

# Inteligencia Artificial

## Estado del Arte: Problema Aircraft Landing Problem

Vania Gallardo Etcheberry

September 27, 2023

### Evaluación

Resumen (5%):	_____
Introducción (5%):	_____
Definición del Problema (10%):	_____
Estado del Arte (35%):	_____
Modelo Matemático (20%):	_____
Conclusiones (20%):	_____
Bibliografía (5%):	_____
<b>Nota Final (100%):</b>	_____

### Abstract

El Aircraft Landing Scheduling Problem (ALSP) se centra en la optimización del uso de pistas de aterrizaje mediante la asignación de tiempos de llegada para múltiples aviones en una o más pistas. Este problema busca minimizar costos al garantizar que los aviones aterricen lo mas cercano posible de sus tiempos ideales, bajo ciertas restricciones como la ventana temporal entre aterrizajes debido a la turbulencia generada por cada uno y que cada avión tiene un margen específico para aterrizar. El objetivo de este informe revisa enfoques históricos y diferentes modelos matemáticos que han resuelto el problema a lo largo de los años y por último se plantea un modelo matemático del problema.

## 1 Introducción

El Problema de Planificación de Aterrizajes de Aeronaves, o Aircraft Landing Scheduling Problem (ALSP) en inglés. Es un problema de optimización que llevado a la vida real es de suma importancia para la realización de vuelos por todo el mundo, ya que se enfoca en la optimización de la secuencia de aterrizaje de múltiples aviones en una o más pistas de aterrizaje. La complejidad de este problema radica en asignar horarios de aterrizaje a aviones, teniendo en cuenta diversas restricciones y objetivos, como que cada avión tiene una ventana de tiempo asignada y las restricciones de separación temporal entre cada avión para garantizar su seguridad. La eficiente resolución del ALSP es fundamental para alcanzar los objetivos como .minimizar los costos operativos, reducir los retrasos en los vuelos y así minimizar el tiempo de espera en el aeropuerto.

El propósito principal de este informe es estudiar en profundidad el ALSP, analizando enfoques históricos y modelos matemáticos de diversos profesionales y científicos que han resuelto el problema a lo largo de los años. A través de esta investigación, se busca comprender las soluciones existentes. Además se presentarán un modelo matemático que tiene como objetivo resorber el problema de la manera más óptima posible.

La motivación de este trabajo se basa en la gran importancia que existe en la complejidad creciente que existe en la planificación de aterrizajes de los aviones en aeropuertos. La optimización de las secuencias de aterrizajes no solo beneficia económica mente a las aerolíneas, sino que también es importante para garantizar la seguridad en las planificaciones aéreas, además de minimizar los retrasos, lo que hace que tenga un impacto positivo tanto en la industria de aviación como en los pasajeros.

En la siguiente sección, se abordará la definición del Aircraft Landing Scheduling Problem (ALSP) de manera general, incluyendo sus variantes, restricciones y objetivos. Se respaldará esta definición haciendo referencia a una fuente previa que han tratado el problema.

Posteriormente, se llevará a cabo una revisión de los estudios históricos relacionados con el ALSP, indagando en su origen, los métodos empleados a lo largo del tiempo para su resolución y otros aspectos relevantes del problema.

Seguidamente, se presentará un modelo matemático que abarcará la formulación del problema de manera detallada, destacando las variables, parámetros y restricciones que lo componen. Este modelo proporcionará una representación formal del ALSP y servirá como base para la posterior resolución de este.

Finalmente, se presentará una conclusión que resumirá las perspectivas derivadas de este estudio, recalcando la importancia del ALSP en la gestión del tráfico aéreo y señalando posibles direcciones futuras para la investigación en este campo.

## 2 Definición del Problema

Este problema consiste en decidir un momento de aterrizaje para cada avión de manera que cada uno aterrice dentro de una ventana de tiempo predeterminada y se respeten los criterios de separación entre el aterrizaje de un avión y el de todos los aviones sucesivos.

Al entrar en el alcance del radar (horizonte del radar) del control de tráfico aéreo (ATC) en un aeropuerto, un avión necesita que el ATC le asigne un tiempo de aterrizaje, a veces conocido como tiempo de transmisión, y también, si se están utilizando más de una pista de aterrizaje, le asigna una pista en la cual aterrizar. El tiempo de aterrizaje debe estar dentro de una ventana de tiempo especificada, delimitada por un tiempo más temprano y un tiempo más tardío, estos tiempos son diferentes para diferentes aviones. El tiempo más temprano representa el momento más temprano en que un avión puede aterrizar si vuela a su velocidad máxima. El tiempo más tardío representa el momento más tardío en que un avión puede aterrizar si vuela a su velocidad de máxima eficiencia en el consumo de combustible, al mismo tiempo que realiza una espera (círculo) durante el tiempo máximo permitido.

