

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

---

Лабораторная работа 4.3.3  
**Исследование разрешающей способности  
микроскопа методом Аббе**

---

Рогозин Владимир  
Группа Б03-106

**Цель работы:** изучение дифракционного предела разрешения объектива микроскопа методом Аббе.

**Оборудование:** лазер; кассета с набором сеток разного периода; линзы; щель с микрометрическим винтом; оптический стол с набором рейтеров и крепёжных винтов; экран; линейка.

## 1 Теоретические сведения

Всякая оптическая система, предназначенная для получения изображений, имеет конечный предел разрешения. Принципиальной причиной, ограничивающей предел разрешения, является дифракция световых волн: ограничение пучка лучей краями линз и диафрагм, составляющих оптическую систему, приводит к нарушению *стигматичности* изображения – каждая точка предмета отображается не в одну точку, а в дифракционное пятно. Дифракционные пятна от близких точек предмета могут перекрываться друг другом, в результате чего точки становятся неразличимыми.

*Разрешающей способностью оптического прибора* называют минимальное расстояние  $l_{min}$  между двумя точками в пространстве предметов, изображения которых разрешаются по критерию Релея.

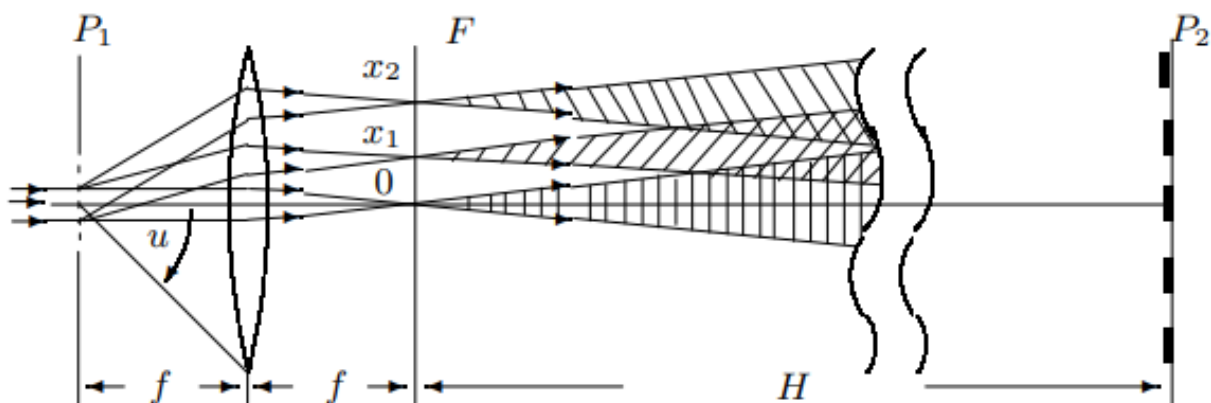


Рис. 1: Образование изображения в объективе микроскопа

Схема образования изображения в объективе микроскопа представлена на рис. 1. Для простоты рассмотрим случай, когда предметом является периодическая структура (дифракционная решетка), освещаемая параллельным пучком лучей. При наблюдении в микроскоп предмет располагается вблизи переднего фокуса объектива.

Аббе предложил свой подход к оценке разрешающей способности: прохождение лучей от предмета к изображению разбивается на два этапа. Сначала рассматривается картина, возникающая в задней фокальной плоскости  $F$  объектива (рис. 1). Эта картина называется *первичным изображением* или *фурье-образом* предмета. Затем первичное изображение рассматривается как источник волн, создающих изображение предмета в плоскости  $P_2$  сопряженной плоскости предмета, т. е. *вторичное изображение*. Такой подход основан на принципе Гюйгенса-Френеля, согласно которому любой участок волнового фронта можно рассматривать как вторичный источник излучения.

Первичное изображение, наблюдаемое в задней фокальной плоскости объектива, представляет собой картину дифракции Фраунгофера на объекте (в нашем случае – на дифракционной решетке). Смещение  $x_m$  точки наблюдения от оптической оси связано с углом наклона  $\varphi_m$  параллельного пучка лучей перед линзой соотношением (при малых  $\varphi$ ):  $x_m \approx f\varphi_m$ .

