

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Лабораторная работа 4.9
Исследование гальванометра

Рогозин Владимир
Группа Б03-106

Цель работы: изучение работы высокочувствительного зеркального гальванометра магнитоэлектрической системы в режимах измерения постоянного тока и электрического заряда.

Оборудование: зеркальный гальванометр с осветителем и шкалой, источник постоянного напряжения, делитель напряжения, магазин сопротивлений, эталонный конденсатор, вольтметр, переключатель, ключи, линейка.

Теоретические сведения: Гальванометром называют электроизмерительный прибор высокой чувствительности. С его помощью измеряют малые токи, напряжения, заряды, магнитные потоки.

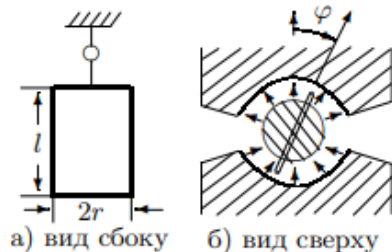


Рис. 1: Рамка с током в магнитном поле

Главной частью высокочувствительного гальванометра магнитоэлектрической системы является подвешенная на вертикальной нити рамка, помещенная в поле постоянного магнита. Вырез цилиндрической формы в полюсах магнита и ферромагнитный цилиндр на оси системы делают поле в зазоре радиальным. Скрепленное с рамкой зеркальце служит для измерения угла поворота рамки.

Гальванометр магнитоэлектрической системы с большим периодом колебаний ($T > 10$ с) называют баллистическим. К рамке баллистического гальванометра прикреплен полый цилиндр, который сильно увеличивает момент инерции и, следовательно, период колебаний подвижной системы, не очень её утяжеляя. Баллистический гальванометр позволяет измерять как постоянный ток (стационарный или динамический режим), так и заряд, протекавший через рамку за некоторое время (баллистический режим). В баллистическом режиме гальванометр может работать, если время протекания заряда много меньше периода собственных колебаний подвижной рамки. Поэтому период колебаний рамки делают большим. Это время учитывает также реакцию экспериментатора, которому надо успеть сделать отсчет максимального отклонения рамки.

Уравнение движения подвижной системы. На помещенную в магнитное поле обтекаемую током рамку гальванометра действуют следующие моменты сил: момент закрученной нити, момент магнитных сил и тормозящий момент, зависящий от сил сопротивления воздуха и от индукционных токов, вызывающих электромагнитное торможение.

Механический момент M_1 упругих сил нити пропорционален углу поворота рамки

$$M_1 = -D\varphi$$

где D – модуль кручения нити, φ – угол отклонения рамки от положения равновесия.

Если рамка с числом витков N , обтекаемая током I , помещена в магнитное поле с индукцией B , то на боковые стороны рамки действуют силы, равные $lNB I$, где l – длина боковой стороны. Обозначив через r расстояние от боковой стороны до оси вращения, найдём момент пары сил

$$M_2 = 2rlBN I = BNS I$$

где S – площадь одного витка.

Тормозящий момент складывается из моментов сил электромагнитного торможения и сил трения о воздух. В рамке, движущейся в магнитном поле с угловой скоростью $\dot{\varphi}$, наводится ЭДС индукции

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -BSN\dot{\varphi}$$

где Φ – магнитный поток, пронизывающий рамку. Пренебрегая самоиндукцией рамки, можно считать, что эта ЭДС вызывает ток индукции $I_{\text{инд}} = -BSN/R_{\Sigma}$, где R_{Σ} есть полное сопротивление цепи, состоящее из сопротивления рамки и сопротивления внешнего участка цепи.

Тормозящий момент тогда будет равен

$$M_3 = -\frac{(BSN)^2}{R_\Sigma} \dot{\varphi}$$

Обычно этот момент значительно превосходит момент сил трения рамки о воздух, которым мы пренебрежём.

Уравнение движения для рамки запишется в виде

$$J\ddot{\varphi} = \Sigma M_i$$

или, введя новые обозначения

$$\frac{(BSN)^2}{JR_\Sigma} = 2\gamma, \quad \frac{D}{J} = \omega_0^2, \quad \frac{BSN}{J} = K$$

Уравнение рамки примет вид

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = KI \quad (1)$$

Величина γ называется коэффициентом затухания подвижной системы гальванометра, ω_0 – собственной частотой колебаний рамки.

