

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

---

Лабораторная работа 1.3  
**Изучение рассеяния медленных  
электронов на атомах (эффект Рамзауэра)**

---

Рогозин Владимир  
Группа Б03-106

**Цель работы:** исследовать энергетическую зависимость вероятности рассеяния электронов атомами инертного газа, определить энергии электронов, при которых наблюдается «просветление» ксенона, и оценить размер его внешней электронной оболочки.

## 1 Теоретические сведения

К. Рамзауэр в 1921 г. исследовал зависимость поперечных сечений упругого рассеяния электронов (с энергией до 10 эВ) на атомах аргона. В результате этих исследований было обнаружено явление, получившее название *эффекта Рамзауэра*.

Эффективное сечение реакции (иногда его называют поперечным сечением или просто сечением реакции) – это величина, характеризующая вероятность перехода системы двух сталкивающихся частиц в результате их рассеяния (упругого или неупругого) в определенное конечное состояние. Сечение  $\sigma$  равно отношению числа  $N$  таких переходов в единицу времени к плотности  $nv$  потока рассеиваемых частиц, падающих на мишень, т. е. к числу частиц, проходящих в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к их скорости  $v$  ( $n$  – плотность числа падающих частиц)

$$\sigma = \frac{N}{nv}. \quad (1)$$

Таким образом, сечение имеет размерность площади.

Качественно результат экспериментов Рамзауэра при энергии электронов порядка десятков электрон-вольт на аргоне рассеяния электронов в аргоне показан на рис. 1. По мере уменьшения энергии электрона от нескольких десятков электрон-вольт поперечное сечение его упругого рассеяния растет, как это и следует из очень простых рассуждений: чем меньше скорость электрона, тем медленнее он «проскакивает» мимо атома, тем больше время взаимодействия электронов с атомом и, тем самым, больше вероятность этого взаимодействия, т. е. сечение реакции. Однако в эксперименте наблюдалось, что при энергиях меньше 16 эВ сечение начинает уменьшаться, а при  $E \approx 1$  эВ практически равно нулю, т. е. аргон становится прозрачным для электронов. При дальнейшем уменьшении энергии электронов сечение рассеяния опять начинает возрастать.

Такое поведение электронов нельзя объяснить с позиций классической физики.

С точки зрения квантовой теории картина рассеяния выглядит следующим образом. Внутри атома потенциальная энергия налетающего электрона  $U$  отлична от нуля, скорость электрона изменяется, становясь равной  $v'$  соответствии с законом сохранения энергии

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + U, \quad (2)$$

а значит, изменяется и длина его волны де Бройля. Таким образом, по отношению к электронной волне атом ведет себя как преломляющая среда с относительным показателем преломления

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{1 - \frac{U}{E}}. \quad (3)$$

Решение задачи о рассеянии электрона на сферической потенциальной яме достаточно громоздко, поэтому для качественного анализа вопроса рассмотрим более грубую модель: будем считать, что электрон рассеивается на одномерной потенциальной яме конечной глубины. Форму

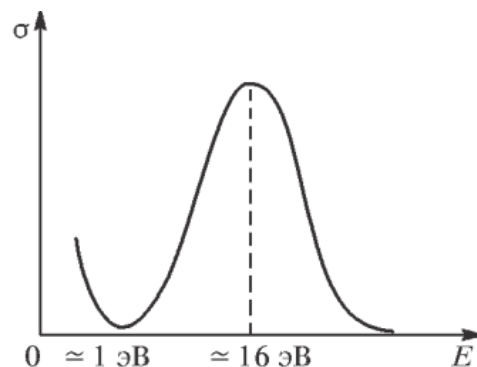


Рис. 1: Качественная картина изменения результатов упругого рассеяния электронов в аргоне

реального потенциала для качественных оценок можно считать прямоугольной. Модель прямоугольной потенциальной ямы является хорошим приближением для атомов тяжелых инертных газов, отличающихся наиболее компактной структурой и резкой внешней границей.

