

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Лабораторная работа 4.7.1
Двойное лучепреломление

Рогозин Владимир
Группа Б03-106

Цель работы: Изучение зависимости показателя преломления необыкновенной волны от направления в двоякопреломляющем кристалле; определение главных показателей преломления n_o – обыкновенной и n_e – необыкновенной волны в кристалле; наблюдение эффекта полного внутреннего отражения.

Оборудование: Гелий-неоновый лазер, вращающийся столик с неподвижным лимбом, призма из исландского шпата, поляриод.

Теоретические сведения: При падении световой волны на границу *изотропной* среды в этой среде от границы распространяется одна волна. Если среда *анизотропна*, то в ней в общем случае возникают две волны, распространяющиеся от границы в разных направлениях и с разными скоростями. Это явление и исследуется в нашей работе.

Плоские волны в кристаллах. Фундаментальные уравнения Максвелла справедливы без всяких изменений и в кристаллических средах. В отсутствие электрических зарядов и токов они имеют вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (1)$$

Если среды *прозрачны* и *однородны*, то в них могут распространяться плоские монохроматические волны. Запишем такую волну в комплексном виде:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{D}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}. \quad (2)$$

Здесь ω – круговая частота, \mathbf{k} – волновой вектор, а амплитуды \mathbf{E}_0 , \mathbf{H}_0 , \mathbf{D}_0 постоянны. Вектор \mathbf{B} совпадает с \mathbf{H} , так как $\mu = 1$. Из соотношений (1) и (2) получаем:

$$\mathbf{D} = -\frac{c}{v} [\mathbf{N} \times \mathbf{H}], \quad \mathbf{B} = \frac{c}{v} [\mathbf{N} \times \mathbf{E}], \quad \mathbf{N} = \frac{v}{\omega} \mathbf{k}$$

Из полученных уравнений видно, что векторы \mathbf{D} , \mathbf{H} , \mathbf{N} взаимно перпендикулярны, а значит плоские волны в кристалле поперечны в отношении векторов \mathbf{D} и \mathbf{H} . Однако в общем случае они не поперечны в отношении вектора \mathbf{E} .

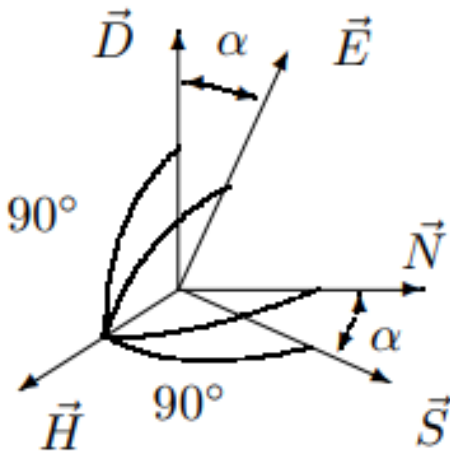


Рис. 1: Расположение векторов \mathbf{D} , \mathbf{E} , \mathbf{N} , \mathbf{S} в анизотропной среде

В изотропной среде связь между вектором напряжённости электрического поля \mathbf{E} и вектором индукции \mathbf{D} даётся материальным уравнением $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, где ϵ – постоянная, не зависящая от направления величина, называемая *диэлектрической проницаемостью*. Для характеристики оптических свойств анизотропной среды требуется девять величин ϵ_{ij} , образующих *тензор диэлектрической проницаемости*:

$$D_i = \sum_j \epsilon_{ij} E_j$$

Благодаря тензорной связи между \mathbf{D} и \mathbf{E} направления этих векторов в кристаллах, вообще говоря, не совпадают. Плоскость (\mathbf{E}, \mathbf{H}) обладает тем свойством, что перпендикуляр к ней определяет направление вектора Пойнтинга, т.е. направление распространения световых лучей. Четыре вектора \mathbf{D} , \mathbf{E} , \mathbf{N} , \mathbf{S} лежат в одной плоскости, перпендикулярной вектору \mathbf{H} . Взаимное расположение этих векторов показано на рис. 1.

Оптически одноосные кристаллы. Всю совокупность возможных значений тензора диэлектрической проницаемости можно представить при помощи трёхосного эллипсоида. Значение диэлектрической проницаемости для любого направления выражается длиной радиус-вектора эллипсоида, проведенного по этому направлению. Три значения диэлектрической проницаемости ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z , соответствующие осям эллипсоида, называются *главными значениями*

диэлектрической проницаемости и соответственно $\sqrt{\varepsilon_x}$, $\sqrt{\varepsilon_y}$, $\sqrt{\varepsilon_z}$ – главными показателями преломления.