Измерение постоянного тока (динамический или стационарный режим).

Если через рамку пропускать постоянный ток, то в уравнении (1) можно положить $\ddot{\varphi} = \dot{\varphi} = 0$, и угол поворота определится формулой

$$\varphi = \frac{BSN}{D} = \frac{I}{C_I}$$

Величина C_I называется *динамической постоянной* гальванометра

$$C_I = \frac{I}{\varphi} = \frac{D}{BSN}$$

Свободные колебания рамки. Исследуем свободное движение рамки ($I = 0$). При этом уравнение (1) имеет вид

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \quad (2)$$

Общее решение такого дифференциального уравнения 2-го порядка представляется в виде

$$\varphi = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$$

Константы A_1 и A_2 находятся из начальных условий.

1. Затухание мало, $\gamma < \omega_0$ (колебательный режим) Допустим, что заданы начальные условия при $t = 0$ $\varphi = 0$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$. Тогда решение имеет вид

$$\varphi = \frac{\dot{\varphi}_0}{\omega_0} e^{-\gamma t} \sin \omega t; \quad \omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$$

Движение имеет колебательный характер, амплитуда затухает со временем.

Период колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{D}{J} - \frac{(BSN)^4}{(2JR_\Sigma)^2}}}$$

2. $\gamma \approx \omega_0$ (критический режим). Решением уравнения (2) с теми же начальными условиями будет выражение

$$\varphi = \dot{\varphi}_0 t e^{-\gamma t}$$

Движение не имеет колебательного характера: отклонённая подвижная система после отброса почти экспоненциально приближается к нулю.

3. Затухание велико, $\gamma > \omega_0$ (случай переуспокоенного гальванометра). Решение (2) имеет вид

$$\varphi = \frac{\dot{\varphi}_0}{\varkappa} e^{-\gamma t} \sinh \varkappa t; \quad \varkappa^2 = \gamma^2 - \omega_0^2$$

Движение остаётся аperiodическим.

Измерение заряда (баллистический режим). Если пропустить через рамку короткий импульс тока, то можно считать, что весь ток успевает пройти при неотклонённом положении рамки. Рамка, однако, при этом получает толчок, в результате которого возникает движение, описываемое уравнением свободных колебаний (2) при начальных условиях

$$t = 0 \quad \varphi = 0, \quad \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$$

Для вычисления скорости $\dot{\varphi}_0$, полученной в результате толчка, умножим уравнение (1) на dt и проинтегрируем его по времени от 0 до τ – момента окончания токового импульса:

$$\int_0^\tau \ddot{\varphi} dt + 2\gamma \int_0^\tau \dot{\varphi} dt + \omega_0^2 \int_0^\tau \varphi dt = K \int_0^\tau I dt$$

Второе и третье слагаемые пренебрежимо малы:

$$2\gamma \int_0^\tau \dot{\varphi} dt = 2\gamma \varphi \Big|_0^\tau \approx 0, \quad \omega_0^2 \int_0^\tau \varphi dt \approx 0$$

поскольку, согласно принятому условию, к моменту времени τ рамка практически не сдвигается из положения равновесия, то

$$K \int_0^\tau I dt = Kq$$

где q – заряд, прошедший через рамку за время импульса (тут мы пренебрегаем вкладом индукционного тока).

Таким образом, получаем уравнение

$$\dot{\varphi}(\tau) = Kq$$

При пропускании коротких импульсов тока через баллистический гальванометр начальная скорость движения рамки пропорциональна полному электрическому заряду, прошедшему через рамку за всё время импульса. Наибольший угол, на который отклоняется рамка, также пропорционален q .

Величина $C_Q = q/\varphi_{max}$ называется *баллистической постоянной* гальванометра. Баллистическая постоянная наряду с динамической является важнейшей характеристикой гальванометра, но в отличие от динамической она существенно зависит от режима работы гальванометра.

