

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Лабораторная работа 3.3.2
**Исследование вольт-амперной
характеристики вакуумного диода**

Рогозин Владимир
Группа Б03-106

Цель работы: Определение удельного заряда электрона на основе закона «трёх вторых» для вакуумного диода.

Оборудование: Вакуумная лампа с цилиндрическим анодом; амперметр; многопредельные микроамперметр и вольтметр постоянного тока; стабилизированные источники постоянного тока и постоянного напряжения.

Теоретические сведения:

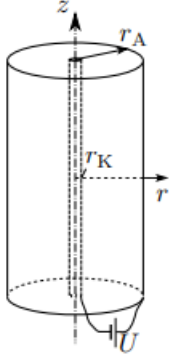


Рис. 1: Расположение электродов в диоде

В работе исследуется зависимость величины тока, проходящего через вакуумный диод, от напряжения на нём. Наибольший интерес представляет та область значений положительного напряжения на диоде, для которой пространственный заряд (электронное облако) в лампе существенно влияет на распределение электрического поля между катодом и анодом. Электрическое поле этого заряда «экранирует» поле вблизи катода, из-за чего лишь незначительная часть электронов, способных преодолеть энергетический барьер («работу выхода») и высвобождаемых из катода, создаёт ток через диод.

Выведем зависимость величины анодного тока от напряжения. Вакуумный диод имеет цилиндрическую форму, следовательно задача обладает цилиндрической симметрией, запишем теорему Гаусса в дифференциальной форме:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{d\varphi}{dr} \right) = -\frac{r\rho}{\varepsilon_0}$$

где $\rho(r)$ – объёмная плотность заряда, зависящая от расстояния до оси, граничные условия возьмём в виде

$$\varphi(r_K) = 0, \quad \varphi(r_A) = U$$

В стационарном случае полный ток, пересекающий цилиндрическую поверхность радиуса $r_K < r < r_A$ постоянен, следовательно

$$I = -2\pi r \rho v l = \text{const} \quad (1)$$

где v – скорость электронов, набираемая на пройденной ими разности потенциалов (начальной скоростью вылета электронов из катода пренебрегаем (предполагаем $eU \ll mv_0^2/2$), однако при малых напряжениях U вклад начальной скорости может оказаться существенным, и «закон $3/2$ » не будет выполняться):

$$\frac{mv^2}{2} = \varphi(r) - \varphi(r_K) = \varphi(r) \quad (2)$$

С помощью уравнений (1), (2) получаем уравнение:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{d\varphi}{dr} \right) = \frac{I}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \sqrt{\frac{m}{2e\varphi}} \quad (3)$$

Также необходимо наложить ещё одно граничное условие, которое следует из условия $j_{\text{max}} \gg j$, то есть в предположении, что плотность тока в диоде значительно меньше максимального тока электронов, который может обеспечить катод. Тогда в предельном случае сколь угодно малые, отличные от нуля значения $E(r_A)$ приведут к неограниченному увеличению плотности тока j . Это означает, что объёмный заряд вблизи катода полностью экранирует внешнее поле.

$$\left. \frac{d\varphi}{dr} \right|_{r=r_K} = 0$$

Заметим, что если функция $\varphi_0(r)$ есть решение уравнения (3) при некотором U_0 , которому соответствует сила тока I_0 , введём функцию

$$\varphi(r) = k\varphi_0(r), \quad I = k^{3/2} \cdot I_0$$

то уравнение (3) не изменит своего вида, отсюда находим, что

$$\frac{U}{U_0} = k, \quad \frac{I}{I_0} = k^{3/2}, \quad I = I_0 \frac{U^{3/2}}{U_0^{3/2}}$$

легко установить, что $I \sim U^{3/2}$. Применимость данного закона ограничивается только двумя сделанными предположениями: 1) малость начальных скоростей электронов и 2) равенство нулю электрического поля на поверхности катода.

В пределе $r_K \rightarrow 0$ существует аналитическое решение уравнения (3) в виде $\varphi(r) = U \cdot (r/r_A)^\beta$. Подставив эту функцию в выражение (3), найдём, что $\beta = 3/2$. Отсюда получаем зависимость силы анодного тока от напряжения:

$$I = \beta \frac{4}{9} \varepsilon_0 \frac{2\pi l}{r_A} \sqrt{\frac{2e}{m}} \cdot U^{3/2} \quad (4)$$

где β – коэффициент, зависящий от отношения r_A/r_K ($\beta \rightarrow 1$ при $r_A/r_K \rightarrow 0$).

Экспериментальная установка:

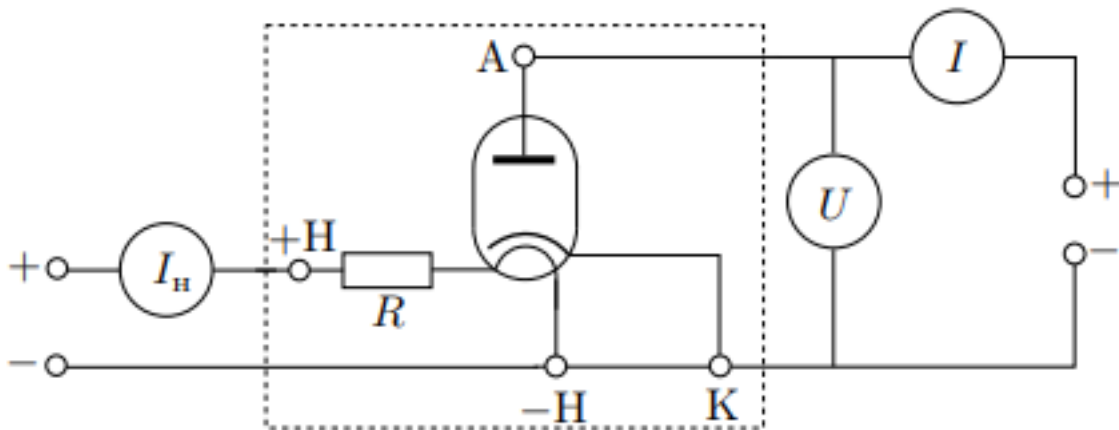


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

Исследования проводятся на диоде с косвенным накалом (ток пропускается через расположенную вблизи катода нить накала). Отметим, что длина l меньше полной длины анода примерно в два раза. Благодаря этому рабочая часть катода достаточно удалена от его торцов, и следовательно, электрическое поле в активной части диода с хорошей точностью можно считать радиальным.

