

Факультет ИРТ
Кафедра ВВТиС

**РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ
по направлению 01.03.04 Прикладная математика**

**НА ТЕМУ: ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
СВЕТОВОГО ВОЛНОВОГО ПАКЕТА В БИОЛОГИЧЕСКОЙ ТКАНИ СЛОИСТОЙ
СТРУКТУРЫ**

К защите допущен

Обучающийся

Валитов Д.М.

()
(подпись)

И.о. зав. кафедрой

Руководитель выпускной квалификационной работы

Федорова Г.И.

()
(подпись)

Лукашук С.Ю.

()
(подпись)

«27» июня 2023 г.

Консультант по основной части

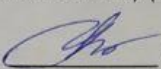
Ямилева А.М.

()
(подпись)

ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

Факультет ИРТ
Кафедра ВВТиС

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о.зав. каф.  Федорова Г.И.
« 17 » апреля 2023 г.

ЗАДАНИЕ
на выпускную квалификационную работу

обучающемуся Валитову Д.М. группы ПМ-453

1. Тема выпускной квалификационной работы: Численное моделирование распространения светового волнового пакета в биологической ткани слоистой структуры (утверждена приказом УУНиТ №0607 от 16.03.2023)

Тема спецчасти выпускной квалификационной работы: не предусмотрена

2. Срок сдачи обучающимся законченной выпускной квалификационной работы
27 июня 2023 года

3. Исходные данные к выпускной квалификационной работе
не требуется

4. Перечень вопросов, подлежащих разработке в выпускной квалификационной работе (краткое содержание, при необходимости с указанием разделов)

– построить упрощенную модель распространения светового волнового пакета в одно-родной среде в двумерном случае;

– реализовать неотражающие граничные условия (PML) для волнового уравнения;

– модифицировать модель для учета эффектов рассеяния и поглощения света биологической тканью;

– модифицировать модель для учета эффектов отражения и преломления на границе слоев.

5. Цель и объем патентных исследований: не требуется

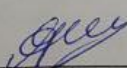
6. Объем и степень использования прикладного программного обеспечения
не используется

7. Объем расчетно-пояснительной записки на 25 листах А4 формата.

8. Перечень графического материала (с указанием вида обязательных чертежей)
не предусмотрен.


Консультанты выпускной квалификационной работы:

Консультант по основной части


подпись (Ямилева А.М.)

Дата выдачи задания 17 апреля 2023 г.

Руководитель



подпись (Лукашук С.Ю.)

« 17 » апреля 2023 г.

ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

Факультет ИРТ
Кафедра ВВТиС

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о.зав. каф.  Федорова Г.И.
« 17 » апреля 2023 г.

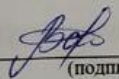
КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН
работы над выпускной квалификационной работой

обучающегося Валитова Д.М. группы ПМ-453

Тема выпускной квалификационной работы: Численное моделирование распространения светового волнового пакета в биологической ткани слоистой структуры

Тема спецчасти: не предусмотрена

№ п/п	Наименование разделов выпускной квалификационной работы	Срок	Объем (в % от всей выпускной квалификационной работы)	Фактическое (объем работы в %)
Расчет и описание				
1	Построение модели. Постановка задачи	17.04 - 30.04	20	15
2	Построение модели. Много- слойная среда	30.04 - 8.05	10	25
3	Неотражающие граничные условия. Идеально согласо- ванный слой	8.05 - 22.05	20	10
4	Неотражающие граничные условия. Численные резуль- таты	22.05 - 27.05	10	25
5	Численное моделирование	27.05 - 20.06	40	25

Обучающийся  « 17 » апреля 2023 г.
(подпись)

Руководитель выпускной
квалификационной работы  « 17 » апреля 2023 г.
(подпись)

Ход выполнения выпускной квалификационной работы:

Дата просмотра выпускной квалификационной работы на кафедре	29.05.2023	20.06.2023		
Объем выполнения выпускной квалификационной работы в %	70 %	100 %		

Дата защиты выпускной квалификационной работы на заседании ГЭК 29 июня 2023 г.

ПАМЯТКА ДИПЛОМНИКУ

Обучающийся должен:

1. Придерживаться следующей рекомендуемой последовательности подшивки документов:

- титульный лист;
- задание по подготовке выпускной квалификационной работы;
- календарный план;
- аннотация;
- содержание;
- введение;
- разделы ВКР (в соответствии с требованиями к написанию выпускной квалификационной работы по направлению)
- заключение;
- список литературы;
- приложения;
- справка о результатах проверки ВКР на плагиат;
- отзыв руководителя (вкладывается во вшитый файл);
- акты внедрения (при наличии, вкладывается во вшитый файл);
- рецензия на ВКР (при наличии, вкладывается во вшитый файл).

Первым листом пояснительной записки считается титульный лист. Нумерацию листов выпускной квалификационной работы начинать с листа, на котором располагается основная надпись.

2. Представить выпускную квалификационную работу в срок не позднее **20 июня 2023 г.** на предварительный просмотр на кафедру. Результат предварительной защиты выпускной квалификационной работы отражается в специальном Акте комиссии, назначаемой кафедрой.

3. Представить готовую выпускную квалификационную работу в срок не позднее **23 июня 2023 г.** на подпись руководителю.

4. Представить выпускную квалификационную работу в срок не позднее **27 июня 2023 г.** на подпись заведующему кафедрой.

АННОТАЦИЯ

Пояснительная записка 37 с., 12 рис., 5 табл., 31 источник, 2 прил.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА, СЛОИСТАЯ СРЕДА,
БИОЛОГИЧЕСКАЯ ТКАНЬ, НЕОТРАЖАЮЩИЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ,
ИДЕАЛЬНО СОГЛАСОВАННЫЙ СЛОЙ

В работе построена математическая модель распространения светового волнового пакета в биологической ткани слоистой структуры. Параметры модели восстановлены по экспериментальным данным из различных источников, с учетом состава слоев и длины волны проходящего света. Для моделирования неотражающих граничных условий реализован PML слой для двумерного волнового уравнения с учетом слоистости среды.

Итоговая численная модель описывает распространение волны в двумерной слоистой среде с учетом эффектов рассеяния, поглощения и преломления. Также модель позволяет преобразовать результаты в формат, который можно сравнивать с экспериментальными данными (ОКТ снимками), либо использовать вместо реального замера при калибровке датчиков.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	6
1 Построение модели	8
1.1 Постановка задачи.....	8
1.2 Многослойная среда.....	11
1.2.1 Рассеяние.....	13
1.2.2 Поглощение.....	14
1.2.4 Диэлектрические свойства	15
2 Неотражающие граничные условия	16
2.1 Идеально согласованный слой.....	16
2.2 Численные результаты.....	18
3 Численное моделирование	22
Заключение	28
Список литературы	29
Приложение А (обязательное) Разностная схема PML слоя	32
Приложение Б (обязательное) Параметры модели	34

					3952.103101.000 ПЗ						
Изм		№ докум.	Подпись					Лит.	Лист	Листов	
Разраб.		Валитов									
Провер.		Лукащук							5		
								ПМ-453			
Н. Контр.		Ямилева									
Утвердил		Федорова									

ВВЕДЕНИЕ

Оптическая когерентная томография (ОКТ) [1] — это неинвазивный метод визуализации с использованием неионизирующего излучения, обычно света в ближнем инфракрасном спектре (700-1600 нм). Принцип ОКТ основан на различиях в оптических свойствах различных тканей, входящих в состав проверяемого участка.

Существует несколько методов ОКТ, которые отличаются по типу источника света и способу обработки данных. Одним из наиболее распространенных методов является временная доменная ОКТ (time-domain OCT, TD-OCT), который использует короткие импульсы света для сканирования тканей. В этом случае каждый замер производится независимо, и система после каждого светового импульса, посланного источником, в течение некоторого промежутка времени принимает ответный (обратно рассеянный) сигнал. Однако в современных установках используются другие разновидности ОКТ, разрешенные в частотной области. Это позволяет ускорить процесс измерения за счет постоянной отправки и приема световых сигналов.

В частности, в случае с ОКТ с перестраиваемым источником (swept-source OCT, SS-OCT) на образец подается сигнал переменной, монотонно возрастающей частоты. В предположении, что частота света во время прохождения очень небольшого участка ткани не изменится, можно по частоте отраженного импульса определить задержку по времени и, как следствие, расстояние до границы, породившей отраженную волну.

Когда лазерный свет направляется на образец, он сталкивается с оптической аномалией внутри образца, такой как изменение показателя преломления при переходе от одной ткани к другой, рассеяние и поглощение на частицах и структурных компонентах. Эти явления влияют на спектральный состав лазерного света, который в итоге отображается на экране в форме картинки для диагностики.

Построение математической модели процесса ОКТ с учетом выше

					3952.103101.000 ПЗ	Лист
						6
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

названных эффектов позволит исследовать специфику процесса внутри ткани, а также восстановить оптические параметры биологической ткани на основании экспериментов, т.е. решить обратную задачу.

Цель исследования – построить математическую и численную модель распространения светового волнового пакета в биологической ткани слоистой структуры.

Задачи исследования:

- построить упрощенную модель распространения светового волнового пакета в однородной среде в двумерном случае;
- реализовать неотражающие граничные условия (PML) для волнового уравнения;
- модифицировать модель для учета эффектов рассеяния и поглощения света биологической тканью;
- модифицировать модель для учета эффектов отражения и преломления на границе слоев.

					3952.103101.000 ПЗ	Лист
						7
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

1 ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ

1.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для моделирования процесса ОКТ необходимо учитывать процесс распространения света в неоднородной среде, включая оптические явления, такие как рассеяние, поглощение и преломление. Если речь идет о непрозрачной среде, такой как кожа, это особенно важно. В качестве объекта, в данной работе рассматривается кожа.

За основу возьмем математическое описание, представленное в обзорной статье [2]. Основная физическая постановка показана на рисунке 1. В классической установке ОКТ освещение осуществляется лазерным лучом (распространяющимся вдоль направления z), который фокусируется на определенном месте, например, на поверхности кожи. Лазер можно представить в виде гауссова светового пучка.

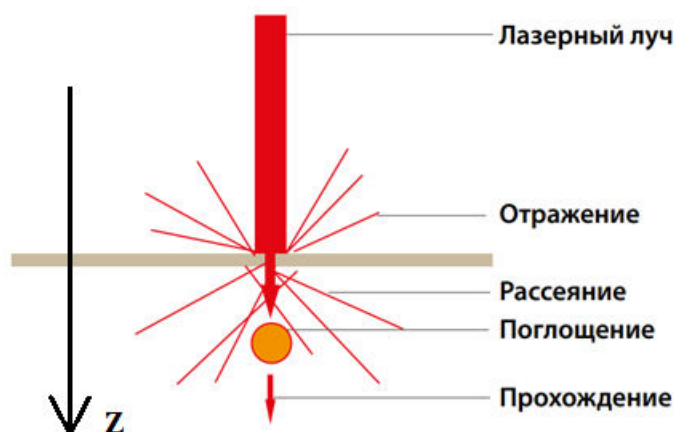


Рисунок 1 – Постановка задачи

Таким образом, можно описать свет как электромагнитную волну и использовать уравнения Максвелла. В первом приближении не учитывается возможность изменения поляризации при прохождении волны через объект.

