

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Изучение режимов истечения газа из сопла Лаваля

Группа Б03-106:
Рогозин Владимир
Герасимов Илья
Казусев Степан
Кравец Кирилл
Дюгаева Юлия

Аннотация:

В данной работе были изучены принципы работы сопла Лаваля и различные режимы истечения воздуха из него. С помощью одномерной теории истечения газа были рассчитаны параметры потока на выходе из сопла, те же параметры были рассчитаны из экспериментальных данных.

Цель работы:

- 1) По одномерной теории рассчитать значение числа Маха для стеклянного и алюминиевого сопел.
- 2) Измерить давление газа в струе и в ресивере, по этим данным вычислить число Маха для каждого из сопел.
- 3) Сравнить результаты, полученные при теоретическом рассчёте с использованием одномерной теории, и результаты из экспериментальных данных.

Теоретические сведения: *Сопло* – закрытый канал переменного сечения, предназначенный для разгона газа или жидкости. Рассмотрим основные требования к профилю канала, которым он должен удовлетворять, чтобы получить желаемое изменение скорости потока. Будем считать, что течение в канале *стационарное*, одномерное, адиабатическое и изоэнтропическое, а газ идеальный и *калорически совершенный* (теплоёмкости c_v и c_p постоянны). Тогда можно записать *уравнение неразрывности* и уравнение адиабаты Пуассона:

$$\rho u A = \text{const}, \quad (1)$$

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{const}, \quad (2)$$

где ρ – плотность газа, u – скорость вдоль оси x , A – местное сечение канала, γ – показатель адиабаты газа. Также имеет место уравнение Эйлера

$$u \frac{du}{dx} = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}. \quad (3)$$

Произведя логарифмическое дифференцирование уравнения (2), получим

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{u} + \frac{dA}{A} = 0. \quad (4)$$

Подставляя значение $d\rho/\rho$ из (4) в (3), получим

$$udu = a^2 \left(\frac{du}{u} + \frac{dA}{A} \right).$$

Обозначая число Маха $M = u/a$, запишем

$$(M^2 - 1) \frac{du}{u} = \frac{dA}{A}.$$

Это соотношение носит имя Гюгонио. Из него следует, что если $M < 1$, то знаки изменения скорости потока и площади сечения канала противоположны. При возрастании площади сечения скорость уменьшается и наоборот. При $M > 1$, с увеличением площади сечения канала растёт скорость и наоборот. Если $M = 1$, то $dA = 0$, соответствующее минимальное сечение называется *критическим*.

Используя уравнение неразрывности и изоэнтропические соотношения для параметров газа в потоке, можно получить связь между параметрами одномерного газового потока и площадью сечения канала.

Вывод данных формул представлен в приложении:

$$\begin{aligned}
 q^{-1} &= \frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\left(\frac{2}{\gamma + 1} \right) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}, \\
 \pi &= \frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-\gamma/(\gamma-1)}, \\
 \varepsilon &= \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-1/(\gamma-1)}, \\
 \tau &= \frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-1}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь звёздочкой обозначена площадь критического сечения, $\gamma = c_p/c_v = 1,4$ – показатель адиабаты воздуха.

Таким образом, для получения сверхзвукового потока газа необходимо сначала пропустить его через сужающийся канал, а затем через расширяющийся. Такие сопла носят имя Лаваля.

Если величина *противодавления* окружающей среды равна расчётному значению для сверхзвуковой ветви, то реализуется *расчётный* режим истечения из сопла.

Характер сверхзвукового истечения (структуре течения вне сопла) определяется соотношением противодавления (т.е. давления окружающей среды) и давлением на срезе сопла. За соплом неизобарическая сверхзвуковая струя имеет некоторый участок, который характеризуется наличием системы *скаков* и *волн разрежения*, на котором происходит выравнивание давления в струе с давлением окружающей среды. При этом, так как струя распространяется в покоящемся газе, то скачки уплотнения и волны разрежения не выходят за пределы струи, отражаясь от границы неподвижного и движущегося газа таким образом, что скачки уплотнения отражаются волнами разрежения, а волны разрежения отражаются скачками уплотнения. Это следует из условия равенства давления на границе струи и в окружающей среде. Рассмотрим два возможных режима истечения:

- Истечение газа с перерасширением.** В случае перерасширения давление в выходном сечении p_c меньше, чем противодавление p_a , и струя начинает сжиматься.