В системе координат, оси которой совпадают с главными осями эллипсоида, тензор диэлектрической проницаемости приводится к диагональному виду. В оптически одноосном кристалле, каковым является исландский шпат, эллипсоид диэлектрической проницаемости представляет собой эллипсоид вращения. В нем оптическая ось – определённое направление в кристалле, вдоль которого лучи с ортогональной поляризацией распространяются с одной скоростью, как в обычной изотропной среде, а ε имеет экстремальное значение, совпадает с осью вращения эллипсоида диэлектрических проницаемостей. Для главных значений диэлектрических проницаемостей приняты обозначения: $\varepsilon_z = \varepsilon_{||}$ и $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_{\perp}$.

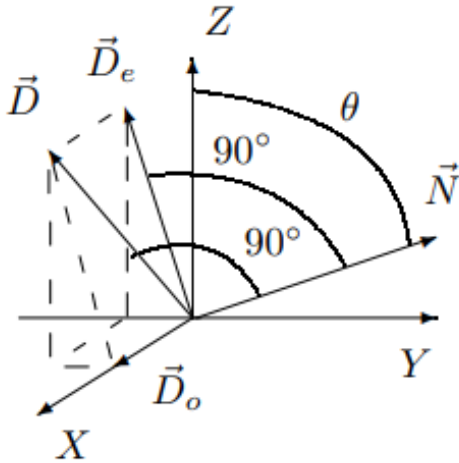


Рис. 2: Расположение векторов \mathbf{D} и \mathbf{N} в анизотропной среде

Волну, распространяющуюся в одноосном кристалле, можно разделить на две линейно поляризованные волны: *обыкновенную*, вектор электрической индукции \mathbf{D}_o которой перпендикулярен главному сечению, и *необыкновенную*, с вектором электрической индукции \mathbf{D}_e , лежащим в главном сечении. *Главным сечением кристалла* называется плоскость, в которой лежит оптическая ось кристалла и нормаль к фронту волны.

Рассмотрим вначале обыкновенную волну, в которой вектор \mathbf{D}_o перпендикулярен главному сечению. Тогда $\mathbf{D}_{oz} = 0$, а значит $\mathbf{E}_{oz} = 0$. Принимая во внимание $\varepsilon_y = \varepsilon_x = \varepsilon_{\perp}$, получаем, что для обыкновенной волны материальное уравнение имеет такой же вид, как и в изотропной среде

$$\mathbf{D}_o = \varepsilon_{\perp} \mathbf{E}_o,$$

откуда

$$n_o = \frac{c}{v_0} = \sqrt{\varepsilon_{\perp}}.$$

Таким образом, скорость распространения обыкновенной волны и ее показатель преломления не зависят от направления распространения.

Для того чтобы найти скорость распространения v и показатель преломления необыкновенной волны $n = c/v$, достаточно найти связь между вектором электрической индукции этой волны \mathbf{D}_e и проекцией на него вектора электрического поля волны E_{eD} .

$$E_{eD} = \frac{\mathbf{E}_e \mathbf{D}_e}{D_e} = \frac{D_{e||}^2 / \varepsilon_{||} + D_{e\perp}^2 / \varepsilon_{\perp}}{D_e} = D_e \left(\frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon_{||}} + \frac{\cos^2 \theta}{\varepsilon_{\perp}} \right) = \frac{D_e}{\varepsilon},$$

где

$$\sin \theta = \frac{D_{e||}}{D_e}, \quad \cos \theta = \frac{D_{e\perp}}{D_e}.$$

Таким образом, ε и соответственно скорость распространения и показатель преломления необыкновенной волны зависят от угла между оптической осью кристалла и направлением распространения волны.

$$\frac{1}{[n(\theta)]^2} = \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} \quad (3)$$

При $n_o - n_e \ll n_o$ и n_e выражение (3) можно упростить:

$$n(\theta) \approx n_e + (n_o - n_e) \cos^2 \theta.$$

Двойное лучепреломление в призме из исландского шпата. В исследуемой призме ось кристалла лежит в плоскости, параллельной верхней грани призмы, причем она параллельна входной грани призмы (длинному катету). При этом в обыкновенной волне вектор \vec{D}_o перпендикулярен верхней грани призмы, а в необыкновенной волне вектор \vec{D}_e параллелен верхней грани.