Уравнение Шредингера в данном случае имеет вид

$$\psi'' + k^2\psi = 0, \text{ где } k^2 = \begin{cases} k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} & \text{– в областях I, III,} \\ k_2^2 = \frac{2m(E+U_0)}{\hbar^2} & \text{– в области II.} \end{cases} \quad (4)$$

Коэффициент прохождения равен отношению квадратов амплитуд прошедшей и падающей волн и определяется выражением

$$D = \frac{16k_1^2k_2^2}{16k_1^2k_2^2 + 4(k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2l)} \quad (5)$$

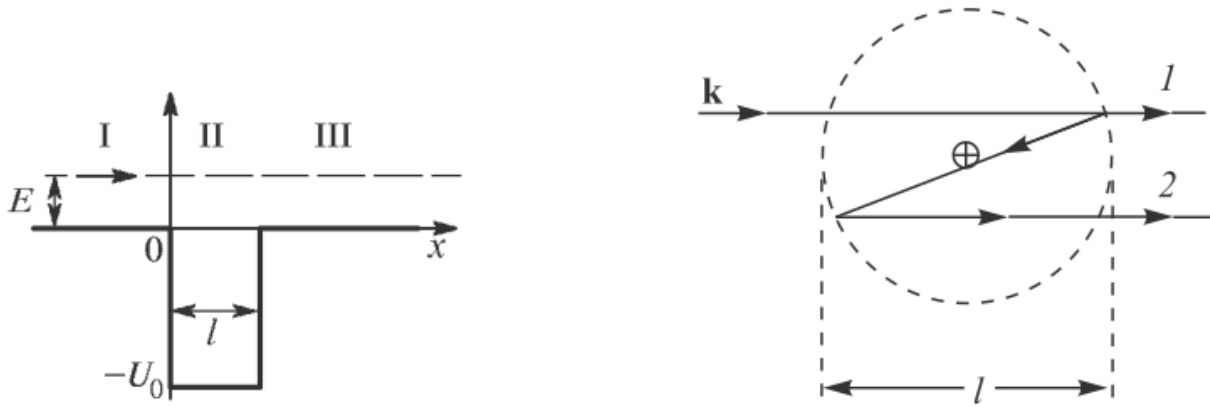


Рис. 2: Слева – схематическое изображение прямоугольной ямы, над которой пролетает частица с энергией  $E$ , справа – схема интерференции волн де Бройля при рассеянии на атоме

Коэффициент прохождения частицы над ямой имеет, в зависимости от её энергии, ряд чередующихся максимумов и минимумов. В частности, если  $k_2l = \pi$ , то коэффициент прохождения равен единице, т. е. отраженная волна отсутствует, и электрон беспрепятственно проходит через атом, что является квантовым аналогом просветления оптики.

Таким образом, коэффициент прохождения электронов максимален при условии

$$k_2l = \sqrt{\frac{2m(E + U_0)}{\hbar^2}}l = n\pi, \quad n = 1, 2, 3... \quad (6)$$

то условие легко получить, рассматривая интерференцию электронных волн де Бройля в атоме. Движущемуся электрону соответствует волна де Бройля, длина которой определяется соотношением  $\lambda = h/mv$ . Если кинетическая энергия электрона невелика, то  $E = mv^2/2$  и  $\lambda = h/\sqrt{2mE}$ . При движении электрона через атом длина волны де Бройля становится меньше и равна  $\lambda' = h/\sqrt{2m(E + U_0)}$ , где  $U_0$  – глубина атомного потенциала. При этом, как показано на рис. 2 справа, волна де Бройля отражается от границ атомного потенциала, т. е. от поверхности атома, и происходит интерференция прошедшей через атом волны 1 и волны 2, отраженной от передней и задней границы атома (эти волны когерентны).

Прошедшая волна 1 усилится волной 2, если геометрическая разность хода между ними  $\Delta = 2l = \lambda'$ , что соответствует условию первого интерференционного максимума, т. е. при условии

$$2l = \frac{h}{\sqrt{2m(E_1 + U_0)}}. \quad (7)$$

Здесь  $E_1$  – энергия электрона, соответствующая этому условию.