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 2. Для питания цепи накала и анода используются два регулируемых источника напряжения. Ток накала I_n измеряется амперметром. Анодное напряжение U измеряется вольтметром, анодный ток I — миллиамперметром.

Обработка данных: Некоторые параметры диода: $r_A = 9,5$ мм, $l = 9$ мм, $\beta^2 = 0,95$ Перед началом измерений следует дать прогреться лампе 5–10 минут. Будем исследовать зависимость анодного тока от напряжения при четырёх различных значениях тока накала: $I_{н1} = 1,3$ А, $I_{н2} = 1,4$ А, $I_{н3} = 1,5$ А, $I_{н4} = 1,6$ А. Ниже в таблицах представлены результаты измерений анодного тока и напряжения:

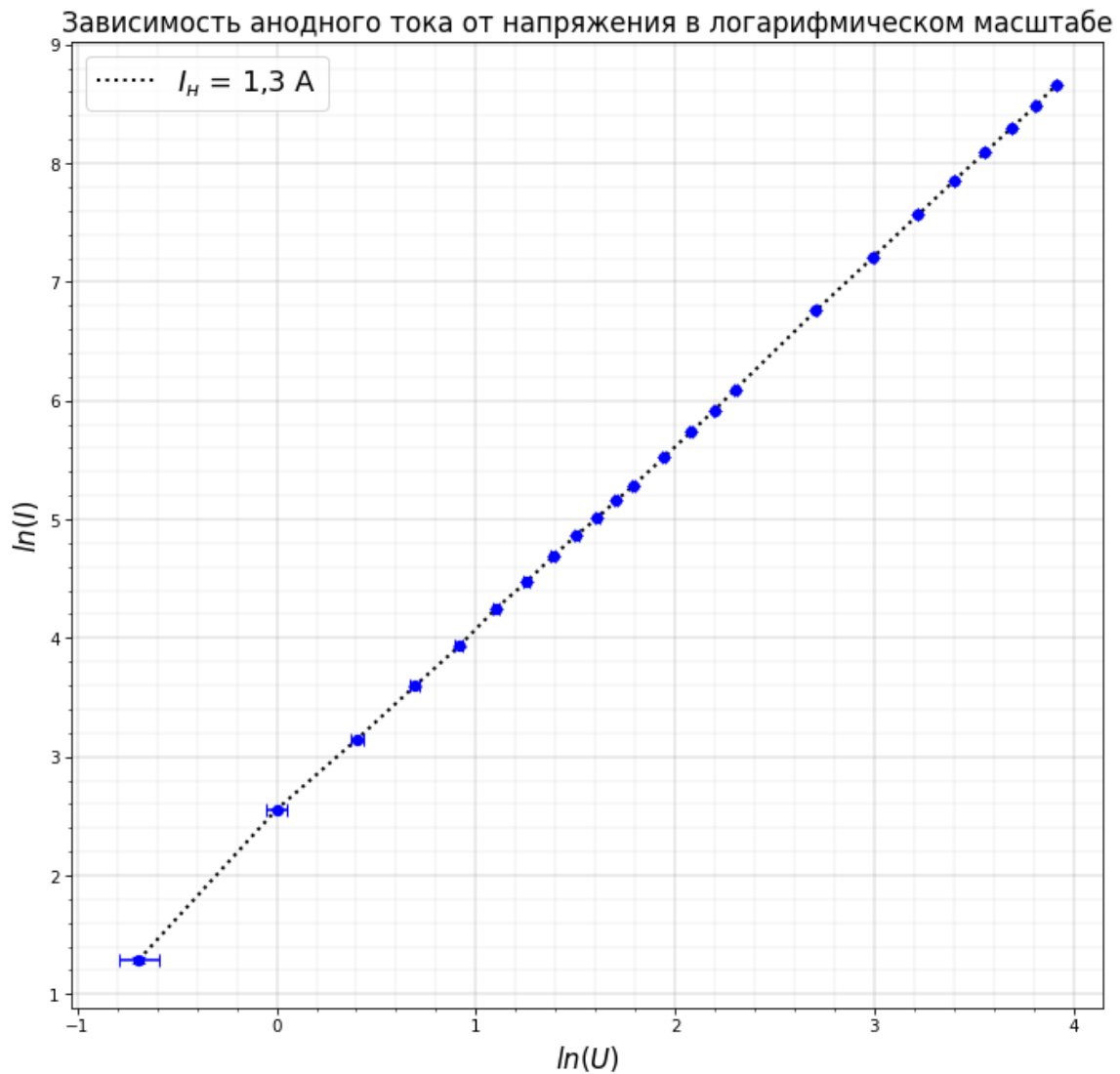
Таблица 1

$I_{\text{H}} = 1,3\text{A}$		$I_{\text{H}} = 1,4\text{A}$		$U, \text{ B}$	
$I, \text{ мкА}$		$I, \text{ мкА}$			
3,62	250,75	6,74	274,76	0,5	7,0
12,87	309,82	17,79	335,49	1,0	8,0
23,33	371,59	30,46	400,94	1,5	9,0
36,40	443,68	45,71	468,71	2,0	10,0
50,95	862,60	62,13	909,50	2,5	15,0
69,68	1353,7	81,27	1413,6	3,0	20,0
87,44	1929,0	101,54	2005,9	3,5	25,0
108,49	2576,0	121,99	2652,9	4,0	30,0
129,60	3264,6	146,11	3360,4	4,5	35,0
150,02	4014,0	168,15	4114,4	5,0	40,0
173,79	4816,1	192,32	4926,8	5,5	45,0
197,40	5754,4	219,82	5871,0	6,0	50,0

