

# Trasformata e antitrasformata di Laplace

## Setup

```
close all;  
clear all;  
clc;
```

## Variabili simboliche

```
% Tempo  
syms t  
% Funzione del tempo  
syms f  
  
% Variabile complessa  
syms s  
% Funzione della variabile complessa  
syms F  
  
% Parametri  
% Traslazione temporale  
syms T positive  
% Fattore esponenziale  
syms a  
% Pulsazione  
syms w
```

## Trasformata di Laplace

### Impulso

```
f(t) = dirac(t);  
disp('L[delta(t)]:')
```

```
L[delta(t)]:
```

```
F(s) = laplace(f);  
pretty(F(s))
```

```
1
```

### Gradino

```
f(t) = heaviside(t);  
disp('L[1(t)]:')
```

```
L[1(t)]:
```

```
F(s) = laplace(f);
```

```
pretty(F(s))
```

$$\frac{1}{s}$$

## Rampa lineare

```
f(t) = t;  
disp('L[t]:')
```

```
L[t]:
```

```
F(s) = laplace(f);  
pretty(F(s))
```

$$\frac{1}{s^2}$$

## Esponenziale

```
f(t) = exp(a*t);  
disp('L[exp(at)]:')
```

```
L[exp(at)]:
```

```
F(s) = laplace(f);  
pretty(F(s))
```

$$-\frac{1}{a-s}$$

## Seno

```
f(t) = sin(w*t);  
disp('L[sin(wt)]:')
```

```
L[sin(wt)]:
```

```
F(s) = laplace(f);  
pretty(F(s))
```

$$\frac{w}{s^2 + w^2}$$

## Coseno

```
f(t) = cos(w*t);  
disp('L[cos(wt)]:')
```

```
L[cos(wt)]:
```

```
F(s) = laplace(f);  
pretty(F(s))
```

```
      s  
-----  
      2      2  
s  + w
```

## Trasformata della traslazione temporale

### Traslazione di un gradino

```
f(t) = heaviside(t);  
disp('L[1(t-T)]:')
```

```
L[1(t-T)]:
```

```
F(s) = laplace(f(t-T));  
pretty(F(s))
```

```
exp(-T s)  
-----  
      s
```

### Traslazione di un'esponenziale

```
f(t) = exp(a*t) * heaviside(t);  
disp('L[exp(a(t-T))1(t-T)]:')
```

```
L[exp(a(t-T))1(t-T)]:
```

```
F(s) = laplace(f(t-T));  
pretty(F(s))
```

```
exp(-T s)  
-----  
a - s
```

### Traslazione di una sinusoide

```
f(t) = sin(w*t) * heaviside(t);  
disp('L[sin(w(t-T))1(t-T)]:')
```

```
L[sin(w(t-T))1(t-T)]:
```

```
F(s) = simplify(laplace(f(t-T)));  
pretty(F(s))
```

```
w exp(-T s)  
-----  
      2      2  
s  + w
```

## Antitrasformata

### Antitrasformata semplice

```
F(s) = w / (s^2 + w^2);  
disp('L^{-1}[w / (s^2 + w^2)]:')
```

```
L^{-1}[w / (s^2 + w^2)]:
```

```
f(t) = ilaplace(F);  
pretty(f(t))
```

```
sin(t w)
```

### Traslazione nella trasformata

#### Traslazione nella trasformata del seno

```
disp('L^{-1}[w / ((s - a)^2 + w^2)]:')
```

```
L^{-1}[w / ((s - a)^2 + w^2)]:
```

```
f(t) = ilaplace(F(s-a));  
pretty(f(t))
```

```
exp(a t) sin(t w)
```

#### Traslazione nella trasformata del coseno

```
F(s) = s / (s^2 + w^2);  
disp('L^{-1}[(s - a) / ((s - a)^2 + w^2)]:')
```

```
L^{-1}[(s - a) / ((s - a)^2 + w^2)]:
```

```
f(t) = simplify(ilaplace(F(s-a)));  
pretty(f(t));
```

```
exp(a t) cos(t w)
```

## Grafico

### Scelta dei parametri

```
% Scegliere i valori per "a" e "w"  
aa = -2;  
freq = 1;  
ww = 2*pi*freq;
```

### Grafico

```
% Definire l'asse temporale  
tt = linspace(0, 10, 1000);
```

```

% Graficare
ff = subs(f, [a w], [aa ww]);
plot(tt, ff(tt));
xlabel('$$t$$', Interpreter='latex', FontSize=20)
ylabel('$$f(t)$$', Interpreter='latex', FontSize=20)
yline(0, '--', LineWidth=0.5, Color=[0.6 0.6 0.6])
title(['$$f(t) = ' latex(ff) '$$'], Interpreter='latex', FontSize=20)

```

