

Информатика I

Весна 2016

Экзамен 1

4/2/2016

Длительность: 120 Минут

Имя Фамилия: _____

7 страниц (включая эту) и 15 вопросов. Общее число баллов 500.

Таблица баллов (заполняется преподавателем)

Вопрос	Баллы	Набранные баллы
1	10	
2	20	
3	20	
4	20	
5	10	
6	20	
7	25	
8	25	
9	15	
10	10	
11	10	
12	30	
13	55	
14	80	
15	150	
Всего:	500	

1 Вопросы

1. (10 баллов) Чему равен порядок роста продолжительности работы следующего участка кода:

```
int sum = 0;
for (int i = 0; i < N; i++)
    for (int j = i+1; j < N; j++)
        for (int k = j+1; k < N; k++)
            for (int h = 0; h < N; h++)
                sum++;
```

- ☐ $O(1)$
- ☐ $O(n)$
- ☐ $O(n^3)$
- ☐ $O(n^3\sqrt{n})$
- ☐ $O(n^3 \log n)$
- ☐ $O(n^4)$

2. (20 баллов) Расположите следующие функции в порядке увеличения скорости роста:

- | | | |
|-------------|------------------|---------------|
| A. $\log n$ | E. $\log \log n$ | I. $n \log n$ |
| B. 1 | F. $n\sqrt{n}$ | J. n^2 |
| C. e^n | G. $n!$ | K. 2^n |
| D. n | H. n^n | |

3. (20 баллов) Отметьте все функции, чьё О-большое равно $O(n^2)$

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $1000n^2$ | <input type="checkbox"/> $n^3 + 100n^2$ |
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> $n^3 - 100n^2$ |
| <input type="checkbox"/> e^n | <input type="checkbox"/> $n \log n$ |
| <input type="checkbox"/> $4n^2 + 10n + 50$ | <input type="checkbox"/> $n^3/(1+n)$ |

4. (20 баллов) Какие утверждения об алгоритмах сортировки верны (можно отметить несколько вариантов).

- ☐ Если мы не знаем никакой дополнительной информации об элементах массива, то оптимальная сложность сортировки числового массива равна $O(n \log n)$
- ☐ Есть только один алгоритм сортировки, имеющий оптимальную сложность.
- ☐ Алгоритм быстрой сортировки основан на принципе "разделяй и властвуй"
- ☐ Время работы большинства алгоритмов сортировки не зависит от расположения элементов во входном массиве

5. (10 баллов) Пусть у уже отсортированного массива длины N переставили k раз соседние элементы (например, 100-й элемент переставили с 101-ым, 242-й с 243-й, так k перестановок). При этом известно, что $k \ll N$. Какой из алгоритмов будет лучшим выбором для сортировки такого массива.

- ☐ Сортировка выбором
☐ Сортировка вставками
☐ Сортировка пузырьком
☐ Сортировка слиянием
☐ Быстрая сортировка

6. (20 баллов) Пусть есть массив чисел: 42 55 34 11 41 97 44 20 47 65

Найдите массив, который получится после применения 4-х шагов(замен) сортировки выбором.

7. (25 баллов) Заполните таблицу:

Алгоритм	Сложность(в среднем)
Сортировка пузырьком	$O(n^2)$
Сортировка вставками	
Сортировка слиянием	
Быстрая сортировка	
Сортировка выбором	
Простейший алгоритм перемножения матриц $n \times n$	
Простейший алгоритм сложения матриц $n \times n$	

8. (25 баллов) Заполните таблицу:

	Доступ к элементу	Вставка элемента
Массив		
Односвязный список(list)		
Двоичное дерево поиска		
Хеш-таблица	$O(1)$	$O(1)$