Таблица 2

$I_{\text{H}} = 1,5\text{A}$		$I_{\text{H}} = 1,6\text{A}$		$U, \text{ B}$	
$I, \text{ мкА}$		$I, \text{ мкА}$			
12,54	304,02	21,12	332,77	0,5	7,0
24,04	364,0	35,89	398,95	1,0	8,0
40,02	460,0	53,77	467,95	1,5	9,0
36,40	535,59	71,57	575,40	2,0	10,0
56,47	951,20	93,52	1004,3	2,5	15,0
76,02	1473,3	112,42	1541,1	3,0	20,0
96,01	2073,3	136,48	2148,2	3,5	25,0
117,30	2729,6	162,59	2822,4	4,0	30,0
163,58	3448,4	188,02	3546,7	4,5	35,0
188,60	4219,4	211,7	4321,3	5,0	40,0
214,25	5033,2	239,24	5231,0	5,5	45,0
239,59	5990,0	267,88	6117,0	6,0	50,0

Далее, построим графики зависимостей $\ln(I)(\ln(U))$ для каждого из значений тока накала.



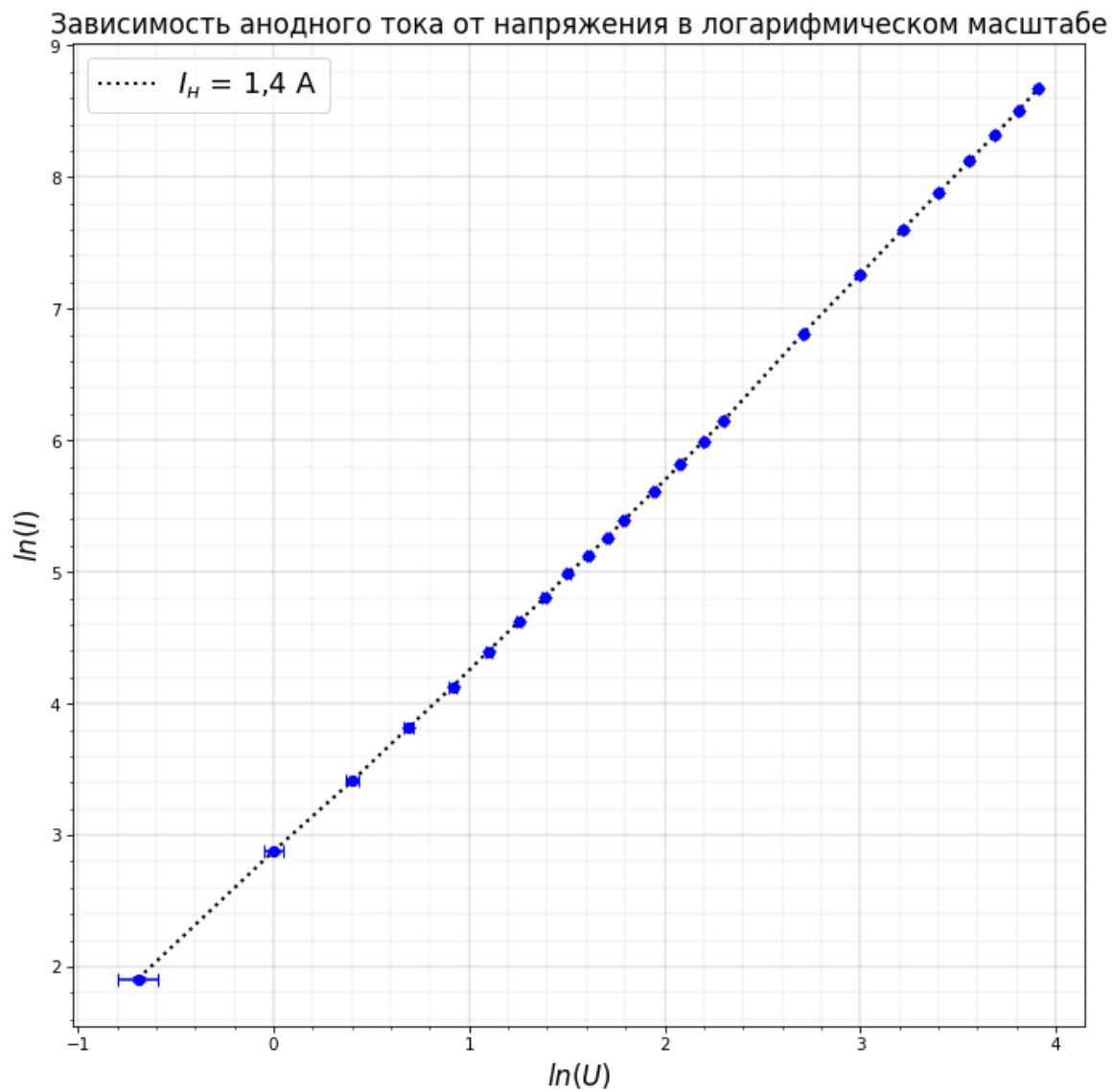
Из графика найдем коэффициент наклона прямой, сравним его с теоретическим значением $k = 3/2$:

$$k_{1,3} = (1,578 \pm 0,005), \quad \varepsilon_k = 0,32\%$$

значение отличается от теоретически предсказанного на $\approx 5\%$. Видно, что практически во всем диапазоне напряжений зависимость получается линейной с хорошей точностью. Все погрешности точек на графике здесь и далее рассчитаны по формуле

