Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
“Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники”
Факультет информационных технологий и управления
Кафедра интеллектуальных информационных технологий

Отчёт по лабораторной работе №1 по курсу «МРЗвИС» на тему «Реализация модели решения задачи на конвейерной архитектуре»

Выполнила студент группы 821701	Василевский В.С.
Проверили	Крачковский Д.Я.

Минск 2020

Тема: "Реализация модели решения задачи на конвейерной архитектуре"

Цель: Реализовать и исследовать модель решения на конвейерной архитектуре задачи вычисления попарного произведения (деления (обращения)) компонентов двух векторов чисел.

Описание модели: краткое описание особенностей

Модель арифметического (сбалансированного) конвейера, реализующего операцию произведения пары 4-разрядных чисел умножением с младших разрядов со сдвигом частичной суммы вправо.

Данный конвейер содержит 3 этапа, представленных тремя видами операций: вычисление частичной суммы, сдвиг частичной суммы вправо (он выполняется в любом случае даже если значение разряда равно 0, так как на последующих этапах используется сдвинутая сумма, поэтому мы всегда сдвигаем на 1 разряд) и вычисление суммы частичных сумм. (Результат получается зеркальным при вычислении, это не должно смущать так как в дальнейшем он «переворачивается») (Еще одно замечание прибавляется **первая** вычисленная сумма, а ее сдвиг используется в дальнейших этапах).

Алгоритм:

Умножение со старших разрядов 0110*1001= 0011.0110 (0) (1) (2) (3) Обозначим множимое 0110 за M; номер разряда за i, а его значение за X		
№ (номер разряда в числе)	Арифметические действия	Пояснение
4	1- 0110.0000 2- 0011.0000 3- 0110.0000	1 - Вычисление частичной суммы-1 (i=0): Xi*M=1*0110 2 – Сдвиг частичной суммы-1 вправо на 1 разряд 3 – Прибавление частичной суммы-1 к сумме частичных сумм
3	1- 0000.0000 2- 0001.1000 3- 0110.0000	1 - Вычисление частичной суммы-2 (i=1): Xi*M=0000 2 – Сдвиг частичного суммы-2 вправо на 1 разряд 3 – Прибавление результирующего частичной суммы-2 к сумме частичных сумм
2	1- 0000.0000 2- 0000.1100 3- 0110.0000	1 - Вычисление частичной суммы-3 (i=2): Xi*M=0000 2 – Сдвиг частичной суммы-3 вправо на 1 разрядов 3 – Прибавление результирующей частичной суммы-3 к сумме частичных сумм
1	1- 0000.1100 2- 0000.0110 3- 0110.1100	1 - Вычисление частичного произведения-4 (i=3): Xi*M=00001100 2 – Сдвиг частичной суммы-4 вправо на 1 разряд 3 – Прибавление результирующей частичной суммы-4 к сумме частичных произведений

Исходные данные:

p = 4 - разрядность умножаемых чисел
2 * p = 8 – разрядность частичного произведения и суммы частичных произведений
Количество этапов конвейера – 12 (= n)
Количество пар - 3

Работа конвейера. Результаты счёта и времена их получения:

Количества пар равно 3, числа генерируются случайно, однако не составит труда добавить возможность вводить их самому пользователю при необходимости.

```
11*9=99
 1011* 1001
13*15=195
 1101* 1111
11*13=143
 1011* 1101
---------
```

Числа, введенные в десятичной системе, переводятся в двоичную систему. Далее взаимодействие происходит именно с ними. В конце ответы отображаются как в двоичной, так и в десятичной системах счисления.

Ниже изображено то, что видит пользователь в качестве ответа- результат в двоичной системе

```
---------
0110 0011=99

1100 0011=195

1000 1111=143
```

Выводится таблица, в которой выделены «частичное сумма», «сдвиг» и «сумма частичных сумм».