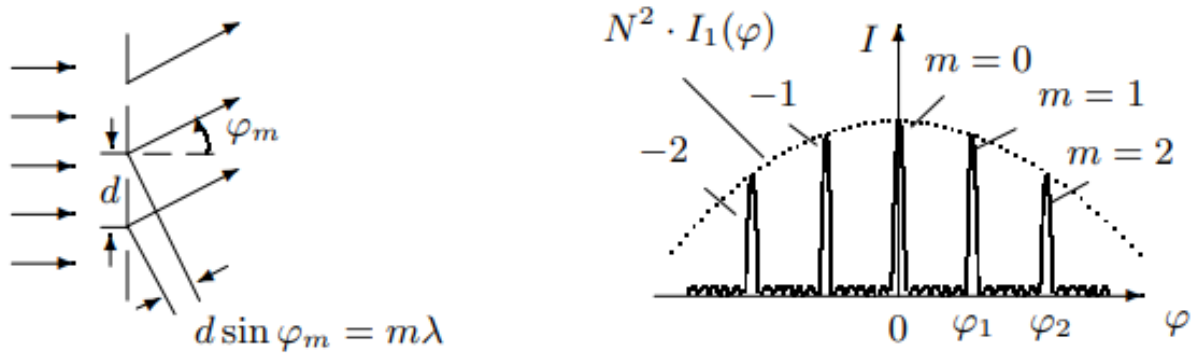


Рис. 2: Спектр амплитудной решетки.  $I_1(\varphi)$  – распределение интенсивности при дифракции света на одиночной щели,  $N$  – число щелей решетки

При дифракции Фраунгофера на одномерной решетке периода  $d$  направления  $\varphi_m$  максимальной интенсивности (главные максимумы) определяются условием:

$$d \sin \varphi_m = m\lambda, \quad (1)$$

где  $\lambda$  – длина световой волны. Главные максимумы различных порядков  $m$  имеют неодинаковые интенсивности. Таким образом, первичное изображение представляет собой набор ярких точек, расположенных цепочкой на равных расстояниях друг от друга. Излучение этих когерентных точечных источников создаст в плоскости  $P_2$  систему интерференционных полос, синтезирующих изображение предмет в (решётки) в этой плоскости.

При таком рассмотрении дифракционные искажения, обусловленные конечным диаметром линзы, связаны с тем, что часть первичного изображения закрывается. Через микроскоп проходят только те пучки, для которых выполняется условие

$$\varphi_m < u,$$

где  $u$  – апертурный угол (рис. 1). Эти пучки лучей собираются в задней фокальной плоскости линзы, так что за ней возникают расходящиеся пучки лучей с центрами в плоскости  $F$ . В плоскости  $P_2$  эти пучки интерферируют и воспроизводят увеличенное изображение решетки.

Для получения правильного изображения надо, чтобы через объектив микроскопа проходили дифракционные пучки разных направлений. Если апертурный угол  $u$  меньше  $\varphi_1$ , то в плоскости  $P_2$  не возникает периодического изображения. Соотношение

$$\sin u \geq \lambda/d$$

можно рассматривать как условие разрешения решетки с периодом  $d$ . Отсюда можно найти минимальное разрешаемое объективом расстояние

$$d \geq \frac{\lambda}{\sin u} \approx \frac{\lambda}{(D/2f)}. \quad (2)$$

В данной работе применяется двумерная решетка – сетка. Ее можно рассматривать как две скрещенные (перпендикулярные друг к другу) решетки. Узкий пучок монохроматического света, пройдя через решетку с вертикальными штрихами, дает совокупность максимумов, расположенных вдоль горизонтальной линии. Световой пучок, соответствующий каждому максимуму, проходя через вторую решетку, распадается на новую совокупность световых пучков, дающих максимумы вдоль вертикальной линии. Главные максимумы возникают тогда, когда одновременно выполняются условия:

$$d \sin \varphi_x = m_x \lambda, \quad d \sin \varphi_y = m_y \lambda,$$

где  $m_x$  и  $m_y$  – целые числа, характеризующие порядки дифракционных максимумов,  $\varphi_x$  и  $\varphi_y$  – направления на главные дифракционные максимумы в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно.

Максимумы, удовлетворяющие условию  $\varphi_x, \varphi_y < u$ , создают в задней фокальной плоскости  $F$  объектива картину дифракции Фраунгофера (рис. 3) – первичное изображение.

Если теперь поместить в фокальной плоскости вертикальную щель так, чтобы через нее проходили дифракционные максимумы с  $m_x = 0$  и  $m_y = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , то в плоскости  $P_2$  получится изображение решётки с горизонтально расположенными штрихами. Если, наоборот, пропустить максимумы с  $m_y = 0$  и  $m_x = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , то в  $P_2$  получится изображение решетки с вертикальными штрихами. Таким образом можно продемонстрировать явление *пространственной фильтрации* – выделение различных структур в изображении.