С другой стороны, прошедшая волна ослабится, если  $\Delta = 2l = (3/2)\lambda'$  (условие первого интерференционного минимума), т. е. при условии

$$2l = \frac{3}{2} \frac{h}{\sqrt{2m(E_2 + U_0)}}. \quad (8)$$

Решая совместно уравнения (7) и (8), можно исключить  $U_0$  и найти эффективный размер атома  $l$

$$l = \frac{h\sqrt{5}}{\sqrt{32m(E_2 - E_1)}}. \quad (9)$$

Энергии  $E_1$  и  $E_2$  соответствуют энергиям электронов, прошедших разность потенциалов  $V_1$  и  $V_2$ , т. е.  $E_1 = eV_1$  и  $E_2 = eV_2$ .

Из формул (7) и (8) можно также по измеренным величинам  $E_1$  и  $E_2$  рассчитать эффективную глубину потенциальной ямы атома:

$$U_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1. \quad (10)$$

## 2 Экспериментальная установка

В данной работе для изучения эффекта Рамзауэра используется тиратрон ТГЗ-01/1.3Б, заполненный инертным газом. Схематическое изображение тиратрона и его конструкция приведены на рис. 5.

Электроны, эмитируемые катодом тиратрона, ускоряются напряжением  $V$ , приложенным между катодом и ближайшей к нему сеткой. Затем электроны рассеиваются на атомах инертного газа (ксенона). Все сетки 1, 2, 3 соединены между собой и имеют одинаковый потенциал, примерно равный потенциалу анода 6. Поэтому между первой сеткой 1 и анодом практически нет поля. Рассеянные электроны отклоняются в сторону и уходят на сетку, а оставшаяся часть электронов достигает анода и создает анодный ток  $I_a$ . Таким образом, поток электронов  $N(x)$  на расстоянии  $x$  от ускоряющей сетки уменьшается с ростом  $x$  от начального значения  $N_0$  у катода (в точке  $x = 0$ ) до некоторого значения  $N_a$  у анода (в точке  $x = L$ ).

Рассмотрим теперь, какова должна быть реальная вольт-амперная характеристика (ВАХ) тиратрона. Выделим в газе на расстоянии  $x$  от катода тонкий слой с площадью поперечного сечения  $S$  и толщиной  $dx$  (рис. 3). Этот слой содержит  $d\nu = n_a S dx$  атомов газа. Суммарная рассеивающая поверхность этих атомов (суммарное эффективное сечение рассеяния)  $\Delta = \nu \Delta_a$ , где  $\Delta_a$  – площадь поперечного сечения атома. Обозначим через  $dN$  убыль потока электронов в результате прохождения слоя  $dx$ , тогда  $dN/N(x)$  есть доля рассеянных электронов, или вероятность рассеяния в слое. Для рассеяния электрона в слое необходимо выполнение двух независимых событий – электрон должен «наткнуться» в слое на атом, и, кроме того, должен на этом атоме рассеяться. Следовательно, вероятность  $dN/N(x)$  рассеяния электрона в слое

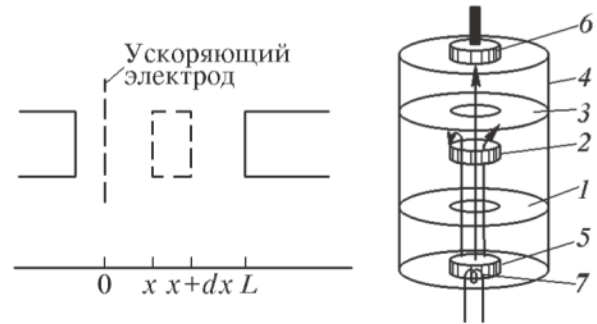


Рис. 3: Схематическая изображение тиратрона (слева) и его конструкция (справа): 1, 2, 3 – сетки; 4 – внешний металлический цилиндр; 5 – катод; 6 – анод; 7 – накаливаемая спираль

равна произведению двух вероятностей – вероятности для электрона в слое  $dx$  встретить атом газа и вероятности рассеяния на атоме  $w(V)$ :

$$-\frac{dN}{N(x)} = \frac{\Delta}{S} w(V) = n_a \Delta_a w(V) dx. \quad (11)$$

Интегрируя это соотношение от 0 до  $L$  и заменяя поток электронов на ток  $I = Ne$ , получаем уравнение ВАХ:

$$I_a = I_0 e^{-Cw(V)}, \quad C = Ln_a \Delta_a, \quad (12)$$

где  $I_0 = eN_0$  – ток катода,  $I_a = eN_a$  – анодный ток.