1	1101 half											
2	1011 half	0110 1 SDWIG										
3	1101 half	0101 1 SDWIG	1101 0000 SUM									
4		0110 1 SDWIG	1011 0000 SUM	0000 0 half								
5			1101 0000 SUM	0101 1 half	0011 01 SDWIG							
6				0000 0 half	0010 11 SDWIG	1101 0000 SUM						
7					0011 01 SDWIG	1110 0100 SUM	0000 00 half					
8						1101 0000 SUM	0010 11 half	0001 101 SDWIG				
9							0011 01 half	0001 011 SDWIG	1101 0000 SUM			
10								0001 101 SDWIG	1101 1010 SUM	0001 101 half		
11									1110 1100 SUM	0001 011 half	0000 1101 SDWIG	
12										0001 101 half	0000 1011 SDWIG	1100 0110 SUM
13											0000 1101 SDWIG	1100 0011 SUM
14												1111 0001 SUM

Графики (всего четыре семейства):

Обозначения:
Ку(n,r) = T1/Tn;
e(n,r) = Ку(n,r)/n;
где Ку(n,r) – коэффициент ускорения;
e(n,r) – эффективность;
n – количество процессорных элементов в системе;
k – количество пар, поступающих на вход;
r – ранг;

График 1. График зависимости коэффициента ускорения Ку от ранга задачи r

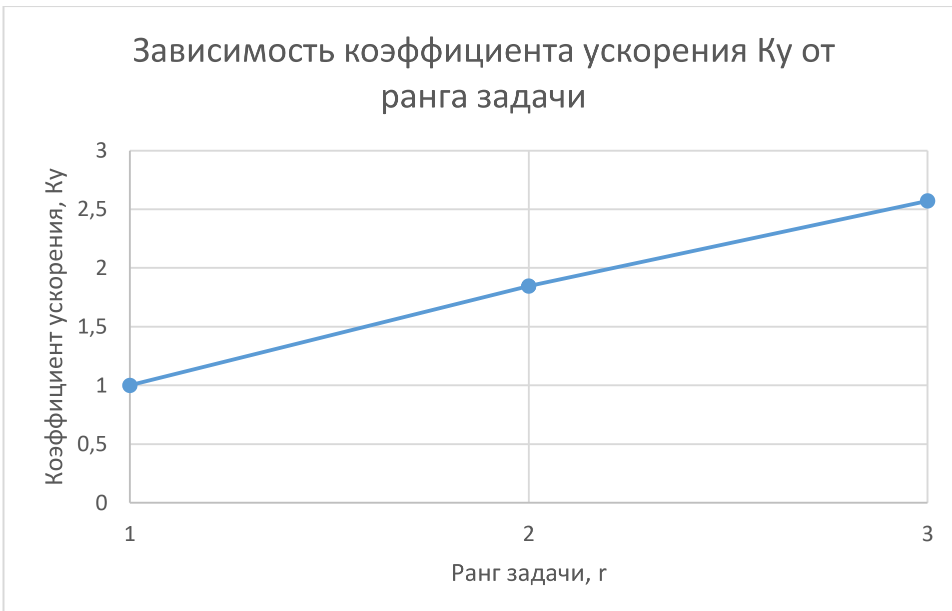


График 2. График зависимости эффективности e от ранга задачи r

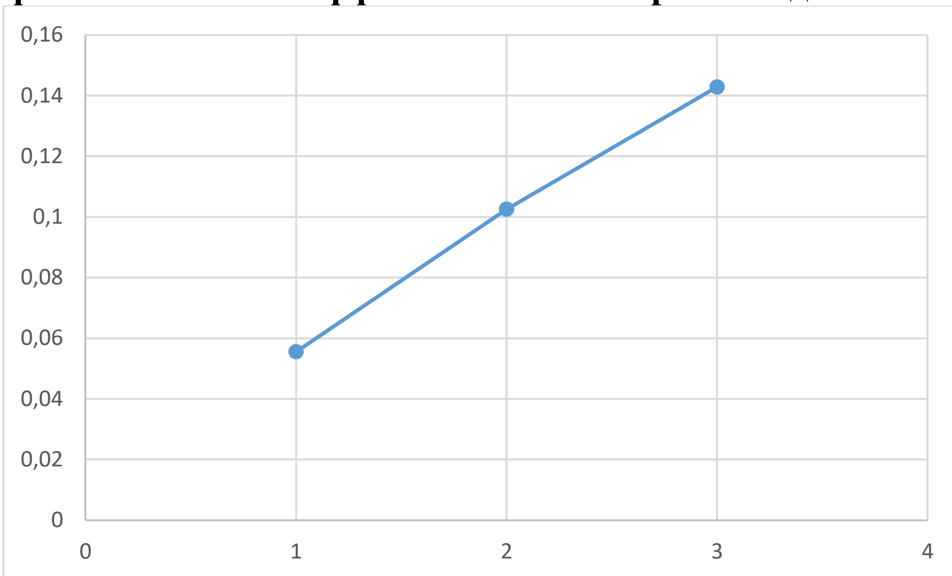


График 3. График зависимости коэффициента ускорения Ky от количества этапов n

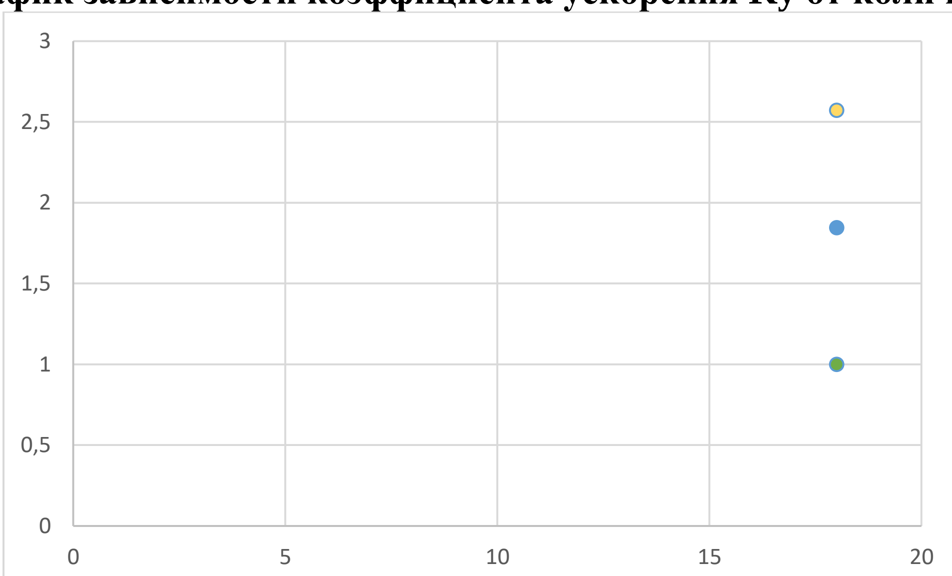
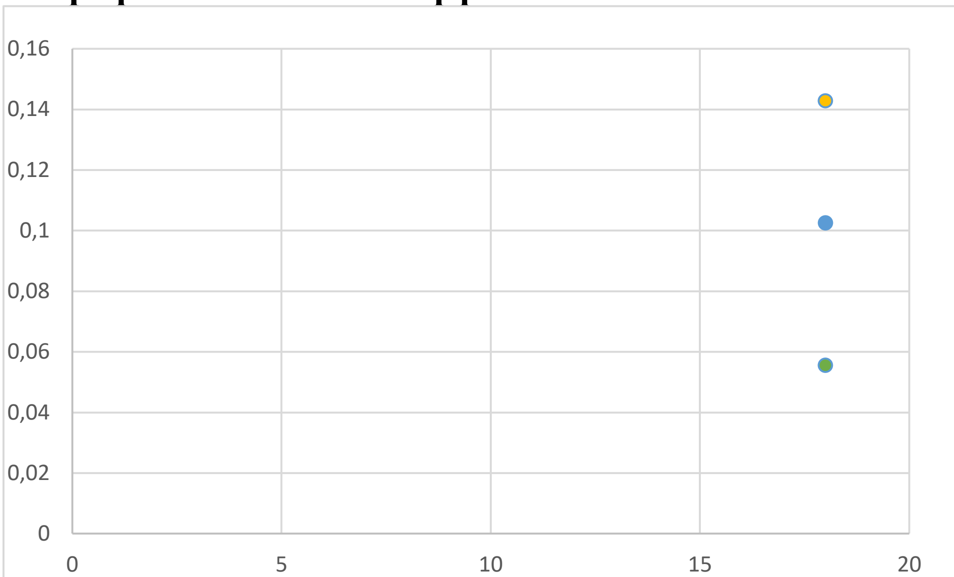