Полная модель распространения света в исходной постановке в виде уравнений Максвелла, дополненных материальными уравнениями связи, выглядит следующим образом [3]:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + J, \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \vec{D} &= 0, \nabla \cdot \vec{B} = 0, \\ \vec{D} &= \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, J = \sigma \vec{E},\end{aligned}\tag{1}$$

где \vec{E} — напряжённость электрического поля;

\vec{H} — напряжённость магнитного поля;

\vec{D} — электрическая индукция;

\vec{B} — магнитная индукция;

ε — диэлектрическая относительная проницаемость;

μ — магнитная относительная проницаемость;

σ — удельная проводимость.

Условия на границе раздела сред:

$$(\vec{D}|_{+0} - \vec{D}|_{-0}) \cdot n = \sigma_3,$$

$$(\vec{B}|_{+0} - \vec{B}|_{-0}) \cdot n = 0,$$

$$(\vec{H}|_{+0} - \vec{H}|_{-0}) \times n = j,$$

$$(\vec{E}|_{+0} - \vec{E}|_{-0}) \times n = 0,$$

где $\cdot|_{+0}$ и $\cdot|_{-0}$ — значение слева и справа от границы раздела,

σ_3 — поверхностный заряд,

j — плотность поверхностного тока.

На границе поверхности проводников в электростатическом поле может образоваться поверхностный заряд σ_3 . В переменном электромагнитном поле такие заряды могут возникать только на поверхностях идеальных проводников. Значение плотности поверхностного тока j равно нулю за исключением граничной поверхности идеального проводника, где она отлична от нуля. Следовательно, в данной работе $\sigma_3 = 0$ и $j = 0$.

Электромагнитная волна рассматривается как линейно поляризованная, перпендикулярно плоскости падения, ТЕ волна. Следовательно, ненулевыми

компонентами электрической и магнитной напряженности являются E_y, H_x, H_z .

Обозначим $u(t, z, x) = E_y(t, z, x)$ и сведем уравнение (1) к волновому уравнению:

$$\begin{cases} \Delta u(z, x, t) = \mu_0 \sigma \frac{\partial u(z, x, t)}{\partial t} + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 u(z, x, t)}{\partial t^2}, \\ z \in [-\infty; +\infty], x \in [-\infty; +\infty], t > 0, \\ u|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0. \end{cases}$$

Источник (лазер) моделируется гауссовым пучком:

$$u|_{z=m_0} = e^{-\frac{(x-\Delta x)^2}{\omega_0^2}} \sin(\omega t),$$

где ω – частота лазера, Δx – центр пучка, ω_0 – радиус пучка.

В связи с тем, что имеются следующие равенства:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial z} &= \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \end{aligned}$$

условия на границе раздела сред можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} u|_{-0} &= u|_{+0}, \\ \partial_z u|_{-0} &= \partial_z u|_{+0}, \\ \partial_x u|_{-0} &= \partial_x u|_{+0}, \end{aligned}$$

где $\cdot|_{+0}$ и $\cdot|_{-0}$ – значение слева и справа от границы раздела.

Неоднородность биологической ткани по отношению к электромагнитным свойствам проявляется в зависимости диэлектрической и магнитной проницаемостей от пространственных координат. Для случая диэлектриков, которым является и биологическая ткань, относительная магнитная проницаемость равна 1. Поскольку лазер освещает только небольшую область внутри образца, можно предположить, что свойства среды в пределах освещаемой области практически не зависят от поперечных координат и, таким образом, можно считать, что в рамках рассматриваемой области диэлектрическая проницаемость пространственно зависит только от глубины.

Определение диэлектрических свойств является одной из главных задач при моделировании распространения электромагнитных волн в коже.

1.2 МНОГОСЛОЙНАЯ СРЕДА

Кожа – сложная гетерогенная среда, где пространственное распределение крови и хромофоров зависит от глубины. Тем не менее, можно определить анатомические области, где структура клеток кожи, содержание хромофоров и концентрация в крови примерно постоянны. Это позволяет рассматривать кожу как многослойную, кусочно-однородную среду.

Кожный покров можно разделить на три части: эпидермис, дерму и гиподерма (рисунок 2).

Гиподерма – это слой жировой ткани, расположенной под кожей. Гиподерма не является объектом изучения в ОКТ, так как она не содержит значимых структур, которые могут быть изображены с помощью данной технологии. Кроме того, глубина проникновения света в гиподерму заметно выше, чем в другие слои кожи, что означает, что его присутствие может исказить изображение внутренних тканей. Поэтому далее не рассматривается данный слой кожи.

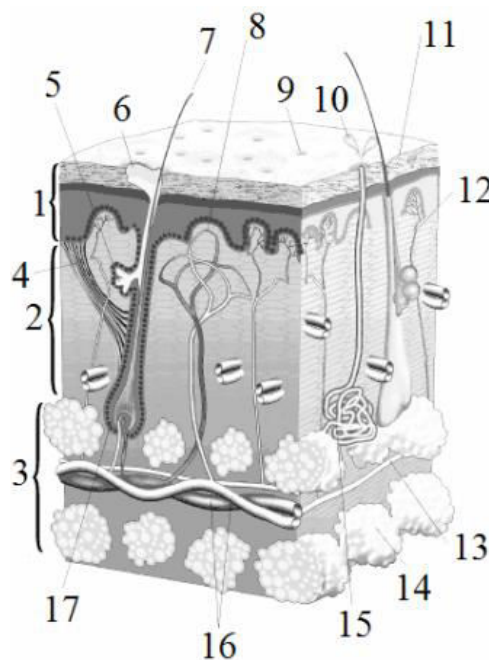


Рисунок 2 – Биологическое строение кожи человека: 1 – эпидермис, 2 –

дерма, 3 – гиподерма [4]

Эпидермис имеет слоистое строение и состоит из 5 слоев [5]: базального (stratum germinativum), шиповатого (stratum spinosum), зернистого (stratum granulosum), блестящего (stratum lucidum) и рогового (stratum corneum). Толщина эпидермиса различна — от 0.02-0.05 мм (на бедре, плече, предплечье, груди и шее) до 0,5-2,4 мм (на ладонях и подошвах) [6].

Роговой слой, который составляет первый слой кожи, представляет собой уплотненные отшелушивающиеся мертвые клетки, содержащие в основном воду, липиды и каротин. Толщина рогового слоя составляет до 20 мкм.

Толщина второго слоя, также известного как живой эпидермис, включающий в себя остальные слои, составляет до 40 мкм и предположительно состоит преимущественно из живых клеток, таких как обезвоженные клетки, насыщенные гранулами кератогиалина, а также содержащий меланиновую пыль, мелкие гранулы меланина и меланосомы.

Следует подчеркнуть, что этот слой не насыщается кровью и его жизнеспособность определяется пассивным процессом диффузии кислорода из более глубоких слоев кожи.

Дерма — содержит фолликулы волос, коллаген и гладкие мышцы, нервные окончания, эластические волокна и кровеносные и лимфатические сосуды. Толщина дермы неодинакова, на предплечье она составляет 1.0–1.5 мм, а в некоторых местах достигает 2.5 мм [6].

В дерме кровоснабжение кожи распределено неравномерно (рисунок 3), это необходимо учитывать при создании модели кожи. Поэтому дерма, была разделена на 4 слоя с разным объемом крови: сосочковую дерму (толщина до 180 мкм), верхняя кровеносная сетка дермы (толщина до 90 мкм), ретикулярная дерма (толщина до 1500 мкм) и глубокая кровяная сетка дермы (толщина до 100 мкм).

					3952.103101.000 ПЗ	Лист
						12
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

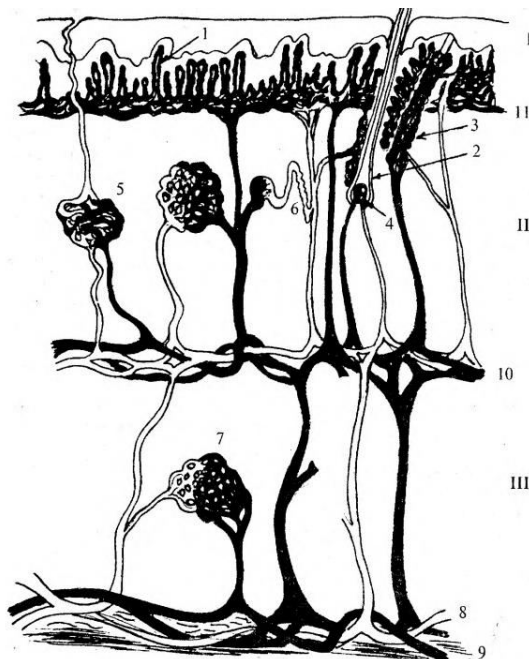


Рисунок 3 – Схема кровоснабжения кожи [5].

I — эпидермис; II — дерма; III — гиподерма. Белым цветом обозначены артерии, черным вены

Ключевыми характеристиками кожи, влияющими на ее оптические свойства, являются коэффициенты рассеяния, поглощения и преломления света.

Основными компонентами кожи, отвечающими за ее рассеяние, являются белковые нити [7]. В эпидермисе кератин является основным компонентом белковых нитей, в то время как в дерме эту функцию выполняет коллаген. Меланосомы также могут оказывать вторичное влияние на рассеивание света.

Поглощение в биологической ткани вызывается хромофорами. В работах [8-13] основными хромофорами выделены меланин, кровь, вода, липиды.

1.2.1 РАССЕЯНИЕ

Рассеяние представлено коэффициентом μ_s , а также средним характерным расстоянием диффузии в среде l_s . Оба параметра связаны между собой:

$$\mu_s(\lambda) = \frac{1}{l_s(\lambda)}.$$

Информация об отклонении передается фазовой функцией. Предполагая, что рассеиватели случайным образом распределены по объему ткани, без какой-либо корреляции, предполагается, что эта фазовая функция может быть записана

в виде функции вероятности $p(\theta)$ того, что фотон рассеется на угол θ . Чтобы обобщить информацию, содержащуюся в этой фазовой функции, в единый параметр, был введен коэффициент анизотропии $g(\lambda)$. Он определяется как среднее значение $\cos(\theta)$.

Для характеристики рассеяния с помощью одного оптического параметра часто используется пониженный коэффициент рассеяния [10-12]:

$$\mu'_s(\lambda) = \mu_s(\lambda)(1 - g(\lambda)). \quad (2)$$

Рассеяние в биологической слоистой ткани может быть представлен через рассеяние Ми и Рэлея [14]:

$$\mu'_s = a' \left[f_{Ray} \left(\frac{\lambda}{500 \cdot 10^{-9}} \right)^{-4} + (1 - f_{Ray}) \left(\frac{\lambda}{500 \cdot 10^{-9}} \right)^{b_{Mie}} \right]. \quad (3)$$

Рассеяние Ми — это общее название рассеяния сферой любого размера, как малого, так и большого, а общий термин рассеяние Рэлея относится к рэлеевскому пределу рассеяния Ми, обусловленному частицами, значительно меньшими длины волны света. Значения параметров f_{Ray} и b_{Mie} определяются по экспериментальным данным.

1.2.2 ПОГЛОЩЕНИЕ

Для описания поглощающего потенциала среды обычно используется коэффициент поглощения $\mu_a(\lambda)$, который является однородным по отношению к величине, обратной расстоянию (часто выражается в см^{-1}):

$$\mu_a(\lambda) = \frac{1}{l_a(\lambda)},$$

где $l_a(\lambda)$ – среднее расстояние, пройденное фотоном в среде перед поглощением.

Коэффициент поглощения для слоистой ткани может быть найден по формуле [14]:

$$\mu_a(\lambda) = \ln(10) \sum_i C_i \varepsilon_i(\lambda), \quad (4)$$

где C_i – концентрация ($\frac{\text{моль}}{\text{л}}$) и ε_i – коэффициент экстинкции ($\frac{\text{л}}{\text{моль} \cdot \text{см}}$) i -го хромофора.