Расчёт показывает, что максимальный отброс достигается при полном отсутствии затухания

$$\varphi_{max\text{ св}} = \frac{\dot{\varphi}(\tau)}{\omega_0} = \frac{Kq}{\omega_0}$$

В этом случае, однако, возникшие в результате отброса колебания рамки не будут успокаиваться, и прибор не скоро сможет быть использован для повторных измерений. Поэтому

обычно заботятся о том, чтобы затухание гальванометра не было слишком малым. Кроме того, затухание приводит к тому, что зайчик начинает вести себя более спокойно и слабее реагирует на посторонние электрические и механические импульсы.

Обычно удобнее всего работать в режиме, близком к критическому. При этом обеспечивается быстрое затухание колебаний, и чувствительность прибора достаточно велика.

В случае критического затухания получаем

$$\varphi_{\max \text{ кр}} = \frac{Kq}{\omega_0 e}$$

Отсюда следует, что отношение баллистических постоянных

$$\frac{C_{Q_{\text{кр}}}}{C_{Q_{\text{св}}}} = e$$

Экспериментальная установка:

А. Определение динамической постоянной

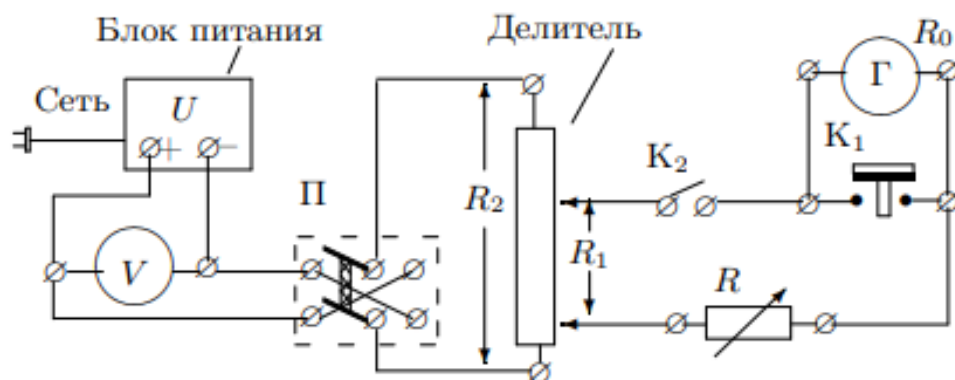


Рис. 2: Схема установки для работы гальванометра в стационарном режиме

Схема для исследования гальванометра в стационарном режиме представлена на рис. 2. Постоянное напряжение $U \approx 1,5$ В снимается с блока питания и измеряется вольтметром V . Ключ Π позволяет менять направление тока через гальванометр Γ , делитель напряжения – менять величину тока в широких пределах. Ключ Π служит для включения гальванометра, кнопка K_1 – для его успокоения. Магазин сопротивлений R позволяет менять режим работы гальванометра от колебательного до апериодического.

При малых R_1 сила тока, протекающего через гальванометр может быть вычислена по формуле:

$$I = U_0 \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{R + R_0}$$

где U_0 – показания вольтметра, R_1/R_2 – положение делителя,

R – сопротивление магазина, R_0 – внутреннее сопротивление гальванометра.

Угол отклонения рамки от положения равновесия измеряется с помощью осветителя, зеркала, укрепленного на рамке, и шкалы, на которую отбрасывается луч света от зеркала. Координата x светового пятна на шкале связана с углом отклонения рамки формулой

$$x = a \tan(2\varphi)$$

Для изучения работы гальванометра в режиме измерения заряда используется схема, представленная на рис. 3. Система ключей устроена так, что нормально ключ K_2 замкнут, K_3 и K_4 разомкнуты. При нажатии на кнопку K_0 сначала размыкается ключ K_2 , затем замыкается K_3 и через некоторое время – K_4 .

При нормальном положении кнопки K_0 конденсатор C заряжается до напряжения

$$U_C = \frac{R_1}{R_2} \cdot U_0$$

Заряд конденсатора равен

$$q = CU_C = \frac{R_1}{R_2} U_0 C$$

Первый отброс зайчика l_{max} после нажатия на кнопку K_0 зависит от сопротивления внешней цепи, подключённой к гальванометру. Для определения $R_{кр}$ используется то обстоятельство, что в критическом режиме максимальное отклонение зайчика в e раз меньше, чем у гальванометра без затухания.