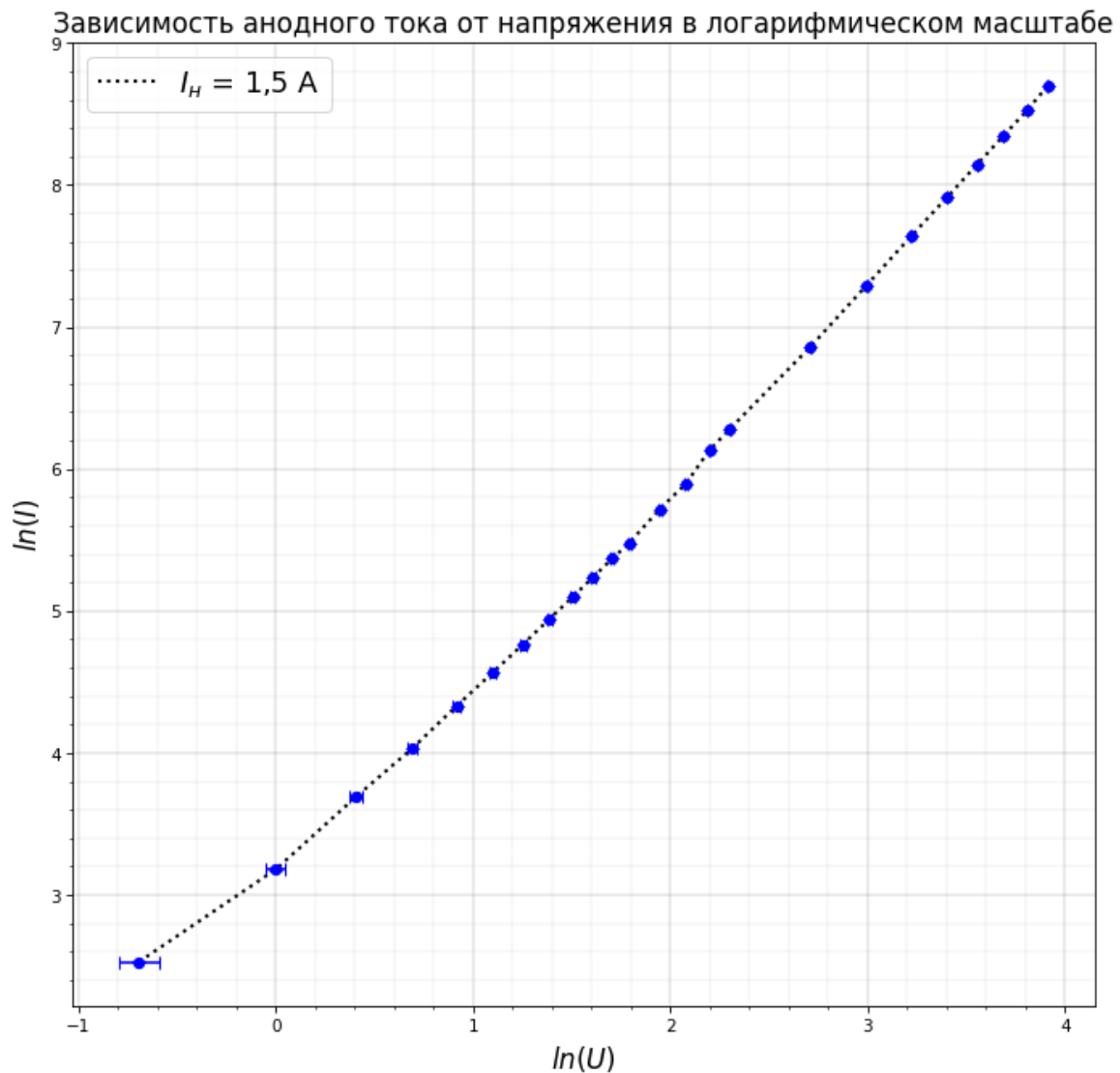
$$a = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\sigma_a = \sum \frac{\partial f^2}{\partial x_i^2} \cdot \sigma_{x_i}^2$$