Либо по альтернативной формуле:

					3952.103101.000 ПЗ	Лист
						14
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

$$\mu_a(\lambda) = \sum_i f_{v,i} \mu_{a,i}(\lambda), \quad (5)$$

где $f_{v,i}$ – объемная доля тканевого компонента (безразмерный) и $\mu_{a,i}$ – коэффициент поглощения этого чистого компонента ($\frac{1}{\text{см}}$). Значения параметров C_i , ε_i , $f_{v,i}$, $\mu_{a,i}$ определяются по экспериментальным данным.

1.2.4 ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Законом Гладстона-Дейла можно определить показатель преломления $n'(\lambda)$ в биологической среде, состоящей из нескольких компонентов. В случае отсутствия взаимодействия между компонентами итоговый показатель преломления будет средним значением показателей преломления каждого компонента, где объемные доли компонентов будут использоваться в качестве весовых коэффициентов [15-17]:

$$n' = \sum_i n'_i f_i, \quad (6)$$

где n'_i , f_i – показатели преломления и объемные доли отдельных компонентов.

Зная коэффициент поглощения $\mu_a(\lambda)$, рассеяния $\mu_s(\lambda)$ и показатель преломления $n'(\lambda)$, можно найти диэлектрическую проницаемость ε и проводимость σ :

$$\begin{aligned} n(\lambda) &= n'(\lambda) - jn''(\lambda), \\ n''(\lambda) &= (\mu_a(\lambda) + \mu_s(\lambda)) \cdot \frac{\lambda}{4\pi}, \\ \varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' &= (n' - jn'')^2 = \begin{cases} \varepsilon' = n'^2 - n''^2, \\ \varepsilon'' = 2n'n'', \end{cases} \\ \sigma &= \omega \varepsilon_0 \varepsilon''. \end{aligned} \quad (7)$$

2 НЕОТРАЖАЮЩИЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

2.1 ИДЕАЛЬНО СОГЛАСОВАННЫЙ СЛОЙ

Моделирование распространения света выполняется в ограниченной области пространства. Таким образом, важно определить, что происходит со светом на границах. Не рекомендуется отражать свет от границ обратно в область моделирования, поскольку он будет взаимодействовать со светом, исходящим от структур, создавая артефакты моделирования, такие как интерференционные картины. Увеличение расчетной области не решает данную проблему, так как затухание света в коже не велико и для полного затухания света требуется значительно увеличить расчетную область, что сказывается на вычислительной способности.

Чтобы избежать таких эффектов, были разработаны граничные условия «идеально согласованного слоя» (PML), с целью минимизации отражения от границ с помощью концепции, распространенной в волновой инженерии, известной как согласование импеданса.

Первоначальную концепцию PML разработал J. Berenger [18], исходя из разделения электромагнитных полей на тангенциальные и нормальные производные, и согласование импеданса применялось только к нормальным составляющим. Однако S. Abarbanel и D. Gottlieb [19] показали, что этот подход был некорректно сформулирован из-за нефизичного разделения полей.

Впоследствии было предложено несколько строго корректных подходов, которые линейно эквивалентны [20, 21].

PML оказался успешным на практике благодаря своей простоте и универсальности, а также надежной обработке углов. Однако после дискретизации и усечения слоя он больше не является идеально поглощающим, и параметры демпфирования необходимо определить численно. Свойства стабильности PML были проанализированы в нескольких работах [18, 20, 22, 23], но наилучшая реализация во временной области все еще обсуждается. Большинство формулировок PML требуют переформулирования волновых

					3952.103101.000 ПЗ	Лист
						16
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

уравнений в гиперболические системы первого порядка, вводя множество дополнительных неизвестных.

В своей статье [24] Marcus J. Grote и Imbo Sim вместо этого предлагают простую формулировку PML непосредственно для волнового уравнения второго порядка:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 u(z, x, t)}{\partial t^2} + (\xi_1(z) + \xi_2(x)) \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial u(z, x, t)}{\partial t} + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \xi_1(z) \xi_2(x) u(z, x, t) = \\ \Delta u(z, x, t) + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \operatorname{div} \boldsymbol{\phi}(z, x, t), \\ \frac{\partial \boldsymbol{\phi}(z, x, t)}{\partial t} + \Gamma_1 \boldsymbol{\phi}(z, x, t) = - \frac{\Gamma_2}{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon} \nabla u(z, x, t), \\ z \in [0, L_z], x > 0, t > 0, \\ \boldsymbol{\phi}|_{t=0} = 0, \quad u|_{z=0} = 0, \quad u|_{z=L_z} = 0, \end{array} \right.$$

$$\xi_i(r_i) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon'} L_i} \log_{10} \left(\frac{1}{R} \right) \left(\frac{|r_i - a_i|}{L_i} - \frac{\sin(2\pi \frac{|r_i - a_i|}{L_i})}{2\pi} \right), & r \in \text{PML} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

где L_i – ширина PML слоя; a_i – координата PML слоя, R – коэффициент отражения,

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \xi_1(z) & 0 \\ 0 & \xi_2(x) \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} \xi_2(x) - \xi_1(z) & 0 \\ 0 & \xi_1(z) - \xi_2(x) \end{bmatrix}.$$

Численная реализация PML слоя приведена в приложении А. Построенная разностная схема написана на языке C++, выполнено распараллеливание средствами OpenMP. Также написана программа на языке Python, позволяющая визуализировать (с анимацией) полученные двумерные поля и зависимости вдоль выбранного направления или времени. Исходный код доступен по ссылке [25].

2.2 ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Продemonстрируем работу PML слоя. Для этого рассмотрим двухслойную среду, с разными показателями преломления (рисунок 4). Будем варьировать ширину PML слоя – L . Коэффициент отражения зафиксируем $R = 10^{10}$. Зададим

начальное условие в виде гауссова распределения:

$$u|_{t=0} = e^{-\frac{(z-\Delta z)^2 + (x-\Delta x)^2}{\omega_0^2}},$$

где ω_0 – радиус пучка, Δz и Δx – центр пучка.

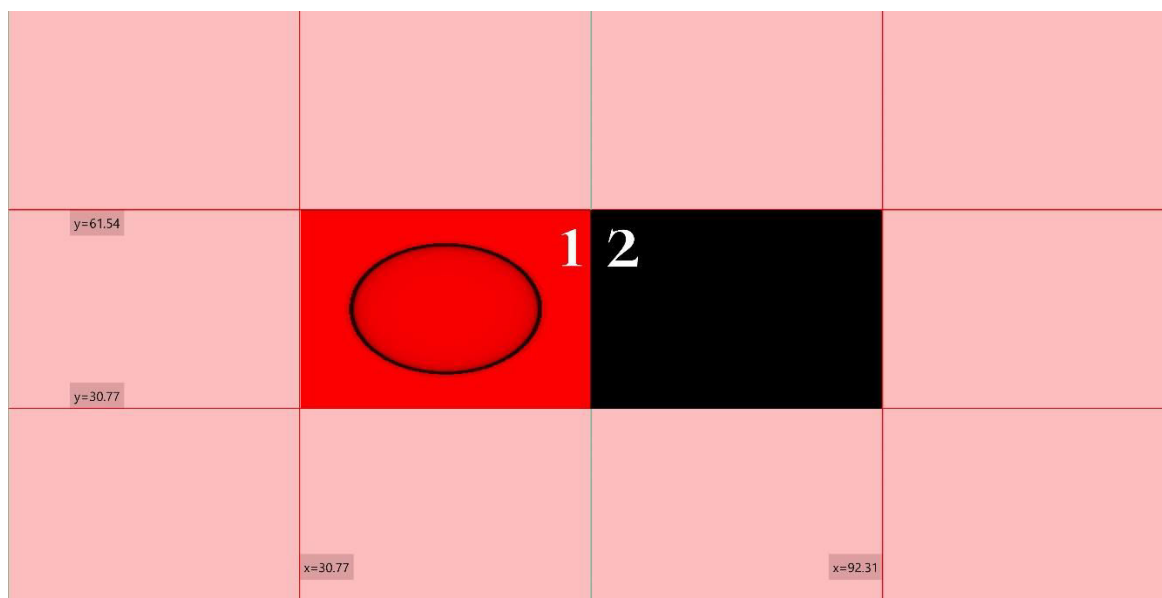


Рисунок 4 – Среда, состоящая из двух слоев, обозначены 1 и 2. По краям, розовым цветом обозначен PML слой. Черная линия на графике указывает на распространение фронта волны

Возьмем ширину PML слоя равной $L = 40$ (рисунок 5). Можно увидеть, что, когда волна проходит через слой PML, она постепенно затухает и практически не отражается назад. После прохождения волны через слой PML ее энергия полностью поглощается в этом слое и не распространяется дальше.

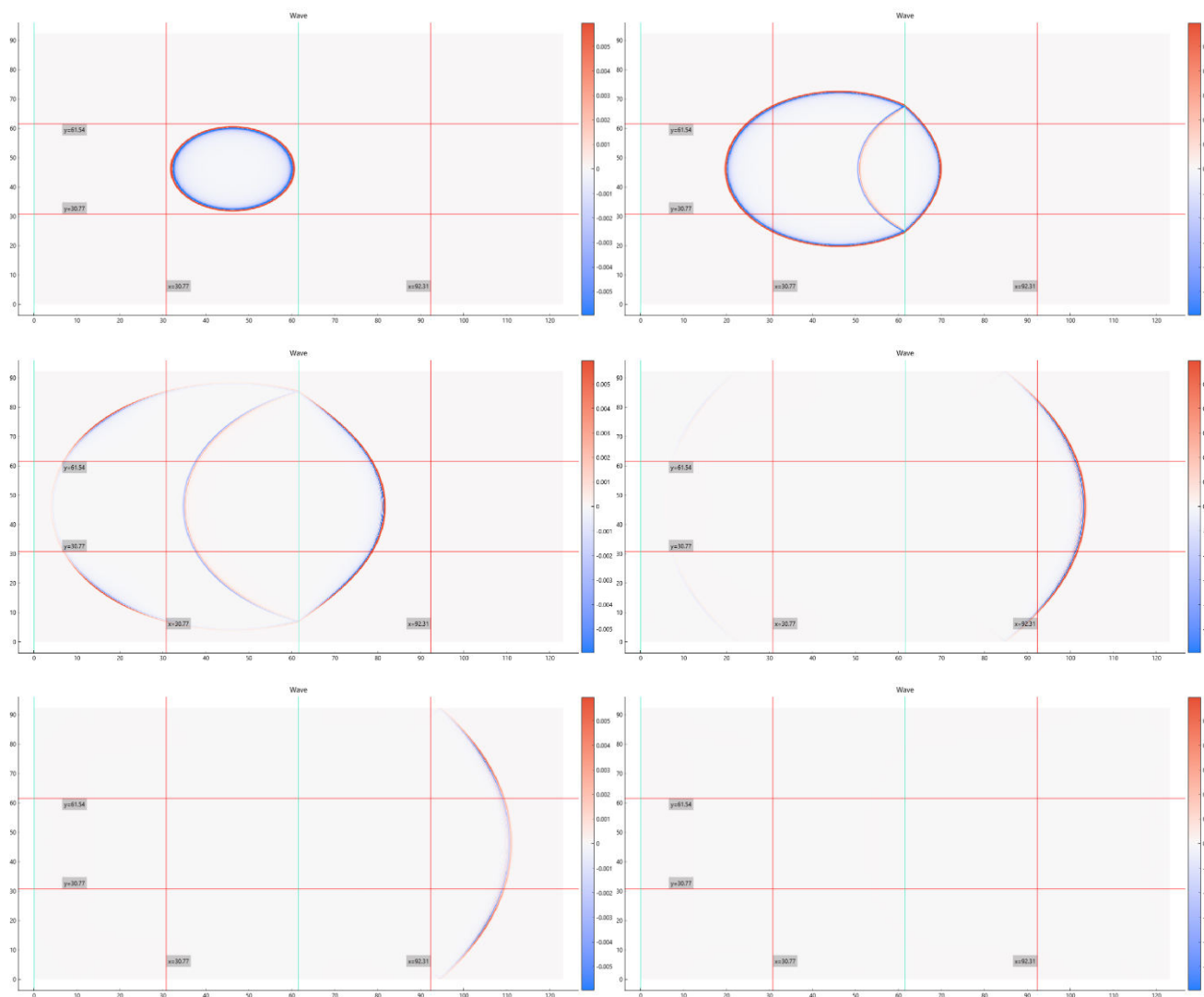


Рисунок 5 – Распространение гауссова распределения, $L = 40$

Для проверки устойчивости PML слоя при разных ширинах, уменьшим ее до $L=10$ (рисунок 6). Это позволит увеличить высоту расчетной области без дополнительных временных затрат. Из анализа рисунка 6 следует, что отраженных волн не наблюдается. Однако следует учитывать, что слишком узкий PML слой может не гарантировать достаточную защиту от отраженных волн.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