Следует понимать, что колебания рамки без затуханий наблюдать невозможно, так как всегда присутствует вязкое трение воздуха, а также трение в подвеске рамки. Величину максимального отклонения гальванометра без затухания φ_0 можно, однако, рассчитать, если при разомкнутой цепи измерены максимальное отклонение рамки φ_1 и логарифмический декремент затухания Θ_0 . При малом затухании ($\gamma \ll \omega_0$) получаем

$$\varphi_0 = \varphi_1 \cdot e^{\Theta_0/4}; \quad l_0 = l_1 \cdot e^{\Theta_0/4}$$

Баллистическая постоянная гальванометра определяется при критическом сопротивлении ($R = R_{кр}$)

$$C_{Q_{кр}} = \frac{q}{\varphi_{max \text{ кр}}} = 2a \frac{R_1}{R_2} \frac{U_0 C}{l_{max \text{ кр}}} \quad (4)$$

где $l_{max \text{ кр}}$ – величина первого отброса в критическом режиме.

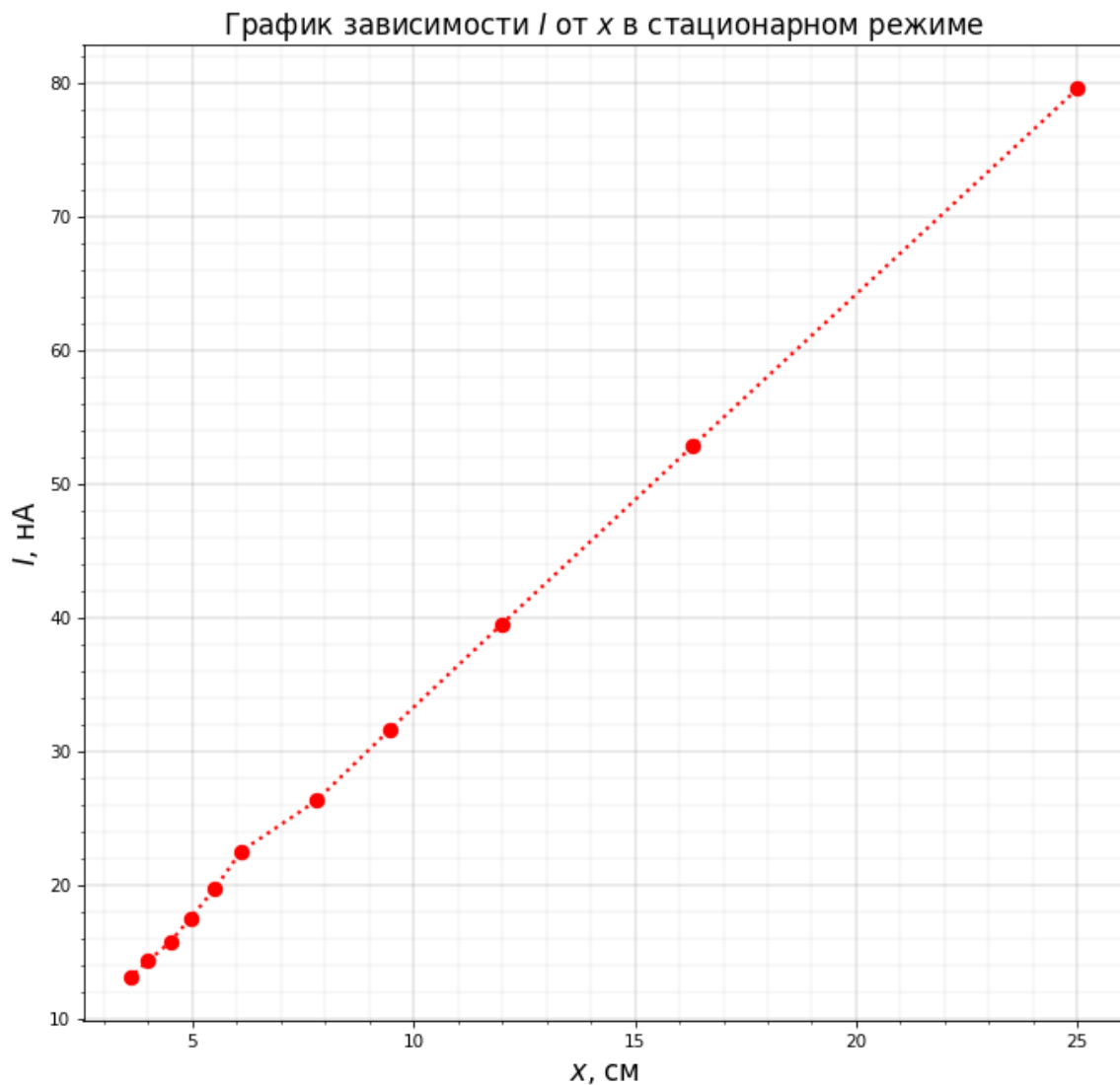
Обработка данных: 1) Определение динамической постоянной гальванометра:

Сначала исследуем зависимость угла отклонения рамки от значения постоянного тока в ней, с помощью этого рассчитаем динамическую постоянную гальванометра. Некоторые параметры цепи: $R_1/R_2 = 1/2000$, $U_0 = 66/150 \cdot 3 \text{ В} = (1,32 \pm 0,01) \text{ В}$, $R_0 = 500 \text{ Ом}$, $a = (103 \pm 1) \text{ см}$. По данным из таблицы ниже построим график зависимости I от x . Подберём сопротивление так, чтобы луч света отклонялся на всю длину линейки. Это значение возьмём отправной точкой, дальше будем увеличивать значение сопротивления и замерять отклонение рамки. $R_{min} = 7800 \text{ Ом}$.

Таблица 1: Данные при стационарном режиме работы гальванометра

$R, \text{ Ом}$	$x, \text{ мм}$	$R, \text{ Ом}$	$x, \text{ мм}$
7800	250,0	33000	55,0
12000	163,0	37200	49,5
16200	120,0	41400	45,0
20400	94,5	45600	40,0
24600	78,0	49800	36,0
28800	61,0		

Коэффициент угла наклона прямой будем искать с помощью метода наименьших квадратов.



$$k = (309,50 \pm 2,29) \text{ нА/мм} = \frac{C_I}{2a}, \quad \varepsilon_k \approx 0,74\%$$