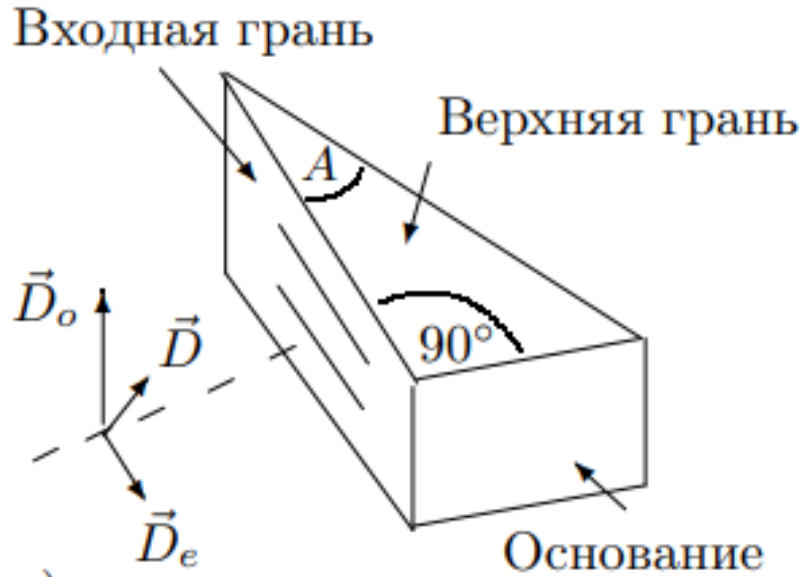


Рис. 3: Исследуемая призма из исландского шпата. Штриховкой указано направление оптической оси кристалла.

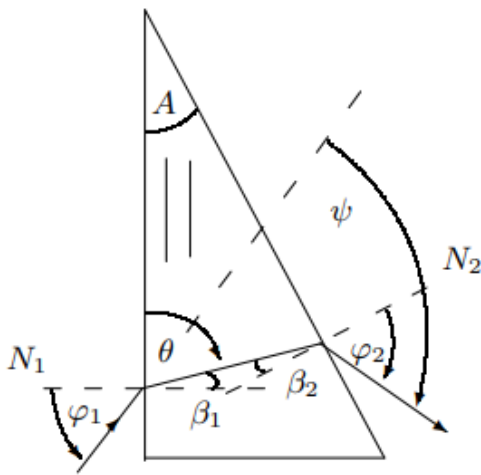


Рис. 4: Ход лучей в призме

Волну, падающую на входную грань призмы, можно представить в виде суммы двух ортогональных линейно поляризованных волн. Преломление этих двух волн на грани призмы можно рассматривать независимо.

Значение показателя преломления и угол, под которым преломилась волна в призме, можно найти, измерив угол падения на входную грань призмы φ_1 и угол φ_2 на выходе призмы (рис. 4). Запишем закон Снеллиуса для одной из волн применительно к первой и второй граням призмы:

$$\sin \varphi_1 = n \sin \beta_1;$$

$$\sin \varphi_2 = n \sin \beta_2 = n \sin(A - \beta_1).$$

Учитывая, что угол преломления β_1 связан с углом θ между осью кристалла и волновой нормалью \mathbf{N} соотношением $\theta + \beta_1 = \pi/2$, находим n и θ :

$$n = \frac{1}{\sin A} \sqrt{\sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 + 2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos A}; \quad (4)$$

$$\cos \theta = \frac{\sin \varphi_1}{n}.$$

Показатель преломления призмы из изотропного материала удобно находить по углу наименьшего отклонения луча от первоначального направления. Угол отклонения луча призмой

(ψ на рис. 4) минимален для симметричного хода лучей, т.е. когда $\varphi_1 = \varphi_2$. Тогда показатель преломления можно рассчитать по формуле

$$n = \frac{\sin(\frac{\psi_m + A}{2})}{\sin(\frac{A}{2})}, \quad (5)$$

где ψ_m – угол наименьшего отклонения.