$$k_{1,4} = (1,487 \pm 0,010), \quad \varepsilon_k = 0,67\%$$

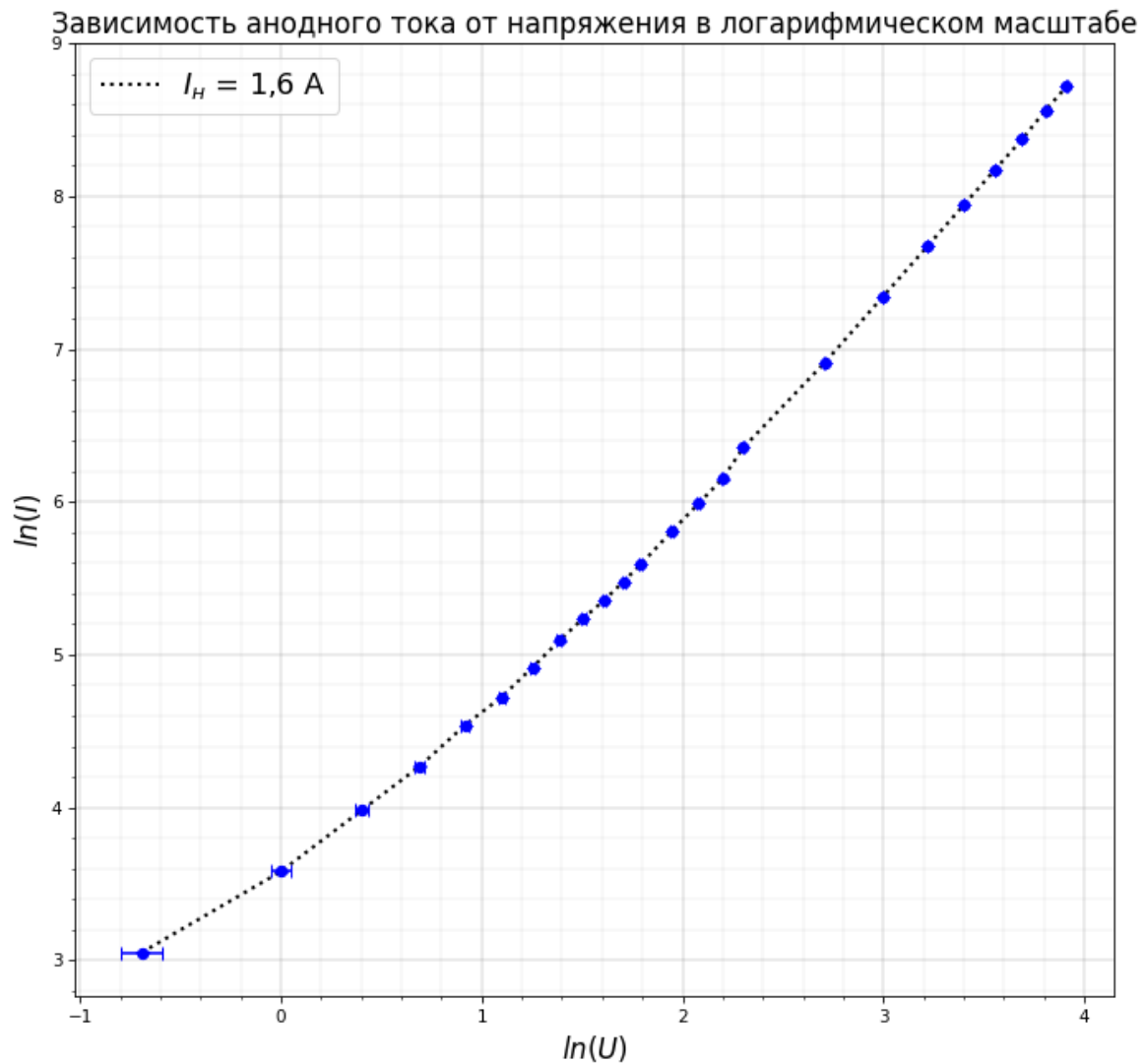
значение отличается от $3/2$ меньше чем на 1%. При токе накала $I_H = 1,4 \text{ A}$ зависимость все ещё линейна с хорошей точностью.



При токе накала $I_H = 1,5 \text{ A}$ точки хуже ложатся на прямую, в основном из-за первых трёх, завышенные значения которых могут быть связаны с тем, что при малых напряжениях и вклад в начальную скорость электронов может сносить тепловое движение, которое тем существеннее, чем больше ток накала, поэтому такого отклонения не наблюдалось при меньших токах. Посчитаем коэффициент k без учёта первых трёх точек:

$$k_{1,5} = (1,465 \pm 0,009), \quad \varepsilon_k = 0,61\%$$

значение отличается от предполагаемого на $\approx 2,5\%$. За исключением первых трёх точек зависимость линейна.