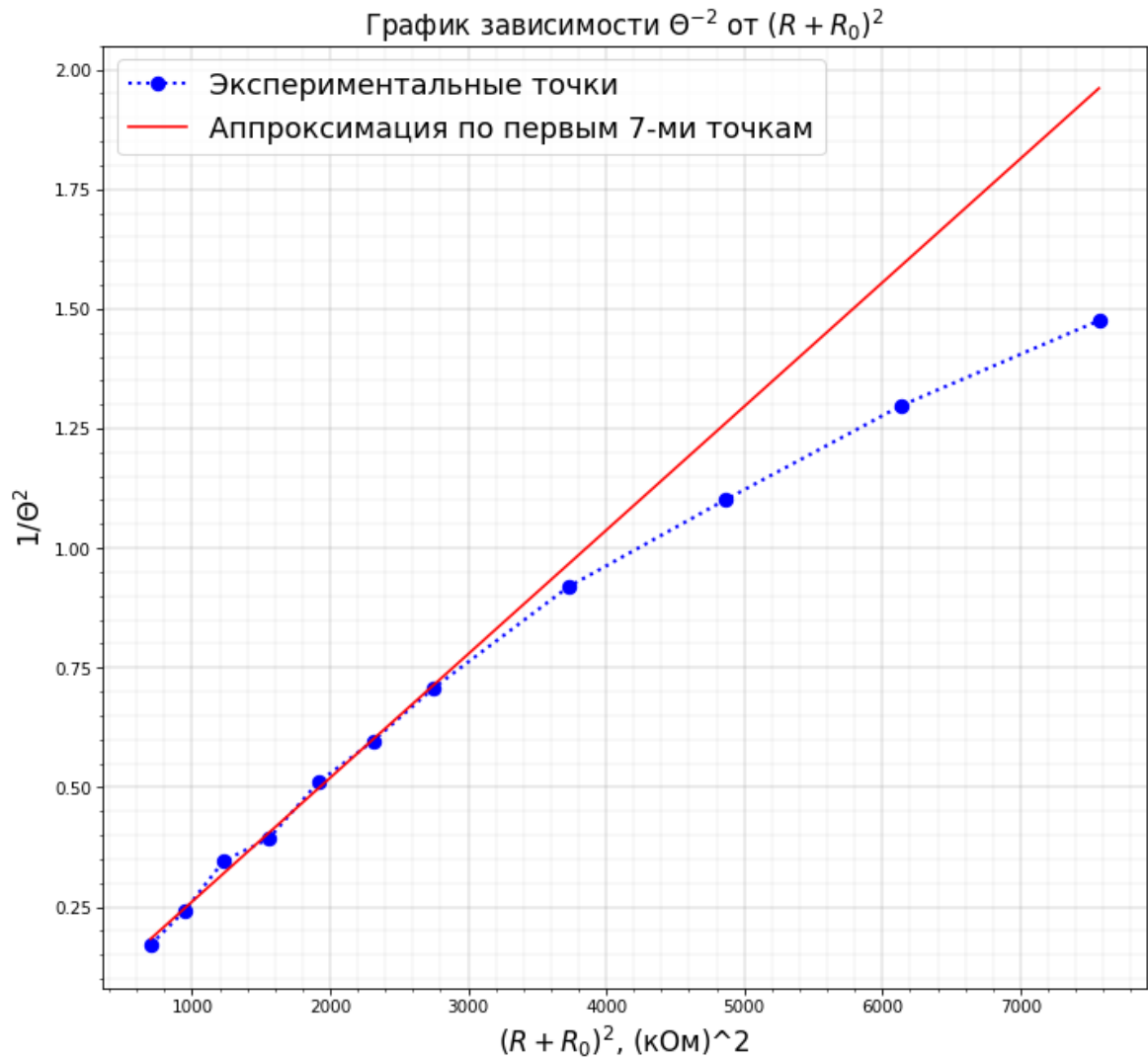
$$C_I = (637,57 \pm 9,50) \frac{\text{нА}}{\text{мм/м}}, \quad \varepsilon_{C_I}^2 = \varepsilon_k^2 + \varepsilon_a^2, \quad \varepsilon_{C_I} \approx 1,49\%$$

2) Определение критического сопротивления гальванометра, работающего в динамическом режиме:

Подберём значение сопротивления $R_{\text{кр}}$ – наибольшее значение сопротивления, при котором при размыкании ключа П зайчик не переходит за нулевое значение. $R_{\text{кр}} = 8650 \text{ Ом}$. Построим график зависимости $1/\Theta^2 = f((R+R_0)^2)$ с помощью которого и выражения (3) найдём критическое сопротивление вторым способом, сравним результаты.

Таблица 2: Данные для нахождения критического сопротивления $R_{кр}$

R , Ом	R_1/R_2	x_n , мм	x_{n+1} , мм
25950	1 / 1000	45	4
30275	1 / 500	84	11
34600	1 / 500	82	15
38925	1 / 500	79	16
43250	1 / 500	73	18
47575	1 / 500	73	20
51900	1 / 300	115	35
60550	1 / 300	105	37
69200	1 / 300	96	37
77850	1 / 300	89	37
86500	1 / 300	82	36



$$k = (26,30 \pm 1,01) \cdot 10^{-11}, \quad \varepsilon_k \approx 3,84\%$$

С помощью коэффициента наклона прямой найдём критическое сопротивление $R_{кр}$ по формуле

$$R_{кр} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{k}} - R_0$$

$$R_{кр} = (9313,91 \pm 178,83) \text{ Ом}, \quad \varepsilon_{R_{кр}} = \frac{1}{2} \varepsilon_k \approx 1,92\%$$

Подобранное значение $R_{кр1} = 8650,0$ Ом отличается от полученного вторым способом $R_{кр2} = 9313,91$ Ом на $\approx 7\%$.