3952.103101.000 ПЗ

Лист

19

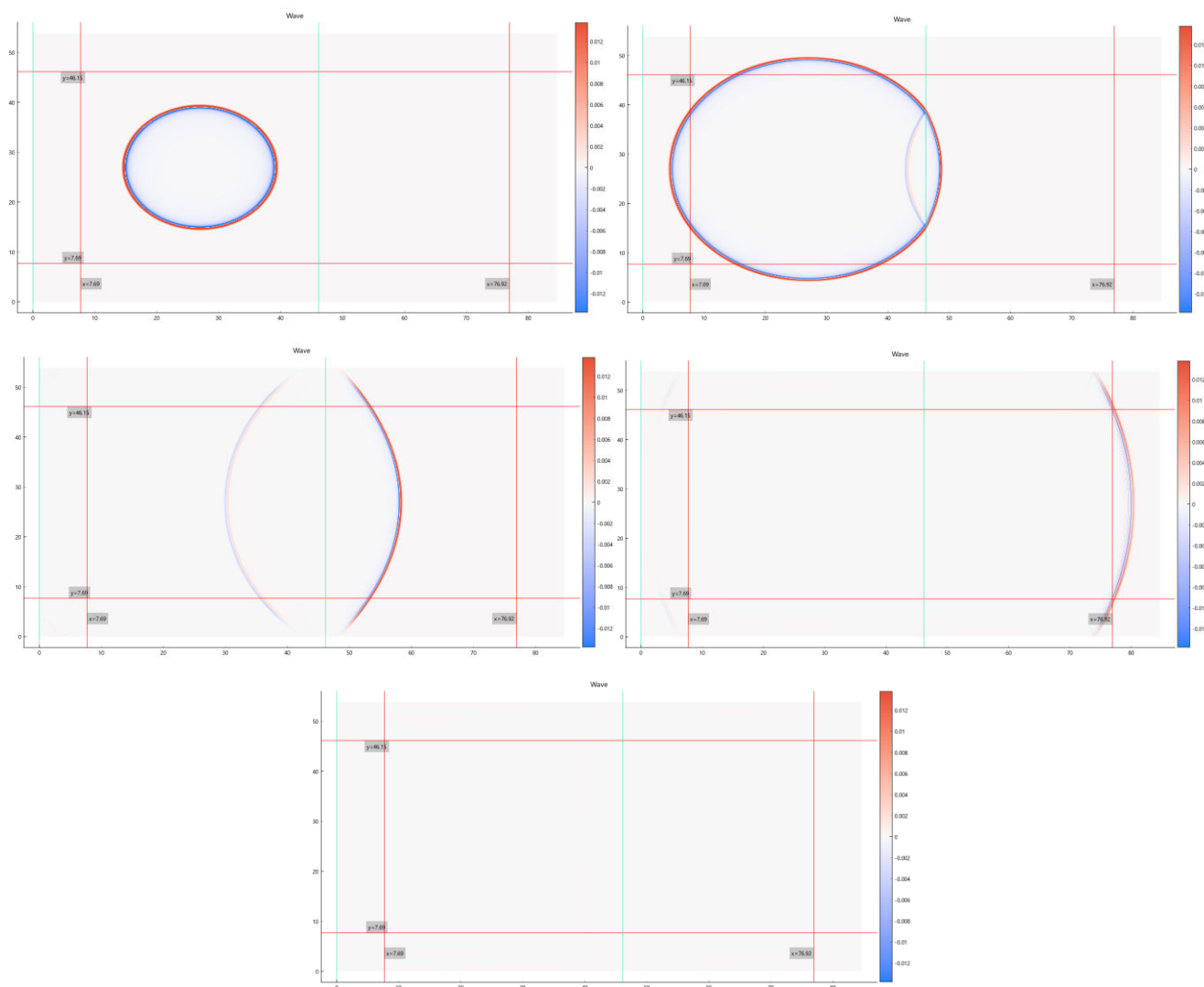


Рисунок 6 – Распространение гауссова распределения, $L = 10$

Невозможно полностью устранить отраженную волну, но можно показать артефакты, появляющиеся при использовании PML слоя в численном моделировании, ограничивая диапазон цветовой шкалы от $-2 \cdot 10^{-5}$ до $2 \cdot 10^{-5}$. На рисунке 7 можно увидеть, как отраженная волна появляется при использовании PML слоя и при её преломлении внутри PML слоя. Несущая величина артефактов составляет примерно 10^{-5} , что при решении поставленной задачи является допустимым.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

3952.103101.000 ПЗ

Лист

20

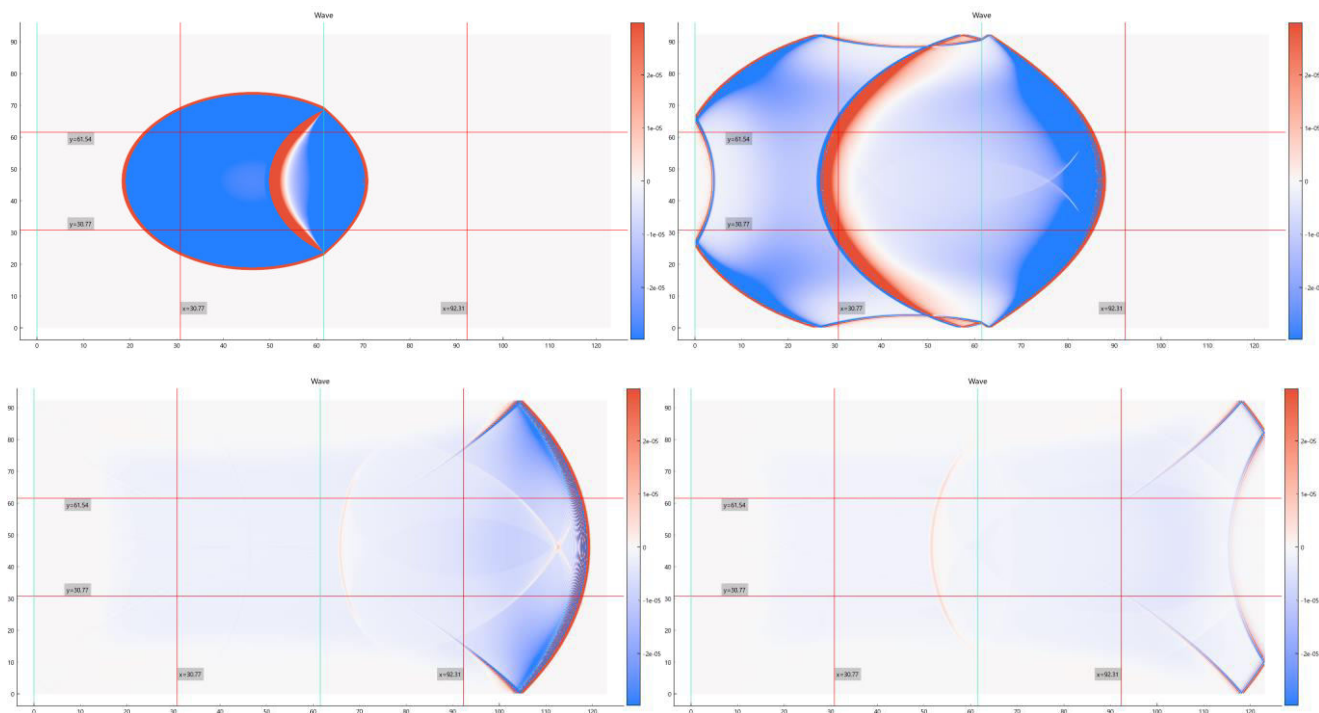


Рисунок 7 – Демонстрация артефактов распространения гауссова пучка при $L=40$.

Для уменьшения количества артефактов, возникающих в процессе моделирования, обычно корректируют параметры L , R и ширину перед границей среды. Иногда требуются вычислительные эксперименты с целью избежания артефактов в конкретных сценариях.

3 ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В приложении Б представлена построенная содержательная модель, приближающая кожу к многослойной, кусочно-однородной среде. Также определены параметры содержательной модели. На рисунке 8 приведены рассматриваемые слои кожи.

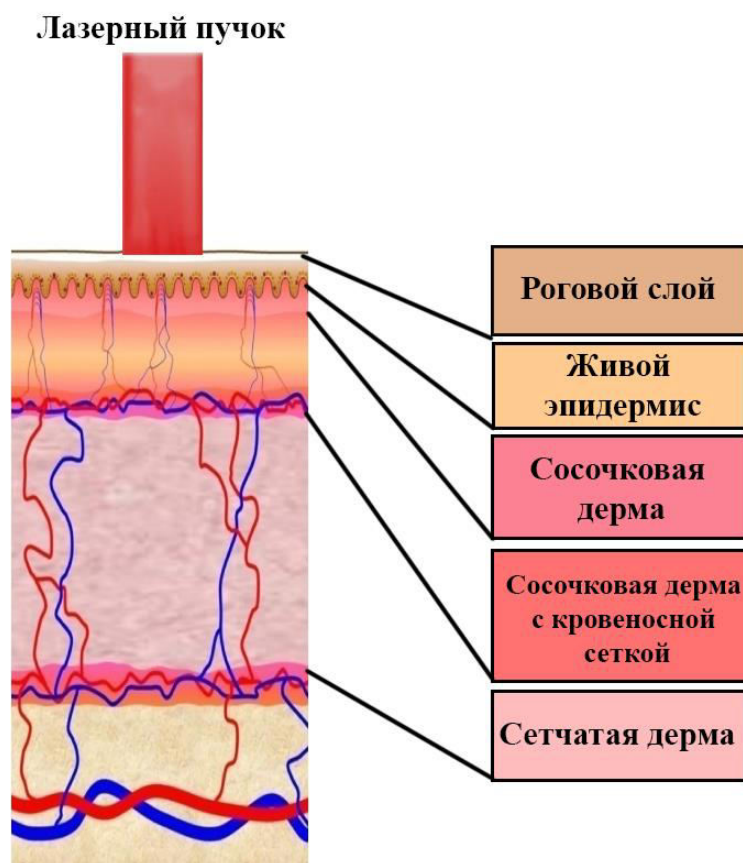


Рисунок 8 – Слои кожи

Данная содержательная модель может быть представлена в виде задачи, описанной в разделе 1.1. Математическая модель может быть представлена как комбинация волнового уравнения с PML слоем. Уравнение, описывающее слой PML, имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon' \frac{\partial^2 u(z, x, t)}{\partial t^2} + (\xi_1(z) + \xi_2(x)) \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon' \frac{\partial u(z, x, t)}{\partial t} + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon' \xi_1(z) \xi_2(x) u(z, x, t) = \\ \Delta u(z, x, t) + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon' \operatorname{div} \boldsymbol{\phi}(z, x, t), \\ \frac{\partial \boldsymbol{\phi}(z, x, t)}{\partial t} + \Gamma_1 \boldsymbol{\phi}(z, x, t) = -\frac{\Gamma_2}{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon'} \nabla u(z, x, t), \\ \boldsymbol{\phi}|_{t=0} = 0, \quad u|_{z=0} = 0, \quad u|_{z=L_z} = 0, \end{array} \right.$$

$$\xi_i(r_i) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon' L_i}} \log_{10} \left(\frac{1}{R} \right) \left(\frac{|r_i - a_i|}{L_i} - \frac{\sin(2\pi \frac{|r_i - a_i|}{L_i})}{2\pi} \right), & r \in \text{PML} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \xi_1(z) & 0 \\ 0 & \xi_2(x) \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \xi_2(x) - \xi_1(z) & 0 \\ 0 & \xi_1(z) - \xi_2(x) \end{bmatrix},$$

где L_z – правая граница расчетной области.