График 4. График зависимости эффективности e от количества этапов n



Вопросы и ответы на них:

1. **проверить, что модель создана верно: программа работает правильно (на всех этапах конвейера)**

   Имеются исходные векторы четырехразрядных чисел:

   A = <11, 13, 11>

   B = <9, 15, 13>

   Входные пары:

   Первая умножаемая пара - <11, 9>

   Вторая умножаемая пара - <13, 15>

   Третья умножаемая пара - <11, 13>

   Проверка результатов:

   - 11 * 9 = 99
   - 13 * 15 = 195
   - 11* 13 = 143

   Результаты верны. Скриншоты, подтверждающие корректную работу программы, приведены выше.

2. **объяснить на графиках точки перегиба и асимптоты**

   Для объяснения точек перегиба и асимптот обратимся к формулам:

   $$Ky = \frac{T_1}{T_n};\ Ky = \frac{r * n * t_i}{n * t_i + (r-1) * t_i} = \frac{r * n}{n + r - 1}$$

   Возьмём предел при $n \to \infty$ и $r \to \infty$:

   $$\lim_{n\to\infty} Ky = \lim_{n\to\infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = r;\ \lim_{r\to\infty} Ky = \lim_{r\to\infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = n$$

   Значит асимптотой для Ky будет являться прямая $Ky = r$ при $n = const$, и прямая $Ky = n$ при $r = const$.

   Для эффективности проделаем аналогичную работу:

   $$e = \frac{Ky}{n} = \frac{r}{n + r - 1};\ \lim_{n\to\infty} e = \lim_{n\to\infty} \frac{r}{n + r - 1} = 0;\ \lim_{r\to\infty} Ky = \lim_{r\to\infty} \frac{r}{n + r - 1} = 1$$

   Значит асимптотой для e будет являться прямая $e = 1$ при $n = const$, и прямая $e = 0$ при $r = const$.

3. **спрогнозировать как измениться вид графиков при изменении параметров модели**

   - параметр r
     - график Ky:

       при увеличении растет значение коэффициента ускорения остается неизменным
     - график e:

       при увеличении растет значение ускорения остается неизменным
   - параметр k
     - график Ky:

       при увеличении уменьшается значение коэффициента ускорения
     - график e:

       при увеличении падает значение ускорения

4. **каково соотношение между параметрами n, r, m, p модели сбалансированного конвейера**
   m =3
   r = 3
   p = 4
   n = 18

5. **допустим: имеется некоторая характеристика h (эффективность e или ускорение Ky) и для нее выполняется:**
   - h (n1, r1) = h (n2, r2)
   - n1>n2

     $e(n_1, r_1) = e(n_1, r_1);$

     $e = \frac{Ky}{\mathrm{n}} = \frac{r}{n+r-1};$

     $\frac{r_1}{n_1 + r_1 - 1} = \frac{r_2}{n_2 + r_2 - 1};$

     $r_1 * n_2 + r_1 * r_2 - r_1 = r_2 * n_1 + r_2 * r_1 - r_2;$

     $r_1 * (n_2 - 1) = r_2 * (n_1 - 1);$

     $\frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1};$

   Т.к. $n_1 > n_2 > 1$, то $\mathrm{r}_1 > \mathrm{r}_2$

6. **дано:**
   - несбалансированный конвейер (заданы конкретные значения: ***n***, ***{ti}*** – времена выполнения обработки на этапах конвейера);
   - ***e0*** – некоторое фиксированное значение эффективности.
   - Определить значение **r0**, при котором выполняется **e(n, r0)** > **e0**? (Получить формулу, затем подставить в неё значения параметров.)