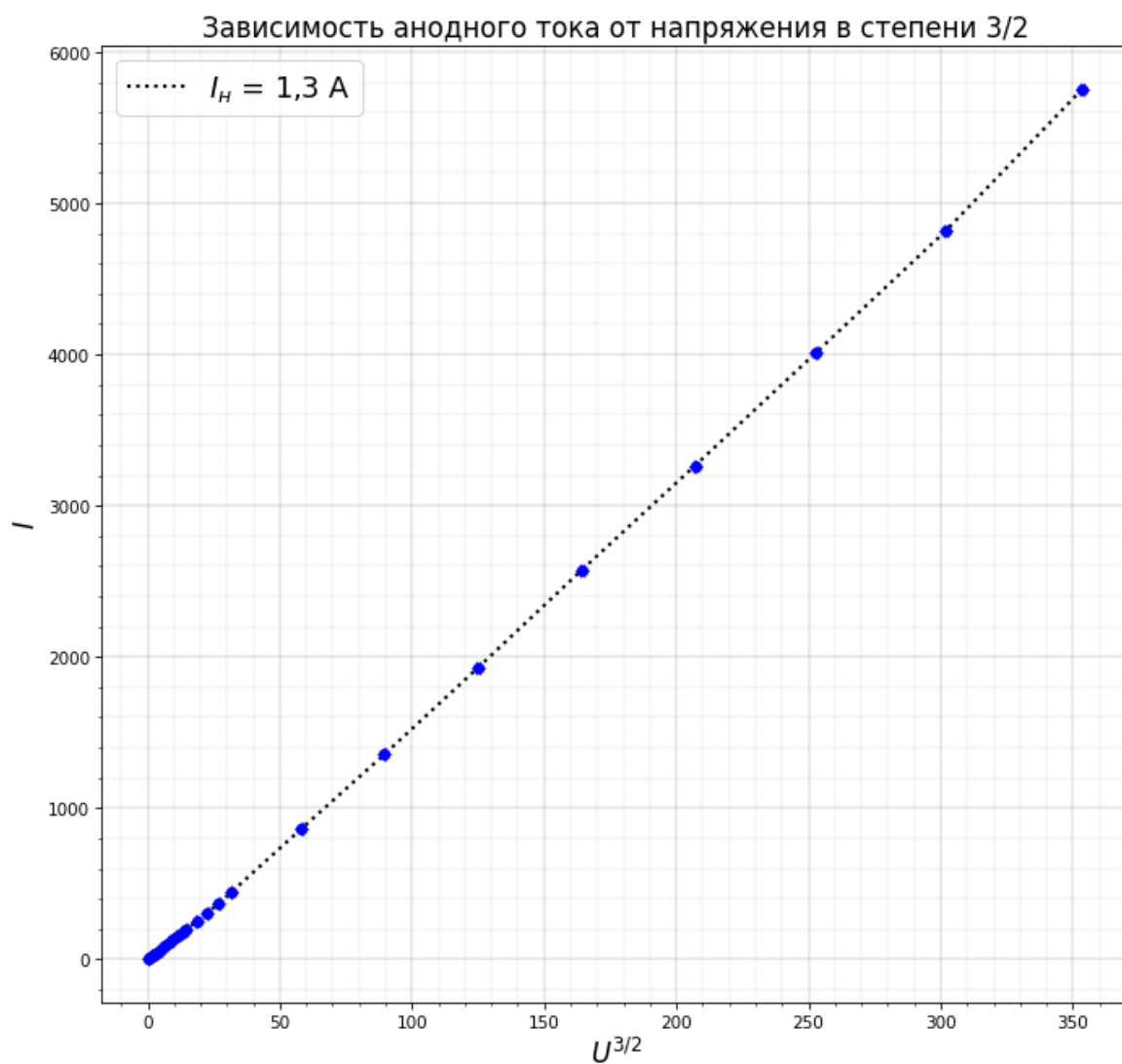
Опять заметим, что значения тока в первых трёх точках явно завышены (по сравнению с теорией), как и в предыдущем случае, это может быть вызвано влиянием тепловых скоростей. Расчитаем угол наклона исключая первые три точки из рассмотрения:

$$k_{1,6} = (1,408 \pm 0,014), \quad \varepsilon_k = 0,99\%$$

значение отличается от предполагаемого на $\approx 6,5\%$. Как и в предыдущем случае, за исключением первых трёх точек зависимость близка к линейной.

Теперь построим графики зависимости $I(U^{3/2})$, по углу наклона прямой найдём коэффициент пропорциональности, по формуле (4) расчитаем удельный заряд e/m :

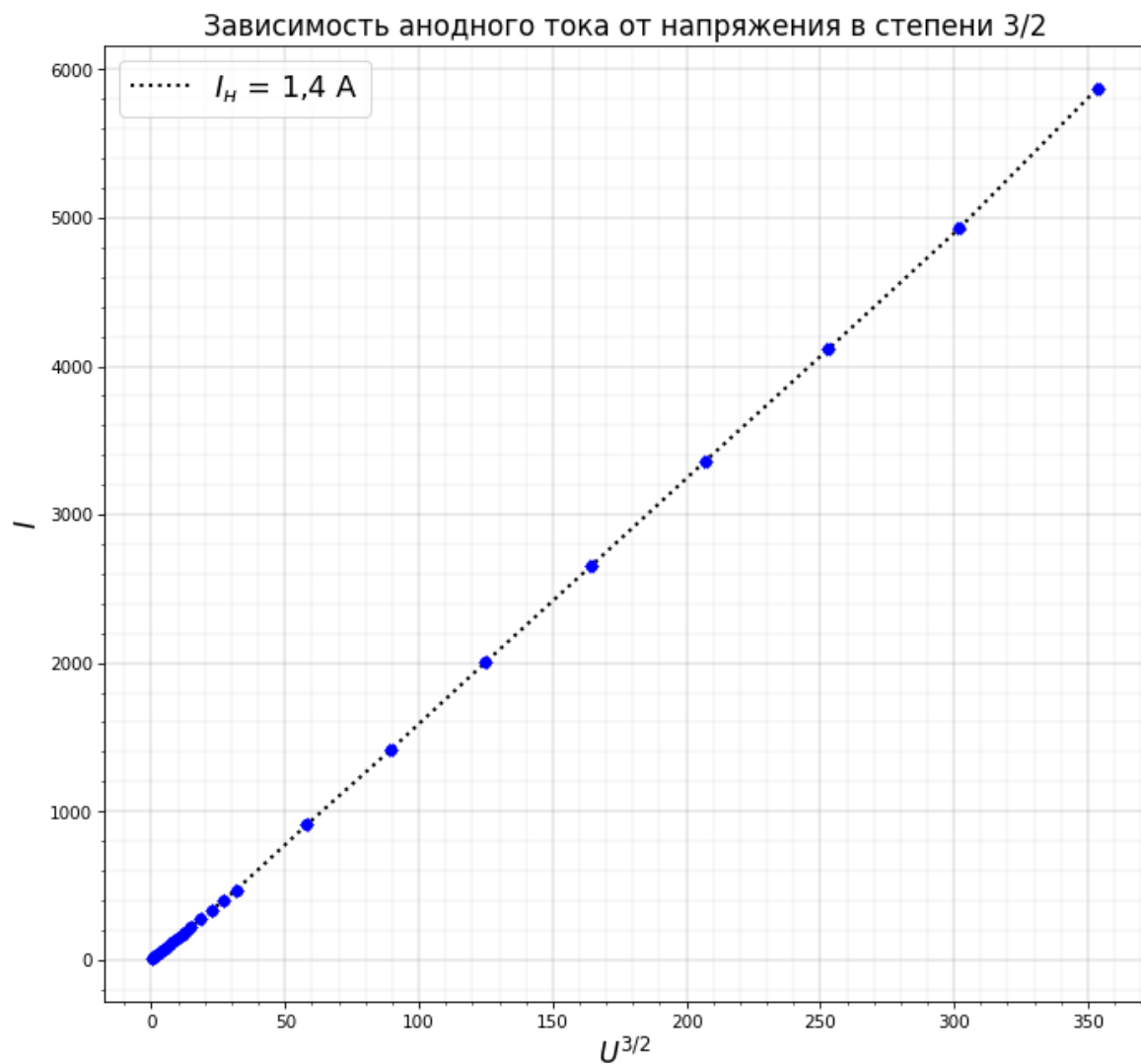
$$\frac{e}{m} = \frac{1}{\beta^2} \frac{81}{128} \frac{k^2 \cdot r_A^2}{\pi^2 \varepsilon_0^2 l^2}$$