В основной области распространение электромагнитной волны описывается уравнением вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta u(z, x, t) = \mu_0 \sigma \frac{\partial u(z, x, t)}{\partial t} + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon' \frac{\partial^2 u(z, x, t)}{\partial t^2}, \\ u|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \end{array} \right.$$

Расчетная область ограничена прямоугольной областью $z \in [0; 470 \text{ мкм}]$, $x \in [0; 70 \text{ мкм}]$. PML слой расположен на границах рассматриваемой области: $z \in [0; 10 \text{ мкм}]$ и $z \in [460 \text{ мкм}; 470 \text{ мкм}]$, $x \in [0; 10 \text{ мкм}]$ и $x \in [60 \text{ мкм}; 70 \text{ мкм}]$. Также, перед кожей находится слой воздуха $z \in [10 \text{ мкм}; 60 \text{ мкм}]$. На границах раздела слоев ($z = m$) заданы следующие условия:

$$u|_{-0} = u|_{+0},$$

$$\partial_z u|_{-0} = \partial_z u|_{+0},$$

$$\partial_x u|_{-0} = \partial_x u|_{+0},$$

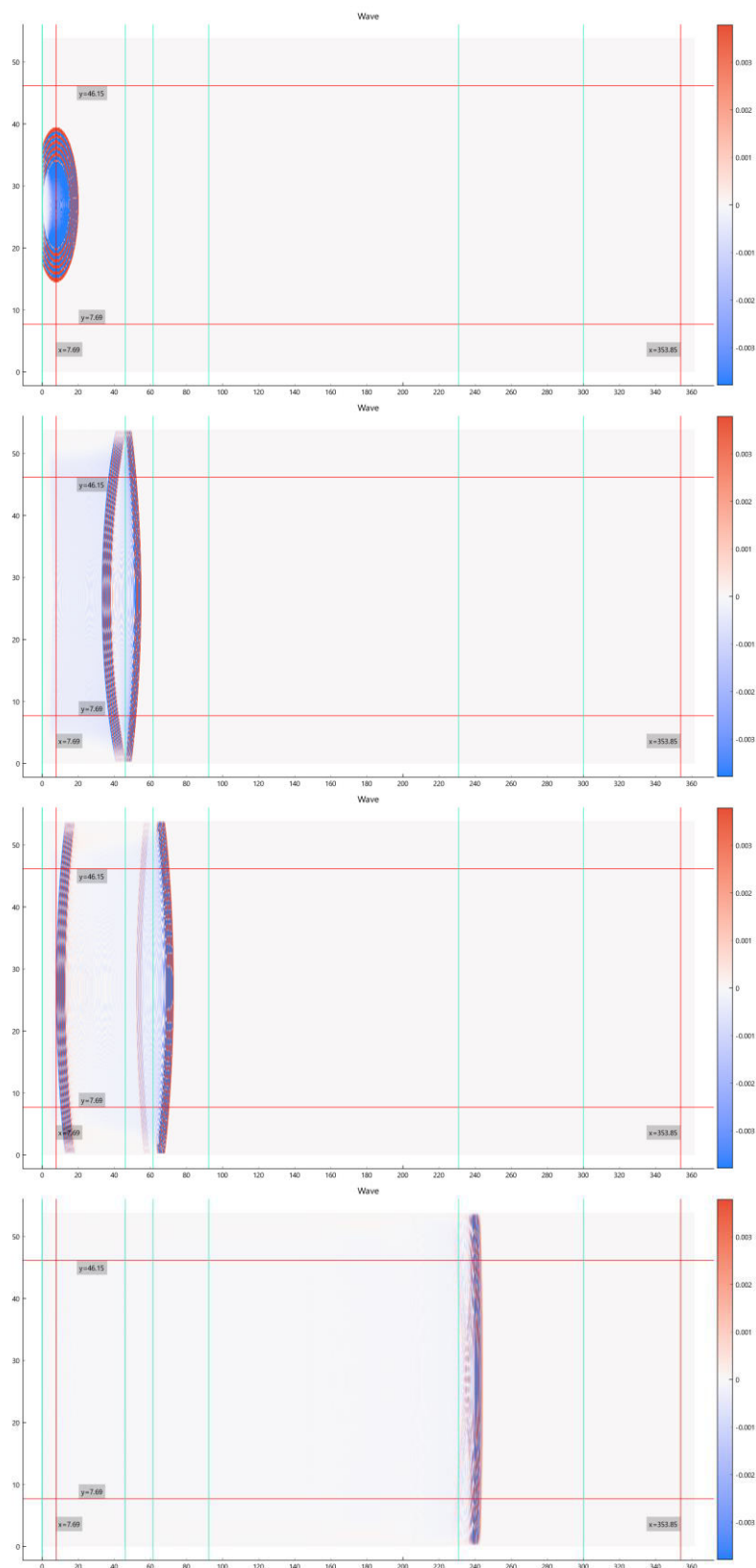


Рисунок 9 – Распространение импульса в слоях кожи. Красные линии – границы PML. Остальные линии – границы слоев

Источник моделируется импульсом гауссова пучка:

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

3952.103101.000 ПЗ

Лист

24

$$u|_{z=m_0} = e^{-\frac{(x-\Delta x)^2}{\omega_0^2}} \sin(\omega t),$$

где ω – циклическая частота, m_0 – левая граница слоя с воздухом.

Результат численного моделирования с параметрами $\lambda = 1300, \omega = 6.28$ представлен на рисунке 9. Видно, что импульс на границах раздела сред преломляется и отражается, теряя часть своей энергии. Однако, начиная с 4 слоя отраженная волна становится мала, по сравнению с падающей волной и приблизительно равна порядку шума, вызванного погрешностью при генерации импульса.

Изменим импульс на постоянный источник в виде гауссова пучка с изменяющейся со временем частотой волны в диапазоне от 249.82 ТГц до 214.13 ТГц (в воздухе соответствует длине волны от 1200 нм до 1400 нм):

$$u|_{z=m_0} = e^{-\frac{(x-\Delta x)^2}{\omega_0^2}} \sin(\omega(t) \cdot t).$$

Результат численного моделирования представлен на рисунке 10. На рисунке наблюдается интерференционная картина, возникающая при наложении проходящих и отраженных волн разной частоты.

Задание источника с изменяющейся частотой дает возможность получения А-скана с помощью дискретного преобразования Фурье, примененного к волне, полученной умножением на волну, проходящую за то же время по воздуху. А-скан является результатом ОКТ с перестраиваемым источником и используется для определения глубины расположения определенных структур в ткани.

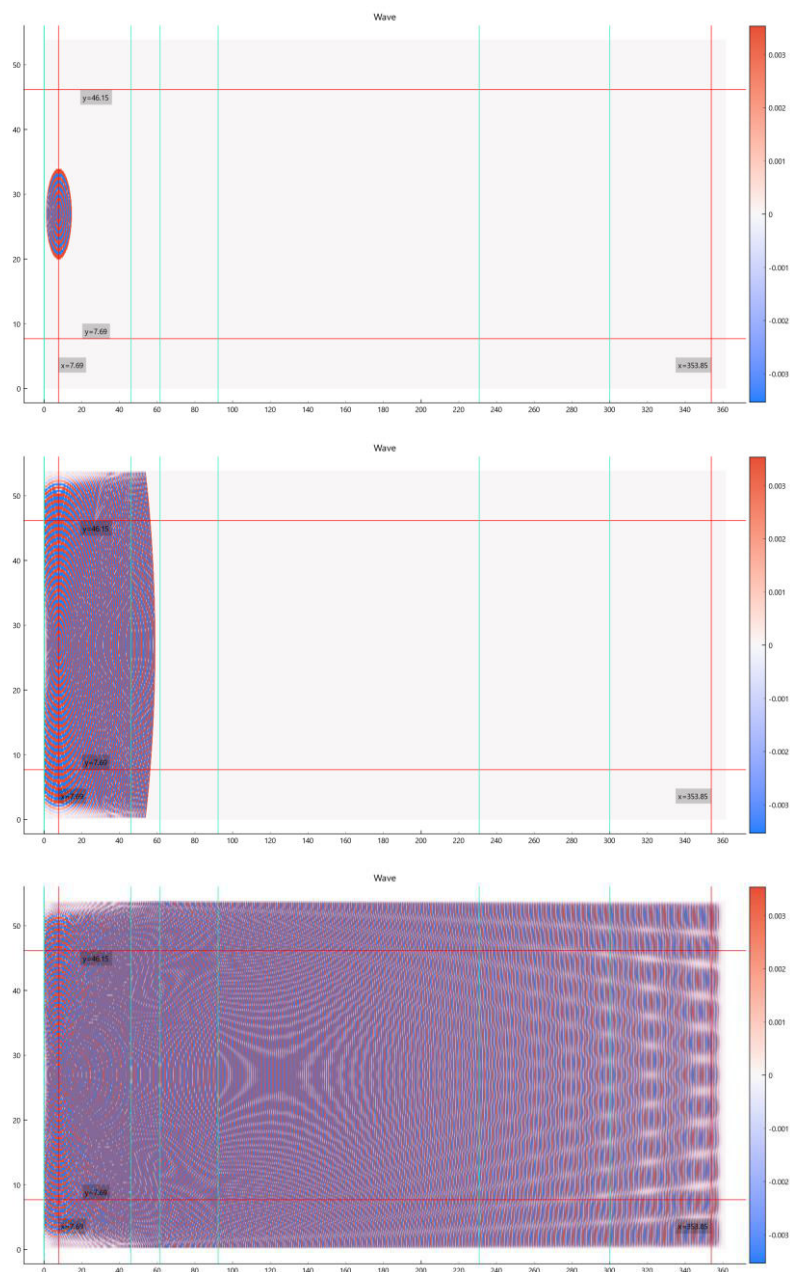


Рисунок 10 – Распространение гауссова пучка с изменяющейся со временем частотой волны в слоях кожи. Красные линии – границы PML. Остальные линии – границы слоев

Таким образом, полученная модель может не только описывать распространение волны с учетом эффектов рассеяния, поглощения и преломления, но и позволяет преобразовать результаты в формат, который можно сравнивать с экспериментальными данными (ОКТ снимками), либо использовать вместо реального замера при калибровке датчиков.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выпускной квалификационной работы была построена математическая модель распространения светового волнового пакета в биологической ткани слоистой структуры. Параметры модели восстановлены по экспериментальным данным из различных источников, с учетом состава слоев и длины волны проходящего света.