Далее вычислим логарифмический декремент затухания $\Theta_0 = \ln(x_n/x_{n+1})$ разомкнутого гальванометра, для этого измерим два последовательных максимума отклонения рамки

$$x_n = (209 \pm 1) \text{ мм}, \quad x_{n+1} = (163 \pm 1) \text{ мм}$$

$$\sigma_{\Theta_0}^2 = \left(\frac{1}{x_n} - \frac{1}{x_{n+1}} \right)^2 \cdot \sigma_x^2$$

$$\Theta_0 = (248,6 \pm 1,4) \cdot 10^{-3}, \quad \varepsilon_{\Theta_0} \approx 0,56\%$$

3) Определение баллистической постоянной и критического сопротивления гальванометра, работающего в баллистическом режиме:

Соберём цепь, представленную на рис. 3. Подберём положение делителя так, чтобы при замыкании ключа K_0 первый отброс l_1 соответствовал отклонению зайчика почти на всю шкалу. $R_1/R_2 = 1/70$, $l_1 = 250$ мм. Тогда величина первого отброса l_0 зайчика при незатухающих колебаниях выражается через l_1 как

$$l_0 = l_1 \cdot e^{\Theta_0/4} = (265,99 \pm 1,06) \text{ мм}, \quad \varepsilon_{l_0} = \varepsilon_{l_{max \text{ кр}}} \approx 0,4\%$$

$$l_{max \text{ кр}} = \frac{l_0}{e} = (97,85 \pm 0,39) \text{ мм}$$

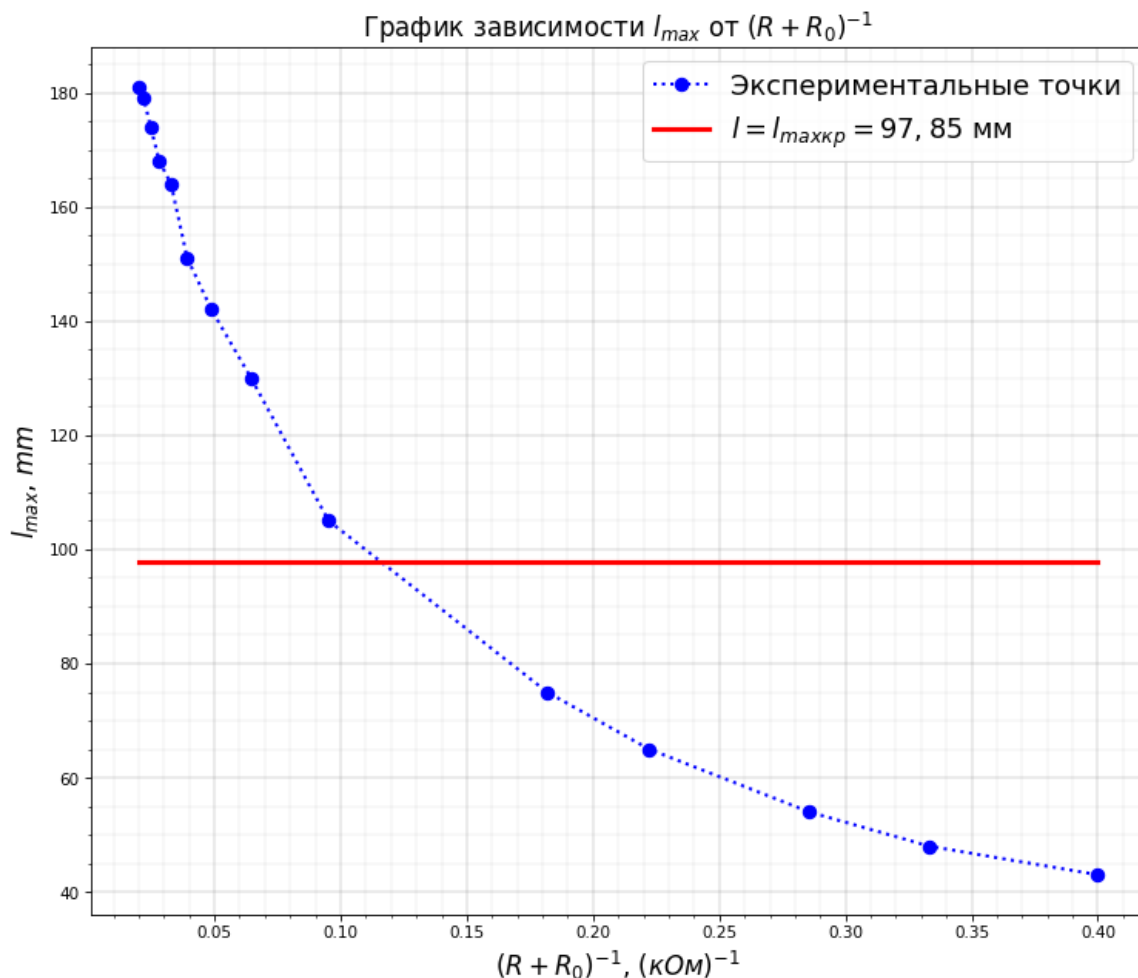
$$\sigma_{l_0}^2 = \sigma_{l_1}^2 \cdot e^{\Theta_0/2} + \sigma_{\Theta_0}^2 \cdot \frac{l_1^2 e^{\Theta_0/2}}{16} \approx 1,13 \text{ мм}^2$$