Согласно классическим представлениям сечение рассеяния электрона на атоме должно падать монотонно с ростом  $V$  (обратно пропорционально скорости электрона, т. е. обратно пропорционально квадратному корню из его энергии), а значит, ВАХ будет монотонно возрастающей функцией, как это показано на рис. 6а. По квантовым соображениям вероятность рассеяния электронов и соответствующая ВАХ должны иметь вид, показанный на рис. 6б.

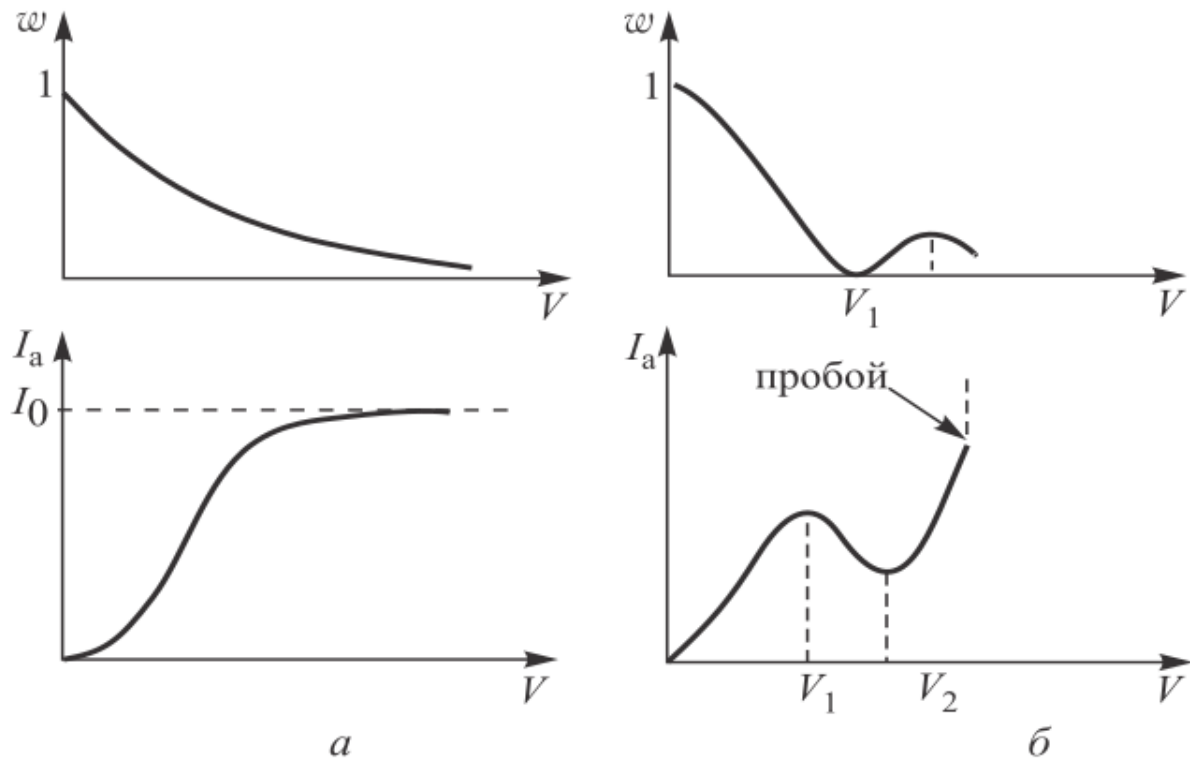


Рис. 4: Качественный вид вероятности рассеяния электрона атомом инертного газа и ВАХ тиратрона при классическом (а) и квантовом (б) рассмотрении

Согласно формуле (12) по измеренной ВАХ тиратрона можно определить зависимость вероятности рассеяния электрона от его энергии из соотношения

$$w(V) = -\frac{1}{C} \ln \frac{I_a(V)}{I_0}. \quad (13)$$

## 3 Обработка данных

### 3.1 ВАХ тиратрона в динамическом режиме

Цена деления измерений в динамическом режиме составляет:  $V = 5$  В,  $I = 0,1$  А. Максимальное значение ускоряющего напряжения:  $V_{\text{накал max}} = 3,33$  В.

