

**Ergänzende Unterlagen zur Vorlesung  
Grundlagen der Elektrotechnik  
(437.201) für  
Elektrotechnik-Studierende und  
Biomedical Engineering-Studierende**

Renhart Werner

29. September 2008

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Das elektrische Feld</b>	<b>1</b>
1.1	Die elektrische Ladung . . . . .	1
1.2	Wirkung elektrischer Ladungen . . . . .	2
1.3	Arbeit, Potential und Spannung . . . . .	5
1.4	Materie im elektrischen Feld . . . . .	7
1.5	Energie im elektrostatischen Feld . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Gleichförmig bewegte Ladungen</b>	<b>17</b>
2.1	Der elektrische Strom . . . . .	17
2.2	Das Ohmsche Gesetz . . . . .	20
2.3	Die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes . . . . .	24
2.4	Analogie zwischen elektrostatischem Feld und Strömungsfeld . . . . .	25
2.5	Die Leistung im stationären Strömungsfeld . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Gleichstromschaltungen</b>	<b>28</b>
3.1	Der einfache elektrische Stromkreis . . . . .	28
3.2	Zweipole . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Analyse linearer Gleichstromnetzwerke</b>	<b>44</b>
4.1	Äquivalenz von Quellen . . . . .	45
4.2	Zusammenschaltung von Quellen . . . . .	45
4.3	Ersatzquellenverfahren . . . . .	47
4.4	Überlagerungsprinzip, Superpositionsprinzip . . . . .	48
4.5	Das elektrische Netzwerk als Graph . . . . .	49
4.6	Die Zweigstromanalyse . . . . .	52
4.7	Das Knotenspannungsverfahren . . . . .	54
4.8	Maschenstromverfahren . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Ungleichförmig bewegte Ladungen</b>	<b>61</b>
5.1	Allgemeines . . . . .	61
5.2	Periodische Wechselgrößen . . . . .	61
5.3	Kennwerte sinusförmiger Größen . . . . .	62
5.4	Darstellungsformen zeitharmonischer Wechselgrößen . . . . .	66

<b>6</b>	<b>Das magnetische Feld</b>	<b>72</b>
6.1	Grunderscheinungen . . . . .	72
6.2	Kraft auf bewegte Ladungen . . . . .	75
6.3	Magnetische Kraftwirkung auf einen stromdurchflossenen Leiter . . . . .	77
6.4	Die Erregung des magnetischen Feldes . . . . .	78
6.5	Materie im magnetischen Feld . . . . .	83
6.6	Das Ohmsche Gesetz für magnetische Kreise . . . . .	87
6.7	Analogie zwischen dem elektrischen und dem magnetischen Feld . . . . .	87
6.8	Wirkungen im Magnetfeld . . . . .	88
<b>7</b>	<b>Verhalten Passiver Bauelemente bei zeitharmonischen Vorgängen</b>	<b>96</b>
7.1	Allgemeines . . . . .	96
7.2	Der Ohm'sche Widerstand . . . . .	96
7.3	Die Induktivität . . . . .	98
7.4	Der Kondensator . . . . .	101
7.5	Zusammenschaltung von passiven Bauelementen . . . . .	103
<b>8</b>	<b>Die Frequenzabhängigkeit passiver Schaltungen</b>	<b>110</b>
8.1	Allgemeines . . . . .	110
8.2	Übertragungsfunktion und Bode-Diagramm . . . . .	110
8.3	Beispiele . . . . .	119
<b>9</b>	<b>Messung elektrischer Größen</b>	<b>120</b>
9.1	Die Messung von Strom, Spannung und Leistung . . . . .	120
9.2	Schaltung von Meßgeräten . . . . .	121
9.3	Zusammenstellung der wichtigsten Meßgeräte . . . . .	127
9.4	Klasseneinteilung . . . . .	127

# 9 Messung elektrischer Größen

## 9.1 Die Messung von Strom, Spannung und Leistung

Ein Meßgerät, welches zur Messung elektrischer Ströme geeignet ist, bezeichnet man als Strommesser oder Amperemeter, jene Instrumente zur Messung elektrischer Spannungen werden als Spannungsmesser oder Voltmeter, Instrumente zur Messung elektrischer Leistung als Leistungsmesser oder Wattmeter bezeichnet. Die prinzipielle Wirkungsweise eines Strom-, Spannungs- bzw. Leistungsmessers beruht in der Kraftwirkung eines stromdurchflossenen Leiters in einem Magnetfeld. Im Allgemeinen müssen sowohl Gleich- als auch Wechselgrößen gemessen werden. Für die unterschiedlichen Größen (Gleichwert, zeitlicher Mittelwert, Effektivwert, Scheitelwert) müssen verschiedene Bauarten von Meßgeräten herangezogen werden.