Cada avión tiene una velocidad de crucero, conocida como velocidad de crucero, que es la más económica y preferida. Un avión se dice que ha sido asignado a su tiempo preferido, o tiempo objetivo, si se le requiere volar para aterrizar a su velocidad de crucero. Si el ATC

requiere que el avión reduzca la velocidad, espere o acelere, se incurrirá en un costo. Este costo aumentará a medida que la diferencia entre el tiempo de aterrizaje asignado y el tiempo de aterrizaje objetivo aumente. El tiempo entre el aterrizaje de un avión en particular y el aterrizaje de cualquier avión sucesivo debe ser mayor que un mínimo especificado (el tiempo de separación), que depende de los aviones involucrados. [7].

Existe el problema estático y dinámico, en este informe se tratará únicamente el caso estático. En otras palabras, se abordará el caso fuera de línea, en el que se tendrá un conocimiento completo del conjunto de aviones que van a aterrizar. El caso dinámico, o en línea, en cambio es donde las decisiones sobre los momentos de aterrizaje de los aviones deben tomarse a medida que transcurre el tiempo y la situación cambia (aviones aterrizan, aparecen nuevos aviones, etc.) [7]

Los parámetros del problema son el número de pistas, de aviones, los tiempos de aterrizaje, los costos de penalización y el tiempo de separación requerido entre aviones.

Las variables son el tiempo de aterrizaje de cada avión, cuanto tiempo cada avión aterriza antes del tiempo ideal, cuanto tiempo cada avión aterriza después del tiempo ideal y una variable binaria que indica 1 si un avión aterriza antes que otro y 0 en caso contrario.

Por último en este problema, se abordará el objetivo de minimizar el costo total, donde el costo para cualquier avión está relacionado de manera lineal con la desviación de su tiempo objetivo.

### 3 Estado del Arte

El Aircraft Landings Problem, se ha convertido en un área de investigación activa y desafiante, con numerosos enfoques y técnicas desarrollados para abordar este problema.

El estudio de la programación de aterrizajes de aeronaves se remonta a varias décadas atrás. A continuación, se presenta un resumen de los hitos históricos y avances significativos en esta área:

Los trabajos pioneros fueron en la década de 1970. Las primeras investigaciones se centraron en la asignación secuencial de aterrizajes y despegues. Investigadores como et al. (1981) [3] propusieron modelos de simulación de eventos discretos para evaluar estrategias de secuenciación de aterrizajes. Se presentaron resultados computacionales para varios escenarios simulados.

El desarrollo de heurísticas fue en la década de 1980. Dear y Sherif (1989, 1991) [5] [6] discutieron tanto el problema estático como el dinámico en una sola pista y presentaron algoritmos heurísticos basados en técnicas de desplazamiento de posiciones restringidas. Estos métodos se centraron en garantizar la separación adecuada entre aeronaves.

En la década de 1990 los aeropuertos empezaron a implementar múltiples pistas, lo que agregó complejidad a la planificación de aterrizaje de aviones. Brinton (1992) [4] presentó un algoritmo de búsqueda de árbol en profundidad basado en la enumeración de todas las secuencias posibles de aeronaves. Las ramas del árbol se descartaban cuando el costo de una secuencia parcialmente construida excedía la mejor solución factible conocida. Su enfoque también se puede extender para incluir la asignación de pistas.

Investigaciones como Abela et al. (1993) [1] introdujeron formulaciones de programación matemática y heurística basada en un algoritmos genético para el problema de aterrizajes en pistas múltiples.

En la década de 2000 se desarrollaron formulaciones basadas en la programación lineal mixta que no solo tenían en cuenta los tiempos de llegada, sino también la implementación de múltiples pistas. Uno de los modelos más reconocidos hasta la fecha es el propuesto por Beasley et al. (2000) [7], quien analizó el caso estático mediante problemas lineales. En su enfoque, primero diseñaron un modelo para una sola pista y luego lo extendieron al caso de múltiples pistas, agregando las variables y restricciones necesarias. También se debe mencionar que Beasley y sus colaboradores en 2004 [8], modelaron el problema de desplazamiento de manera dinámica, aquí, las decisiones sobre los tiempos de aterrizaje de las aeronaves (y las pistas en las que aterrizan) deben tomarse de manera dinámica a medida que avanza el tiempo y cambia el entorno operativo. Para este problema, utilizaron tanto enfoques heurísticos como algoritmos de optimización, logrando resultados significativamente mejores que los obtenidos en su estudio anterior en 2000. Esta investigación representa un avance importante en la resolución de problemas de programación de aterrizajes de aeronaves en entornos dinámicos.