Для моделирования неотражающих граничных условий реализован PML слой для двумерного волнового уравнения с учетом слоистости среды. Выполнено распараллеливание средствами OpenMP. Написана программа, позволяющая визуализировать (с анимацией) полученные двумерные поля, а также зависимости вдоль выбранного направления или времени.

Итоговая численная модель описывает распространение волны в двумерной слоистой среде с учетом эффектов рассеяния, поглощения и преломления. Также модель позволяет преобразовать результаты в формат, который можно сравнивать с экспериментальными данными (ОКТ снимками), либо использовать вместо реального замера при калибровке датчиков.

Разработанный комплекс программ отдан на государственную регистрацию.

Я подтверждаю, что настоящая работа написана мною лично, не нарушает интеллектуальные права третьих лиц и не содержит сведения, составляющие государственную тайну.

_____/ Валитов Д.М.

					3952.103101.000 ПЗ	Лист
						27
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Drexler.W Optical Coherence Tomography [Текст] : учебное пособие / W.Drexler, J.G. Fujimoto. — Switzerland: Springer Reference, 2015. — 2567 с.
2. Fercher, A.F. Optical Coherence Tomography [Текст] / A.F. Fercher //Journal of Biomedical Optics. — 1996. — V.1. — P. 157–173.
3. Семенов, Н.А. Техническая электродинамика [Текст] : учебное пособие / Н.А. Семенов. — Москва : Связь, 1973. — 480 с.
4. Пушкарева, А.Е. Методы математического моделирования в оптике биоткани [Текст] : учебное пособие / А.Е. Пушкарева. — Санкт Петербург : СПбГУ ИТМО, 2008. — 103 с.
5. Мяделец, О.Д. Функциональная морфология и общая патология кожи [Текст] : учебное пособие / О.Д. Мяделец, В.П. Адаскевич. — Витебск: Витебский медицинский институт, 1997. — 269 с.
6. Федюкович, Н.И. Анатомия и физиология человека [Текст] : учебное пособие / Н.И. Федюкович. — Ростов н/Д: Феникс, 2003. — 416 с.
7. Kallepalli, A. Quantification and influence of skin chromophores for remote detection of anemic condtions [Текст] / A. Kallepalli, D.B. James // Optical Interactions with Tissue and Cells. — 2020. — V.11238. — 13 p.
8. Calabro, K. Modelling Biological Tissues in LightTools [Электронный ресурс] : technical paper / K. Calabro; Synopsys, Inc. – 2020. – Электрон. дан. – Режим доступа: <https://www.synopsys.com/content/dam/synopsys/optical-solutions/documents/modeling-tissues-lighttools-paper.pdf>. – Загл. с экрана.
9. Anderson, R.R. Optical Properties of Human Skin [Текст] / R.R. Anderson, J.A. Parrish // Harvard Medical School — 1982. — P. 147-194.
10. Troy, L. T. Optical properties of human skin in the near infrared wavelength range of 1000 to 2200 nm [Текст] / L.T. Troy, S.N. Thennadil // Journal of Biomedical Optics. — 2001. — V.6. — P. 167–176.

					3952.103101.000 ПЗ	Лист
						28
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

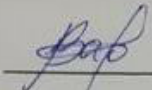
11. Colas, V. Modeling and estimation of human skin optical properties using spatially resolved autofluorescence and diffuse reflectance spectroscopy [Текст] : thesis / V. Colas, University of Lorraine. — 2022. — 204 p.
12. Bashkatov, A.N Optical properties of human skin, subcutaneous and mucous tissues in the wavelength range from 400 to 2000 nm [Текст] / A.N. Bashkatov, E.A. Genina, V.I. Kochubey, V.V. Tuchin // Journal of Physics. — 2005. — V.38. — P. 2543–2555.
13. Anderson, R.R. The Optics of Human Skin [Текст] / R.R. Anderson, B.S. Parrish, J.A. Parrish // The Journal of Investigative Dermatology. — 1981. — V.77. — P. 13-19.
14. Jacques, S.L. Optical properties of biological tissues: a review [Текст] / S.L. Jacques // Physics in Medicine and Biology. — 2013. — V.58. — P. 37 - 61.
15. Lazareva, E.N. Blood refractive index modelling in the visible and near infrared spectral regions [Текст] / E.N. Lazareva, V.V. Tuchin // Journal of Biomedical Photonics. — 2018. — V.4., No 1, 010503. — 7 p.
16. Handbook of optical biomedical diagnostics [Текст] : учебник / N.G. Khlebtsov [и др.] ; Под ред. V.V. Tuchin. — USA: SPIE, 2016. — 165 p.
17. Bashkatov, A.N. Optical properties of skin, subcutaneous, and muscle tissue: A review [Текст] / A.N. Bashkatov, E.A. Genina, V.V. Tuchin // Journal of Innovative Optical Health Sciences. — 2011. — V.4. — P. 9 - 38.
18. Berenger, J.P. A perfectly matched layers for the absorption of electromagnetic waves [Текст] / J.P. Berenger // Journal of Computational Physics. — 1994. — V.114. — P. 185 - 200.
19. Abarbanel, S. Long time behavior of the perfectly matched layer equations in computational electromagnetics [Текст] / S. Abarbanel, D. Gottlieb, J.S. Hesthaven // Journal Science Computational. — 2002. — V.17. — P. 405 - 422.
20. Appel, D. Perfectly matched layers for hyperbolic systems: general formulation, well-posedness, and stability [Текст] / D. Appel, T. Hagstrom, G.Kreiss // SIAM Journal on Applied Mathematics. — 2006. — V.67. — P. 1 - 23.

					3952.103101.000 ПЗ	Лист
						29
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

21. Zhao, L. A general approach for the development of unsplit-field time-domain implementations of perfectly matched layers for FDTD grid truncation [Текст] / L. Zhao, A.C. Cangellaris // IEEE Microwave and Guided Letters. — 1996. — V.6. — P. 209-211.
22. Diaz, J. A time domain analysis of PML models in acoustics [Текст] / J. Diaz, P. Joly // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. — 2006. — V.195. — P. 3820 - 3853.
23. Becache, E. Stability of Perfectly Matched Layers, Group Velocities and Anisotropic Waves [Текст] / E. Becache, S. Fauqueux // Journal of Computational Physics. — 2003. — V.188. — P. 399 - 433.
24. Grote, M.J. Efficient PML for the wave equation [Электронный ресурс] / M.J. Grote, S. Imbo // arxiv / Cornell University. — 2010. — arXiv:1001.0319 [math.NA] – 16 р. — Электрон. дан. — Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1001.0319>. — Загл. с экрана
25. CrudBlurr/wave [Электронный ресурс] : Репозиторий проекта / Д.М. Валитов. — Электрон. дан. — 2023. — Режим доступа: https://gitlab.com/CrudBlurr/wave/-/tree/master?ref_type=heads. — Загл. с экрана.
26. Meglinski, I.V. Quantitative assessment of skin layers absorption and skin reflectance spectra simulation in the visible and near- infrared spectral regions [Текст] / I.V. Meglinski, S.J. Matcher // Physiol Meas. — 2002. — V.23. — P. 741-753.
27. Assorted Spectra [Электронный ресурс] / S. Jacques, S. Prahl. — Электрон. дан. — 2018. — Режим доступа: <https://omlc.org/spectra/index.html>. — Загл. с экрана. — Англ.
28. Effect of bile absorption coefficients on the estimation of liver tissue optical properties and related implications in discriminating healthy and tumorous samples [Текст] / R. Nachabe [и др.] // Biomedical Optics Express. — 2011. — V.2. — P. 600-614.

					3952.103101.000 ПЗ	Лист
						30
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

29. Estimation of biological chromophores using diffuse optical spectroscopy: benefit of extending the UV-VIS wavelength range to include 1000 to 1600 nm [Текст] / R. Nachabe [и др.] // Biomedical Optics Express. — 2010. — V.1. — P. 1432-1442.
30. Diffuse optical characterizations of collagen absorption from 500 to 1700 nm [Текст] / S.K. Sekar [и др.] // Biomedical Optics. — 2017. — V.22., N. 015006. — 6 p.
31. Influence of blood pulsation on diagnostic volume in pulse oximetry and photoplethysmography measurements [Текст] / V. Dremin [и др.] // Applied Optics. — 2019. — V. 58. — P. 9398-9405.

 / Валитов Д.М.

					3952.103101.000 ПЗ	Лист
						31
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

ПРИЛОЖЕНИЕ А

(обязательное)

РАЗНОСТНАЯ СХЕМА PML СЛОЯ

Введем сеточную функцию для искомой неизвестной $u(z, x, t)$:

$$\begin{aligned} w &= \{u(z, x, t) := u_{i,j,k}^n; \\ z_i &= i\Delta z, x_j = j\Delta x, t_n = n\Delta t; \\ i &= 0..N_z, j = 0..N_x, n = 0..T\}. \end{aligned}$$

Для повышения точности ϕ вычисляется на сдвинутой равномерной сетке:

$$\begin{aligned} w_1 &= \{\phi(z_i, x_j, t_n) = \phi_{i,j}^n; \\ z_i &= \left(i + \frac{1}{2}\right)\Delta z, x_j = \left(j + \frac{1}{2}\right)\Delta x, t_n = n\Delta t; \\ i &= 0..N_z - 1, j = 0..N_x - 1, n = 0..T\}. \end{aligned}$$

Построим разностную схему:

$$\begin{aligned} \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon' \frac{u_{i,j}^{n+1} - 2u_{i,j}^n + u_{i,j}^{n-1}}{\Delta t^2} - (\xi_{1i} + \xi_{2j}) \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon' \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} + \xi_{1i} \xi_{2j} \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon' u_{i,j,k}^n \\ = \frac{u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{\Delta z^2} + \frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{\Delta x^2} \\ + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon' \frac{\tilde{\phi}_{1,i+\frac{1}{2},j}^n - \tilde{\phi}_{1,i-\frac{1}{2},j}^n}{\Delta z} + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon' \frac{\tilde{\phi}_{2,i,j+\frac{1}{2}}^n - \tilde{\phi}_{2,i,j-\frac{1}{2}}^n}{\Delta x}, \end{aligned}$$

где средние значения по ячейкам вспомогательных функций ϕ_1, ϕ_2 определяются:

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_{1,i+\frac{1}{2},j}^n &= \frac{1}{2} \left(\phi_{1,i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^n + \phi_{1,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n \right), \\ \tilde{\phi}_{2,i,j+\frac{1}{2}}^n &= \frac{1}{2} \left(\phi_{2,i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n + \phi_{2,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n \right), \end{aligned}$$

для ϕ_1 :

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{1,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \phi_{1,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n}{\Delta t} &= -\xi_{1,i+\frac{1}{2}} \frac{\phi_{1,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} + \phi_{1,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n}{2} + \left(\xi_{2,j+\frac{1}{2}} - \xi_{1,i+\frac{1}{2}} \right) D_z^h u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}, \\ D_z^h u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{u}_{i+1,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \tilde{u}_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1}}{\Delta z} + \frac{\tilde{u}_{i+1,j+\frac{1}{2}}^n - \tilde{u}_{i,j+\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} \right), \end{aligned}$$

$$\frac{\phi_{2,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \phi_{2,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n}{\Delta t} = -\xi_{2,j+\frac{1}{2}} \frac{\phi_{2,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} + \phi_{2,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n}{2} + \left(\xi_{1,i+\frac{1}{2}} - \xi_{2,j+\frac{1}{2}} \right) D_x^h u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}},$$

$$D_x^h u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{u}_{i+1,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \tilde{u}_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{\tilde{u}_{i+1,j+\frac{1}{2}}^n - \tilde{u}_{i,j+\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} \right),$$

Здесь средние значения u по ячейкам определяются как:

$$\tilde{u}_{i,j+\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{2} (u_{i,j}^n + u_{i,j+1}^n),$$

$$\tilde{u}_{i+\frac{1}{2},j}^n = \frac{1}{2} (u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n).$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

(обязательное)

ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ

В разделе 1.2 была смоделирована кожа как кусочно-однородная слоистая среда, состоящая из 5 слоев. Однако, учитывая глубину проникновения света в кожу, количество слоев была уменьшена до 4-х, также слой «сетчатая дерма» был укорочен до 70 мкм.