$$k_{1,3} = (16,10 \pm 0,07), \quad \varepsilon_k = 0,43\%$$

$$\frac{e}{m} = (246,0 \pm 2,1) \cdot 10^9 \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1}, \quad \varepsilon = 2\varepsilon_k = 0,86\%$$

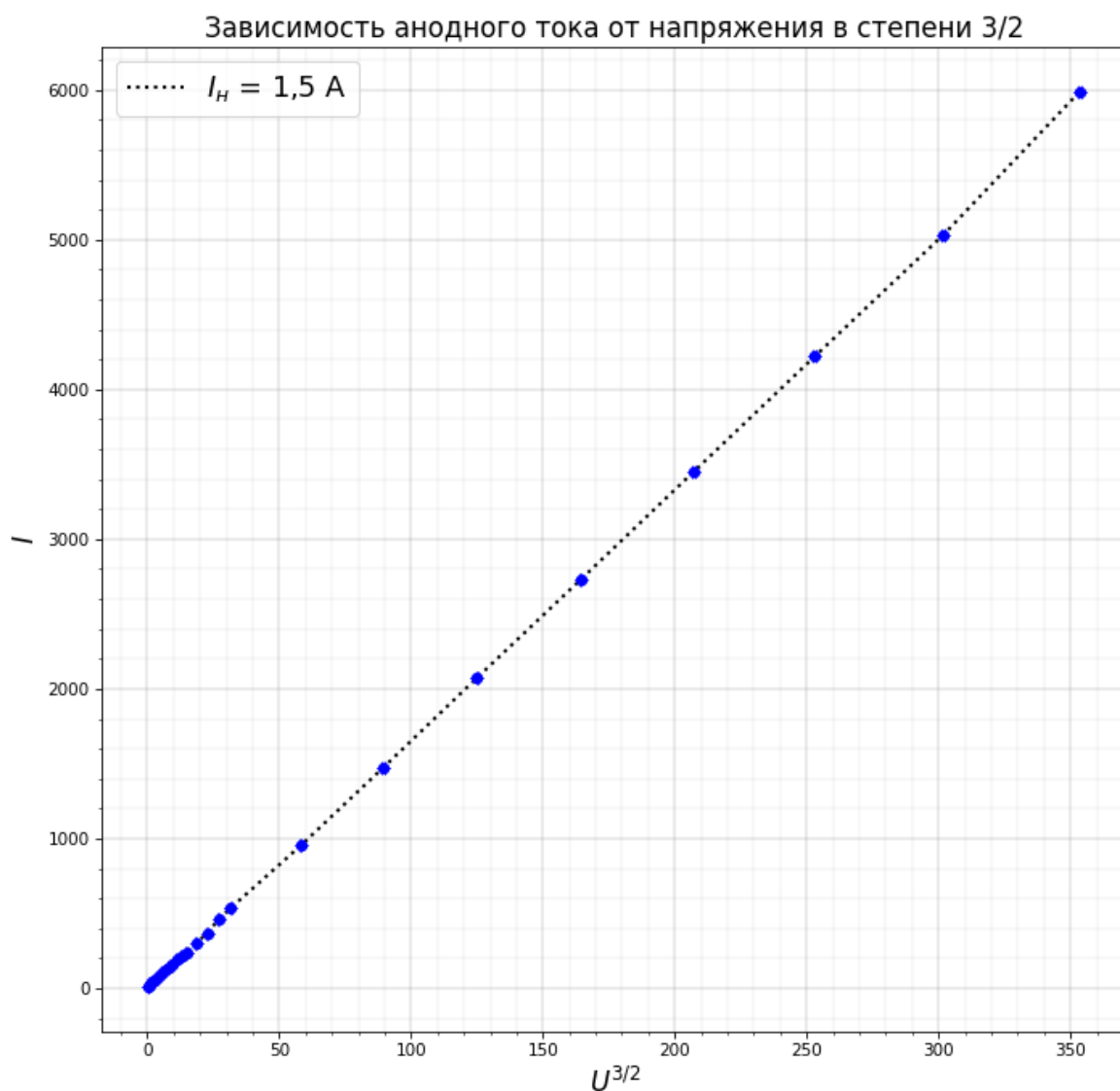
Табличное значение удельного заряда: $e/m = 176 \cdot 10^9 \text{ Кл} \cdot \text{м}^{-1}$. Полученное значение отличается от табличного на $\approx 40\%$, что является плохим результатом.



$$k_{1,4} = (16,44 \pm 0,05), \quad \varepsilon_k = 0,30\%$$

$$\frac{e}{m} = (256,7 \pm 1,5) \cdot 10^9 \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1}, \quad \varepsilon = 2\varepsilon_k = 0,60\%$$