Ghoniem (2014) [2] se destacó en el problema de secuenciación estática de aeronaves en pistas de modo mixto, un desafío en aeropuertos. Su visión innovadora se basó en un modelo inspirado en el problema del vendedor viajero asimétrico con ventanas de tiempo, lo que permitió eficientes procedimientos de resolución y un notable aumento en la utilización de pistas. Ghoniem demostró superioridad sobre formulaciones anteriores, logrando importantes ahorros computacionales y mejorando la eficiencia operativa de los aeropuertos.

Abela et al. (1993) [1] y Beasley et al. (2000) [7] definen variables de precedencia generales (para garantizar separaciones de seguridad en modo de tráfico mixto), mientras que Ghoniem et al. (2014) utilizan variables de precedencia inmediata para separar solo las llegadas; se utilizan un conjunto adicional de variables de precedencia generales en caso de un escenario de tráfico mixto. [9]

En 2019, Wen Shi y sus colaboradores presentaron una contribución significativa al campo de la programación del aterrizaje de aeronaves (ALS) con su heurística CGIC. [10] Esta novedosa aproximación aborda problemas complejos de ALS, dividiendo la secuencia de aterrizaje en fragmentos y aplicando estrategias constructivas y heurísticas perturbadoras. Los resultados de simulación demostraron la eficacia de CGIC en instancias estáticas con un gran número de aeronaves, y su capacidad para generar soluciones de alta calidad en tiempo real en escenarios dinámicos.

## 4 Modelo Matemático

Basándose en el modelo propuesto por Basley en el año 2000 [7] para el caso estático considerando 1 o más pistas de aterrizaje.

### 4.1 Parámetros

N: Número total de pistas.

p: Número total de aviones.

$E_i$ : Tiempo más temprano de aterrizaje del avión  $i$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, p\}$

$T_i$ : Tiempo ideal de aterrizaje para el avión  $i$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, p\}$

$L_i$ : Tiempo más tardío de aterrizaje de avión  $i$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, p\}$

$g_i$ : Costo de penalización ( $\geq 0$ ) del avión **i** por aterrizar antes de  $T_i$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, p\}$   
 $h_i$ : Costo de penalización ( $\geq 0$ ) del avión **i** por aterrizar después de  $T_i$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, p\}$   
 $S_{ij}$ : Tiempo de separación requerido ( $\geq 0$ ), entre el aterrizaje de avión **i** y el aterrizaje del avión **j** (donde el avión **i** aterriza antes del avión **j**),  $\forall i \in \{1, \dots, p\}, \forall j \in \{1, \dots, p\}, i \neq j$   
 $s_{ij}$ : Tiempo de separación requerido ( $\geq 0$ ), entre el aterrizaje de avión **i** y el aterrizaje del avión **j** (donde el avión **i** aterriza antes del avión **j** y aterrizan en pistas diferentes),  $\forall i \in \{1, \dots, p\}, \forall j \in \{1, \dots, p\}, i \neq j$

La ventana de tiempo para el aterrizaje del avión **i** es, por lo tanto,  $[Ei, Li]$ , donde  $Ei \leq Ti \leq Li$ .

## 4.2 Variables

$x_i$ : Tiempo de aterrizaje para el avión **i**,  $\forall i \in \{1, \dots, p\}$   
 $\alpha_i$ : Cuánto tiempo el avión **i** aterriza antes de  $T_i$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, p\}$   
 $\beta_i$ : Cuánto tiempo el avión **i** aterriza después de  $T_i$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, p\}$

$$\begin{aligned}
\delta_{ij} &= \begin{cases} 1, & \text{si el avión } \mathbf{i} \text{ aterriza antes que el avión } \mathbf{j}, \forall i \in \{1, \dots, p\}, \forall j \in \{1, \dots, p\}, i \neq j \\ 0, & \text{si no} \end{cases} \\
y_{in} &= \begin{cases} 1 & \text{si el avión } i \text{ aterriza en la pista } n, \forall i \in \{1, \dots, p\}, \forall n \in \{1, \dots, N\} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \\
z_{ij} &= \begin{cases} 1 & \text{si los aviones } i \text{ y } j \text{ aterrizan en la misma pista, } \mathbf{j}, \forall i \in \{1, \dots, p\}, \forall j \in \{1, \dots, p\}, i \neq j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}
\end{aligned}$$