В работе [8] приведен график поглощения и коэффициента экстинкции для длин волн в диапазоне 250–1500 нм (рисунок Б.1).

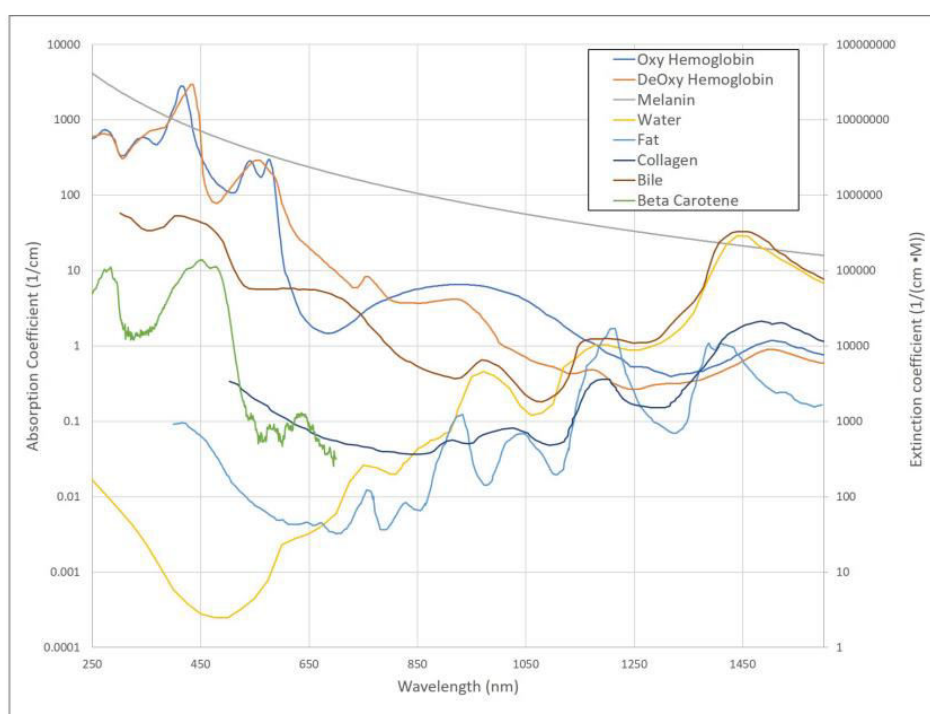


Рисунок Б.1 – Коэффициенты поглощения для различных хромофоров [8]

Как видно, в ближнем инфракрасном (ИК) диапазоне основными поглощающими хромофорами является вода, меланин, кровь и липиды. По этой причине, будем учитывать влияние только данных хромофоров. Объемная доля этих хромофоров в слоях кожи приведена в таблице Б.1.

Таблица Б.1 – Свойства слоев кожи [11,26]

№	Название слоя	Глубина, мкм	$f_{melanin}$	f_{lip}	f_{blood}	f_{water}
1	Роговой слой	20	0	0.2	0	0.35
2	Живой эпидермис	40	Таблица Б.2	0.15	0	0.5
3	Сосочковая дерма	180	0	0.173	0.5	0.5
4	Верхняя дерма с кровеносной сеткой	90	0	0.173	0.2	0.6
5	Сетчатая дерма	70	0	0.173	0.04	0.7

Таблица Б.2 – Объёмная доля меланина в зависимости от типа кожи [11]

Тип кожи	Очень светлая	Светлая	Умеренно светлая	Смуглая
$f_{melanin}$	0.01	0.04	0.08	0.11

Построим формулу для коэффициента поглощения каждого слоя, основываясь на формуле (5):

$$\mu_a^k(\lambda) = \mu_{a,base}(\lambda) + f_{blood}^k [S\mu_{a,HbO_2}(\lambda) + (1 - S)\mu_{a,Hb}(\lambda)] + f_{water}^k \mu_{a,H_2O}(\lambda) + f_{melanin}^k (\mu_{a,melanin}(\lambda)) + f_{lip} \mu_{a,lip}(\lambda),$$

где k – номер слоя; μ_{a,HbO_2} , $\mu_{a,Hb}$, $\mu_{a,lip}$, μ_{a,H_2O} , $\mu_{a,melanin}$, $\mu_{a,base}$ – коэффициенты поглощения оксигемоглобина, гемоглобина, липидов, воды, меланина и кожи не содержащей воды, соответственно; $S = F_{Hb} F_{RBC} Ht$ – соотношение между насыщенным кислородом гемоглобином и неокисленным гемоглобином. Ht – гематокрит, RBC – объемная доля эритроцитов в общем объеме всех клеток крови, а F_{Hb} – объемная доля гемоглобина в эритроците.

Таблица Б.3 – Параметры крови в зависимости от состояния здоровья [7]

Состояние здоровья	Здоровый	Болезнь
F_{Hb}	0.45	0.34
F_{RBC}	0.99	0.75
Ht	0.25	0.25

Коэффициент поглощения $\mu_{a,melanin}$ можно найти по формуле [27]:

$$\mu_{melanin}(\lambda) = (1.7 \cdot 10^{12}) \cdot \lambda^{-3.48}[\text{nm}].$$

Коэффициент поглощения $\mu_{a,base}$ можно найти по формуле [26]:

$$\mu_{a,base}(\lambda) = 7.84 \cdot 10^7 \cdot \lambda^{-3.225}[\text{nm}].$$

Остальные коэффициенты поглощения хромофоров аппроксимированы по экспериментальным данным, для ближнего ИК диапазона. Экспериментальные данные взяты из следующих работ [14,27-30] (рисунок Б.2).

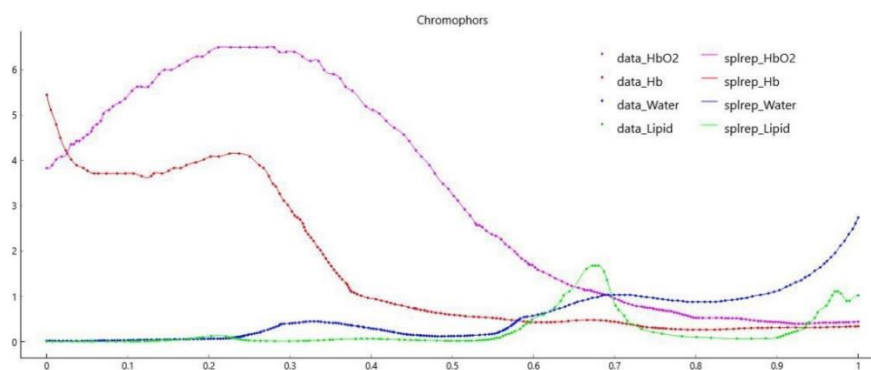


Рисунок Б.2 – Аппроксимированные коэффициенты поглощения хромофоров: оксигемоглобин (красная), гемоглобин (фиолетовая), вода (синяя), липиды (зеленая) [14,27-30]. По вертикали коэффициент поглощения. По горизонтали ортонормированные значения длины волны

Построим формулу для коэффициента рассеяния каждого слоя, основываясь на формуле (3):

$$\mu_s^k(\lambda) = a'^k \left(f_{Ray}^k \left(\frac{\lambda}{500(\text{nm})} \right)^{-4} + (1 - f_{Ray}^k) \left(\frac{\lambda}{500(\text{nm})} \right)^{-b_{Mie}^k} \right),$$

где k – номер слоя.

Параметры a'^k , f_{Ray}^k , b_{Mie}^k – определяются по экспериментальным данным (таблица Б.4).

Таблица Б.4 – показатели преломления в различных слоях кожи [14]

№	1	2	3	4	5
a'	66.7	66.7	43.6	43.6	43.6
f_{ray}	0.689	0.689	0.562	0.562	0.562
b_{mie}	0.29	0.29	0.41	0.41	0.41

Не удалось найти работы по измерению показателя преломления всех хромофоров *in vivo*. Однако, в работе [31] представлены значения показателя преломления слоев по отдельности. Показатель преломления, практически неизменен в ИК спектре. Таким образом, можно не учитывать зависимость показателя преломления от длины волны (таблица Б.4).

Таблица Б.4 – показатели преломления в различных слоях кожи [31]

№	1	2	3	4	5
n'	1.53	1.34	1.4	1.39	1.4

Таким образом, можно посчитать диэлектрическую проницаемость и проводимость для слоев кожи по формуле (7). Посчитанные параметры при фиксированной длине волны $\lambda = 1300$ представлены в таблице Б.5.

Таблица Б.5 – Диэлектрическая проницаемость и проводимость при $\lambda = 1300$

№	1	2	3	4	5
ε'	2.3408	1.795	1.959	1.932	1.959
ε''	0.00291	0.00256	0.00130	0.00129	0.00130
σ	37.459	32.942	16.681	16.613	16.747



СПРАВКА

о результатах проверки текстового документа
на наличие заимствований

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И
ТЕХНОЛОГИЙ"

ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНА В СИСТЕМЕ ANTIPLAGIAT.VUZ

Автор работы: Валитов Данис Мансурович
Самоцитирование
рассчитано для: Валитов Данис Мансурович
Название работы: Численное моделирование распространения светового волнового пакета в биологической ткани
слоистой структуры
Тип работы: Выпускная квалификационная работа
Подразделение: кафедра ВВТиС

РЕЗУЛЬТАТЫ

■ ОТЧЕТ О ПРОВЕРКЕ КОРРЕКТИРОВАЛСЯ: НИЖЕ ПРЕДСТАВЛЕНЫ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ ДО КОРРЕКТИРОВКИ

СОВПАДЕНИЯ 4.22%
ОРИГИНАЛЬНОСТЬ 95.78%
ЦИТИРОВАНИЯ 0%
САМОЦИТИРОВАНИЯ 0%

СОВПАДЕНИЯ 4.22%
ОРИГИНАЛЬНОСТЬ 95.78%
ЦИТИРОВАНИЯ 0%
САМОЦИТИРОВАНИЯ 0%

ДАТА ПОСЛЕДНЕЙ ПРОВЕРКИ: 24.06.2023

ДАТА И ВРЕМЯ КОРРЕКТИРОВКИ: 27.06.2023 07:10

Структура
документа:
Модули поиска:

Проверенные разделы: основная часть с.1-22, приложение с.23-27

ИПС Адилет; Библиография; Сводная коллекция ЭБС; Интернет Плюс*; Сводная коллекция РГБ; Цитирование; Переводные заимствования (RuEn); Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu); Переводные заимствования по Интернету (EnRu); Переводные заимствования издательства Wiley; eLIBRARY.RU; СПС ГАРАНТ: аналитика; СПС ГАРАНТ: нормативно-правовая документация; Медицина; Диссертации НББ; Коллекция НБУ; Перефразирования по eLIBRARY.RU; Перефразирования по СПС ГАРАНТ: аналитика*; Перефразирования по Интернету; Перефразирования по Интернету (EN); Перефразирования по коллекции издательства Wiley; Патенты СССР, РФ, СНГ; СМИ России и СНГ; Шаблонные фразы; Модуль поиска "УГАТУ"; Кольцо вузов; Издательство Wiley; Переводные заимствования

Работу проверил: Касаткин Алексей Александрович

ФИО проверяющего

Дата подписи:

27.06.2023

Подпись проверяющего



Чтобы убедиться
в подлинности справки, используйте QR-код,
который содержит ссылку на отчет.