$$\mathrm{e} = \frac{\mathrm{Ky}}{\mathrm{n}} = \frac{T_1}{T_n * n};\ n \in N$$

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1)t_{\max}$$

$$T_1 = r\sum_{i=1}^{n} t_i$$

$$e(n, r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1)t_{\max})} \ => \ \frac{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0$$

$$r_0\sum_{i=1}^{n} t_i > e_0 n\left(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0 - 1)t_{\max}\right)$$

$$r_0\sum_{i=1}^{n} t_i > e_0 n\sum_{i=1}^{n} t_i + e_0 n r_0 t_{\max} - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n r_0 t_{\max} > e_0 n\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0(\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max}) > e_0 n(\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{\max})$$

Необходимо определить знаки выражений:

$$\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{\max} \geq 0$$

Если $\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max} > 0$, то $\boxed{\boldsymbol{r_0 > \frac{e_0 n(\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max}}}}$

если $\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max} < 0$, то $\boxed{\boldsymbol{r_0 < \frac{e_0 n(\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max}}}}$

7. **для несбалансированного конвейера (использовать исходные данные предыдущего вопроса) определить: lim(e(n,r)) при r - > ∞.**

Так как $e(n,r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1)t_{\max})}$, то
предел находим по правилу Лопиталя

$$\lim_{r\to\infty} e(n,r) = \lim_{r\to\infty} \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1)t_{\max})} = \lim_{r\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i/_r + (r-1)t_{\max}/_r)} =$$

$$\boldsymbol{\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n t_{\max}}}.$$

8. **дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса).
каким образом можно перестроить данный конвейер, чтобы для заданного r0 выполнялось e(n,r0) > e0?**

Т.к. e функция от двух переменных, и r0 задано, то необходимо найти при каком n будет выполняться заданное условие.

$$e(n,r) = \frac{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0;$$

$$\mathrm{n} < \frac{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i}{e_0(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1)t_{\max})}.$$

Необходимо объединять этапы конвейера таким образом, чтобы выполнялось неравенство $1 \leq \mathrm{n} < \frac{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i}{e_0(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1)t_{\max})}$

Таким образом, конвейер необходимо перестроить с целью уменьшения n если оно выходит за указанный выше предел. Это можно сделать объединив некоторые этапы конвейера.

9. **дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса) и значение минимального кванта времени t0 (условной временной единицы).**

каким образом нужно перестроить данный конвейер, чтобы получить максимально быстрый конвейер? Получить для него формулы K_y (n,r), e(n,r)?

Для того, чтобы получить максимально быстрый конвейер, нужно перестроить так, чтобы он стал сбалансированным, и каждый этап выполнялся за минимальное время t_0. Необходимо разделить его на столько этапов, чтобы время каждого этапа было равно t_0.

Следовательно: $t_0 = t_i = t_{\max}$

$$K_y(n,r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_0}{\sum_{i=1}^{n} t_0 + (r-1)t_0} = \frac{rn}{n+(r-1)}.$$

Аналогично с эффективностью:

$$e(n,r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_0}{n(\sum_{i=1}^{n} t_0 + (r-1)t_0)} = \frac{r}{n+(r-1)}.$$

То есть необходимо разделить этапы конвейера, которые длятся дольше, чем t_0, на более мелкие этапы.

Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы была реализована модель сбалансированного конвейера для вычисления произведения пар чисел умножением с младших разрядов со сдвигом частичной суммы вправо.

Реализованная модель была проверена на работоспособность и правильность получаемых результатов. Данная модель позволяет ускорить процесс вычисления результата для векторов значений (нескольких пар).

Были исследованы числовые характеристики конвейерной архитектуры: коэффициент ускорения и эффективность при решении поставленной задачи.