Экспериментальная установка: Схема экспериментальной установки изображена на рис. 5. Источником излучения служит He-Ne лазер ($\lambda = 0,63$ мкм)

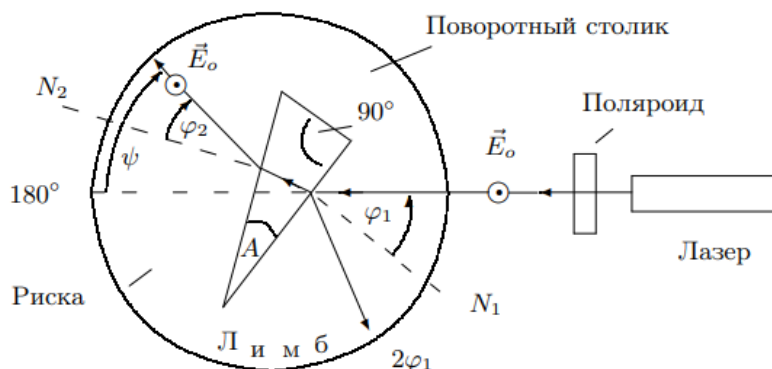


Рис. 5: Исследуемая призма из исландского шпата. Штриховкой указано направление оптической оси кристалла.

Преломляющий угол A призмы (рис. 4) можно рассчитать, если известны угловые координаты нормалей N_1 и N_2 к преломляющим (рабочим) граням призмы, прилежащим преломляющему углу.

Угол падения φ_1 определяется по положению луча, отражённого от передней (входной) грани призмы (рис. 5). Из рис. 4 можно получить связь углов φ_1 и φ_2 :

$$\varphi_2 = A + \psi - \varphi_1, \quad (6)$$

а угол ψ – отклонение преломлённого луча от первоначального направления – определяется по разности отсчётов на лимбе между точками, куда попадает луч в отсутствие призмы, и точкой, куда попадает преломлённый луч.

Обработка данных:

1. Сначала снимем зависимость угла отклонения от гипотенузы и от длинного катета. Абсолютная погрешность измерений углов составляет $\sigma_\varphi = 1^\circ$

Таблица 1: Данные для определения преломляющего угла призмы

φ_1	Гипотенуза	Длинный катет	φ_1	Гипотенуза	Длинный катет
5°	51°	193°	40°	87°	$228,5^\circ$
10°	56°	198°	45°	92°	234°
15°	$61,5^\circ$	203°	50°	97°	239°
20°	$66,5^\circ$	208°	55°	102°	244°
25°	72°	$213,5^\circ$	60°	107°	249°
30°	77°	$218,5^\circ$	65°	112°	254°
35°	82°	$223,5^\circ$	70°	117°	259°

Из таблицы, используя формулу

$$A = 180^\circ - (\varphi_{\text{кат.}} - \varphi_{\text{гип.}}),$$

вычислим значение преломляющего угла призмы:

$$A = 38^\circ \pm 2^\circ, \quad \sigma_A = 2 \cdot \sigma_\varphi.$$

2. Теперь будем вращать столик и записывать значения углов преломляющихся обыкновенной и необыкновенной волн. Результаты приведены в таблице ниже.

Таблица 2: Результаты измерений для обыкновенной и необыкновенной волн

φ_1	Необыкновенная	Обыкновенная	φ_1	Необыкновенная	Обыкновенная
5°	23,5°	38°	40°	21°	27°
10°	21,5°	32,5°	45°	22°	27,5°
15°	20,5°	29,5°	50°	23,5°	29°
20°	19,5°	27,5°	55°	25,5°	30,5°
25°	19,5°	26,5°	60°	27,5°	32,5°
30°	19,5°	26,5°	65°	30°	35°
35°	20°	26,5°	70°	33°	37,5°

С помощью формул (4) и (6) вычислим показатели преломления для каждой из волн и построим график зависимости n_o и n_e от $\cos^2 \theta$.

3. Далее, с помощью формулы (5) определим показатели преломления по углу наименьшего отклонения. Результаты приведены в таблице ниже.

