

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Лабораторная работа 3.2.1
Сдвиг фаз в цепи переменного тока

Рогозин Владимир
Группа Б03-106

Цель работы: Изучить влияние активного сопротивления, индуктивности и ёмкости на сдвиг фаз между током и напряжением в цепи переменного тока.

Оборудование: генератор звуковой частоты (ЗГ), двухканальный осциллограф (ЭО), магазин ёмкостей, магазин сопротивлений, катушка индуктивности, резисторы, универсальный измеритель импеданса (LCR -метр).

Теоретические сведения: Удобным, хотя и не очень точным, прибором для измерения фазовых соотношений служит электронный осциллограф. Можно предложить два способа измерения разности фаз.

В первом способе два сигнала U_1 и U_2 подаются на горизонтальную (канал X) и вертикальную (канал Y) развёртки осциллографа. Смещение луча по горизонтали и вертикали определяется выражениями

$$x = x_0 \cos(\omega t), \quad y = y_0 \cos(\omega t + \psi)$$

где ψ – сдвиг по фазе между напряжениями U_1 и U_2 . После некоторых преобразований найдём, что

$$\frac{x^2}{x_0^2} + \frac{y^2}{y_0^2} + 2 \frac{xy}{x_0 y_0} \cdot \cos \psi = \sin^2 \psi$$

Полученное выражение определяет эллипс, описываемый электронным лучом на экране осциллографа. Для расчёта сдвига фаз можно измерить отрезки $2y_{x=0}$, $2y_0$ и, подставляя эти значения в уравнение эллипса, найти

$$\psi = \pm \frac{y_{x=0}}{y_0}$$

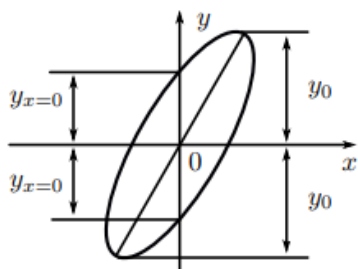


Рис. 1: Эллипс на экране осциллографа

Второй способ заключается в непосредственном измерении сдвига фаз между сигналами на экране двухканального осциллографа. Напряжения U_1 и U_2 одновременно подаются на входные каналы ЭО при включённой внутренней горизонтальной развёртке. При этом сигналы одновременно отображаются на экране. Измерение разности фаз в таком случае удобно проводить следующим образом: 1) подобрать частоту горизонтальной развёртки,

при которой на экране укладывается чуть больше половины периода синусоиды; 2) отцентрировать горизонтальную ось; 3) измерить расстояние x_0 между нулевыми значениями одного из сигналов, что соответствует разности фаз π ; 4) измерить расстояние x между нулевыми значениями двух синусоид и пересчитать в сдвиг по фазе: $\psi = \pi \frac{x}{x_0}$.

В данной работе используется только второй способ измерения фазы.

Экспериментальная установка:

Схема установки для исследования сдвига фаз между током и напряжением в цепи переменного тока представлена рис. 2. Эталонная катушка L , магазин ёмкостей C и магазин сопротивлений R соединены последовательно и через дополнительное сопротивление r подключены к источнику синусоидального напряжения — звуковому генератору. Сигнал, пропорциональный току, снимается с сопротивления r , пропорциональный напряжению, — с генератора.