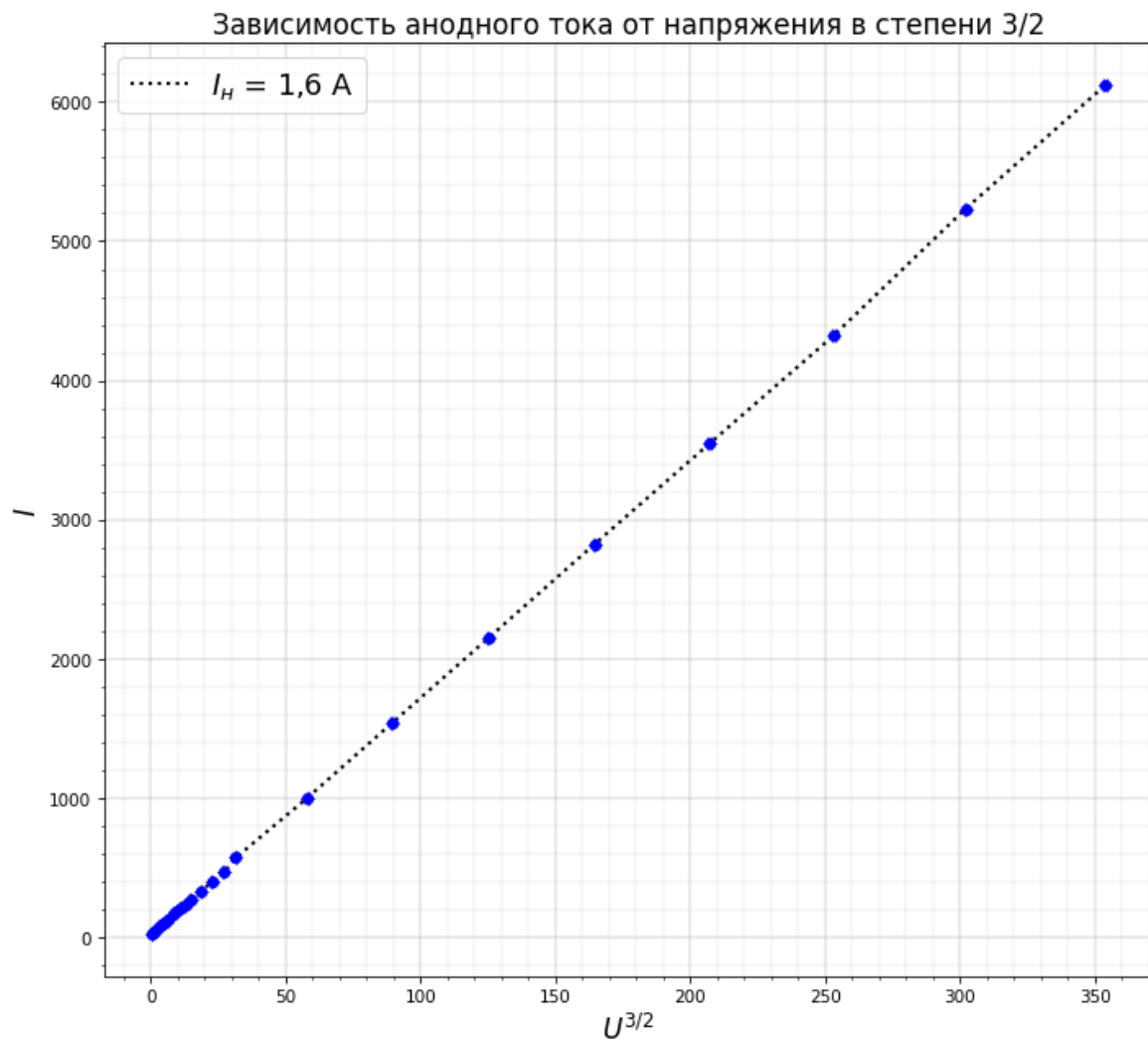
Результат отличается от табличного значения на $\approx 45\%$, что получается ещё хуже, чем в первом случае.



$$k_{1,5} = (17,10 \pm 0,07), \quad \varepsilon_k = 0,55\%$$

$$\frac{e}{m} = (266,7 \pm 2,9) \cdot 10^9 \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1}, \quad \varepsilon = 2\varepsilon_k = 1,10\%$$

В этом случае первые три точки почти не вносят изменений в коэффициент наклона прямой и его погрешность, поэтому можно их не выкидывать. Полученный удельный заряд отличается от табличного на $\approx 51\%$, что может указывать на то, что чем выше ток накала, тем хуже выполняется "закон трёх-вторых".



$$k_{1,6} = (17,15 \pm 0,07), \quad \varepsilon_k = 0,54\%$$

$$\frac{e}{m} = (268,2 \pm 2,9) \cdot 10^9 \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1}, \quad \varepsilon = 2\varepsilon_k = 1,08\%$$

Аналогично предыдущему случаю, коэффициент наклона будем искать беря все точки. В последнем случае отличие значения от табличного составляет $\approx 52\%$, что ещё лучше подтверждает границы применимости "закона трёх-вторых".

Вывод: В данной работе исследовался "закон трёх-вторых" для вакуумного диода, с его помощью рассчитывался удельный заряд электрона. Количественный результат сильно не совпал с табличным значением (погрешность наилучшего значения $\approx 40\%$, наихудшего $\approx 52\%$). Однако, предположение о границах применимости данного закона подтвердилось экспериментом – при больших значениях тока накала всё больше влияла тепловая скорость электронов, и значение удельного заряда электрона, полученное с помощью формулы, не учитывающей тепловое движение, всё больше отличалось от табличного.