

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

---

Лабораторная работа 4.3.1  
**Изучение дифракции света**

---

Рогозин Владимир  
Группа Б03-106

**Цель работы:** исследовать явления дифракции Френеля и Фраунгофера на щели, изучить влияние дифракции на разрешающую способность оптических инструментов.

**Оборудование:** В работе используются: оптическая скамья, ртутная лампа, монохроматор, щели с регулируемой шириной, рамка с вертикальной нитью, двойная щель, микроскоп на поперечных салазках с микрометрическим винтом, зрительная труба.

## 1 Теоретические сведения

### 1.1 Дифракция Френеля на щели

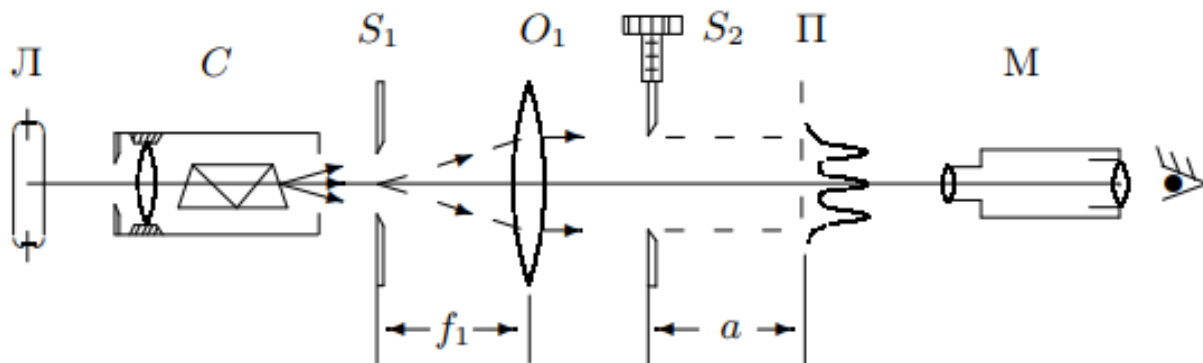


Рис. 1: Схема установки для наблюдения дифракции Френел

Схема установки для наблюдения дифракции Френеля представлена на рис. 1. Световые лучи освещают щель  $S_2$  и испытывают на ней дифракцию. Щель  $S_2$  освещается параллельным пучком монохроматического света с помощью коллиматора, образованного объективом  $O_1$  и щелью  $S_1$ , находящейся в его фокусе. На щель  $S_1$  сфокусировано изображение спектральной линии, выделенной из спектра ртутной лампы  $\text{Л}$  при помощи простого монохроматора  $\text{С}$ , в котором используется призма прямого зрания.

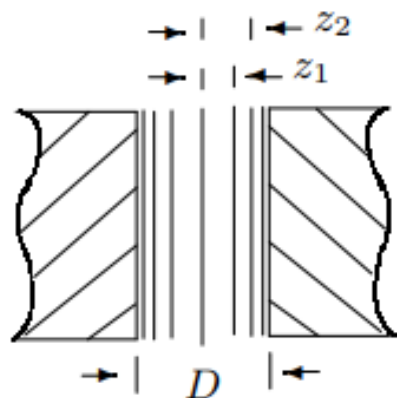


Рис. 2: Зоны Френеля в плоскости щели

Вид наблюдаемой дифракционной картины определяется числом Френеля  $\Phi$ : квадрат которого

Распределение интенсивности света в плоскости наблюдения  $\text{П}$  проще всего рассчитывать с помощью зон Шустера. При освещении щели  $S_2$  параллельным пучком лучей (плоская волна) зоны Френеля представляют собой полосы, параллельные краям щели (рис. 2). Результирующая амплитуда в точке наблюдения определяется суперпозицией колебаний от тех зон Френеля, которые не перекрыты створками щели. Графическое определение результирующей амплитуды производится с помощью спирали Корню. Суммарная ширина  $m$  зон Френеля  $z_m$  определяется соотношением

$$z_m = \sqrt{am\lambda}, \quad (1)$$

где  $a$  – расстояние от щели до плоскости наблюдения, а  $\lambda$  – длина волны.