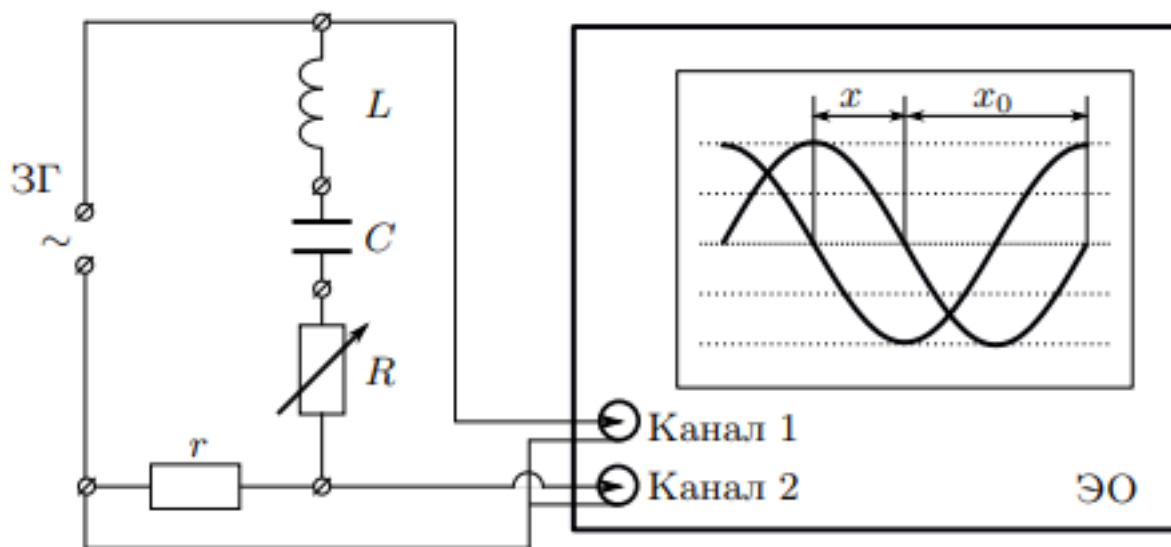


Рис. 2: Схема установки для исследования сдвига фаз между током и напряжением

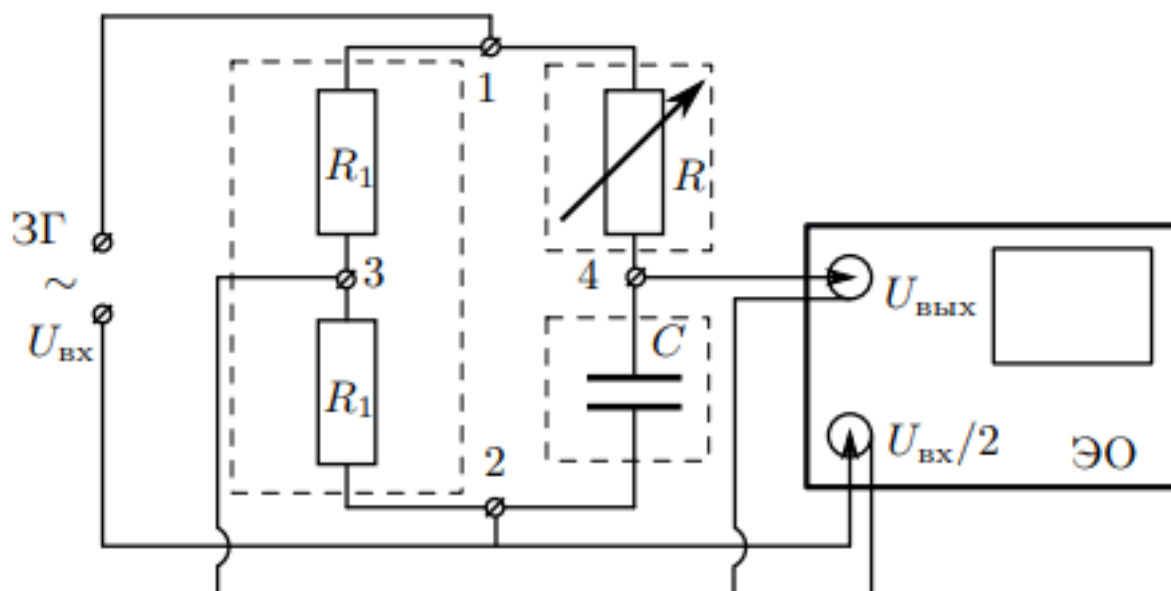


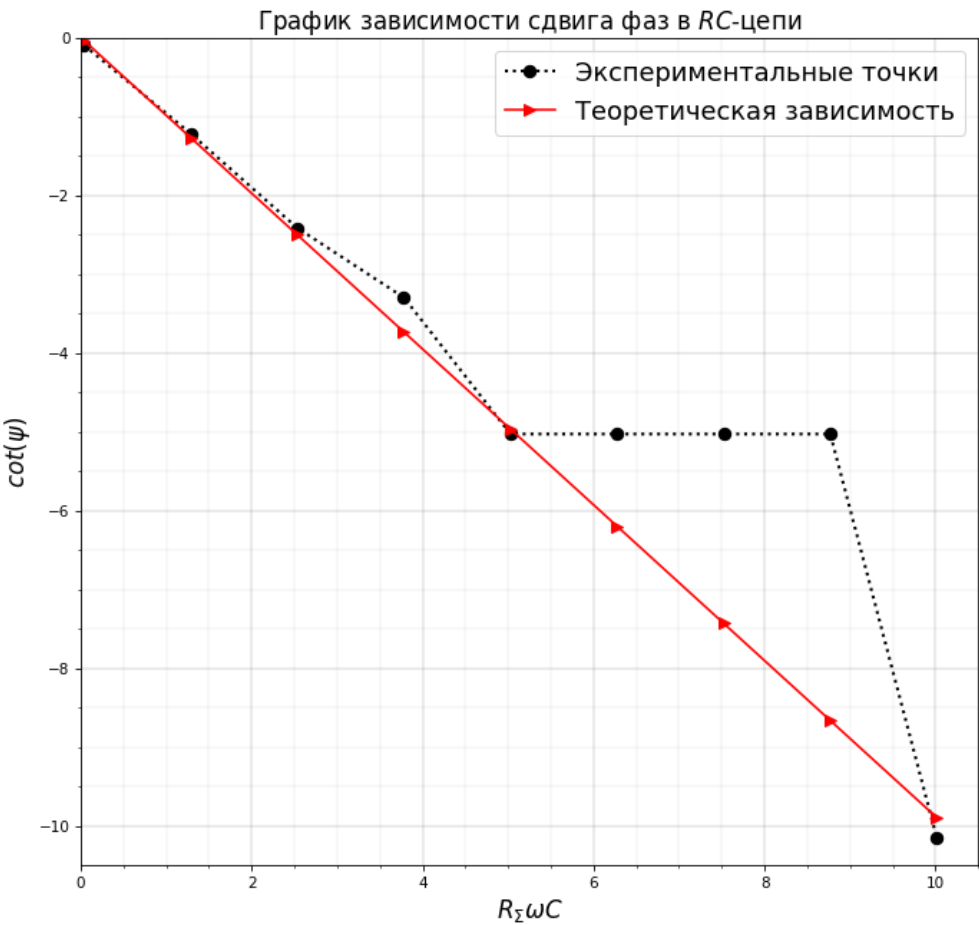
Рис. 3: Схема установки для исследования фазовращателя

Обработка данных: Параметры элементов цепи: $r = 12,4 \text{ Ом}$, $L = 50 \text{ мГн}$, $R_L = 32,5 \text{ Ом}$, $C = 0,5 \text{ мкФ}$. Сначала рассчитаем реактивное сопротивление конденсатора $X_1 = 1/\omega C \approx 318 \text{ Ом}$, и катушки $X_2 = \omega L \approx 314 \text{ Ом}$ при частоте генератора $\nu = 1000 \text{ Гц}$. Изменяя значение сопротивления в цепи с помощью магазина сопротивлений в диапазоне от 0 до $10 \cdot X_1$ и от 0 до $10 \cdot X_2$ для RC и RL цепей соответственно, построим графики зависимости $\cot(\psi) = f(\omega R_\Sigma C)$ и $\cot(\psi) = f(R_\Sigma/\omega L)$, где R_Σ – суммарное активное сопротивление в цепи. Данные, снятые с осциллографа при различных сопротивлениях представлены ниже:

Таблица 1: Значения сдвига фаз для RC и RL цепей

RC -цепь		RL -цепь	
R , Ом	φ/π	R , Ом	φ/π
0	-15 / 32	0	7 / 16
397	-7 / 32	392	3 / 16
794	-1 / 8	784	1 / 8
1191	-3 / 32	1176	1 / 16
1588	-1 / 16	1568	1 / 16
1985	-1 / 16	1960	1 / 32
2382	-1 / 16	2352	1 / 32
2779	-1 / 16	2744	1 / 32
3176	-1 / 16	3136	1 / 32

Проведём теоретическую оценку вышеупомянутой зависимости, 1) RC -цепь: в цепи есть только активное сопротивление резисторов и реактивное сопротивление катушки, следовательно, разность фаз определяется выражением $\cot(\psi) = -\omega C R_{\Sigma}$, значит на графике должна получиться прямая линия $y(x) = -x$; 2) RL - цепь: разность фаз будет равна $\cot(\psi) = R_{\Sigma}/\omega L$.



