полиномиальное время на недетерминированной МТ.

Классы сложности



Задача коммивояжёра (принадлежит NP)

Задача коммивояжёра — заключается в отыскании самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный город.



Вычислимые функции. Полнота по Тьюрингу.

 Вычислимые функции - это функции, которые могут быть реализованы на машине Тьюринга.
 Бывают невычислимые функции, например, функция определения остановки.

• В теории вычислимости исполнитель называется

тьюринг-полным, если на нём можно реализовать любую вычислимую функцию.
Большинство широко используемых языков программирования
— тьюринг-полные.