## 4.3 Restricciones

Restricción para que cada avión aterrice dentro de su ventana de tiempo.

$$Ei \leq x_i \leq Li, \quad \forall i \in \{1, \dots, p\} \quad (1)$$

Restricción para que el avión **i** aterrice antes que el avión **j** ( $\delta_{ij} = 1$ ) o el avión **j** aterrice antes que el avión **i** ( $\delta_{ji} = 1$ ).

$$\delta_{ij} + \delta_{ji} = 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, p\}, \forall j \in \{1, \dots, p\}, j > i \quad (2)$$

Para la siguiente restricción de las ventanas de tiempo según que avión aterriza antes que otro se debe definir 3 conjuntos:

- U: el conjunto de pares (i,j) de aviones para los cuales no estamos seguros de si el avión **i** aterriza antes que el avión **j** o no.
- V: el conjunto de pares (i,j) de aviones para los cuales el avión **i** definitivamente aterriza antes que el avión **j** (pero para los cuales la restricción de separación no se cumple automáticamente).
- W: el conjunto de pares (i,j) de aviones para los cuales el avión **i** definitivamente aterriza antes que el avión **j** (y para los cuales la restricción de separación se cumple automáticamente).

Entonces podemos definir el conjunto U, V y W como:

$$U = [(i, j) | E_j \leq E_i \leq L_j \wedge E_j \leq L_i \leq L_j \wedge E_i \leq E_j \leq L_i \wedge E_i \leq L_j \leq L_i, \forall i \in \{1, \dots, p\}; \forall j \in \{1, \dots, p\}; i \neq j]$$

$$V = [(i, j)L_i < E_j \wedge L_i + S_{ij} > E_j, \forall i \in \{1, \dots, p\}, \forall j \in \{1, \dots, p\}, i \neq j]$$

$$W = [(i, j)|L_i < E_j \wedge L_i + S_{ij} \leq E_j, \forall i \in \{1, \dots, p\}, \forall j \in \{1, \dots, p\}; i \neq j]$$

Por lo anterior, tenemos la restricción:

$$\delta_{ij} = 1, \quad \forall (i, j) \in W \cup V \quad (3)$$

Restricción de separación para pares de aviones en V:

$$x_j \geq x_i + S_{ij}, \forall (i, j) \in V \quad (4)$$

lo que asegura que debe transcurrir un tiempo  $S_{ij}$  después del aterrizaje del avión i en  $x_i$  antes de que el avión j pueda aterrizar en  $x_j$

Restricción de separación para pares de aviones en U y esta es:

$$x_j \geq x_i + S_{ij}z_{ij} + s_{ij}(1 - z_{ij}) - (L_i + \max(S_{ij}, s_{ij}) - E_j)\delta_{ji}, \quad \forall (i, j) \in U \quad (5)$$

Restricción que asegura que cada avión aterriza en una pista de aterrizaje.

$$\sum_{n=1}^N y_{in} = 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, p\} \quad (6)$$

Restricción que asegura que si los aviones i y j aterrizan en una pista de aterrizaje lo mismo debe ser para j y i, asegurando la simetría.

$$z_{ij} = z_{ji}, \quad \forall i \in \{1, \dots, p\}, \forall j \in \{1, \dots, p\}, j > i \quad (7)$$

Restricción que asegura que los si los aviones i y j aterrizan en la misma pista  $z_{ij}$  es 1, y que sea 0 en caso contrario.

$$z_{ij} \geq y_{in} + y_{jn} - 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, p\}, \forall j \in \{1, \dots, p\}, j > i, \forall n \in \{1, \dots, N\} \quad (8)$$

La ecuación (6) asegura que cada avión aterrice en exactamente una pista, mientras que la ecuación (7) es una restricción de simetría (si i y j aterrizan en la misma pista, entonces j y i también). La ecuación (8) garantiza que si hay alguna pista r para la cual  $y_{ir}$  y  $y_{jr}$  son ambos uno, forzamos que  $z_{ij}$  sea uno (i y j aterrizan en la misma pista). Si  $z_{ij}$  es igual a cero, entonces la ecuación (8) asegura que los aviones i y j no pueden aterrizar en la misma pista.