1. При двух различных ускоряющих напряжениях (одно из которых максимальное для данной установки) измерим напряжения между катодом и сеткой, соответствующее первому максимуму и минимуму осциллограммы, а также оценим напряжение пробоя, соответствующее резкому скачку тока в конце кривой. Результаты приведены в таблице ниже.

Таблица 1: Данные измерений в динамическом режиме

$V_{\text{накал}}, \text{В}$	$V_{\text{max}}, \text{В}$	$V_{\text{min}}, \text{В}$	$V_{\text{пробой}}, \text{В}$
3,33	-5	-10	-17
2,65	-4	-12	-17

Абсолютная погрешность измерения величин  $V_{\text{max}}, V_{\text{min}}$  и  $V_{\text{пробой}}$  составляет  $\sigma_V = 0,5$  В. Абсолютная погрешность измерения  $V_{\text{накал}}$  составляет  $\sigma_{V_{\text{накал}}} = 0,1$  В.

2. Далее везде  $r = l/2$  – радиус электронной оболочки. Приняв,  $U_0 = 2,5$  эВ, по данным из таблицы рассчитаем размер электронной оболочки по формулам (7) и (8):

Таблица 2: Результаты расчёта размера электронной оболочки

$V, \text{В}$	$r, \text{\AA}$ через $V_{\text{max}}$	$r, \text{\AA}$ через $V_{\text{min}}$
3,33	$1,19 \pm 0,08$	$1,30 \pm 0,05$
2,65	$1,20 \pm 0,09$	$1,21 \pm 0,04$

Погрешности вычислялись по формуле

$$\sigma_r^2 = \left( \frac{\partial f(V)}{\partial V} \right)^2 \cdot \sigma_V^2,$$

где  $f(V)$  – одна из функций, выражающих  $r$  через  $V$ : (7) и (8).

3. Теперь рассчитаем то же значение размер электронной оболочки атома, используя выражение (9):

Таблица 3: Результаты расчёта размера электронной оболочки

$V, \text{В}$	$r, \text{\AA}$
3,33	$1,54 \pm 0,22$
2,65	$1,21 \pm 0,11$

Погрешности были вычислены по формуле

$$\sigma_r^2 = \left( \frac{\partial f(V_{\text{max}}, V_{\text{min}})}{\partial V_{\text{max}}} \right)^2 \cdot \sigma_{V_{\text{max}}}^2 + \left( \frac{\partial f(V_{\text{max}}, V_{\text{min}})}{\partial V_{\text{min}}} \right)^2 \cdot \sigma_{V_{\text{min}}}^2,$$

где  $f(V_{max}, V_{min})$  – функция, выражающая  $r$  через  $V_{max}$  и  $V_{min}$ , получающаяся из выражения (9).

Результаты вычислений радиуса атомной оболочки по двум различным формулам совпадают друг с другом с неплохой точностью.

4. С помощью выражения (10) рассчитаем глубину потенциальной ямы:

$$U_0 = (2,4 \pm 0,98) \text{ эВ},$$

$$\sigma_{U_0} = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{9}{5}\right)} \sigma_V.$$

5. Известно, что различные инертные газы обладают различным потенциалом ионизации: аргон – 15,8 эВ, криптон – 14,0 эВ, ксенон – 12,1 эВ. Самое близкое из них к экспериментально полученному является значения для аргон, отсюда можем сделать вывод, что в данной работе рассеивание электронов происходит на атомах аргона.
6. Табличное значение радиуса атомной оболочки для атомов аргона:  $r_a = 0,71 \text{ Å}$ ,  $r_k = 1,06 \text{ Å}$ ,  $r_i = 1,54 \text{ Å}$ , где  $r_a$  – атомный радиус,  $r_k$  – ковалентный радиус,  $r_i$  – ионный радиус атома аргона.
7. Исследуем поведение системы при поднесении к лампе постоянного магнита. Магнитное поле отклоняет электроны, испытавшие упругое столкновение, а значит и влияет на эффект Рамзауэра. При различных ориентациях магнита на экране осциллографа наблюдается различная картина: меняется (уменьшается) величина анодного тока  $I_a$ .