Вид наблюдаемой дифракционной картины определяется

$$\Phi^2 = \frac{D}{\sqrt{a\lambda}}$$

– это отношение ширины щели  $D$  к размеру первой зоны Френеля, т.е. число зон Френеля, которые укладываются на ширине щели. Обратную величину называют *волновым параметром*

$$p = \frac{1}{D^2} = \frac{\sqrt{a\lambda}}{D}.$$

Дифракционная картина отсутствует, когда плоскость наблюдения  $\Pi$  совпадает с плоскостью щели: при  $\Phi \rightarrow \infty$  мы имеем дело с геометрической оптикой. При небольшом удалении от щели, когда число Френеля  $\Phi \gg 1$ , распределение интенсивности света за щелью также можно получить с помощью законов геометрической оптики (приближённо). Дифракционная картина в этом случае наблюдается только в узкой области на границе света и тени у краёв экрана.

При последующем небольшом удалении от щели (или изменении ширины щели  $S_2$ ) эти две группы дифракционных полос перемещаются практически независимо друг от друга. Каждая из этих групп образует картину дифракции Френеля на краю экрана. Распределение интенсивности при дифракции света на краю экрана может быть найдено с помощью спирали Корню.

При дальнейшем увеличении расстояния  $a$  (или уменьшении ширины щели  $S_2$ ) обе системы дифракционных полос постепенно сближаются и, наконец, при  $\Phi \approx 1$  накладываются друг на друга. Распределение интенсивности в плоскости наблюдения в этом случае определяется числом зон Френеля, укладывающихся на полуширине щели. Если это число равно  $m$ , то в поле зрения наблюдается  $n = m - 1$  тёмных полос. Таким образом, по виду дифракционной картины можно оценить число зон Френеля на полуширине щели.

## 1.2 Дифракция Фраунгофера на щели

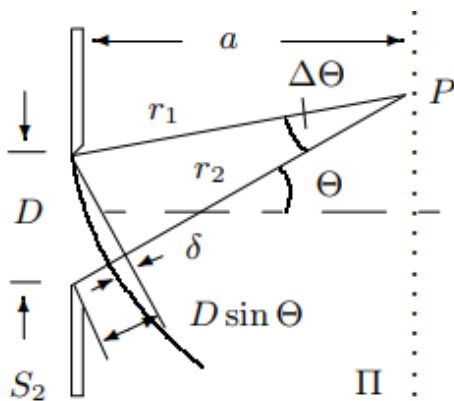


Рис. 3: К фазовым соотношениям при дифракции Фраунгофера

Картина дифракции резко упрощается, когда ширина щели становится значительно меньше ширины первой зоны Френеля, т.е. если

$$D \ll \sqrt{a\lambda} \quad \text{или} \quad \Phi \ll 1. \quad (2)$$

Это условие всегда выполняется при достаточно большом расстоянии  $a$  от щели до плоскости наблюдения. Дифракционную картину, наблюдаемую в этом случае, принято называть *дифракцией Фраунгофера*. Исследование такой дифракционной картины заметно облегчается, потому что упрощаются фазовые соотношения. При выполнении условия (2) разность хода между крайними лучами, приходящими от щели в точку наблюдения  $P$ , с хорошим приближением можно вычислять по формуле

$$\Delta = r_2 - r_1 \approx D \sin \Theta \approx D \cdot \Theta. \quad (3)$$

Здесь предполагается, что дифракционный угол  $\Theta$  достаточно мал, так что  $\sin \Theta \approx \Theta$ . Формула (3) справедлива при условии  $\delta \ll \lambda/2$ . Это условие эквивалентно условию (2).

Дифракцию Френеля и Фраунгофера можно наблюдать на одной и той же установке (рис. 1). Однако при обычных размерах установки дифракция Фраунгофера возникает только при очень узких щелях. Поскольку работать с такими тонкими щелями неудобно, для наблюдения дифракции Фраунгофера к схеме, изображённой на рис. 1 добавляется объектив  $O_2$  (рис. 4)

