

Úloha 1

(10 bodů) V posloupnosti čísel zadané na vstupu určete souvislý úsek s maximálním součtem. Výstupem je index prvního a posledního prvku nalezeného úseku a hodnota součtu jeho prvků; je-li takových souvislých úseků s maximálním součtem více, vyberte nejkratší z nich. Jestliže v posloupnosti existuje více různých úseků se stejným maximálním součtem a zároveň se stejnou minimální délkou, stačí nalézt jeden libovolný z nich.

Navrhněte postup, jak správně vyřešit úlohu s co nejlepší časovou a prostorovou složitostí vzhledem k délce vstupní posloupnosti. Plný počet bodů bude udělen pouze za asymptoticky optimální řešení.

(a) **Popište algoritmus:** programový kód v Pythonu je vítán, ale není povinný, slovní vysvětlení zvoleného postupu řešení naopak povinné je. Nepoužívejte žádné netriviální datové struktury (typu zásobník, fronta, halda, slovník), jejichž algoritmus sami nepopíšete a neodvodíte jeho časovou složitost.

(b) **Zdůvodněte správnost** algoritmu.

(c) Odvoďte **časovou a prostorovou složitost** (v nejhorším případě). Pracuje vaše řešení v asymptoticky optimálním čase a prostoru?

Příklad

vstup: 2 -2 0 6 -1 1 7 -9 2 5 výstup: 3 6 13 (pozice vstupní posloupnosti číslujeme od 0)

Úloha 2

(10 bodů) Je zadán binární strom o n vrcholech, v nichž jsou uložena navzájem různá čísla od 1 do n . Navrhněte efektivní algoritmus, který pro takový binární strom a zadaná dvě čísla vrcholů a , b určí číslo vrcholu, který je jejich nejbližším společným předkem.

(a) **Svoje řešení zapište jako funkci v Pythonu**, využijte definici třídy pro vrchol binárního stromu níže a váš kód prosím opatřete komentáři,

(b) **zdůvodněte správnost**,

(c) **odvoďte časovou složitost**.

```
class VrcholBinStromu:
    """třída pro reprezentaci vrcholu binárního stromu"""
    def __init__(self, x = None, levy = None, pravy = None)
        self.info = x          # očíslování vrcholů
        self.levy = levy       # levé dítě
        self.pravy = pravy     # pravé dítě
```

Příklad

vstup: , 14, 6

výstup: 10

Úloha 3

Odpovězte na otázky, své odpovědi vždy zdůvodněte.

(a) (3 body) Dokažte nebo vyvráťte: Pro libovolné dvě funkce $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ platí

$f = O(g)$ právě tehdy, když $\log_2 f = O(\log_2 g)$

(b) (3 body) V binární haldě, uložené v poli, zaveďte operaci změna hodnoty klíče se dvěma parametry: index měněného prvku, nová hodnota jeho klíče. Popište slovně, jak se bude tato operace provádět, určete a zdůvodněte její časovou složitost v nejlepším a v nejhorším případě.

(c) (3 body) Zapište aritmetický výraz, reprezentovaný následujícím binárním stromem

strom výrazu

postupně v infixové, prefixové a postfixové notaci.