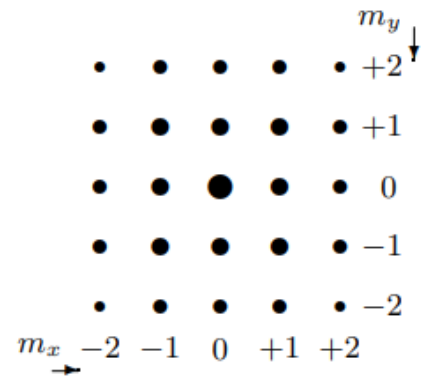


Рис. 3: Дифракция Фраунгофера на сетке. Максимумы изображены кружками, размеры которых характеризуют интенсивности

## 2 Экспериментальная установка

Схема модели проекционного микроскопа приведена на рис. 4. Предметом служат сетки, расположенные в кассете.

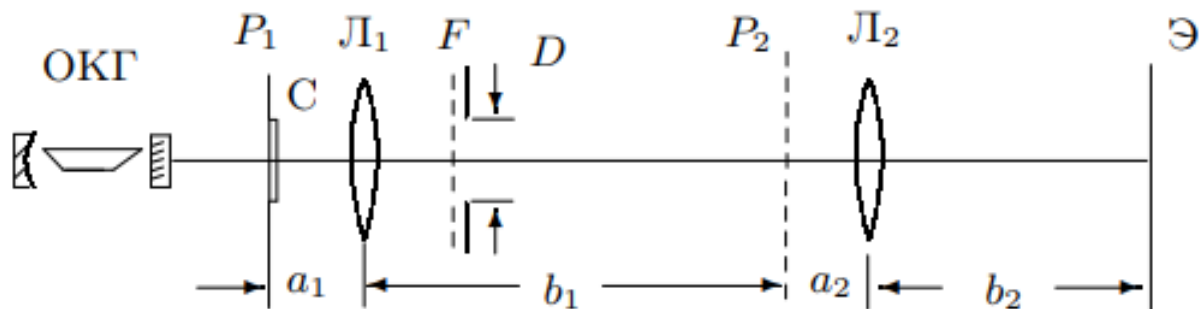


Рис. 4: Схема экспериментальной установки – модель проекционного микроскопа

Излучение лазера (ОКГ) почти перпендикулярно падает на сетку  $C$ , установленную вблизи фокальной плоскости линзы  $L_1$  – объектива микроскопа. В нашей модели линза  $L_1$  выбирается достаточно длиннофокусной ( $f \approx 10$  см), т. к. размер первичного изображения в фокальной плоскости  $F$  должен быть не слишком малым, чтобы дополнительными диафрагмами можно было влиять на вторичное изображение в плоскости  $P_2$ . Вторичное изображение из плоскости  $P_2$  проецируется на экран  $\mathcal{E}$  линзой  $L_2$ .

Изображение сетки периодически повторяется – репродуцируется – в пространстве между сеткой и первой линзой, поэтому для того, чтобы среди множества репродуцированных изображений сетки можно было выделить её геометрическое изображение, на одну из сеток наложена тонкая проволока, т.е. непериодический объект, изображение которого не репродуцируется.

В фокальной плоскости  $F$  могут быть установлены диафрагмы – щелевая или ирисовая (отверстие с переменным диаметром) и различного рода маски (препятствия).

Как видно из соотношения (2), минимально разрешимый шаг решетки или сетки определяется апертурным углом  $u$  объектива. Имея набор сеток с различными периодами  $d$  и изменяя апертурный угол объектива с помощью щелевой диафрагмы, можно экспериментально проверить соотношение (2).

В данной работе период сеток рассчитывается двумя способами: в первом способе (дифракция Фраунгофера) – расстояние между дифракционными максимумами на экране измеряется при помощи линейки, а затем по формуле решетки (1) определяется ее период; во втором способе период определяется по увеличенному с помощью модели микроскопа изображению сетки на экране.

С помощью откалиброванных таким образом сеток определяется разрешающая способность микроскопа. Для этого в задней фокальной плоскости  $F$  объектива устанавливается щелевая диафрагма с микрометрическим винтом и подбирается ее минимальный размер, при котором еще видно изображение сетки на экране (щель пропускает максимумы с  $m = 0, \pm 1$ ). По размеру диафрагмы и фокусному расстоянию объектива рассчитывается апертурный угол  $u$  и проверяется соотношение (2).

Для выполнения последней части работы ширина вспомогательной щели и угол наклона к оси системы подбираются так, чтобы на экране вместо изображения сетки получалось изображение решётки, расположенной наклонно, т. е. осуществлялась *пространственная фильтрация*. Если сетку и щель поменять местами, то соответствующим подбором сетки можно «рассечь» первичное изображение так, что изображение щели на экране будет многократно повторяться – *мультиплицироваться*.