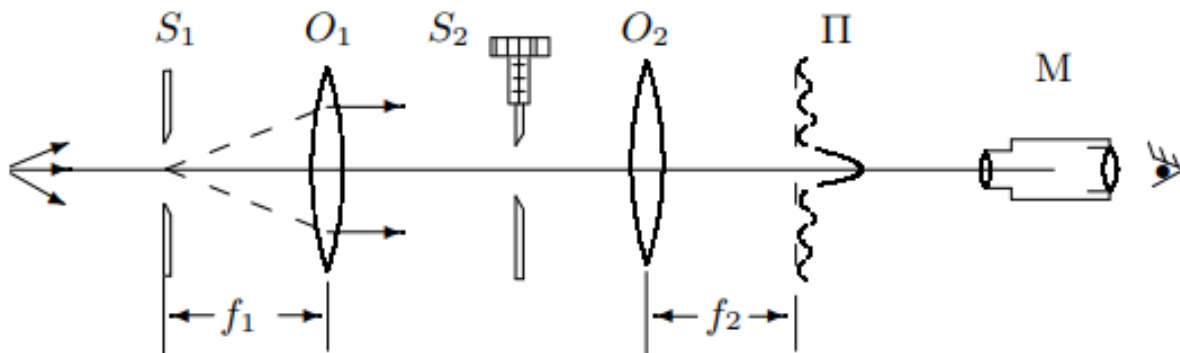


Рис. 4: Схема установки для наблюдения дифракции Фраунгофера на щели

Дифракционная картина наблюдается здесь в фокальной плоскости объектива  $O_2$ . Каждому значению угла  $\Theta$  соответствует в этой плоскости точка, отстоящая от оптической оси на расстоянии

$$X = f_2 \cdot \operatorname{tg} \Theta \approx f_2 \Theta. \quad (4)$$

Поскольку объектив не вносит дополнительной разности хода между интерферирующими лучами (таутохронизм), в его фокальной плоскости наблюдается неискажённая дифракционная картина Фраунгофера. Эта картина соответствует бесконечно удалённой плоскости наблюдения. Распределение интенсивности в дифракционной картине Фраунгофера представлено на рис. 5.

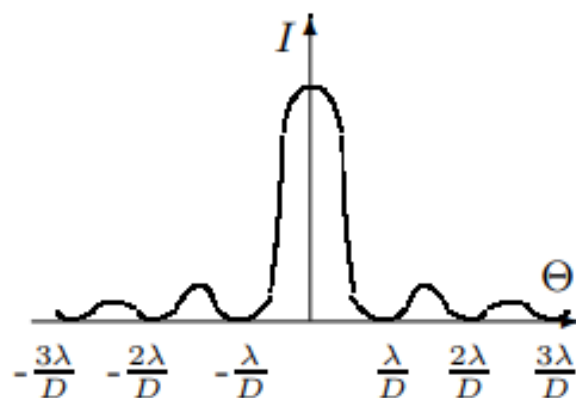


Рис. 5: Распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на щели

Поскольку при  $\Theta = 0$  разность хода между любой парой лучей равна нулю, в центре поля зрения наблюдается дифракционный максимум. Первый минимум соответствует такому значению дифракционного угла  $\Theta_1$ , при котором в точке наблюдения разность хода пробегает все возможные значения от нуля до  $2\pi$ . Таким образом, можно определить угловую координату  $\Theta_m$  любой тёмной полосы. Для малых углов

$$m\lambda = D \cdot \Theta_m. \quad (5)$$

Расстояние  $X_m$  тёмной полосы от оптической оси объектива  $O_2$  пропорционально фокусному расстоянию  $f_2$ . Из (4) и (5) следует

$$X_m = f_2 m \frac{\lambda}{D}. \quad (6)$$

Из (6) видно, что при малых углах минимумы эквидистантны, а расстояния  $\Delta X$  между минимумами обратно пропорциональны ширине  $D$  щели  $S_2$ .

### 1.3 Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Для наблюдения дифракции Фраунгофера на двух щелях в установке (рис. 4) следует заменить щель  $S_2$  экраном Э с двумя щелями (рис. 6). При этом для оценки влияния ширины входной щели на чёткость дифракционной картины вместо входной щели  $S_1$  следует поставить щель с микрометрическим винтом. Два дифракционных изображения входной щели, одно из которых

образовано лучами, прошедшими через левую, а другое – через правую щели, накладываются друг на друга.

Если входная щель достаточно узка, то дифракционная картина в плоскости  $\Pi$  (рис. 6) подобна той, что получалась при дифракции на одной щели (рис. 4), однако теперь вся картина испещрена рядом дополнительных узких полос. Наличие этих полос объясняется суперпозицией световых волн, приходящих в плоскость наблюдения через разные щели экрана  $\mathcal{E}$ . В центре главного дифракционного максимума (рис. 6) располагается светлая полоса, так как при  $\Theta = 0$  разность хода между этими волнами равна нулю. Светлая интерференционная полоса наблюдается и во всех тех случаях, когда указанная разность хода равна целому числу длин волн. Таким образом, угловая координата  $\Theta_m$  интерференционного максимума  $m$ -го порядка определяется соотношением

$$d \cdot \Theta_m = m\lambda,$$

где  $d$  – расстояние между щелями.