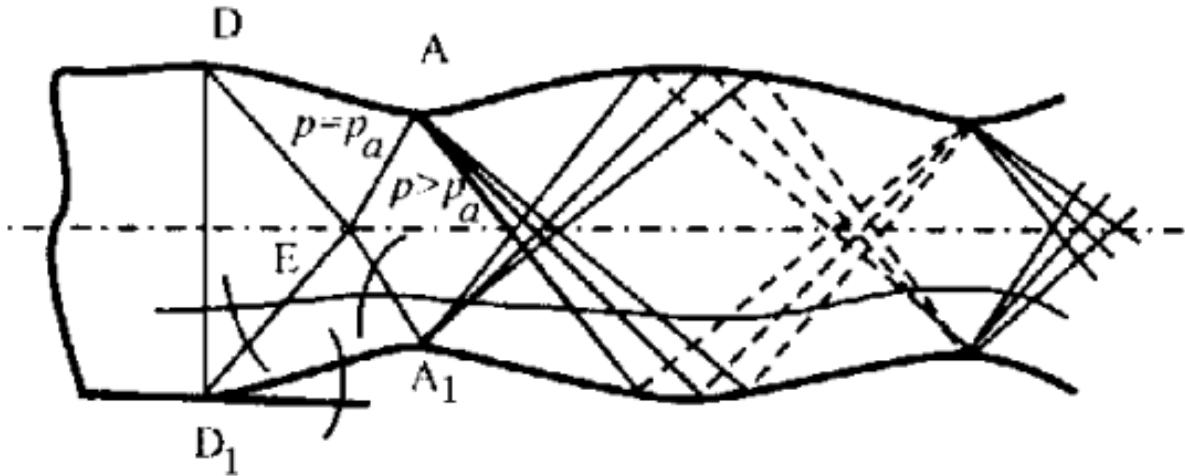


Рис. 1: Струя идеального газа при перерасширении

- Истечение газа с недорасширением.** В случае, если противодавление меньше, чем давление на срезе, реализуется режим истечения с недорасширением, т.е. как бы из укороченного сопла.

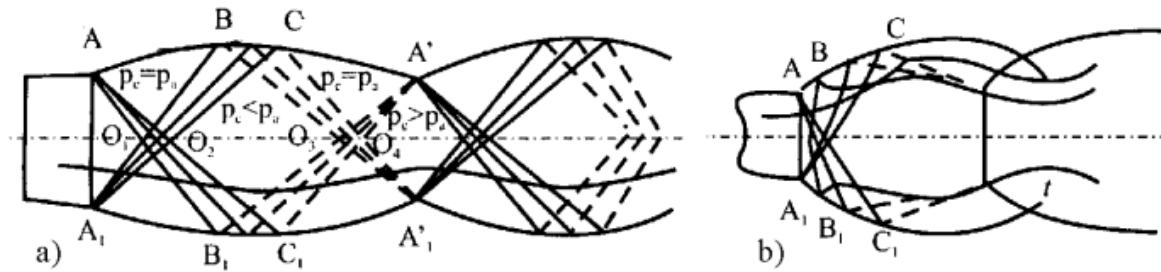


Рис. 2: а) Схема сверхзвуковой плоской недорасширенной струи идеального газа, б) То же для осесимметричной струи идеального газа

Экспериментальная установка: Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1.

