

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Лабораторная работа 4.4.1
**Изучение амплитудной дифракционной
решётки**

Рогозин Владимир
Группа Б03-106

Цель работы: Знакомство с работой и настройкой гониометра Г5, определение спектральных характеристик амплитудной решётки.

Оборудование: Гониометр, дифракционная решётка, ртутная лампа.

Теоретические сведения:

Амплитудная дифракционная решётка. Амплитудную решётку можно представить в виде непрозрачного экрана, в котором прорезано большое число N параллельных щелей – штрихов. Постоянство расстояний между штрихами d – *периодом* решётки, и шириной штриха b должно выдерживаться с большой точностью.

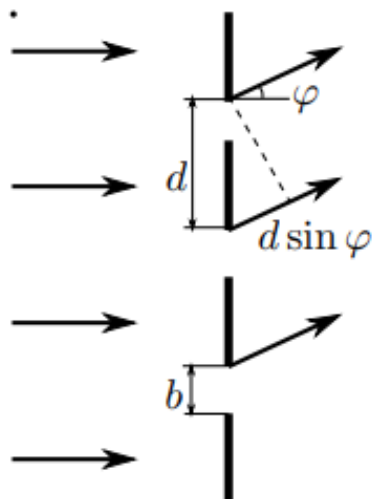


Рис. 1: Дифракция световой волны на амплитудной решётке

Наблюдение изображения спектра проводится с помощью зрительной трубы, настроенной на бесконечность (дифракция Фраунгофера на штрихах решётки). В этом случае амплитуда и интенсивность поля световой волны определяются углом φ между нормалью к решётке и направлением дифрагировавших лучей.

Пусть падающая на решётку волна распространяется перпендикулярно её поверхности. Интенсивность дифрагированного света максимальна для углов φ_m , для которых волны, приходящие в точку наблюдения от всех щелей решётки, оказываются в фазе:

$$d \sin \varphi_m = m\lambda. \quad (1)$$

Величина $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ называется порядком спектра.

Точная теория решётки учитывает как интерференцию волн, приходящих от разных щелей, так и дифракцию на каждой щели. Как показывает простой расчёт, интенсивность I света, распространяющегося под углом φ к нормали, определяется формулой

$$I = I_1(\varphi) \frac{\sin^2[N(kd \sin \varphi)/2]}{\sin^2[(kd \sin \varphi)/2]}, \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, а множитель $I_1(\varphi)$ описывает дифракцию волн, испускаемых одним периодом решётки (*диаграмма направленности* одного периода).

Анализ выражения (2) показывает, что при большом числе щелей свет, прошедший через решётку, распространяется по ряду резко ограниченных направлений, определяемых соотношением (1).

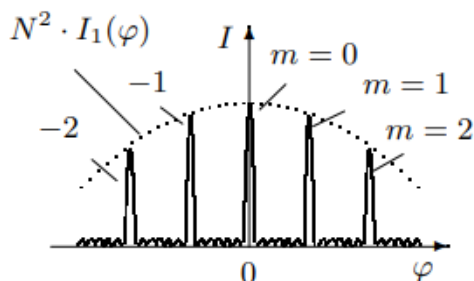


Рис. 2: Распределение интенсивности света при дифракции Фраунгофера на решётке

Зависимость интенсивности света от угла наблюдения представлена на рис. 2.

Как следует из (1), углы, при которых наблюдаются световые максимумы, зависят от длины волны λ . Дифракционная решётка представляет собой, таким образом, *спектральный прибор*. Если на дифракционную решётку падает свет сложного спектрального состава, то после решётки образуется спектр, причём фиолетовые лучи отклоняются решёткой меньше, чем красные. При $m = 0$ максимумы интенсивности для всех длин волн располагаются при $\varphi = 0$ и накладываются друг на друга. При освещении белым светом нулевой максимум, в отличие от всех прочих, оказывается поэтому

неокрашенным. Спектры первого, второго и т. д. порядков располагаются симметрично по обе стороны от нулевого.

Угловая дисперсия. Дисперсия D характеризует угловое расстояние между близкими спектральными линиями:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}.$$

По величине *угловой дисперсии* можно определить угловое расстояние между двумя близкими спектральными линиями: $\delta\varphi \approx \delta\lambda$.