Ответ на вопрос, является ли обнаруженное заимствование
корректным, система оставляет на усмотрение проверяющего.
Предоставленная информация не подлежит использованию
в коммерческих целях.

ОТЗЫВ

Руководителя выпускной квалификационной работы _____

доцента, д.ф.-м.н. Лукашука Станислава Юрьевича

(звание, степень, фамилия, имя, отчество)

Должность профессор место работы кафедра ВВТиС

о выпускной квалификационной работе обучающегося группы ПМ-453

факультета ИРТ

Валитова Даниса Мансуровича

(фамилия, имя, отчество)

Тема выпускной квалификационной работы: Численное моделирование распространения светового волнового пакета в биологической ткани слоистой структуры

Оптическая когерентная томография (ОКТ) представляет собой неинвазивный метод диагностики, при котором участок ткани просвечивается когерентным лучом света из ближнего инфракрасного диапазона, а по отраженному сигналу восстанавливается внутренняя структура ткани. Принцип ОКТ основан на различиях в оптических свойствах различных тканей, входящих в состав проверяемого участка. Моделирование ОКТ сводится к математическому описанию процесса распространения света в неоднородной среде и позволяет изучить особенности протекания такого процесса в биологической ткани, а также восстановить ее оптические параметры по результатам эксперимента через решение обратной задачи.

В выпускной квалификационной работе Валитовым Д.М. на основе уравнений Максвелла разработана упрощенная двумерная математическая модель распространения света в биологической ткани слоистой структуры в виде начально-краевой задачи для волнового уравнения. Модель учитывает отражение и преломление волн на плоских границах при нормальном падении луча, а также диссипацию энергии волны вследствие эффектов поглощения и рассеяния света биологической тканью. На основе созданной модели разработан численный алгоритм, учитывающий неотражающие граничные условия (PML), и выполнена его параллельная программная реализация на языке C++ с использованием технологии OpenMP.

В процессе выполнения работы Валитов Д.М. изучил большое количество публикаций в российских и зарубежных рецензируемых научных изданиях по различным аспектам моделирования ОКТ. Он проявил способность самостоятельно решать прикладные задачи методами математического моделирования и настойчивость при достижении результатов, продемонстрировал компетенции в области разработки численных алгоритмов решения начально-краевых задач для уравнений в частных производных, распараллеливания численных алгоритмов и их программной реализации.

Считаю, что выпускная квалификационная работа соответствует всем требованиям, предъявляемым ФГОС ВО, и заслуживает высокой оценки, а ее автор, Валитов Д.М., – присвоения квалификации «бакалавр» по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

Руководитель выпускной квалификационной работы _____

Лукашук С.Ю.

«23» июня 2023 г.

С отзывом ознакомлен *Валитов Д.М.* 23.06.2023 г.

ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

Факультет ИРТ

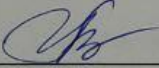
Кафедра ВВТиС

Автореферат

к выпускной квалификационной работе

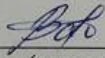
на тему: «Численное моделирование распространения светового волнового пакета в биологической ткани слоистой структуры»

И.о.заведующего кафедрой

() Федорова Г.И.
(подпись)

«26» июня 2023 г.

Обучающийся

() Валитов Д.М.
(подпись)

Руководитель выпускной
квалификационной работы

() Лукашук С.Ю.
(подпись)

Уфа – 2023 г.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Оптическая когерентная томография (ОКТ) — это неинвазивный метод визуализации с использованием неионизирующего излучения, обычно света в ближнем инфракрасном спектре (700-1600 нм). Принцип ОКТ основан на различиях в оптических свойствах различных тканей, входящих в состав проверяемого участка.

Для моделирования процесса ОКТ необходимо учитывать процесс распространения света в неоднородной среде, включая оптические явления, такие как рассеяние, поглощение и преломление. Если речь идет о непрозрачной среде, такой как кожа, это особенно важно. В качестве объекта, в данной работе рассматривается кожа.

Цель исследования — построить математическую и численную модель распространения светового волнового пакета в биологической ткани слоистой структуры.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- построить упрощенную модель распространения светового волнового пакета в однородной среде в двумерном случае;
- реализовать неотражающие граничные условия (PML) для волнового уравнения;
- модифицировать модель для учета эффектов рассеяния и поглощения света биологической тканью;
- модифицировать модель для учета эффектов отражения и преломления на границе слоев.

ВКР состоит из введения, 3 разделов, заключения, списка литературы. ВКР изложена на 37 страницах с приложениями, иллюстрирована 12 рисунками, 5 таблицами. Список литературы включает 31 работу.

КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

В первом разделе была представлена постановка задачи и зафиксированы основные предположения. Кроме того, была разработана математическая модель распространения электромагнитной волны в слоистой среде, которая выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \Delta u(z, x, t) = \mu_0 \sigma \frac{\partial u(z, x, t)}{\partial t} + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 u(z, x, t)}{\partial t^2}, \\ z \in [-\infty; +\infty], x \in [-\infty; +\infty], t > 0, \\ u|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}\bigg|_{t=0} = 0, \end{cases}$$

условия на границе раздела сред:

$$u|_{-0} = u|_{+0},$$

$$\partial_z u|_{-0} = \partial_z u|_{+0},$$

$$\partial_x u|_{-0} = \partial_x u|_{+0},$$

Также, кожа была рассмотрена как слоистая кусочно-однородная среда, состоящая из 6 слоев. Были выписаны основные формулы, учитывающие поглощение и рассеяние в зависимости от длины волны.

Во втором разделе, с целью ограничения области расчета и устранения артефактов, связанных с отраженной волной, был применен идеально согласованный слой для решения волнового уравнения второго порядка:

$$\begin{cases} \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 u(z, x, t)}{\partial t^2} + (\xi_1(z) + \xi_2(x)) \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial u(z, x, t)}{\partial t} + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \xi_1(z) \xi_2(x) u(z, x, t) = \\ \Delta u(z, x, t) + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \operatorname{div} \boldsymbol{\phi}(z, x, t), \\ \frac{\partial \boldsymbol{\phi}(z, x, t)}{\partial t} + \Gamma_1 \boldsymbol{\phi}(z, x, t) = - \frac{\Gamma_2}{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon} \nabla u(z, x, t), \\ z \in [0, L_z], x > 0, t > 0, \\ \boldsymbol{\phi}|_{t=0} = 0, \quad u|_{z=0} = 0, \quad u|_{z=L_z} = 0, \end{cases}$$

$$\xi_i(r_i) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon'} L_i} \log_{10} \left(\frac{1}{R} \right) \left(\frac{|r_i - a_i|}{L_i} - \frac{\sin(2\pi \frac{|r_i - a_i|}{L_i})}{2\pi} \right), r \in \text{PML} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$$

где L_i – ширина PML слоя; a_i – координата PML слоя, R – коэффициент отражения,

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \xi_1(z) & 0 \\ 0 & \xi_2(x) \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \xi_2(x) - \xi_1(z) & 0 \\ 0 & \xi_1(z) - \xi_2(x) \end{bmatrix}.$$

Было показано, что данная модель идеально согласованного слоя устойчива по ширине слоя. Однако следует учитывать, что слишком узкий PML слой может не гарантировать достаточную защиту от отраженных волн. Далее, была продемонстрирована неточность численной реализации PML, величина которой составляет примерно 10^{-5} , что при решении поставленной задачи является допустимым.

В третьем разделе представлена полная содержательная модель и определены ее параметры. После чего, была построена математическая модель, как комбинация волнового уравнения с PML слоем. Численная реализация продемонстрирована в двух случаях: при источнике в виде импульса гауссова пучка; при постоянном источнике виде гауссова пучка с изменяющейся со временем частотой волны в диапазоне от 249.82 ТГц до 214.13 ТГц.

Задание источника с изменяющейся частотой дает возможность получения А-скана с помощью дискретного преобразования Фурье, примененного к волне, полученной умножением на волну, проходящую за то же время по воздуху. А-скан является результатом ОКТ с перестраиваемым источником и используется для определения глубины расположения определенных структур в ткани.

**Согласие автора
на передачу неисключительных прав
на выпускную квалификационную работу**

«27» июня 2023 г.

№ _____

г. Уфа

Я, Ваштов Дамир Мансурович, 11.04.2002 года рождения,
(фамилия, имя, отчество (при наличии) полностью) (число, месяц и год цифрами)
паспорт гражданина РФ серия 80 22 № 533846 выдан МВД по Республике
Башкортостан, дата выдачи 16.06.2022; вид и реквизиты документа, удостоверяющего в РФ
личность иностранного гражданина _____,
автор выпускной квалификационной работы по программе бакалавриата (специалитета,
магистратуры) (далее – ВКР) «Численное моделирование распространения
светового волнового пакета в биологической ткани сложной
структуры»,
(полное название темы)

именуемый(ая) в дальнейшем «Автор», даю свое согласие Уфимскому университету науки и технологий, именуемому в дальнейшем «УУНиТ», на нижеизложенное:

1. Автор предоставляет УУНиТ простое (неисключительное) право использования произведения – ВКР на безвозмездной основе в течение всего срока действия исключительного права, принадлежащего Автору, с момента подписания настоящего Согласия.

2. Автор предоставляет УУНиТ согласие на размещение ВКР в электронной библиотечной системе УУНиТ со следующими правами использования:

- воспроизведение произведения – ВКР;
- публичный показ произведения – ВКР;
- публичное исполнение произведения – ВКР;
- сообщение по кабелю произведения – ВКР;
- доведение до всеобщего сведения произведения – ВКР.

3. Использование УУНиТ ВКР на всей территории всего мира без предоставления отчетов об использовании ВКР.

4. Автор сохраняет за собой право использовать самостоятельно или предоставлять третьим лицам права на использование ВКР, переданные УУНиТ.

5. Автор гарантирует, что ВКР создана собственным творческим трудом, не нарушает авторских прав третьих лиц, и он является обладателем исключительных прав на ВКР.

6. Автор подтверждает, что ВКР выполнена в рамках освоения образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата (программы специалитета, программы магистратуры) в УУНиТ.

7. Автор подтверждает, что ВКР не содержит сведений, составляющих государственную тайну, а также производственных, технических, экономических, организационных и других сведений, в том числе о результатах интеллектуальной деятельности в научно-технической сфере, о способах осуществления профессиональной деятельности, которые имеют действительную или потенциальную коммерческую ценность в силу неизвестности их третьим лицам.

Ваш / Ваштов Дамир Мансурович
(фамилия, имя, отчество (при наличии) полностью)

«27» июня 2023 г.