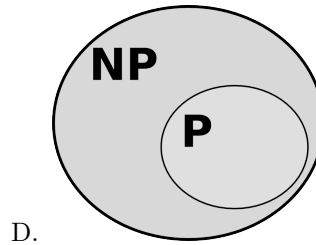
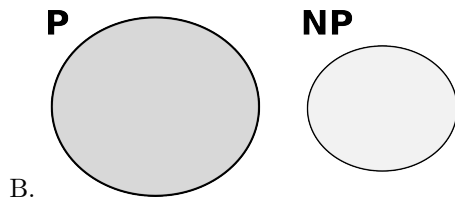
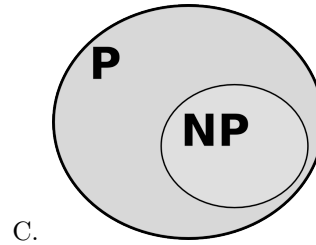
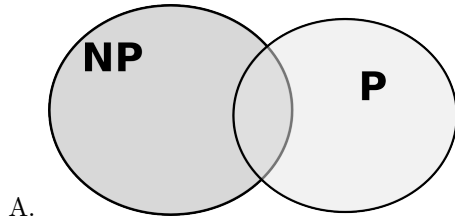
9. (15 баллов) Отметьте все преимущества односвязного списка по сравнению со статическим массивом.

- ☐ Односвязный список занимает меньше памяти, чем массив
☐ В односвязном списке можно гораздо быстрее найти нужный элемент
☐ В односвязный список можно гораздо быстрее добавлять элемент
☐ В односвязный список можно добавлять и удалять элементы динамически(т.е. во время работы программы).
☐ Все элементы односвязного списка хранятся в памяти локально(друг за другом), что иногда может быть полезно.

10. (10 баллов) Класс NP это:

- ☐ Класс задач, которые можно за полиномиальное время решить на детерминированной машине Тьюринга.
- ☐ Класс задач, которые можно за полиномиальное время решить на недетерминированной машине Тьюринга.
- ☐ Класс алгоритмов, которые можно за полиномиальное время решить на детерминированной машине Тьюринга.
- ☐ Класс алгоритмов, которые можно за полиномиальное время решить на недетерминированной машине Тьюринга.

11. (10 баллов) Как соотносятся между собой классы P и NP?

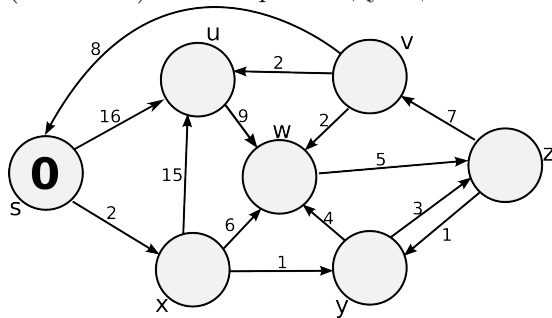


Если сомневаетесь в выборе варианта, можете дать развёрнутый ответ:

12. (30 баллов) Пусть на вход алгоритма построения бинарного дерева поиска поступает следующая последовательность:
91 40 22 87 36 60 27 43 62 24
Постройте получившиеся бинарное дерево поиска.

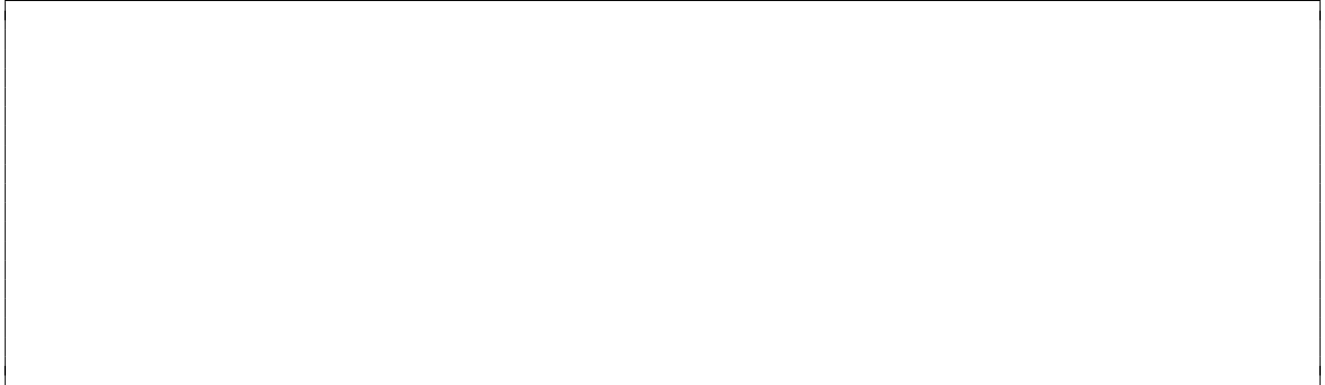
Предположим, что вам потребовалось найти в этом дереве число 76. Найдите последовательность чисел, с которыми число 76 будет сравниваться.