Finalmente, necesitamos restricciones para relacionar las variables  $\alpha_i, \beta_i$  y  $x_i$  entre sí. Las variables  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  y las restricciones presentadas a continuación son necesarias simplemente para asegurar que tenemos una función objetivo lineal y son:

$$\alpha_i \geq T_i - x_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, p\} \quad (9)$$

$$0 \leq \alpha_i \leq T_i - E_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, p\} \quad (10)$$

$$\beta_i \geq x_i - T_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, p\} \quad (11)$$

$$0 \leq \beta_i \leq L_i - T_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, p\} \quad (12)$$

$$x_i = T_i - \alpha_i + \beta_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, p\} \quad (13)$$

#### 4.4 Función objetivo

La función objetivo es minimizar los costos de aterrizaje, es por esto que dependen de los costos de penalización por aterrizar antes del tiempo ideal ( $g_i$ ), después del tiempo ideal ( $h_i$ ), además de los tiempo de aterrizar antes del tiempo ideal ( $\alpha_i$ ) y después del tiempo ideal ( $\beta_i$ ).

$$\min \sum_{i=1}^P (g_i \alpha_i + h_i \beta_i) \quad (14)$$

### 5 Conclusiones

En conclusión, este estudio revela que diversas técnicas se utilizan para abordar el Problema de Aterrizaje de Aeronaves (ALP), cada una con sus propias ventajas y limitaciones. Estas técnicas varían en su capacidad para gestionar la complejidad del tráfico aéreo y las restricciones operativas.

Si bien todas tienen el mismo objetivo de programar aterrizajes eficientes y seguros, algunas técnicas son mejores para problemas en tiempo real. La programación lineal y la programación dinámica pueden tener limitaciones en términos de escalabilidad y eficiencia computacional.

Los modelos prometedores que tienen algoritmos heurísticos eficientes, permitiendo la planificación en tiempo real y considerando la dinámica del tráfico aéreo. Sin embargo, se deben abordar desafíos como la incertidumbre en futuras investigaciones.

Se sugiere explorar enfoques que incorporen técnicas de aprendizaje automático y consideren factores ambientales para abordar problemas más complejos. En resumen, este estudio destaca la importancia continua de la investigación en ALP para mejorar la eficiencia y seguridad en la gestión del tráfico aéreo.

### 6 Bibliografía

#### References

- [1] D; KRISHNAMOORTHY M; De Silva A; MILLS G Abela, J; ABRAMSON. Computing optimal schedules for landing aircraft. *ASOR 12th National Conference*, pages 71–90, 1993.
- [2] Hojong Baik Ahmed Ghoniem, Hanif D. Sherali. Enhanced models for a mixed arrival-departure aircraft sequencing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 26(3):514–530, 2014.
- [3] Alberto Andreussi, Lucio Bianco, and Salvatore Ricciardelli. A simulation model for aircraft sequencing in the near terminal area. *European Journal of Operational Research*, 8(4):345–354, 1981.

- [4] C.R. Brinton. An implicit enumeration algorithm for arrival aircraft. In *[1992] Proceedings IEEE/AIAA 11th Digital Avionics Systems Conference*, pages 268–274, 1992.
- [5] Roger G. Dear and Yosef S. Sherif. The dynamic scheduling of aircraft in high density terminal areas. *Microelectronics Reliability*, 29(5):743–749, 1989.
- [6] Roger G. Dear and Yosef S. Sherif. An algorithm for computer assisted sequencing and scheduling of terminal area operations. *Transportation Research Part A: General*, 25(2):129–139, 1991.
- [7] Y. M. Sharaiha J. E. Beasley, M. Krishnamoorthy and D. Abramson. Scheduling aircraft landings — the static case. *Transportation Cience*, 34(2):180–197, 2000.
- [8] YM Sharaiha JE Beasley, M Krishnamoorthy and D Abramson. Displacement problem and dynamically scheduling aircraft landings. *Journal of Operational Research Society*, 55(1):54–64, 2004.
- [9] Rajesh Piplani Rakesh Prakash, Jitamitra Desai. An optimal data-splitting algorithm for aircraft sequencing on a single runway. *Annals of Operations Research*, 309:587–610, 2022.
- [10] Xuan LIANG Na ZHOU Wen Shi, Shan JIANG. A heuristic algorithm for solving the aircraft landing scheduling problem with a landing sequence division. *IEICE Transactions on Fundamental*, E102-A(8):966–973, 2019.