

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
“Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники”
Факультет информационных технологий и управления
Кафедра интеллектуальных информационных технологий

Отчёт по лабораторной работе №1 по курсу «МРЗвИС»
на тему «Реализация модели решения задачи
на конвейерной архитектуре»

Выполнила
студент группы
821701

Василевский В.С.

Проверили

Крачковский Д.Я.

Минск 2020

Тема: "Реализация модели решения задачи на конвейерной архитектуре"

Цель: Реализовать и исследовать модель решения на конвейерной архитектуре задачи вычисления попарного произведения (деления (обращения)) компонентов двух векторов чисел.

Описание модели: краткое описание особенностей

Модель арифметического (сбалансированного) конвейера, реализующего операцию произведения пары 4-разрядных чисел умножением с младших разрядов со сдвигом частичной суммы вправо.

Данный конвейер содержит 3 этапа, представленных тремя видами операций: вычисление частичной суммы, сдвиг частичной суммы вправо (он выполняется в любом случае даже если значение разряда равно 0, так как на последующих этапах используется сдвинутая сумма, поэтому мы всегда сдвигаем на 1 разряд) и вычисление суммы частичных сумм. (Результат получается зеркальным при вычислении, это не должно смущать так как в дальнейшем он «переворачивается») (Еще одно замечание прибавляется **первая** вычисленная сумма, а ее сдвиг используется в дальнейших этапах).

Алгоритм:

Умножение со старших разрядов $0110 \cdot 1001 = 0011.0110$ (0) (1) (2) (3)		
Обозначим множимое 0110 за M; номер разряда за i, а его значение за X		
№ (номер разряда в числе)	Арифметические действия	Пояснение
4	1- 0110.0000 2- 0011.0000 3- 0110.0000	1 - Вычисление частичной суммы-1 (i=0): $X_i \cdot M = 1 \cdot 0110$ 2 – Сдвиг частичной суммы-1 вправо на 1 разряд 3 – Прибавление частичной суммы-1 к сумме частичных сумм
3	1- 0000.0000 2- 0001.1000 3- 0110.0000	1 - Вычисление частичной суммы-2 (i=1): $X_i \cdot M = 0000$ 2 – Сдвиг частичного суммы-2 вправо на 1 разряд 3 – Прибавление результирующего частичной суммы-2 к сумме частичных сумм
2	1- 0000.0000 2- 0000.1100 3- 0110.0000	1 - Вычисление частичной суммы-3 (i=2): $X_i \cdot M = 0000$ 2 – Сдвиг частичной суммы-3 вправо на 1 разрядов 3 – Прибавление результирующей частичной суммы-3 к сумме частичных сумм
1	1- 0000.1100 2- 0000.0110 3- 0110.1100	1 - Вычисление частичного произведения-4 (i=3): $X_i \cdot M = 00001100$ 2 – Сдвиг частичной суммы-4 вправо на 1 разряд 3 – Прибавление результирующей частичной суммы-4 к сумме частичных произведений

Исходные данные:

$p = 4$ - разрядность умножаемых чисел

$2 * p = 8$ – разрядность частичного произведения и суммы частичных произведений

Количество этапов конвейера – 12 (= n)

Количество пар - 3

Работа конвейера. Результаты счёта и времена их получения:

Количества пар равно 3, числа генерируются случайно, однако не составит труда добавить возможность вводить их самому пользователю при необходимости.

```
2*8=16
  0010* 1000
13*14=182
  1101* 1110
2*8=16
  0010* 1000
-----
```

Числа, введенные в десятичной системе, переводятся в двоичную систему. Далее взаимодействие происходит именно с ними. В конце ответы отображаются как в двоичной, так и в десятичной системах счисления.

Ниже изображено то, что видит пользователь в качестве ответа-результат в двоичной системе

```
0010 0000=32
1001 1010=154
0010 0000=32
```

Выводится таблица, в которой выделены «частичное сумма», «сдвиг» и «сумма частичных сумм».

[illegible]

Графики (всего четыре семейства):

Обозначения:

$$K_y(n,r) = T_1/T_n;$$

$$e(n,r) = K_y(n,r)/n;$$

где $K_y(n,r)$ – коэффициент ускорения;

$e(n,r)$ – эффективность;

n – количество процессорных элементов в системе;

k – количество пар, поступающих на вход;

r – ранг;