13. (55 баллов) Рассмотрим следующий взвешенный ориентированный граф:

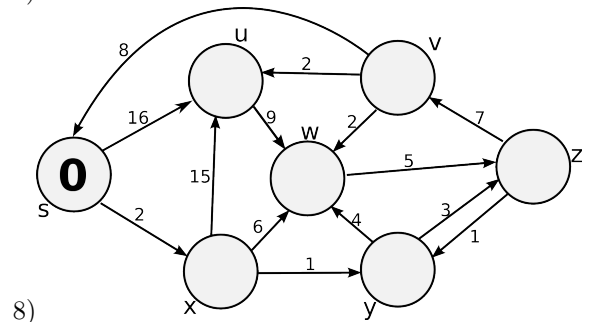
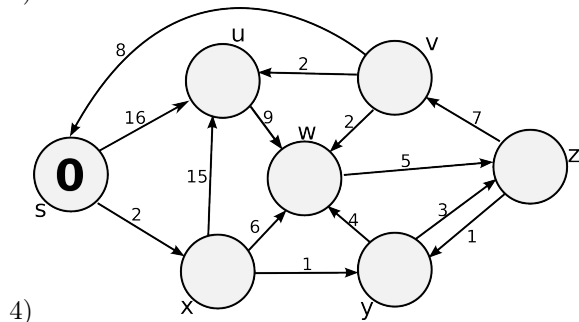
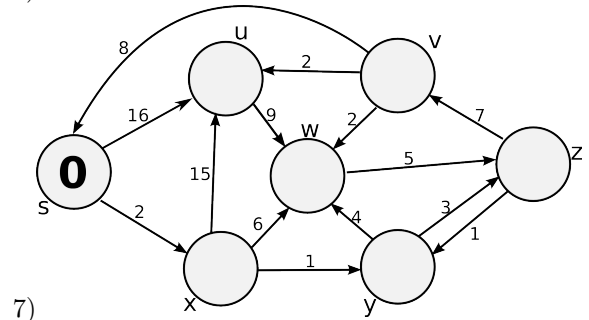
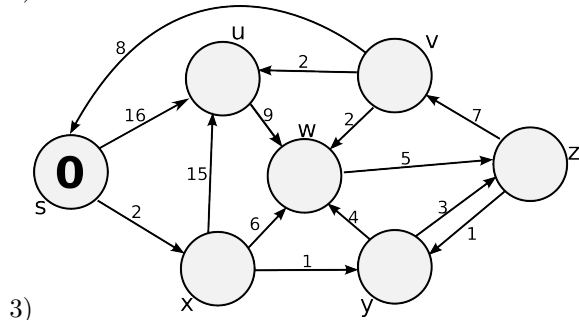
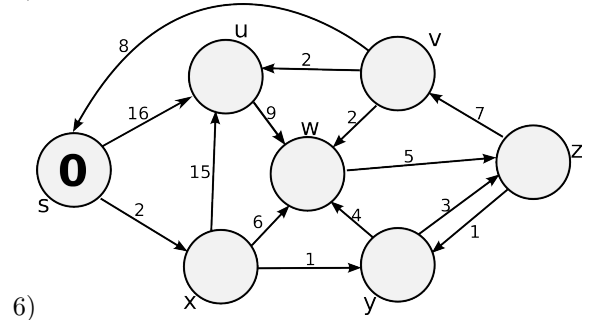
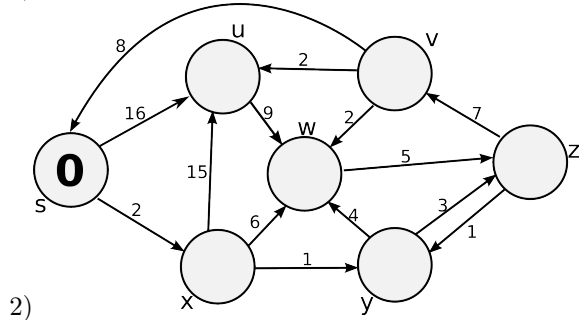
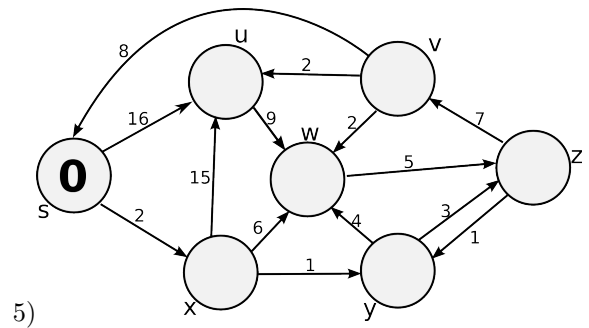
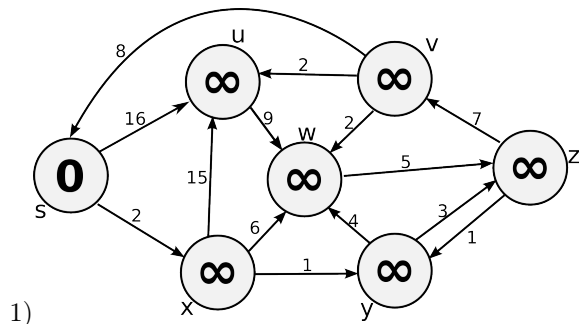