### 3.2 ВАХ тиратрона в статическом режиме

1. В данном пункте исследуем вольт-амперную характеристику тиратрона в статическом режиме. Для этого снимем зависимость напряжения анод-сетка  $U_I$  от падения напряжения между катодом и сеткой  $U_V$ . В таблице ниже приведены результаты измерений для двух значений напряжения (тока) накала. Погрешность каждого измерения равна  $\sigma_V = 0,1 \text{ В}$ .

Таблица 4: Результаты измерения анодного напряжения при  $V_{\text{накал}} = 3,33 \text{ В}$

№	$U_V, \text{ В}$	$U_I, \text{ В}$	№	$U_V, \text{ В}$	$U_I, \text{ В}$
1	0	0	8	6,0	83,0
2	2,0	25,0	9	7,0	77,9
3	3,0	49,2	10	8,0	70,0
4	4,0	74,5	11	8,5	66,8
5	4,5	79,7	12	9,0	64,1
6	5,0	82,3	13	9,5	63,1
7	5,5	83,2	14	10,0	67,0

Таблица 5: Результаты измерения анодного напряжения при  $V_{\text{накал}} = 2,63$  В

№	$U_V$ , В	$U_I$ , В	№	$U_V$ , В	$U_I$ , В
1	0	0	10	7,0	29,2
2	2,0	0	11	8,0	22,9
3	3,0	24,5	12	8,5	20,8
4	3,5	36,6	13	9,0	18,8
5	4,0	42,1	14	9,5	17,6
6	4,5	42,2	15	10,0	17,0
7	5,0	40,2	16	10,5	16,9
8	5,5	37,8	17	11,0	17,2
9	6,0	35,3	18	12,0	18,5

- Далее построим график зависимости  $I_a = f(U_V)$ . Значения анодного тока можно посчитать из величины соответствующего ему напряжения по формуле  $I_a = U_I/R_0$ , где  $R_0 = 100$  кОм – сопротивление, включённое в цепь анода.
- Используя формулу (6), выведем зависимость  $E_n$  –  $n$ -го максимума от  $E_1$  и  $n$ :

$$\sqrt{\frac{2m(E + U_0)}{\hbar^2}}l = \pi n \Rightarrow$$

$$E_n = n^2(E_1 + U_0) - U_0$$

Используя формулу выше оценим  $E_2 > 15$  эВ – при таких энергиях происходит ионизация газа и, как следствие, пробой, поэтому измерить второй максимум не удаётся.