График 1. График зависимости коэффициента ускорения K_y от ранга задачи r

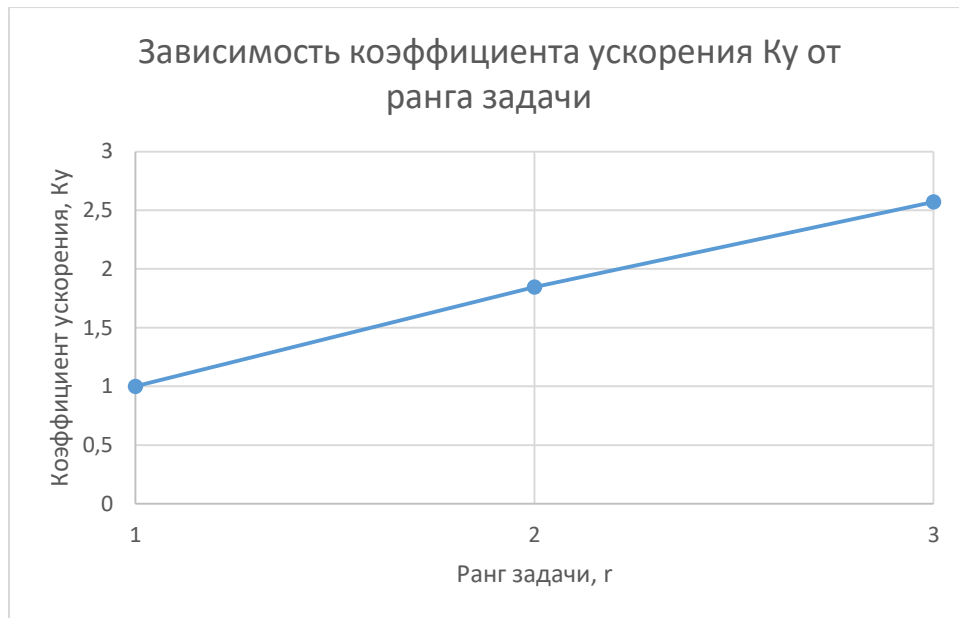


График 2. График зависимости эффективности ϵ от ранга задачи r

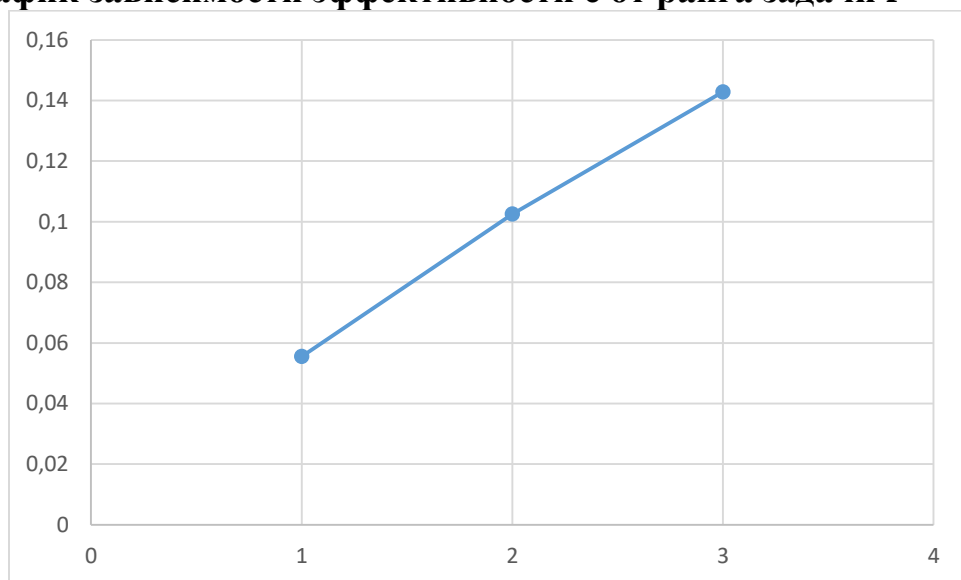


График 3. График зависимости коэффициента ускорения K_u от количества этапов n

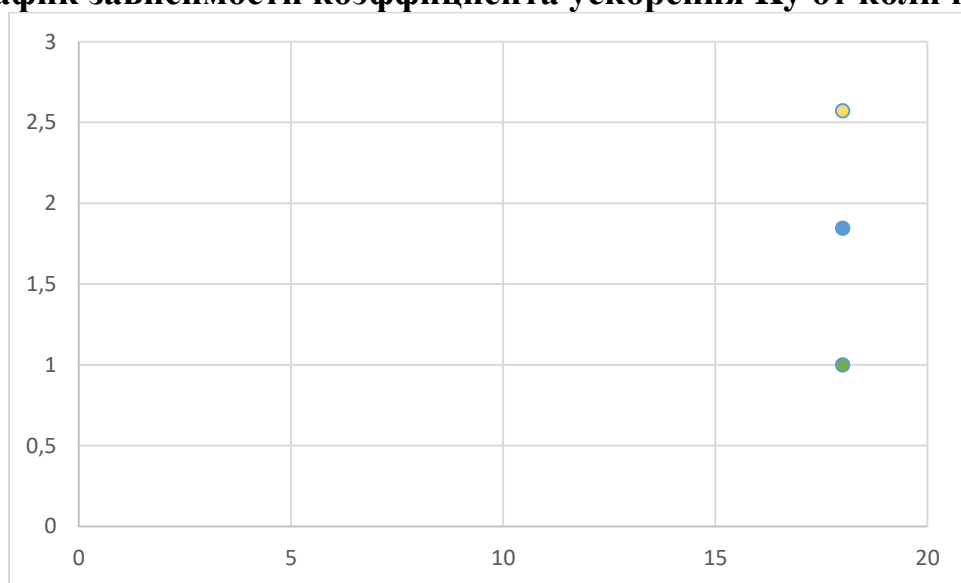
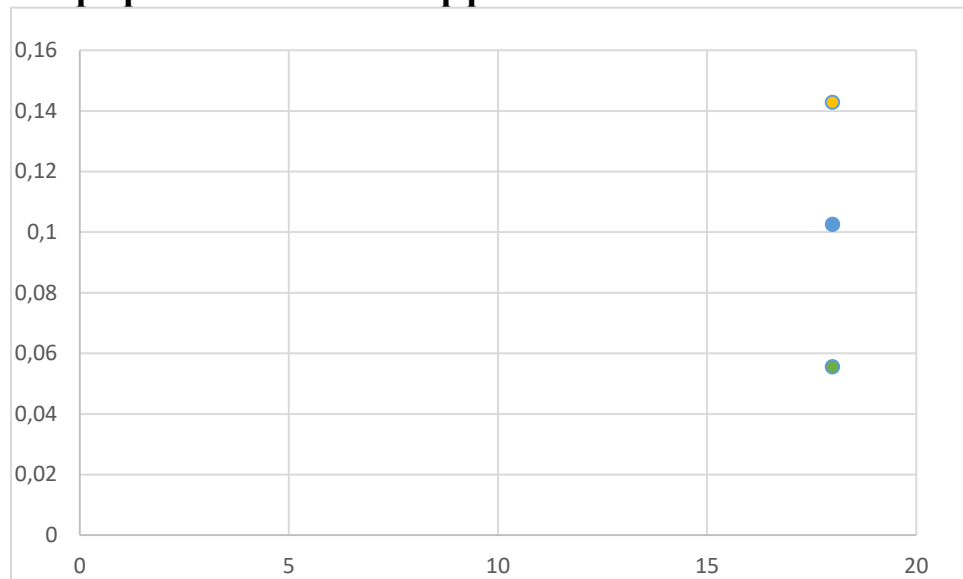


График 4. График зависимости эффективности ϵ от количества этапов n



Вопросы и ответы на них:

1. проверить, что модель создана верно: программа работает правильно (на всех этапах конвейера)

Имеются исходные векторы четырехразрядных чисел:

$$A = \langle 6, 9, 6 \rangle$$

$$B = \langle 9, 7, 13 \rangle$$

Входные пары:

Первая умножаемая пара - $\langle 6, 9 \rangle$

Вторая умножаемая пара - $\langle 9, 7 \rangle$

Третья умножаемая пара - $\langle 6, 13 \rangle$

Проверка результатов:

- $6 * 9 = 54$
- $9 * 7 = 63$
- $6 * 13 = 78$

Результаты верны. Скриншоты, подтверждающие корректную работу программы, приведены выше.

2. объяснить на графиках точки перегиба и асимптоты

Для объяснения точек перегиба и асимптот обратимся к формулам:

$$Ky = \frac{T_1}{T_n}; Ky = \frac{r * n * t_i}{n * t_i + (r - 1) * t_i} = \frac{r * n}{n + r - 1}$$

Возьмём предел при $n \rightarrow \infty$ и $r \rightarrow \infty$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Ky = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = r; \lim_{r \rightarrow \infty} Ky = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = n$$

Значит асимптотой для Ky будет являться прямая $Ky = r$ при $n = const$, и прямая $Ky = n$ при $r = const$.

Для эффективности проделаем аналогичную работу:

$$e = \frac{Ky}{n} = \frac{r}{n + r - 1}; \lim_{n \rightarrow \infty} e = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r}{n + r - 1} = 0; \lim_{r \rightarrow \infty} Ky = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r}{n + r - 1} = 1$$

Значит асимптотой для e будет являться прямая $e = 1$ при $n = const$, и прямая $e = 0$ при $r = const$.