- 11.А. (5 баллов) Найдите число вершин и рёбер данного графа.

11.Б. (15 баллов) Известно, что есть 2 стандартных представления графа: список смежных вершин и матрица смежности. Представьте данный граф в обоих представлениях.



11.В. (35 баллов) Пошагово проиллюстрируйте работу алгоритма Дейкстры на этом графе.



2 Задачи на программирование

14. (80 баллов) Алгоритм бинарного поиска – это алгоритм поиска элемента в отсортированном массиве, использующий дробление массива на половины.

На вход алгоритма подаётся отсортированный по возрастанию массив и число, которое требуется в нём найти. Поиск осуществляется путём сравнения числа, которое нужно найти, с центральным элементом массива. Если это число оказалось больше центрального элемента, то оно рекурсивно ищется в правой половине массива, а если меньше, то в левой.

15. (150 баллов) Реализуйте алгоритм волновой трассировки.

9	10		10	9	8	9	10	11	12	13	14
8	9		9	8	7	8	9	10	11	12	13
7	8	9	8	7	6	7	8	9	10	11	12
6	7	8	7	6	5	6	7			10	11
5					4	5	6	7	8	9	10
4	3	2	1	2	3	4	5	6			11
3	2	1	0	1	2	3	4	5			10
4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Вход	Выход
4 5	
0 0 1 0 0	(2, 0) -> (2, 1) ->
0 0 1 0 0	(3, 1) -> (3, 2) ->
0 0 1 0 0	(3, 3) -> (2, 3) ->
0 0 0 0 0	(1, 3) -> (0, 3)
2 0	
0 3	

От стартовой ячейки порождается шаг в соседнюю ячейку, при этом проверяется, проходима ли она, и не принадлежит ли ранее меченной в пути ячейке. При выполнении условий проходимости и непринадлежности её к ранее помеченным в пути ячейкам, в атрибут ячейки записывается число, равное количеству шагов от стартовой ячейки, от стартовой ячейки на первом шаге это будет 1. Каждая ячейка, меченая числом шагов от стартовой ячейки становится стартовой и из неё порождаются очередные шаги в соседние ячейки. Восстановление кратчайшего пути происходит в обратном направлении: при выборе ячейки от финишной ячейки к стартовой на каждом шаге выбирается ячейка, имеющая атрибут расстояния от стартовой на единицу меньше текущей ячейки.

Считывание входа и построение графа (35 баллов из 125)

Распространение волны (35 баллов из 125):

ЦИКЛ

 ДЛЯ каждой ячейки loc, помеченной числом d

 пометить все соседние свободные непомеченные ячейки числом d + 1

 КЦ

 d := d + 1

ПОКА (финишная ячейка не помечена) И (есть возможность распространения волны)

Восстановление пути (55 баллов из 125):

ЕСЛИ финишная ячейка помечена

ТО

 перейти в финишную ячейку

 ЦИКЛ

 выбрать среди соседних ячейку, помеченную числом на 1 меньше числа в текущей ячейке

 перейти в выбранную ячейку и добавить её к пути

 ПОКА текущая ячейка - не стартовая

 ВОЗВРАТ путь найден

ИНАЧЕ

 ВОЗВРАТ путь не найден