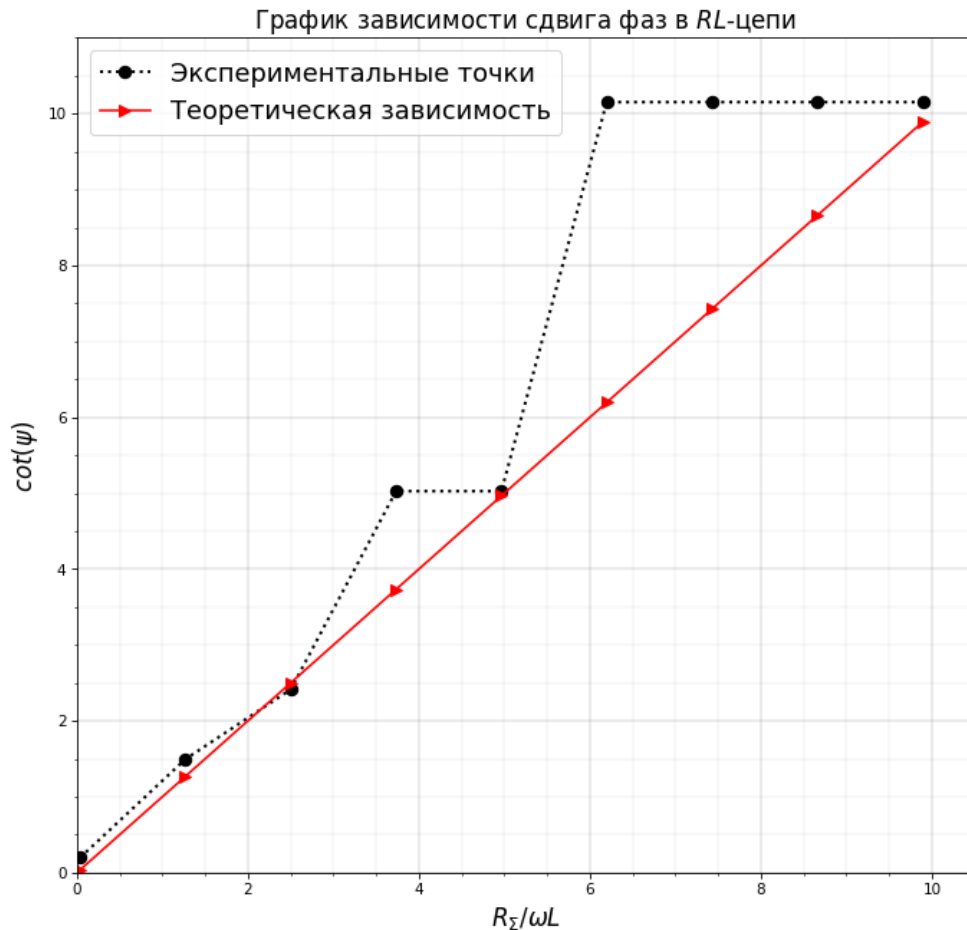
Видно, что значения в трёх точках не соответствуют теоретическому предсказанию, что

можно объяснить сложностью снятия точного значения при больших значениях сопротивления ($\psi \rightarrow 0$), если аппроксимировать прямую не беря во внимание эти точки, то

$$k = (-1,015 \pm 0,024), \quad \varepsilon = 2,36\%$$

Полученное значение в пределах погрешности равняется теоретически предсказанному.

Теперь построим аналогичный график для RL -цепи:



Как и в предыдущем случае есть несколько точек, значения в которых отличаются от теоретических, исключая эти точки получим коэффициент наклона прямой

$$k = (0,998 \pm 0,015), \quad \varepsilon = 1,5\%$$

Получаем отличное соответствие с теорией в пределах погрешности.

Исследуем зависимость вида $\cot(\psi) = f(\nu/\nu_0)$ для двух RCL -контуров с сопротивлениями $R = 0$ Ом и $R = 100$ Ом, где ν_0 – резонансная частота: $\nu_0 = 1007$ Гц при $R = 0$ Ом, и $\nu_0 = 1010$ Гц при $R = 0$ Ом.