Таблица 3: Показатели преломления через углы наименьшего отклонения

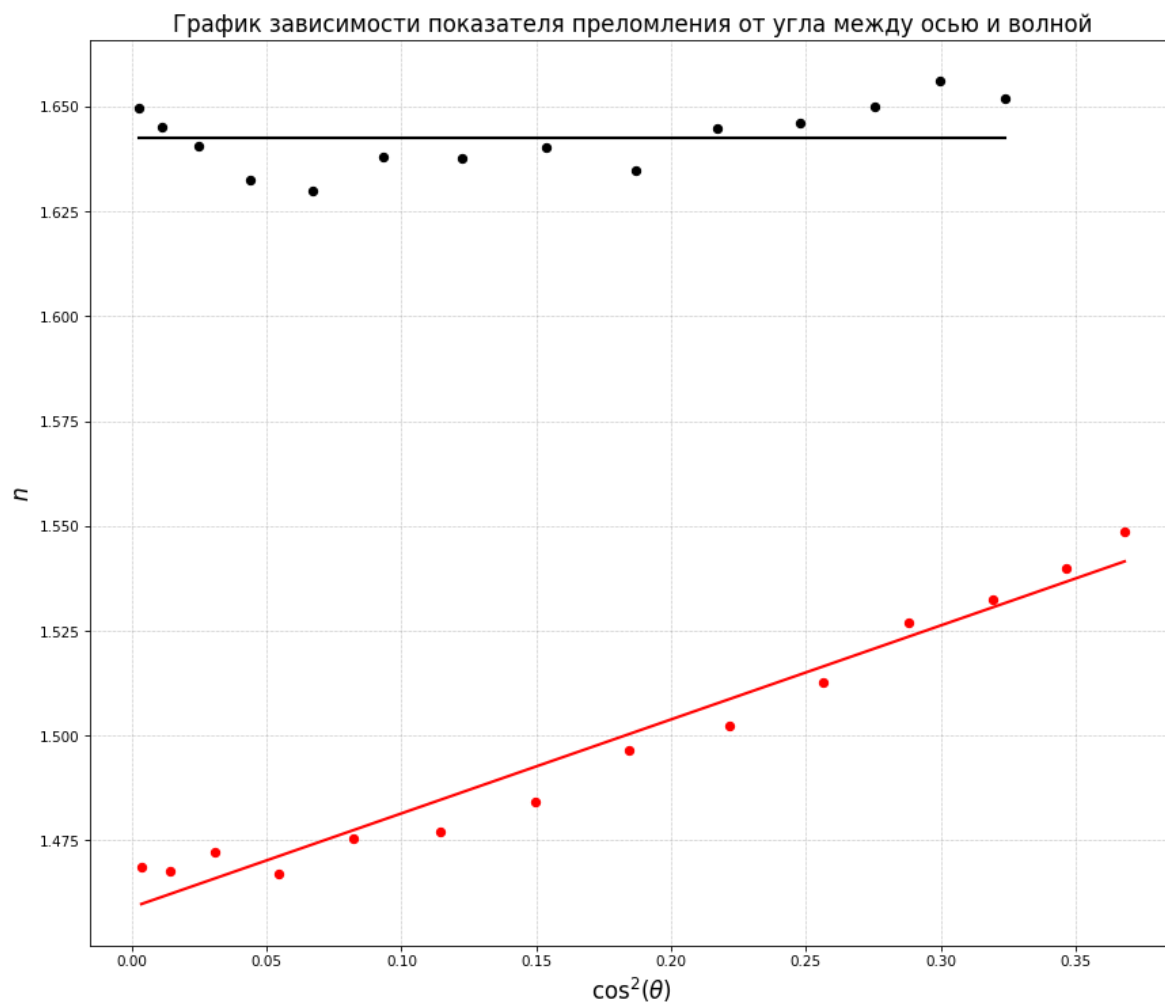
$\psi_{m \text{ необ.}}$	n_e	$\psi_{m \text{ об.}}$	n_o
$19,5^\circ \pm 1^\circ$	$1,477 \pm 0,142$	$26,5^\circ \pm 1^\circ$	$1,639 \pm 0,186$

4. Последним пунктом определим показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн с помощью формулы (4), при $\varphi_2 = 90^\circ$ (полное внутреннее отражение). Для этого измерим для каждой из волн значение угла φ_1 , при котором наблюдается явление полного внутреннего отражения.

Таблица 4: Показатели преломления через углы полного отражения

	$\varphi_{\text{полн.}}$	n
Обыкновенная	1,25°	1,653
Необыкновенная	−6,25°	1,479

Вывод: В данной работе было исследовано распространение волн в двоякопреломляющем кристалле исландского шпата. Тремя различными способами, в том числе с помощью эффекта полного внутреннего отражения, были найдены показатели преломления n_o обыкновенной и n_e необыкновенной волн.



$$n_o = (1,643 \pm 0,002), \quad \varepsilon_{n_o} = 0,12\%$$

$$n_e = (1,459 \pm 0,002), \quad \varepsilon_{n_e} = 0,13\%$$