### 9.1.1 Drehspul- und Dreheisenmeßwerk

In der nachfolgenden Abbildung ist die prinzipielle Anordnung eines Drehspul- und eines Dreheisenmeßwerkes dargestellt. Beim Drehspulmeßwerk erfolgt die Erzeugung eines

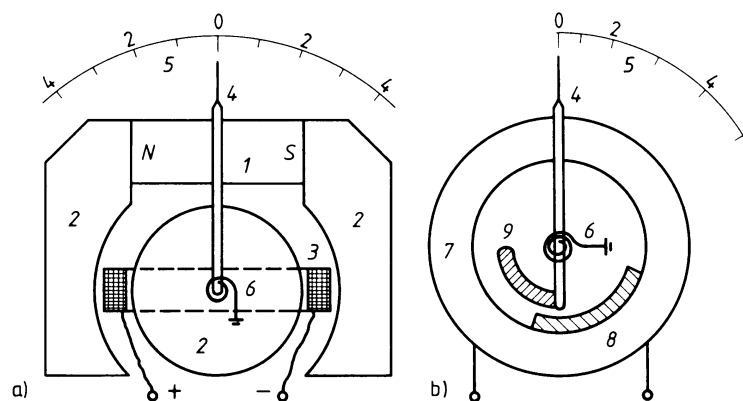


Abbildung 9.1: a) Drehspulmeßwerk    b) Dreheisenmeßwerk.

magnetischen Gleichfeldes mittels eines Dauermagneten (1) im ansonsten weichmagnetischen Eisenkreis. Zwischen Eisenkern (2) und den Polschuhen (2) befindet sich eine

drehbar gelagerte Spule (3). Diese ist mit einem Zeiger (4) fest verbunden. Erfolgt nun ein Stromfluß (der Meßstrom) durch die Drehspule, so ergibt sich, abhängig von dessen Stromflußrichtung ein Ausschlag auf der Skala (5). Der Drehwinkel ist, da die magnetische Induktion  $B$  konstant ist (Dauermagnet), proportional dem durch die Spule fließenden Strom.

$$\alpha \sim I. \quad (9.1)$$

Infolge der Stromrichtungsabhängigkeit des Zeigerausschlages kann auch die Stromflußrichtung in einem Netzwerk ermittelt werden. Dieses Meßwerk ist für die Messung von Wechselgrößen ungeeignet.

Beim Dreheisenmeßwerk wird eine Zylinderspule (8) von einem Meßstrom durchflossen. Durch das entstehende Magnetfeld im inneren der Spule werden die beiden Eisenteile (8 und 9) gleichsinnig magnetisiert. Es kommt zu einer abstoßenden Kraftwirkung zwischen diesen beiden Eisenteilen. Das Eisenblech (9) ist drehbar gelagert und mit einem Zeiger verbunden. Der Drehwinkel ist vom Magnetfeld  $B$  und vom Strom  $I$  abhängig. Da das erzeugte Magnetfeld  $B$  jedoch auch dem Strom  $I$  proportional ist, ist der Drehwinkel diesem quadratisch proportional.

$$\alpha \sim I^2. \quad (9.2)$$

Das Magnetfeld und der Meßstrom werden bei Wechselgrößen dabei immer in gleichbleibender Weise ihre Richtung ändern, sodaß die abstoßende Wirkung immer gleichgerichtet sein wird. Mit diesem Meßwerk können demgemäß auch Wechselgrößen gemessen werden.