Таблица 2: Данные с RCL -контура

R = 0 Ом		R = 100 Ом	
ν , Гц	φ/π	ν , Гц	φ/π
890	-1 / 3	650	-1 / 3
910	-5 / 18	710	-7 / 22
930	-2 / 9	770	-11 / 41
950	-1 / 6	830	-4 / 19
970	-5 / 33	890	-6 / 35
990	-1 / 16	950	-1 / 11
1020	2 / 31	1040	1 / 30
1040	2 / 15	1100	3 / 28
1060	1 / 5	1160	5 / 27
1080	7 / 29	1220	3 / 13
1100	2 / 7	1280	1 / 4
1120	9 / 28	1340	6 / 23
1140	1 / 3	1400	7 / 23

Сдвиг фазы связан с частотой формулой

$$\cot(\psi) = \frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}$$

поэтому при увеличении сопротивления, для одного и того же значения ω сдвиг фазы при меньшем сопротивлении будет всегда больше по модулю, что и отражено на графике.

Рассчитаем добротность контура по формуле, затем рассчитаем с помощью графика и сравним результаты.

$$Q_{R=0} \approx \frac{1}{R_{\Sigma}} \sqrt{\frac{L}{C}} = 7,043 \text{ ед.}$$

$$Q_{R=100} \approx \frac{1}{R_{\Sigma}} \sqrt{\frac{L}{C}} = 2,182 \text{ ед.}$$

Из графика примерно определим значения частот, при которых сдвиг фазы равен $\psi = \pm \frac{\pi}{4}$:

1) $R = 0$: $\nu_- = 916,4$ Гц, $\nu_+ = 1082,5$ Гц; $\Delta\nu = 166,1$, Гц;

2) $R = 100$: $\nu_- = 787,8$ Гц, $\nu_+ = 1280,0$ Гц; $\Delta\nu = 492,2$, Гц;

Формула для нахождения добротности

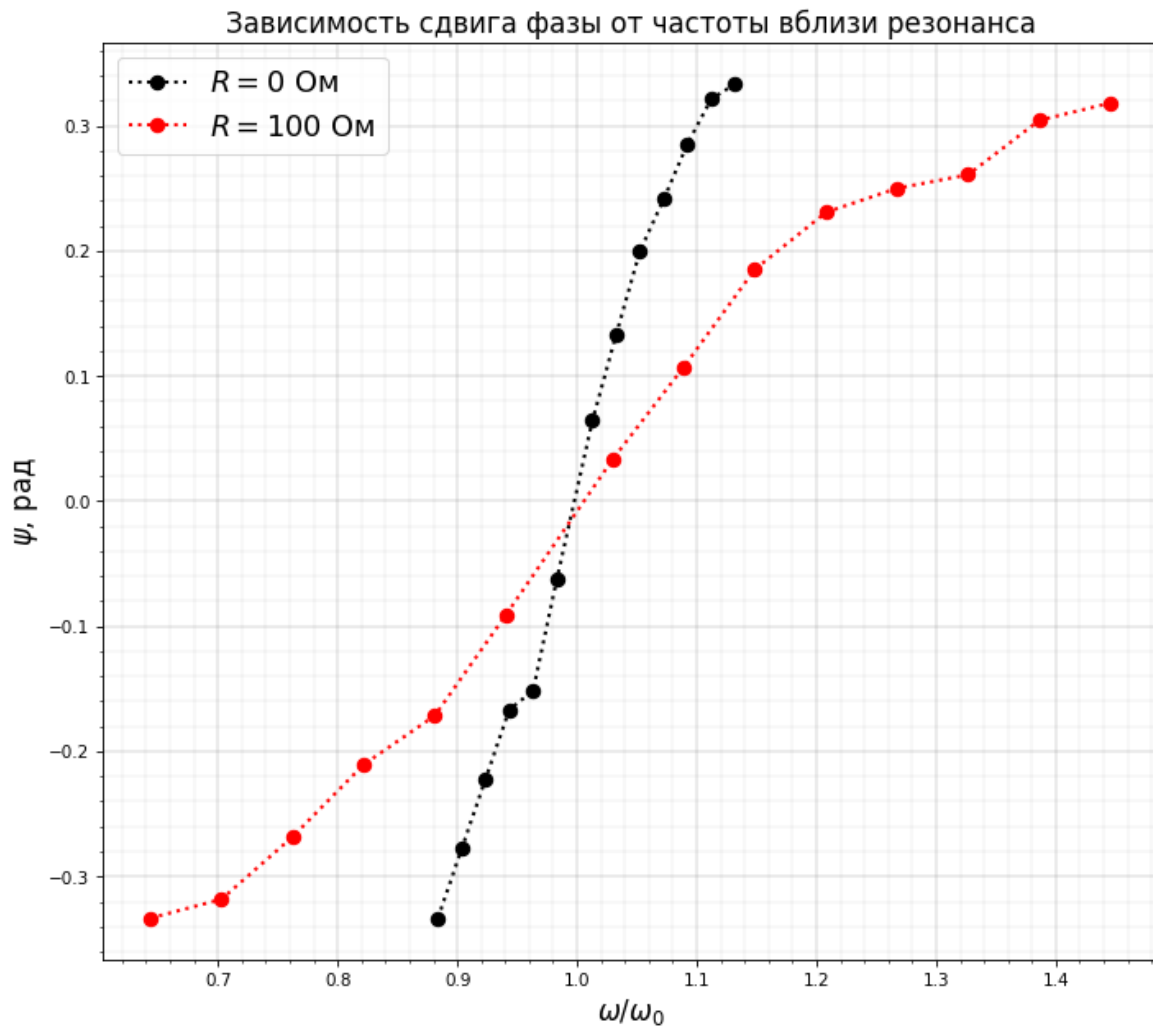
$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}$$