Линейное расстояние  $\delta x$  между соседними интерференционными и полосами в плоскости  $\Pi$  равно поэтому

$$\delta x = f_2 \frac{\lambda}{d}.$$

На рис. 6 показано распределение интенсивности в фокальной плоскости объектива  $O_2$ .

Нетрудно оценить число  $n$  интерференционных полос, укладывающихся в области центрального дифракционного максимума. Согласно (6) полная ширина главного максимума равна  $2f_2\lambda/D$ , где  $D$  – ширина щели, отсюда

$$n = \frac{2\lambda f_2}{D} \frac{1}{\delta x} = \frac{2d}{D}. \quad (7)$$

При дифракции света на двух щелях чёткая система интерференционных полос наблюдается только при достаточно узкой ширине входной щели  $S$ . При увеличении её ширины интерференционная картина периодически пропадает и появляется вновь, но полосы при этом оказываются сильно размытыми и видны плохо. Это явление объясняется наложением интерференционных картин от разных элементов широкой щели  $S$ . Первое размытие интерференционных полос возникает при условии

$$\frac{b}{f_1} = \frac{\lambda}{d}. \quad (8)$$

Здесь  $b$  – ширина входной щели  $S$  и, следовательно,  $b/f_1$  – её угловая ширина. Таким образом, по размытию интерференционной картины можно оценить размер источника. Этот метод используется в звёздном интерферометре при измерении угловых размеров звёзд.

## 2 Обработка данных

В данной работе все измерения были проведены на монохроматическом свете длины волны  $\lambda = 546,1$  нм.

### 2.1 Дифракция Френеля на щели

1. Соберём схему согласно рис. 1.
2. Установим линзу  $O_1$  на расстоянии от щели  $S_1$ , близком к фокусному  $f = 12,5$  см.

- Далее настроим зрительную трубу на бесконечность с помощью удалённого объекта (здание в окне в конце коридора), затем, с помощью настроенной трубы, найдём положение линзы  $O_1$ , при котором после прохождения лучей через линзу получается параллельный пучок света.
- Установим ширину щели 0,2-0,3 мм и сфокусируем микроскоп на щель  $S_2$ .
- Найдём положение микроскопа, при котором будут видны чёткие края без дифракционных полос, запишем положение микроскопа по шкале продольной линейки. Далее, приближая микроскоп к щели, снимем зависимость координаты микроскопа от числа  $n$  наблюдаемых тёмных полос. Результаты представлены в таблице ниже.

Таблица 1: Данные измерений, дифракция Френеля

|         |      |      |      |      |      |      |      |
|---------|------|------|------|------|------|------|------|
| n, штук | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    |
| x, см   | 57,2 | 54,5 | 55,7 | 56,2 | 56,5 | 56,7 | 56,2 |

Погрешность измерения  $\sigma_x = 0,05$  см.

- Измерим ширину щели двумя способами: с помощью шкалы микроскопа, и с помощью микрометрического винта шкалы:

Таблица 2: Ширина щели, измеренная двумя способами

|                  |                 |             |
|------------------|-----------------|-------------|
| Способ измерения | Винт микроскопа | Винт щели   |
| $D$ , мкм        | $245 \pm 10$    | $235 \pm 5$ |

Видим, что результаты обоих измерений совпадают в пределах погрешности.

- По формуле (1) рассчитаем полуширину щели для каждого из  $m$ . Построим график зависимости  $2z_m = f(m)$ , нанесём на него значения  $D$ , полученные в предыдущем пункте, проанализируем результаты.

Погрешность величины  $2z_m$  можно вычислить по формуле:

$$\varepsilon_{z_m} = \frac{\partial(2\sqrt{a_m m \lambda})}{\partial(a_m)} \cdot \sigma_{a_m}; \quad \sigma_{z_m} = 2m\lambda\sigma_{a_m}.$$

$$\sigma_{a_m} = 2 \cdot \sigma_x = 1 \text{ мм.}$$

Таблица 3: Сравнение теоретического и экспериментального значений  $D$ 

|           |                 |             |                 |
|-----------|-----------------|-------------|-----------------|
|           | Винт микроскопа | Винт щели   | Теория          |
| $D$ , мкм | $245 \pm 10$    | $235 \pm 5$ | $244,1 \pm 4,6$ |

## 2.2 Дифракция Фраунгофера на щели

- К установке из предыдущего раздела добавим линзу  $O_2$  как показано на рис. 4. Расположим микроскоп  $\Pi$  в фокальной плоскости  $O_2$ .

