

Trasformata e antitrasformata di Laplace

Setup

```
close all;  
clear all;  
clc;
```

Variabili simboliche

```
% Tempo  
syms t  
% Funzione del tempo  
syms f  
  
% Variabile complessa  
syms s  
% Funzione della variabile complessa  
syms F  
  
% Parametri  
% Traslazione temporale  
syms T positive  
% Fattore esponenziale  
syms a  
% Pulsazione  
syms w
```

Trasformata di Laplace

Impulso

```
f(t) = dirac(t);  
disp('L[delta(t)]:')
```

```
L[delta(t)]:
```

```
F(s) = laplace(f);  
pretty(F(s))
```

```
1
```

Gradino

```
f(t) = heaviside(t);  
disp('L[1(t)]:')
```

```
L[1(t)]:
```

```
F(s) = laplace(f);
```

```
pretty(F(s))
```

$$\frac{1}{s}$$

Rampa lineare

```
f(t) = t;  
disp('L[t]:')
```

L[t]:

```
F(s) = laplace(f);  
pretty(F(s))
```

$$\frac{1}{s^2}$$

Esponenziale

```
f(t) = exp(a*t);  
disp('L[exp(at)]:')
```

L[exp(at)]:

```
F(s) = laplace(f);  
pretty(F(s))
```

$$-\frac{1}{a-s}$$

Seno

```
f(t) = sin(w*t);  
disp('L[sin(wt)]:')
```

L[sin(wt)]:

```
F(s) = laplace(f);  
pretty(F(s))
```

$$\frac{w}{s^2 + w^2}$$

Coseno

```
f(t) = cos(w*t);  
disp('L[cos(wt)]:')
```

```
L[cos(wt)]:
```

```
F(s) = laplace(f);
pretty(F(s))
```

$$\frac{s}{s^2 + w^2}$$

Trasformata della traslazione temporale

Traslazione di un gradino

```
f(t) = heaviside(t);
disp('L[1(t-T)]:')
```

```
L[1(t-T)]:
```

```
F(s) = laplace(f(t-T));
pretty(F(s))
```

$$\frac{\exp(-T s)}{s}$$

Traslazione di un'esponenziale

```
f(t) = exp(a*t) * heaviside(t);
disp('L[exp(a(t-T))1(t-T)]:')
```

```
L[exp(a(t-T))1(t-T)]:
```

```
F(s) = laplace(f(t-T));
pretty(F(s))
```

$$\frac{\exp(-T s)}{a - s}$$

Traslazione di una sinusoide

```
f(t) = sin(w*t) * heaviside(t);
disp('L[sin(w(t-T))1(t-T)]:')
```

```
L[sin(w(t-T))1(t-T)]:
```

```
F(s) = simplify(laplace(f(t-T)));
pretty(F(s))
```

$$\frac{w \exp(-T s)}{s^2 + w^2}$$

Antitrasformata

Antitrasformata semplice

```
F(s) = w / (s^2 + w^2);  
disp('L^{-1}[w / (s^2 + w^2)]:')
```

```
L^{-1}[w / (s^2 + w^2)]:
```

```
f(t) = ilaplace(F);  
pretty(f(t))
```

```
sin(t w)
```

Traslazione nella trasformata

Traslazione nella trasformata del seno

```
disp('L^{-1}[w / ((s - a)^2 + w^2)]:')
```

```
L^{-1}[w / ((s - a)^2 + w^2)]:
```

```
f(t) = ilaplace(F(s-a));  
pretty(f(t))
```

```
exp(a t) sin(t w)
```

Traslazione nella trasformata del coseno

```
F(s) = s / (s^2 + w^2);  
disp('L^{-1}[(s - a) / ((s - a)^2 + w^2)]:')
```

```
L^{-1}[(s - a) / ((s - a)^2 + w^2)]:
```

```
f(t) = simplify(ilaplace(F(s-a)));  
pretty(f(t));
```

```
exp(a t) cos(t w)
```

Grafico

Scelta dei parametri

```
% Scegliere i valori per "a" e "w"  
aa = -1;  
freq = 1;  
ww = 2*pi*freq;
```

Grafico

```
% Definire l'asse temporale  
tt = linspace(0, 10, 1000);
```

```
% Graficare
ff = subs(f, [a w], [aa ww]);
plot(tt, ff(tt));
xlabel('$$t$$', Interpreter='latex', FontSize=20)
ylabel('$$f(t)$$', Interpreter='latex', FontSize=20)
yline(0, '--', LineWidth=0.5, Color=[0.6 0.6 0.6])
title(['$$f(t) = ' latex(ff) '$$'], Interpreter='latex', FontSize=20)
```