отсюда получаем

$$Q_{R=0, \text{ граф}} \approx 6,063 \text{ ед.}$$

$$Q_{R=100, \text{ граф}} \approx 2,052 \text{ ед.}$$

При сопротивлении $R = 0$ Ом значения добротности, полученные различными способами, практически одинаковые, но при $R = 100$ Ом различие составляет порядка $\epsilon \approx 15\%$.



Последним пунктом с помощью фазовращателя посмотрим сдвиг фаз в цепи представленной на рис. 3, в зависимости от сопротивления в соединённом последовательно с конденсатором резисторе. Данные представлены в таблице ниже. Также, найдём значение сопротивления R , при котором сдвиг фаз составляет $\pi/2$. $R_{\pi/2} \approx 295,0 \text{ Ом}$. Теоретически значение можно посчитать используя формулу, связывающую оба напряжения, подаваемые на осциллограф

$$U_{\text{ВЫХ}} = \frac{U_{\text{ВХ}}}{2} \frac{R + \frac{i}{\omega C}}{R - \frac{i}{\omega C}}$$

$$\psi = 2 \arctan \frac{1}{\omega C R}$$

Таблица 3: Значения сдвига фазы на фазовращателе при разных сопротивлениях

R , Ом	φ/π
500	11 / 30
1000	1 / 5
2000	1 / 10
3000	1 / 15
4000	1 / 30
5000	1 / 30
6000	1 / 30
7000	1 / 30
8000	1 / 30
9000	0
10000	0

Из таблицы видно, что при увеличении сопротивления сдвиг фазы уменьшается, как и предсказывает теория. Теперь рассчитаем $R_{\frac{\pi}{2}, \text{теор}}$ по формуле выше:

$$R_{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\omega C} \approx 318,3 \text{ Ом}$$

Как можно заметить, с неплохой точностью значение, измеренное экспериментально, совпадает с теоретически полученным. Погрешность составляет $\approx 7,3\%$.

Вывод: В данной работе сдвиг фаз в цепи переменного тока, при различных конфигурациях электрической цепи. Были проверены теоретические зависимости сдвига фаз от активного сопротивления, многие точки с отличной точностью совпали с теоретическим предсказанием, однако, из-за сложности в снятии точных значений угла при больших сопротивлениях, некоторые значения сильно отличаются от теоретической зависимости. В RCL -цепи исследовали зависимость сдвига фазы от частоты генератора вблизи резонансной частоты при двух различных значениях сопротивления, вид зависимости совпал с теорией, а также измерили добротность двумя способами (теоретически и с помощью постороннего по экспериментальным точкам графика) для каждого из сопротивлений. При $R = 0$ Ом значения добротностей совпали с хорошей точностью, при $R = 100$ Ом значения отличаются на $\approx 15\%$. С помощью фазовращателя исследовали сдвиг фаз в цепи, представленной на рис. 3, и нашли сопротивление, при котором сдвиг фаз равнялся $\frac{\pi}{2}$, сравнили его с теоретически рассчитанным, получили совпадение с точностью $\approx 7,3\%$