2. По шкале микроскопа измерим координаты  $X_m$  нескольких дифракционных минимумов. Результаты представлены в таблице ниже.

Таблица 4: Результаты измерений координат максимумов

| Порядок максимума | х, дел. | Порядок максимума | х, дел. |
|-------------------|---------|-------------------|---------|
| 1                 | 2,35    | -1                | 2,00    |
| 2                 | 2,54    | -2                | 1,84    |
| 3                 | 2,75    | -3                | 1,63    |
| 4                 | 2,97    | -4                | 1,41    |
| 5                 | 3,18    | -5                | 1,20    |

Координата центра дифракционной картины  $x_0 = 2,18$  дел. Цена деления: 1 мм; погрешность измерения координаты  $x$ :  $\sigma_x = 0,02$  мм.

По данным из таблицы построим график зависимости  $X_m(m)$ , из графика определим угол наклона прямой.

3. Запишем значения ширины щели  $D$  и фокуса линзы  $f$ :

Таблица 5: Ширина щели и фокусное расстояние линзы

| $D$ , мм | $f$ , см |
|----------|----------|
| 0,4      | 12,5     |

Далее, используя формулу (6) и угол наклона прямой  $X_m = f(m)$ , рассчитаем ширину щели  $D$ , сравним получившееся значение с измеренным ранее.

Погрешность  $D$  можно вычислить по формуле

$$\varepsilon_D = \frac{\partial(fm\lambda/X_m)}{\partial X_m} \cdot \sigma_{X_m} = \frac{D}{X_m} \cdot \sigma_{X_m}.$$

Занесём полученные результаты в таблицу:

Таблица 6: Сравнение значений ширины щели

|          | С помощью винта | Используя формулу |
|----------|-----------------|-------------------|
| $D$ , мм | 0,4             | $0,36 \pm 0,02$   |

## 2.3 Дифракция Фраунгофера на двух щелях

1. Заменяем щель  $S_2$  экраном Э с двумя щелями как показано на рис. 6. Отметим, что фокусные расстояния обеих линзы равны:  $f_1 = f_2 = f = 12,5$  см, ширина щели  $D = (0,190 \pm 0,005)$  мм.
2. Определим с помощью шкалы микроскопа координаты самых удалённых друг от друга тёмных полос внутри центрального максимума и посчитаем число светлых промежутков между ними. После этого измерим ширину центрального максимума.

Таблица 7: Расстояние между минимумами и ширина главного максимума

| $n$ , штук | $\Delta$ , дел. | $\delta x$ , дел. |
|------------|-----------------|-------------------|
| 9          | 0,6             | 0,07              |

Цена деления: 1 мм. Погрешность вычислений можно вычислить, используя формулы:

$$d = \frac{f\lambda}{\delta x}; \quad \varepsilon_d = \frac{\partial(f\lambda/\delta x)}{\partial \delta x} \cdot \sigma_{\delta x}; \quad \sigma_d = \frac{d^2}{\delta x} \cdot \sigma_{\delta x}; \quad \sigma_{\delta x} = 0,001 \text{ мм.}$$

$$d = (0,98 \pm 0,03) \text{ мм.}$$

3. Рассчитаем число полос внутри главного максимума по формуле (7). Погрешность  $\sigma_n$  можно рассчитать по формулам

$$\varepsilon_n^2 = \left( \frac{\partial(2d/D)}{\partial d} \right)^2 \cdot \sigma_d^2 + \left( \frac{\partial(2d/D)}{\partial D} \right)^2 \cdot \sigma_D^2 \quad \sigma_n = n \cdot \sqrt{\frac{4\sigma_d^2}{D^2} + \frac{4d^2\sigma_D^2}{D^4}}$$

Таблица 8: Сравнение теоретического и экспериментального значений  $n$ 

|   | Эксперимент | Теория           |
|---|-------------|------------------|
| n | 9           | $10,32 \pm 2,85$ |

Рассчитанный по формуле (7) результат в пределах погрешности совпадает с экспериментальным.