### 9.1.2 Elektrodynamisches Meßwerk

Ein elektrodynamisches Meßwerk besteht aus zwei Spulen unterschiedlicher Größen. Innerhalb einer großen, ortsfesten Spule (1) kann sich eine kleinere Spule (2) drehend bewegen. Durch die Spule (1) fließt ein Strom  $I_1$  und erzeugt ein, diesem Strom proportionales Magnetfeld  $B_1$ . Die Kraftwirkung aufgrund des Stromes  $I_2$  in diesem Magnetfeld  $B_1$  bestimmt den Drehwinkel des Zeigers und damit den Ausschlag auf einer Skala.

$$\alpha \sim I_1 I_2. \quad (9.3)$$

## 9.2 Schaltung von Meßgeräten

Die Messung elektrischer Größen kann meistens nur durch einen Eingriff in die Schaltung selbst erfolgen. Meßinstrumente müssen deshalb so beschaffen sein, daß durch diesen

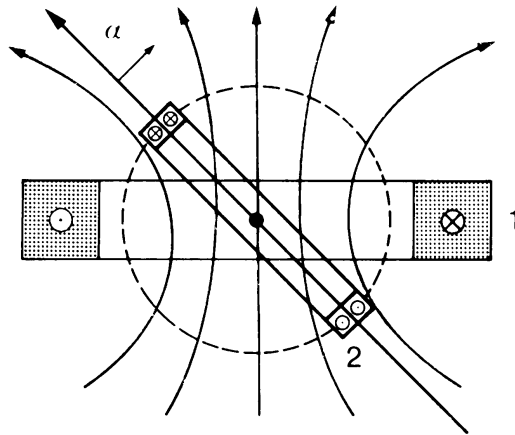


Abbildung 9.2: Elektrodynamisches Meßwerk.

Eingriff der Charakter der Schaltung nicht oder möglichst wenig verändert wird. Dies bedeutet, daß z.B. der Innenwiderstand eines Voltmeters sehr groß sein sollte. Je mehr die Instrumente von diesen Eigenschaften abweichen, umso ungenauer ist die Messung.

### 9.2.1 Schaltung eines Strommessers

Zum Messen muß der Strom durch das Meßinstrument fließen. Man trennt dazu den Stromkreis auf und schaltet den Strommesser in den Stromkreis. Man führt also den zum Verbraucher gehenden Strom durch das Meßgerät hindurch.

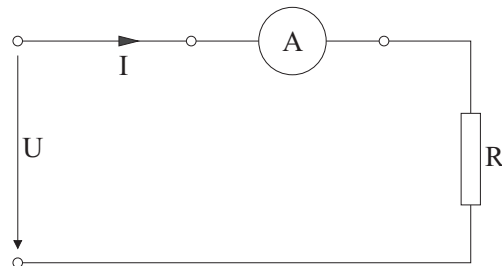


Abbildung 9.3: Schaltung eines Strommessers

### 9.2.2 Schaltung eines Spannungsmessers

Der Spannungsmesser muß zur Messung an die zu messende Spannung angelegt sein. Man mißt z.B. die Spannung an einem Verbraucher durch Verbinden der Klemmen des

Verbrauchers mit den Klemmen des Spannungsmessers.

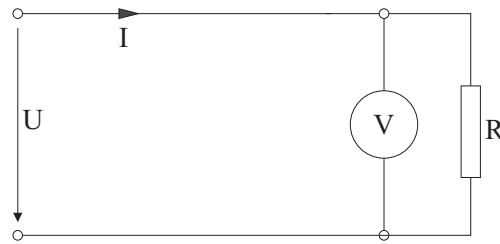


Abbildung 9.4: Schaltung eines Spannungsmessers

### 9.2.3 Bestimmung eines Widerstandes aus gleichzeitiger Messung von Strom und Spannung

Es gibt zwei Schaltungsmöglichkeiten.