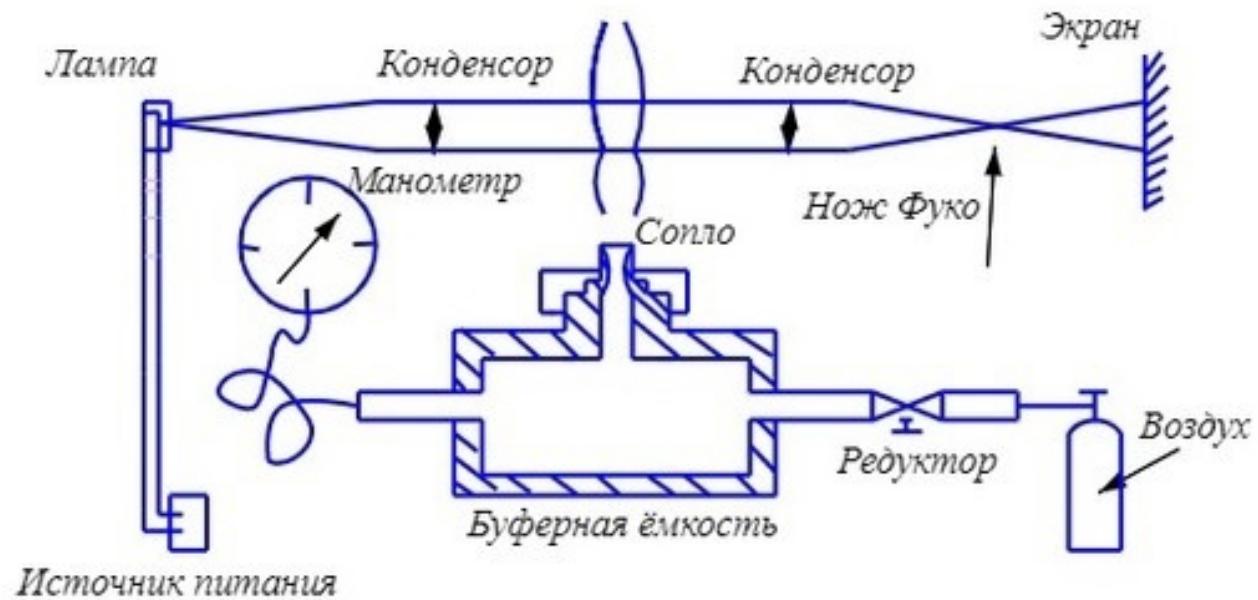


Рис. 3: Схема экспериментальной установки

Воздух из баллона высокого давления через редуктор поступает в ресивер. Ресивер представляет собой толстостенный сосуд объёмом 200 см^3 , служащий для выравнивания параметров газа в предсопловом объеме. Давление в нём устанавливается и регулируется редуктором. К ресиверу подсоединяются сменные сопла. В работе используется набор осесимметричных конических сопел, позволяющих получать потоки газа с различными числами M . Установка оснащена визуализирующей оптической системой, которая может быть построена в полутеневом или шпирном варианте. Она состоит из точечного источника света, набора линз, ножа Фуко и экрана.

Методика измерений:

Давление в ресивере измеряется пружинным манометром. Для измерения распределения полного давления вдоль струи используется насадок полного давления, соединённый с пружинным манометром.

Обработка данных:

- Запишем параметры используемых в работе сопел, значения приведены в таблице ниже.

Таблица 1: Параметры сопел

Материал	$D_{\text{вх.}}$, мм	$D_{\text{вых.}}$, мм
Стекло	1,57	1,73
Алюминий	1,58	2,27

2. Используя метод последовательных приближений, с помощью первой формулы из (5) теоретически рассчитаем число Маха для потока воздуха. Для этого Из (5) выразим M , за начальное значение M_0 возьмём $M_0 = 1$, тогда

$$\begin{cases} M_0 = 1, \\ M_i = \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left(\frac{A}{A^*} M_{i-1} \right)^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}} - \frac{2}{\gamma - 1} \right)^{\frac{1}{2}}; \end{cases}$$

Результат вычислений занесём в таблицу.

Таблица 2: Теоретически рассчитанные числа Маха

Материал	Стекло	Алюминий
Число Маха M	1,55	2,22

3. После этого, используя формулы (5), с помощью рассчитанных ранее значений числа Маха M получим давление газа в расчётном режиме, а затем сравним с экспериментальными данными.