4. Распиряя входную щель  $S$ , подберём такую ширину щели  $b_0$ , при которой наступает первое исчезновение интерференционных полос, запишем эту величину.

$$b_0 = (0,085 \pm 0,005) \text{ мм.}$$

По формуле (8) рассчитаем ширину  $b_0$  щели  $S$ , результат сравним с измеренным значением выше.

$$\varepsilon_b = \frac{\partial(f\lambda/d)}{\partial d} \cdot \sigma_d; \quad \sigma_b = \frac{b^2\sigma_d}{d}.$$

Таблица 9: Сравнение теоретического и экспериментального значений  $b_0$ 

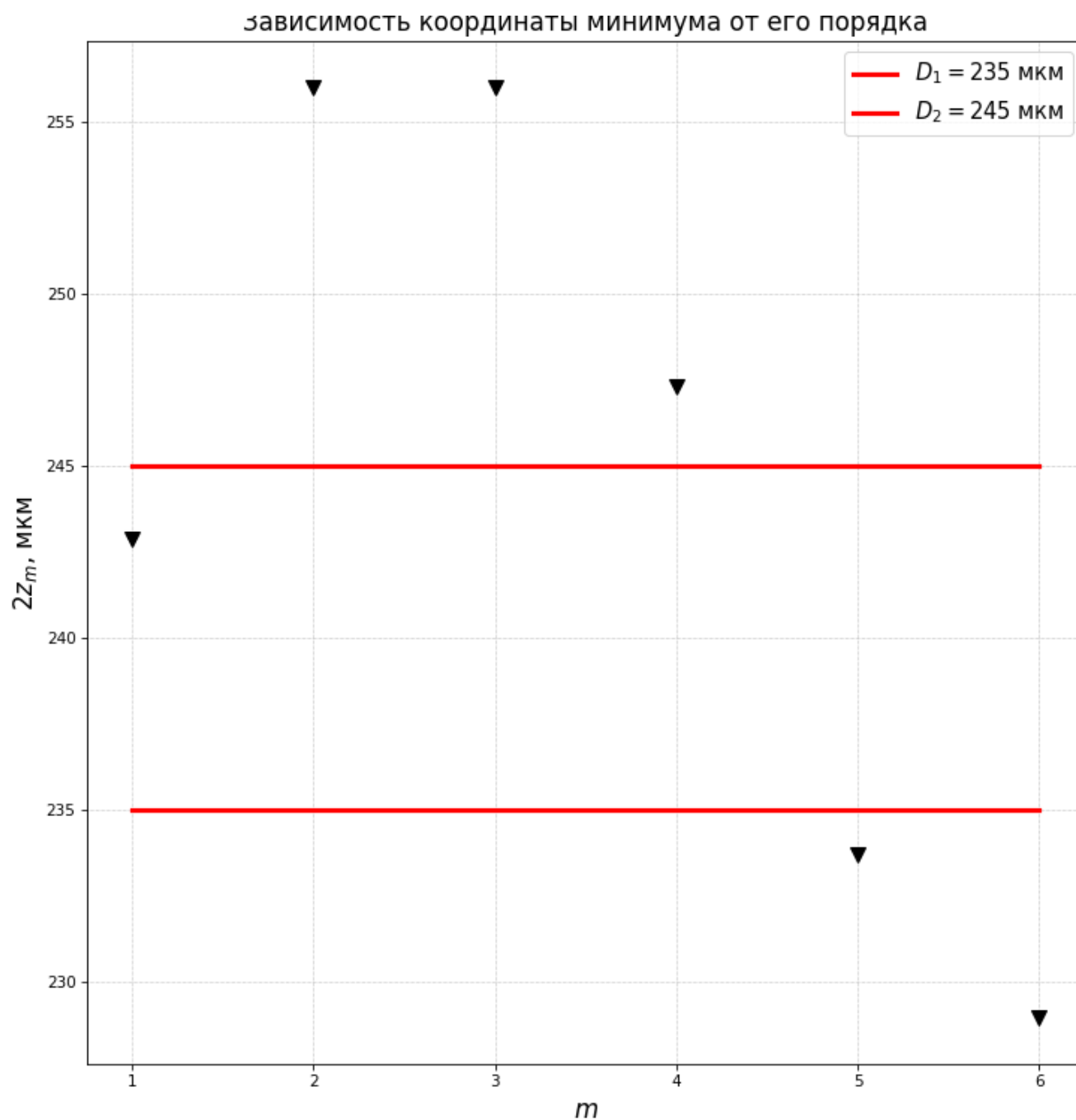
|        | Эксперимент | Теория         |
|--------|-------------|----------------|
| b, мкм | $85 \pm 5$  | $69,7 \pm 0,2$ |