Дифференцируя обе части (1) получим

$$d \cdot \cos \varphi d\varphi = m \cdot d\lambda.$$

Следовательно,

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2 \lambda^2}}.$$

Дисперсия возрастает с увеличением порядка спектра. На опыте дисперсию решётки определяют путём измерения углового расстояния $\Delta\varphi$ между двумя близкими спектральными линиями с известной разностью длин волн $\Delta\lambda$ (например, между жёлтыми линиями ртути).

Разрешающая способность дифракционной решётки. $R = \lambda/\delta\lambda$ характеризует возможность прибора различать две близкие спектральные линии с длинами волн λ и $\lambda + \delta\lambda$. Возможность разрешения двух близких спектральных линий зависит от их ширины и от расстояния между ними.

Пусть в спектре m -го порядка наблюдаются две близкие спектральные линии с длинами волн λ и $(\lambda + \Delta\lambda)$. Угловое расстояние $\Delta\varphi$ между этими линиями равно

$$\Delta\varphi = \frac{m\Delta\lambda}{d \cos \varphi}.$$

Согласно *критерию разрешения Релея* линии становятся неразличимыми, когда расстояние между ними меньше, чем расстояние от максимума одной линии до её первого минимума. Как следует из (2), при переходе из главного максимума ($\varphi = 0$) в минимум величина $N(kd \sin \varphi)/2$ изменяется на π , так что

$$\frac{Nkd}{2} [\sin(\varphi + \delta\varphi) - \sin(\varphi)] = \pi,$$

где $\delta\varphi$ – угловая полуширина главного максимума. Принимая во внимание малость $\delta\varphi$, получим

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{Nd \cos \varphi}.$$

Приравнявая $\delta\varphi$ и $\Delta\varphi$ для случая предельного разрешения, найдём для *разрешающую способность* дифракционной решётки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = m \cdot N.$$

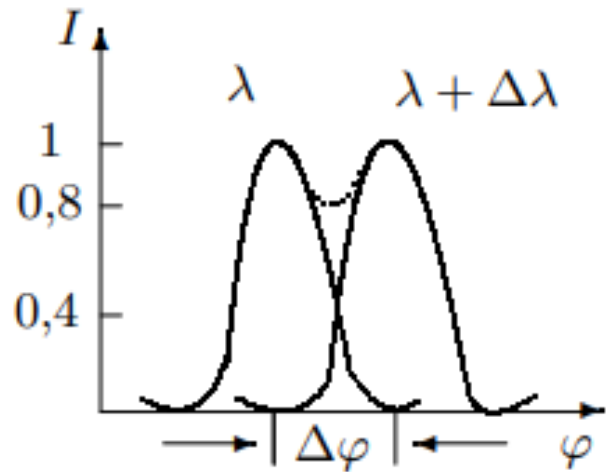


Рис. 3: К определению разрешающей способности дифракционной решётки

Дисперсионная область. При достаточно широком спектральном интервале падающего света спектры разных порядков могут накладываться друг на друга. Предельная ширина спектрального интервала $\Delta\lambda$, при которой спектры соседних порядков (m и $m + 1$) перекрываются только своими границами, называется *дисперсионной областью* G . При этом

$$d \sin \varphi = m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda,$$

и дисперсионная область

$$G = \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}.$$

Экспериментальная установка:

При работе с дифракционной решёткой основной задачей является точное измерение углов, при которых наблюдаются главные максимумы для различных длин волн. В этой работе для измерения углов используется гониометр Г5. Принципиальная схема экспериментальной установки приведена на рис. 4.

Измерение длин волн спектральных линий. Дифракционная решётка с известным периодом может быть использована для измерения длин волн, например, в спектре ртути. Как следует из (1), измерения длины волны сводятся к определению φ_m – угла отклонения лучей от первоначального направления. Проведя измерения дифракционных углов для спектра с известными длинами волн, можно рассчитать период решётки.

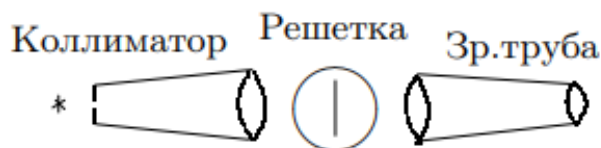


Рис. 4: Схема экспериментальной установки (вид сверху)

Определение угловой дисперсии. Для определения угловой дисперсии дифракционной решётки нужно измерить угловое расстояние $\Delta\varphi$ между двумя близкими спектральными линиями с длинами волн λ_1 и λ_2 и провести вычисления по формуле $D = \Delta\varphi/(\lambda_1 - \lambda_2)$.