Ёмкость конденсатора $C = 2$ мкФ. Затем будем менять сопротивление в цепи и записывать значение первого отброса зайчика. Данные представлены в таблице ниже.

Таблица 3: Зависимость максимального отклонения от сопротивления

R , Ом	l_{max} , мм	R , Ом	l_{max} , мм
50000	181	15000	130
45000	179	10000	105
40000	174	5000	75
35000	168	4000	65
30000	164	3000	54
25000	151	2500	48
20000	142	2000	43

По результатам измерений построим график зависимости l_{max} от $(R_0 + R)^{-1}$, с помощью этого графика найдём значение $R_{кр}$ третьим способом, сравним с двумя предыдущими.



Координата x точки пересечения графика зависимости и прямой есть $1/(R+R_0) = 0,000115 \text{ (Ом)}^{-1}$. Отсюда получаем, что

$$R_{кр} = 8195,65 \text{ Ом}$$

Полученное значение $R_{кр}$ отличается от полученного подбором на $\approx 5\%$, от вычисленного вторым способом на $\approx 12\%$.

Зная значение для l_0 , вычислим баллистическую постоянную по формуле (4)

$$C_{Q_{кр}} = (7,94 \pm 0,10) \cdot 10^{-7} \text{ Кл} = (7,94 \pm 0,10) \cdot 10^{-10} \frac{\text{Кл}}{\text{мм/м}}$$

$$\varepsilon_{C_{Q_{кр}}}^2 = \varepsilon_a^2 + \varepsilon_{l_{max \text{ кр}}}^2 + \varepsilon_U^2, \quad \varepsilon_{C_{Q_{кр}}} \approx 1,29\%$$

Последним пунктом сравним период свободных колебаний гальванометра T_0 и его время релаксации $t = R_0 C$. Для этого сделаем несколько измерений периода колебаний рамки, затем найдем среднее значение и его ошибку.

Таблица 4: Значения периода колебаний рамки

№	T , с	№	T , с
1	5,54	5	5,77
2	5,76	6	5,69
3	5,63	7	5,33
4	5,64		

$$\sigma_{T_{\text{cp}}}^2 = \frac{\sum (T_i - T_{\text{cp}})^2}{N(N-1)}$$

$$T_{\text{cp}} = (5,623 \pm 0,057) \text{ с}, \quad \varepsilon_{T_{\text{cp}}} \approx 1,01\%$$

$$t = R_0 C = 1 \text{ мс} \ll T_{\text{cp}} = 5,623 \text{ с}$$

Вывод: В данной работе изучалась работа гальванометра. Были вычислены динамическая C_I постоянная гальванометра и баллистическая $C_{Q_{\text{кр}}}$ в критическом режиме, а также, тремя способами, было найдено внешнее сопротивление $R_{\text{кр}}$ цепи, при котором колебания проходили в критическом режиме ($\gamma \approx \omega_0$). Все значения отличаются друг от друга не более чем на $\approx 12\%$

Таблица 5: Результаты работы

R_0 , Ом	$R_{\text{кр}}$, Ом			C_I , А/(мм/м)	$C_{Q_{\text{кр}}}$, Кл/(мм/м)
	Подбор	$1/\Theta^2$	Балл		
500	8650	$9313,91 \pm 178,83$	8195,65	$(637,57 \pm 9,50) \cdot 10^{-12}$	$(7,94 \pm 0,10) \cdot 10^{10}$