#### Strommesser zwischen Quelle und Voltmeter (spannungsrichtige Schaltung)

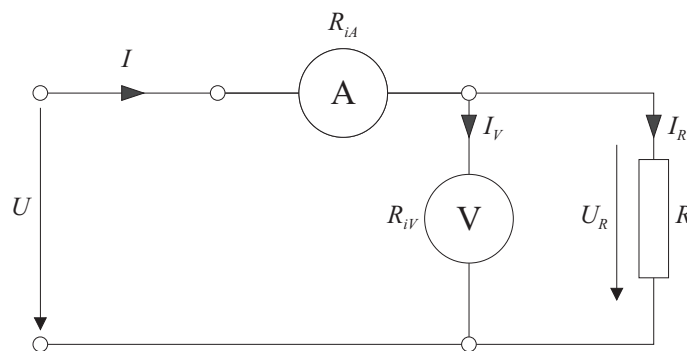


Abbildung 9.5: Spannungsrichtige Schaltung

$R$	unbekannter Widerstand	$[\Omega]$
$R_{iV}$	Innenwiderstand des Voltmeters	$[\Omega]$
$R_{iA}$	Innenwiderstand des Strommessers	$[\Omega]$
$I_R$	Strom im Widerstand $R$	$[A]$
$U_R$	Spannung am Widerstand $R$	$[V]$
$I_V$	Strom im Voltmeter	$[A]$
$I$	Gesamtstrom	$[A]$
$U$	Quellenspannung	$[V]$

Es gelten die Beziehungen:

$$R = \frac{U_R}{I_R}$$

$$I_R = I - I_V$$

$$I_V = \frac{U_R}{R_{iV}}$$

daraus folgt:

$$R = \frac{U_R}{I - I_V}$$

Bei dieser Schaltung wird die Spannung  $U_R$  richtig, der Strom  $I_R$  jedoch verfälscht gemessen. Ohne Berücksichtigung der Korrektur würde man einen zu kleinen Widerstand  $R$  erhalten.

### Strommesser zwischen Voltmeter und Last (stromrichtige Schaltung)

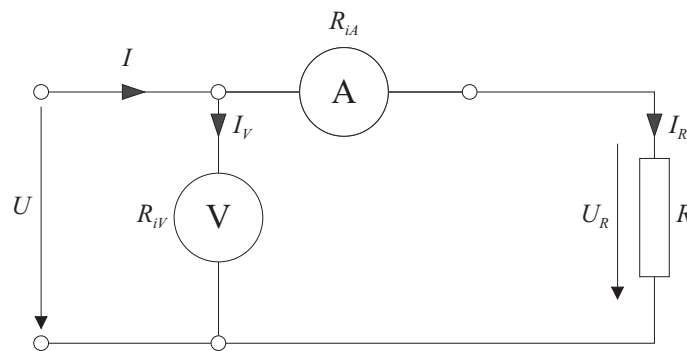


Abbildung 9.6: Stromrichtige Schaltung

Es gilt:

$$R = \frac{U_R}{I_R}$$

$$U_R = U - I_R R_{iA}$$

und es gilt:

$$R = \frac{U - I_R R_{iA}}{I_R}$$

Bei dieser Schaltung wird der Strom  $I_R$  richtig, die Spannung  $U_R$  jedoch verfälscht gemessen. Ohne Berücksichtigung der Korrektur würde man einen zu großen Widerstand  $R$  erhalten.

Regel: Bei niederohmigen Lastwiderständen verwendet man die Schaltung nach Abbildung 9.5, bei hochohmigen Lastwiderständen die Schaltung nach Abbildung 9.6 (immer bezogen auf die Innenwiderstände der verwendeten Meßgeräte!).



### 9.2.4 Schaltung eines Leistungsmessers

Beim Leistungsmesser wird der Strompfad wie ein Strommesser angeschlossen, der Spannungspfad wie ein Spannungsmesser (siehe Abbildung 9.7).