### 3 Обработка данных

Все измерения в работе проводятся с помощью лазера зелёного света с длиной волны  $\lambda = 532$  нм. В работе используются три различных дифракционных сетки с различными периодами.

#### 3.1 Определение периода решёток по их пространственному спектру

1. Соберём схему для наблюдения на экране дифракции Фраунгофера.
2. Для каждой из трёх сеток измерим расстояния между соседними дифракционными максимумами. Результаты представлены в таблице ниже.

Таблица 1: Расстояния между максимумами дифракционной картины

№ решётки	1	2	3
$\Delta$ , мм	$76 \pm 1$	$30 \pm 1$	$15 \pm 1$

3. Далее запишем расстояние от сетки до экрана:

$$L = (141,0 \pm 0,1) \text{ см}$$

Погрешность измерения расстояний  $\sigma = 1$  мм.

4. Используя формулу (1) и измеренные ранее расстояния, рассчитаем периоды решёток. Для этого примем  $\varphi = \Delta/L$ .

Таблица 2: Периоды дифракционных решёток

№ решётки	1	2	3
$d$ , мкм	$9,9 \pm 0,1$	$25,0 \pm 0,6$	$50,0 \pm 2,4$
$\varepsilon$ , %	1,0	2,4	4,8

Погрешности величин рассчитывались по формуле

$$\sigma_d = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\Delta}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\Delta^2}\right)^2} \sigma.$$

### 3.2 Определение периода решёток по изображению, увеличенному с помощью модели микроскопа

1. Соберём модель проекционного микроскопа согласно рис. 4. Запишем параметры установки.

Таблица 3: Параметры установки

Параметр	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
Значение, мм	$115 \pm 1$	$25 \pm 1$	$795 \pm 1$	$490 \pm 1$

Погрешность измерения расстояний  $\sigma = 1$  мм.

2. Измерим периоды изображений сеток на экране, занесём результаты в таблицу.

Таблица 4: Периоды изображений сеток на экране

№ решётки	1	2	3
$\Delta$ , мм	$1,3 \pm 0,1$	$3,6 \pm 0,1$	$7 \pm 0,1$

3. Для всей системы увеличение составляет  $b_1 b_2 / a_1 a_2$ . Таким образом, используя измерения из прошлого пункта, рассчитаем периоды решёток вторым способом:  $d = a_1 a_2 / b_1 b_2 \cdot \Delta$ .

Таблица 5: Периоды дифракционных решёток

№ решётки	1	2	3
$d$ , мкм	$9,6 \pm 0,8$	$26,6 \pm 1,3$	$51,7 \pm 2,2$
$\varepsilon$ , %	8,3	4,9	4,3

Погрешности величин рассчитывались по формуле

$$\sigma_d^2 = \left(\frac{a_2 \Delta}{b_1 b_2}\right)^2 \sigma_{a_1}^2 + \left(\frac{a_1 \Delta}{b_1 b_2}\right)^2 \sigma_{a_2}^2 + \left(\frac{a_2 a_1 \Delta}{b_1^2 b_2}\right)^2 \sigma_{b_1}^2 + \left(\frac{a_2 a_1 \Delta}{b_1 b_2^2}\right)^2 \sigma_{b_2}^2 + \left(\frac{a_2 a_1}{b_1 b_2^2}\right)^2 \sigma_{\Delta}^2.$$

### 3.3 Определение периода решёток по оценке разрешающей способности микроскопа

1. Добавим к установке щелевую диафрагму с микрометрическим винтом, поместим её в фокальную плоскость  $F$  линзы  $\mathcal{L}_1$ .
2. Для каждой решётки определим минимальный размер диафрагмы  $D$ , при котором на экране ещё видно изображение сетки (при меньших размерах щели изображение будет выглядеть как одномерная решётка). Результаты измерений приведены в таблице ниже.

Таблица 6: Критическая ширина щели для разных решёток

№ решётки	1	2	3
$D$ , мкм	$2660 \pm 50$	$1000 \pm 50$	$500 \pm 50$

3. Используя формулу (2), рассчитаем период для каждой из решёток третьим способом. Для этого запишем значение фокусного расстояния линзы  $\mathcal{L}_1$ :

$$f = 25 \text{ мм.}$$

Таблица 7: Периоды дифракционных решёток

№ решётки	1	2	3
$d$ , мкм	$10,0 \pm 0,2$	$26,6 \pm 1,3$	$53,2 \pm 5,3$

## 4 Вывод

В данной работе было проведено исследование разрешающей способности микроскопа методом Аббе, а также определены периоды дифракционных решёток тремя различными способами:

- по их пространственному спектру
- по изображению, увеличенному с помощью модели микроскопа
- по оценке разрешающей способности микроскопа