Оценка разрешающей способности решётки. Непосредственное экспериментальное определение разрешающей способности дифракционной решётки требует специальных источников света, в спектре которых имеются близкие спектральные линии, находящиеся на пределе разрешения. Обозначим через $\delta\lambda$ разность их длин волн. Разрешающая сила определяется отношением $\lambda/\delta\lambda$.

Обработка данных:

1. Сначала, с помощью стеклянной призмы, проведём юстировку гониометра и установим начало отсчёта, запишем характеристики спектра ртутной лампы.

Таблица 1: Характеристики спектра ртутной лампы ДРШ

Цвет	красн.	красн.	желт.	желт.	зелен.	голуб.	синий	фиолет.
λ , нм	690,7	623,4	579,1	577,0	546,1	491,6	435,8	404,7

2. Далее, убедимся в справедливости формулы (1), для этого запишем значение периода решётки $d = 1/500$ мм = 2 мкм, затем определим углы дифракции для двух ярких линий спектра в одном порядке и убедимся, что $d \sin \varphi \sim \lambda$.

Таблица 2: Результаты оценки формулы (1)

Цвет	φ	$\lambda_{\text{экс.}}, \text{ нм}$	$\lambda_{\text{табл.}}, \text{ нм}$
Синий	12°35'57"	436,3	435,8
Голубой	14°15'57"	492,8	491,6

3. Теперь будем измерять угловые координаты спектральных линий ртути в ± 1 порядках. Результаты измерений приведены в таблице ниже.

Таблица 3: Результаты измерений для $m = \pm 1$ порядков

	$m = 1$	$m = -1$
Цвет	φ	φ
Фиолетовый	$12^\circ 48' 25''$	$12^\circ 41' 58''$
Голубой	$14^\circ 18' 9''$	$14^\circ 5' 0''$
Зелёный	$15^\circ 46' 59''$	$15^\circ 55' 1''$
Желтый 1	$16^\circ 52' 37''$	$16^\circ 50' 0''$
Желтый 2	$16^\circ 58' 1''$	$16^\circ 57' 0''$

По результатам измерений построим график зависимости $\sin \varphi$ от λ для каждого из порядков, по углу наклона прямой вычислим период дифракционной решетки, сравним полученное значение с истинным.

Таблица 4: Результаты определения периода решётки

d , мкм	d_1 , мкм	ε_{d_1} , %	d_{-1} , мкм	$\varepsilon_{d_{-1}}$, %
2,0	1,98	1,24	1,97	1,32

4. После этого, определим угловые координаты линий жёлтой пары во всех видимых порядках спектра. Результаты измерений приведены в таблице ниже.

Таблица 5: угловые координаты линий жёлтой пары в трёх порядках спектра

m	Цвет	φ	m	Цвет	φ
1	желт. 1	$16^\circ 53'$	-1	желт. 1	$16^\circ 50'$
	желт. 2	$16^\circ 58'$		желт. 2	$16^\circ 57'$
2	желт. 1	$34^\circ 30'$	-2	желт. 1	$34^\circ 5'$
	желт. 2	$35^\circ 38'$		желт. 2	$35^\circ 10'$
3	желт. 1	$61^\circ 28'$	-3	желт. 1	$58^\circ 43'$
	желт. 2	$62^\circ 7'$		желт. 2	$59^\circ 4'$