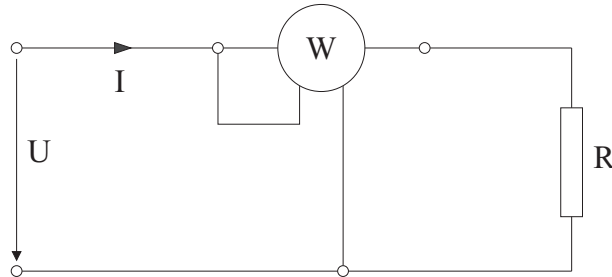


Abbildung 9.7: Meßschaltung zur Leistungsmessung

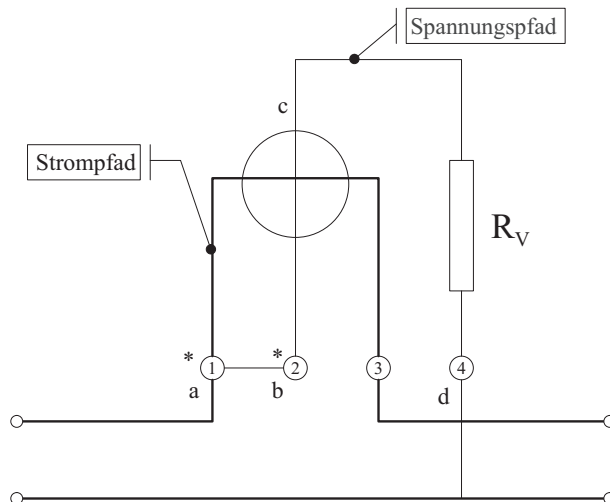


Abbildung 9.8: Schaltung eines Leistungsmessers mit vereinfachter Innenschaltung

Ein in den Spannungspfad geschalteter Vorwiderstand  $R_V$  muß zwischen den Punkten c und d liegen (Abbildung 9.8). Die unmittelbar zu verbindenden Anschlußklemmen a und b sind häufig mit einem Stern \* oder Pfeil  $\downarrow$  gekennzeichnet. Durch diese Verbindung wird eine zu hohe Spannung zwischen Strom- und Spannungsspule vermieden. Bei Gleichstrom ist der Wattmeterausgang vom Produkt der Spannung und dem Strom, bei Wechselspannung vom Produkt der Spannung, Strom und Leistungsfaktor ( $\cos(\varphi)$ ) abhängig. In beiden Fällen wird also die Wirkleistung gemessen. Bei Wechselstrom kann der Leistungsfaktor sehr klein oder aber auch Null werden. Im letzten Fall zeigt das Gerät keinen Ausschlag, auch wenn ihm volle Spannung und voller Strom zugeführt werden. Während bei Geräten für Strom- und Spannungsmessung bei kleinem Ausschlag stets der nächst kleinere Meßbereich gewählt werden darf, um einen möglichst großen Ausschlag

zu erhalten, trifft dies beim Leistungsmesser nicht zu. Die Stromstärke ist daher stets durch einen Strommesser und die Spannung durch einen Spannungsmesser zu überwachen und nur der ihren Anzeigen entsprechende Meßbereich für die Strom und Spannung am Leistungsmesser zu benutzen. Nur Sondergeräte zur Messung von Leistungen mit sehr kleinem Leistungsfaktor besitzen Endausschlag bei  $\cos(\varphi)=0,1$  oder  $0,3$ . Spannung und Strom dürfen aber auch hier nicht die angegebenen Höchstwerte überschreiten.

Die Wattmeterkonstante  $c_W$  berechnet sich zu:

$$c_W = \frac{\text{Nennspannung}(U_N) * \text{Nennstrom}(I_N) * \cos(\varphi_N)}{\text{Gesamtskalenanteil}} [W/Skt]$$

$\cos(\varphi_N)$  ist in der Regel, wenn nicht anders angegeben = 1. Bei Verwendung von Strom- und Spannungswandlern sind deren Übersetzungsverhältnisse entsprechend zu berücksichtigen.

$$c_W = \frac{U_N * I_N * \cos(\varphi_N)}{\text{Skalenteile}} * \ddot{U}_U * \ddot{U}_I$$