Таблица 3: Теоретически рассчитанные и экспериментальные значения давления

Материал	Теоретическое p , атм.	Экспериментальное p , атм.
Стекло	3,95	4,05
Алюминий	11,03	10,65

4. Далее измерим давление в ресивере p_0 и давление на выходе p'_0 , после этого, используя метод последовательных приближений, рассчитаем число Маха по полученным значениям давления с помощью формулы

$$\begin{cases} M_0 = M_{\text{геом.}}, \\ M_i^2 = \frac{\gamma - 1}{2\gamma} + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \left(\frac{p'_0}{p_0} \right)^{1-\gamma} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(\frac{1}{M_{i-1}^2} + \frac{\gamma - 1}{2} \right) \right]^{-\gamma}. \end{cases}$$

где $M_{\text{геом.}}$ – число Маха, рассчитанное первым способом. Сравним полученные двумя способами значения M , результаты приведены в таблице ниже:

Таблица 4: Сравнение расчётов по разным формулам

Число Маха	Через $\frac{A}{A^*}$	Через $\frac{p'_0}{p_0}$
Стекло	1,56	1,49
Алюминий	2,22	2,36

5. Последним пунктом проанализируем на практике различные режимы истечения из сопла. Ниже представлены фотографии для каждого случая.



Рис. 4: Алюминиевое сопло, расчётный режим, $p_0 = 10,65$ атм.



Рис. 5: Алюминиевое сопло, режим перерасширения, $p_0 = 5,3$ атм.

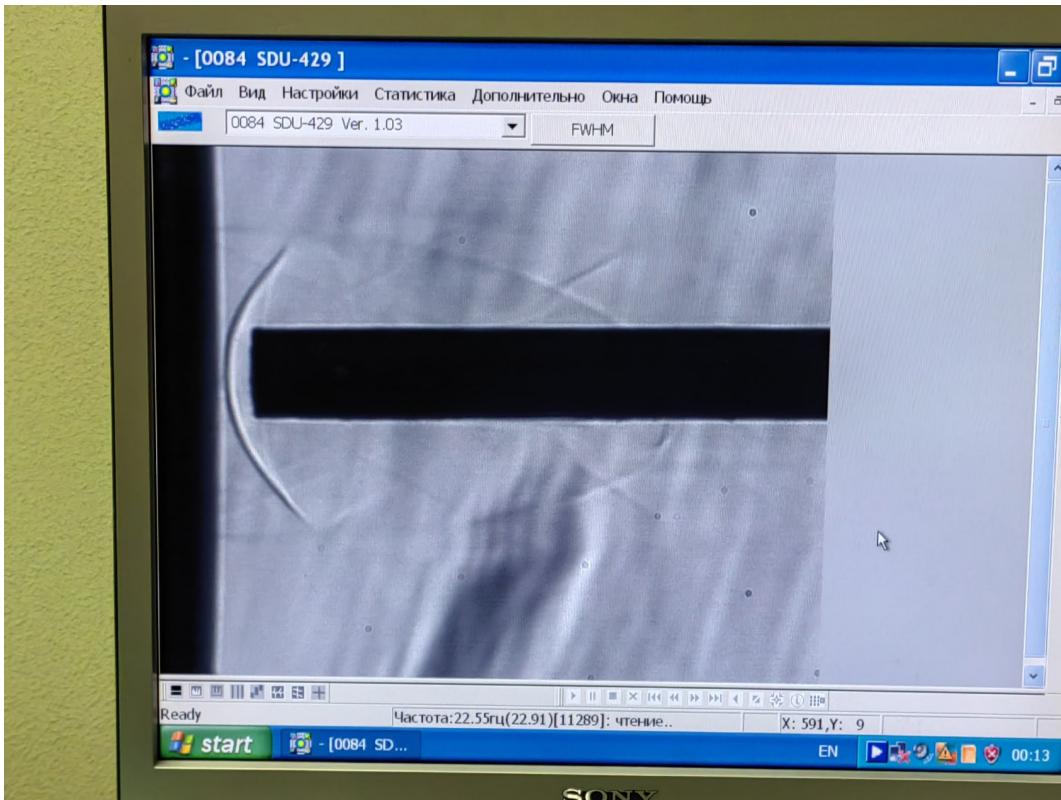


Рис. 6: Алюминиевое сопло, обтекание насадки, $p_0 = 11$ атм. $p'_0 = 6,1$ атм.

Вывод: В данной работе был изучен процесс истечения газа из сопла Лаваля в приближении одномерной теории адиабатического изоэнтропического истечения. В работе использовались два различных сопла (стеклянное и алюминиевое), для каждого из них было вычислено значение числа Маха M двумя способами (с помощью геометрии сопел и с помощью разности давлений на входе и выходе из сопла), также, на опыте были рассмотрены и проанализированы три различных режима истечения из сопла (с недорасширением, расчётный, с перерасширением).