3. спрогнозировать как измениться вид графиков при изменении параметров модели

- параметр r
 - график Ky :
при увеличении растет значение коэффициента ускорения остается неизменным
 - график e :
при увеличении растет значение ускорения остается неизменным
- параметр k
 - график Ky :
при увеличении уменьшается значение коэффициента ускорения
 - график e :
при увеличении падает значение ускорения

4. каково соотношение между параметрами n, r, m, p модели сбалансированного конвейера

$$m = 3$$

$$r = 3$$

$$p = 4$$

$$n = 18$$

5. допустим: имеется некоторая характеристика h (эффективность e или ускорение K_y) и для нее выполняется:

$$\circ h(n_1, r_1) = h(n_2, r_2)$$

$$\circ n_1 > n_2$$

$$e(n_1, r_1) = e(n_2, r_2);$$

$$e = \frac{K_y}{n} = \frac{r}{n+r-1};$$

$$\frac{r_1}{n_1+r_1-1} = \frac{r_2}{n_2+r_2-1};$$

$$r_1 * n_2 + r_1 * r_2 - r_1 = r_2 * n_1 + r_2 * r_1 - r_2;$$

$$r_1 * (n_2 - 1) = r_2 * (n_1 - 1);$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2-1}{n_1-1};$$

$$\text{Т.к. } n_1 > n_2 > 1, \text{ то } r_1 > r_2$$

6. дано:

• несбалансированный конвейер (заданы конкретные значения: $n, \{t_i\}$ – времена выполнения обработки на этапах конвейера);

• e_0 – некоторое фиксированное значение эффективности.

- Определить значение r_0 , при котором выполняется $e(n, r_0) > e_0$? (Получить формулу, затем подставить в неё значения параметров.)

$$e = \frac{K_y}{n} = \frac{T_1}{T_n * n}; \quad n \in N$$

$$T_n = \sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max}$$

$$T_1 = r \sum_{i=1}^n t_i$$

$$e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})} \Rightarrow \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n \left(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max} \right)$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i + e_0 n r_0 t_{\max} - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n r_0 t_{\max} > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0 \left(\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} \right) > e_0 n \left(\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max} \right)$$

Необходимо определить знаки выражений:

$$\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max} \geq 0$$

$$\text{Если } \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} > 0, \text{ то } r_0 > \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}}$$

$$\text{если } \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} < 0, \text{ то } r_0 < \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}}$$

7. для несбалансированного конвейера (использовать исходные данные предыдущего вопроса) определить: $\lim(e(n,r))$ при $r \rightarrow \infty$.

$$\text{Так как } e(n,r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})}, \text{ то}$$

предел находим по правилу Лопиталя

$$\lim_{r \rightarrow \infty} e(n,r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i / r + (r-1)t_{\max} / r)} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n t_{\max}}.$$

8. дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса).

каким образом можно перестроить данный конвейер, чтобы для заданного r_0 выполнялось $e(n,r_0) > e_0$?

Т.к. e функция от двух переменных, и r_0 задано, то необходимо найти при каком n будет выполняться заданное условие.

$$e(n,r) = \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0;$$

$$n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})}.$$

Необходимо объединять этапы конвейера таким образом, чтобы выполнялось неравенство $1 \leq n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})}$

Таким образом, конвейер необходимо перестроить с целью уменьшения n если оно выходит за указанный выше предел. Это можно сделать объединив некоторые этапы конвейера.

9. дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса) и значение минимального кванта времени t_0 (условной временной единицы).

каким образом нужно перестроить данный конвейер, чтобы получить максимально быстрый конвейер? Получить для него формулы $K_y(n,r)$, $e(n,r)$?

Для того, чтобы получить максимально быстрый конвейер, нужно перестроить так, чтобы он стал сбалансированным, и каждый этап выполнялся за минимальное время t_0 . Необходимо разделить его на столько этапов, чтобы время каждого этапа было равно t_0 .

Следовательно: $t_0 = t_i = t_{\max}$

$$K_y(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_0}{\sum_{i=1}^n t_0 + (r-1)t_0} = \frac{rn}{n+(r-1)}.$$

Аналогично с эффективностью:

$$e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_0}{n(\sum_{i=1}^n t_0 + (r-1)t_0)} = \frac{r}{n+(r-1)}.$$

То есть необходимо разделить этапы конвейера, которые длятся дольше, чем t_0 , на более мелкие этапы.

Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы была реализована модель сбалансированного конвейера для вычисления произведения пар чисел умножением с младших разрядов со сдвигом частичной суммы вправо.

Реализованная модель была проверена на работоспособность и правильность получаемых результатов. Данная модель позволяет ускорить процесс вычисления результата для векторов значений (нескольких пар).

Были исследованы числовые характеристики конвейерной архитектуры: коэффициент ускорения и эффективность при решении поставленной задачи.