### 9.2.5 Zusammenhang zwischen Wattmeterrausschlag und Energieflußrichtung

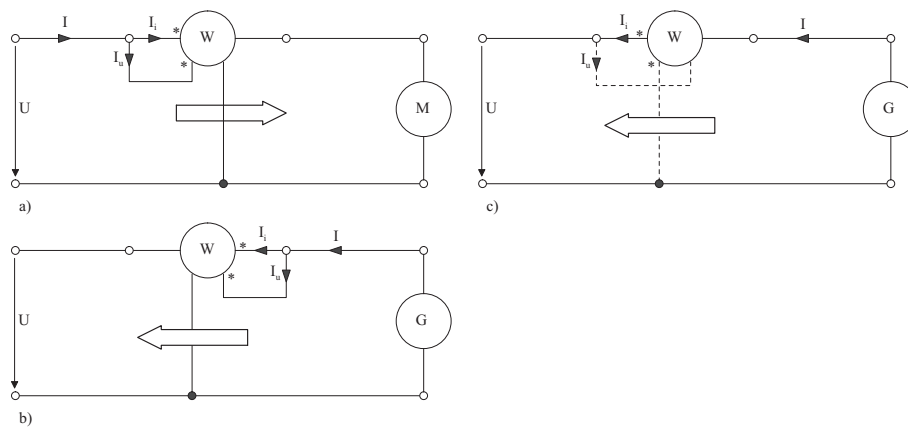


Abbildung 9.9: Wattmeterschaltungen bei unterschiedlicher Energieflußrichtung

Das Meßgerät in Abbildung 9.9a zeigt positiven Ausschlag, wenn die Energie in Richtung Verbraucher (Moter, ...) fließt. Bei Umkehr der Stromrichtung im Strom- Spannungspfad schlägt der Zeiger des Gerätes entgegengesetzt aus. Dies ist z.B. dann der Fall, wenn der Verbraucher zum Erzeuger (Generator) wird. Der Energiefluß ändert somit seine Richtung und das Wattmeter ist entsprechend Abbildung 9.9b zu schalten. Erfolgt der Wechsel der Energierichtung während des Betriebes, darf in der Regel der Stromkreis nicht unterbrochen werden. Ein positiver Ausschlag des Wattmeters kann

aber durch umpolen des Spannungspfades erzielt werden (In Abbildung 9.9c gestrichelt eingezeichnet). Die Forderung, die gekennzeichneten Klemmen zu verbinden, wird dabei nicht eingehalten. Deshalb ist eine Kommutierung des Spannungspfades nur in unkritischen Fällen zulässig.

## 9.3 Zusammenstellung der wichtigsten Meßgeräte

In der folgenden Tabelle 9.1 sind die wichtigsten Meßgeräte aufgeführt.

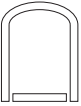


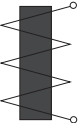


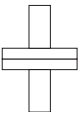
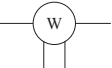
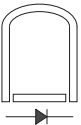


Meßgeratetyp	Symbol	Verwendungszweck	Stromart	Schaltzeichen	Bereichserweiterung
Drehspulmeßwerk		Strommesser Spannungsmesser	Gleichstrom (DC <sup>1</sup> )	 	Nebenwiderstand (Shunt) Vorwiderstand
Dreheisenmeßwerk		Strommesser Spannungsmesser	Gleich- und Wechselstrom- strom (AC <sup>2</sup> /DC)	 	Anzapfung an der Spule (kein Shunt) Strom- wandler nur bei Wechselstrom (AC) Vorwiderstände
Elektrodynamisches Meßwerk (eisen- los)		Leistungsmesser	Gleich- und Wechselstrom- strom (AC/DC)		Stromwandler Spannungswandler Vorwiderstände
Vielfachmeßgerät		Strommesser Spannungsmesser	Gleich- und Wechselstrom- strom (AC/DC)	 	Neben- und Vor- widerstände

Tabelle 9.1: Zusammenstellung der wichtigsten Meßgeräte

## 9.4 Klasseneinteilung

Die Fehler der Meßgeräte werden durch Klassenzeichen angegeben, die meistens auf der Skala aufgedruckt sind. Die verschiedenen Klassen sind genormt und werden mit folgenden Zahlen bezeichnet:

Klasse: 0,1 / 0,2 / 0,5 / 1,0 / 1,5 / 2,5 / 5,0

<sup>1</sup>Direct Current

<sup>2</sup>Alternate Current

Diese Zahlen geben den maximalen zulässigen Fehler in Prozenten an, sowohl im positiven als auch im negativen Sinn. Ein Gerät, z.B. der Klasse 1,0 kann einen Anzeigefehler bis zu  $\pm 1\%$  aufweisen. Bei Instrumenten beziehen sich diese Prozentwerte auf den Endwert, bei Zählern auf den Sollwert. Es ist deshalb falsch, eine Messung, wenn nicht notwendig, im unteren Skalenbereich durchzuführen. Bei einem Instrument der Klasse 1,0 und einem Bereich von 300 Volt kann der relative Fehler bei einer Spannung von 30 Volt bereits  $\pm 10\%$  des Sollwertes betragen.

Klasse	Verwendungszweck
0,1	Kalibreier- und Eichinstrumente
0,2	Präzisionsinstrumente
0,5 / 1,0	Laborinstrumente
1,5	Schalttafelinstrumente
2,5 / 5,0	Kontrollinstrumente

Tabelle 9.2: Einteilung nach Klassengenauigkeit