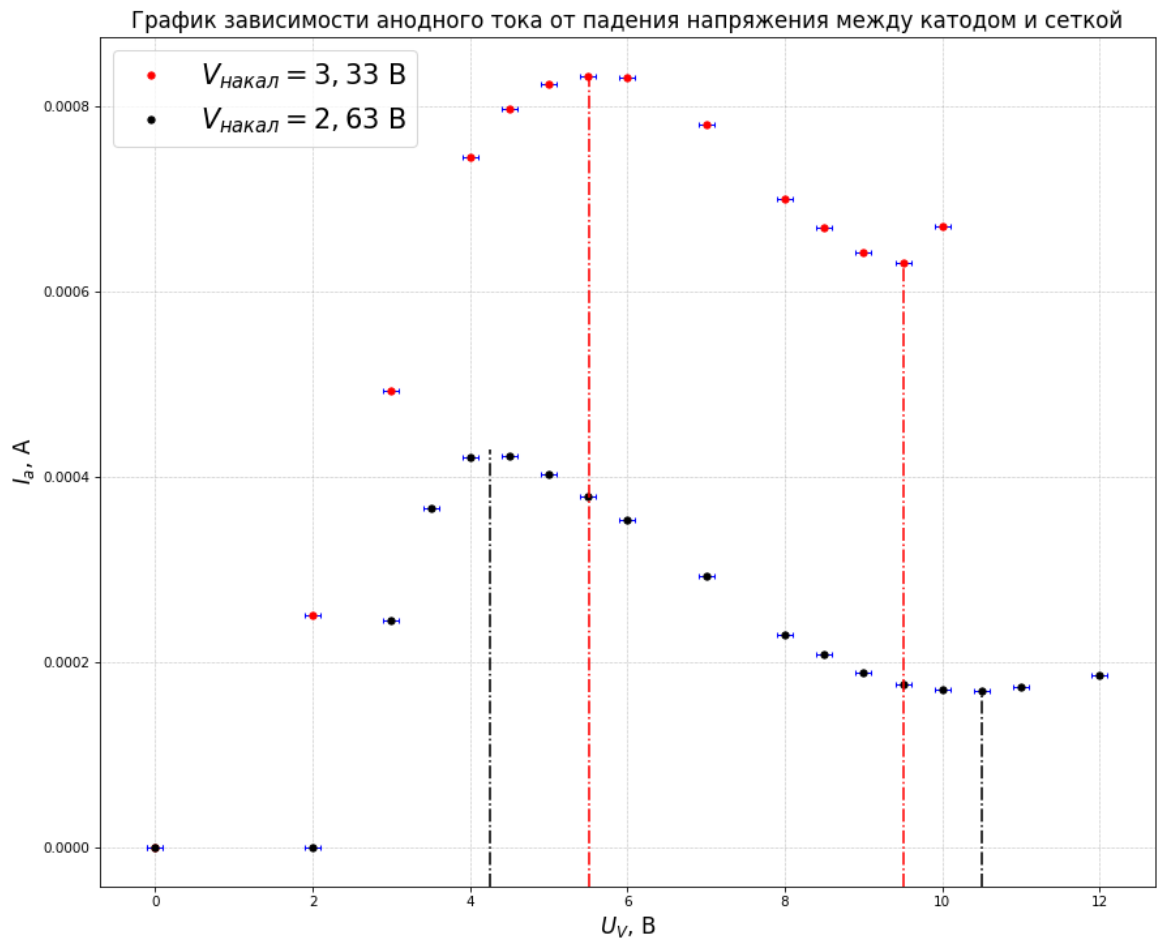
- Построим график зависимости вероятности рассеяния  $w$  от величины  $-\ln \frac{I_a(V)}{I_0}$ , где  $I_0$  – значение анодного тока, при котором наблюдается первый максимум.  $I \propto V \Rightarrow$  будем строить график зависимости  $w$  от  $-\ln \frac{V_I}{V_0}$ .

## 4 Вывод

В данной работе исследовалось явление эффекта Комптона. В результате удалось:

- измерить зависимость вероятности рассеяния электрона на атомах инертного газа (аргона) от его энергии. Получить экспериментально характерные максимум и минимум вероятности рассеяния в диапазоне энергий 0 – 12 эВ.
- различными способами оценить характерный радиус атома аргона. Результаты с неплохой точностью совпали с табличными значениями.
- оценить глубину потенциала атома аргона в приближении прямоугольной потенциальной ямы.





Из графика получим новые значения для  $V_{min}$ ,  $V_{max}$ . По этим значениям пересчитаем радиус атома:

Таблица 6: Данные из графика в статическом режиме

$V_{\text{накал}}, \text{В}$	$V_{\text{max}}, \text{В}$	$V_{\text{min}}, \text{В}$
3,33	−5,51	−9,5
2,65	−4,25	−10,5

$$\sigma_V = 0,1 \text{ В}$$

Таблица 7: Результаты расчёта размера электронной оболочки по графику

$V, \text{В}$	$r, \text{\AA}$ через $V_{\text{max}}$	$r, \text{\AA}$ через $V_{\text{min}}$
3,33	$1,15 \pm 0,04$	$1,33 \pm 0,02$
2,65	$1,18 \pm 0,04$	$1,28 \pm 0,02$

Таблица 8: Результаты расчёта размера электронной оболочки по графику

$V, \text{В}$	$r, \text{\AA}$
3,33	$1,72 \pm 0,11$
2,65	$1,37 \pm 0,06$