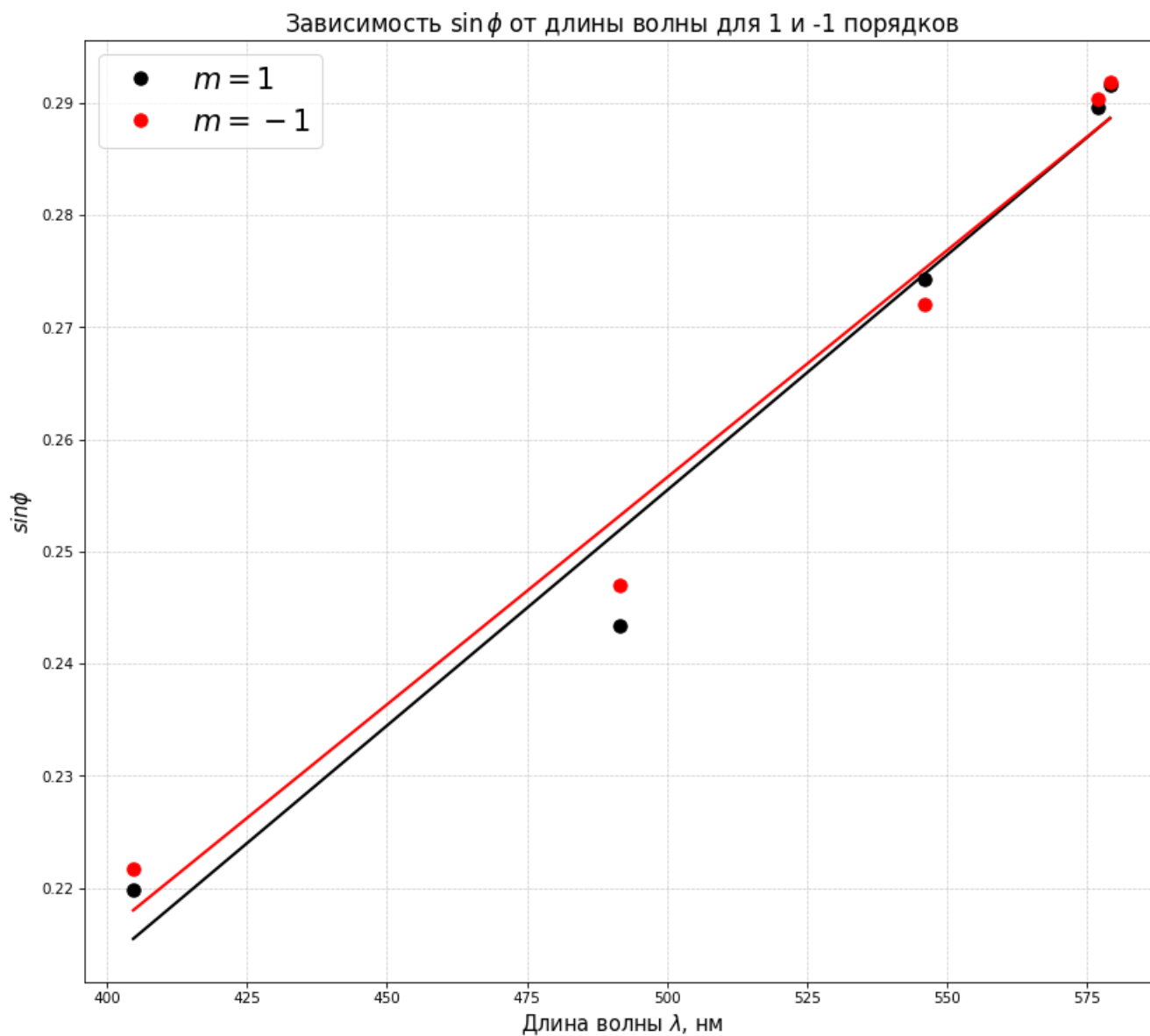
5. Теперь оценим разрешающую способность решётки. Для этого измерим координату и угловую ширину жёлтой линии.

$$R = \frac{\varphi}{\delta\varphi}$$

Таблица 6: Разрешающая способность решётки

$\delta\lambda$	λ	R
$6'$	$16^\circ 53'$	9 608,83

Вывод: В данной работе было исследовано явления дифракции на амплитудной решётке. С помощью угловых координат 1-го и -1-го порядков спектра был рассчитан и сравнён с истинным значением период дифракционной решётки. Также, была получена и сравнена с теоретической зависимость угловой дисперсии от порядка спектра, и по угловой ширине жёлтой пары была найдена разрешающая способность амплитудной решётки.



$$k_1 = (506,05 \pm 6,25) \cdot 10^{-6} \text{ нм}^{-1} \quad \varepsilon_{k_1} \approx 1,24\%$$

$$d_1 = (197,61 \pm 2,45) \cdot 10^{-8} \text{ м} \quad \varepsilon_{d_1} \approx 1,24\%$$

$$k_{-1} = (507,45 \pm 6,70) \cdot 10^{-6} \text{ нм}^{-1} \quad \varepsilon_{k_{-1}} \approx 1,32\%$$

$$d_{-1} = (197,06 \pm 2,60) \cdot 10^{-8} \text{ м} \quad \varepsilon_{d_{-1}} \approx 1,32\%$$