### 3 Вывод

В данной работе было:

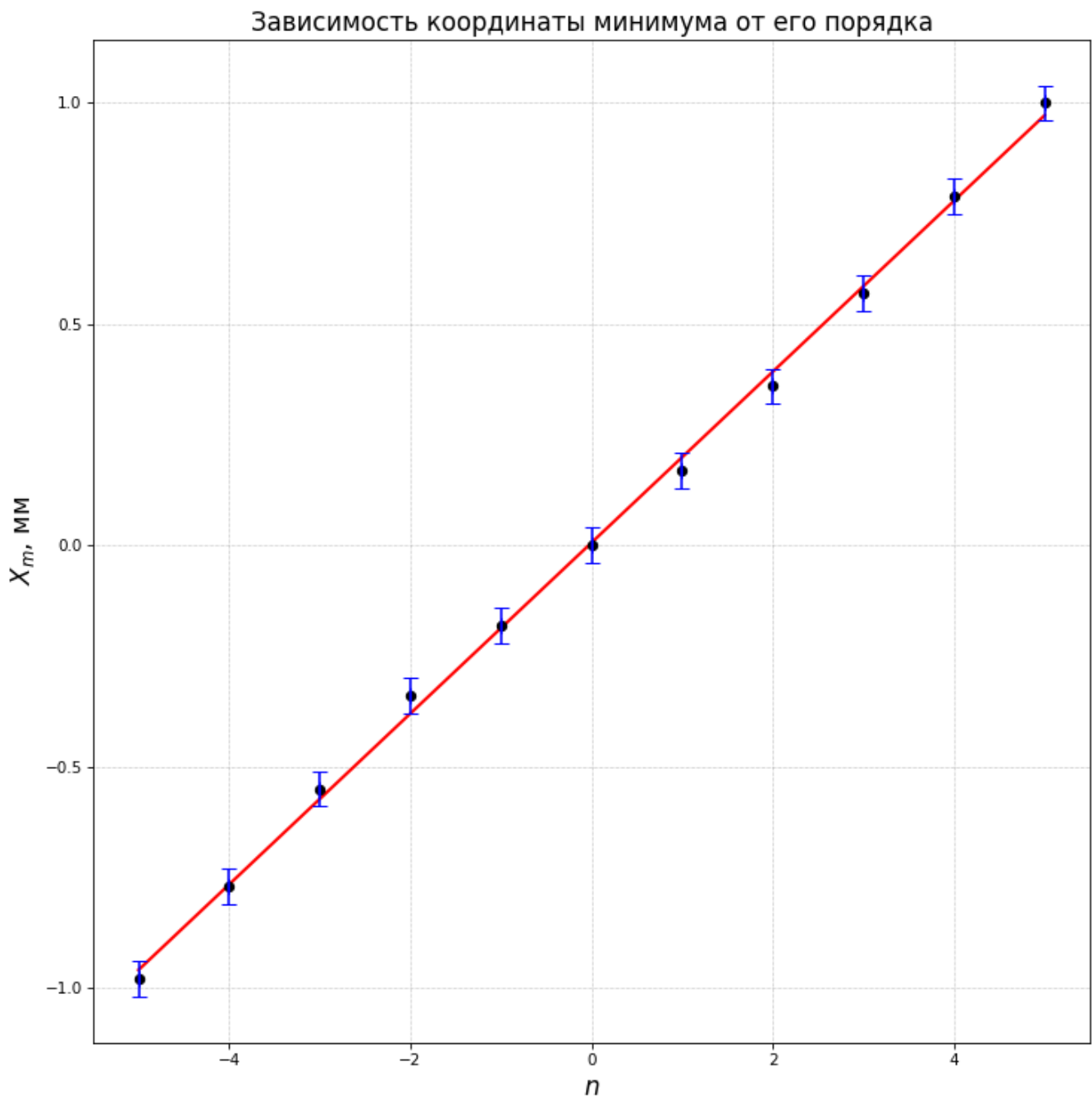
- Изучено явление дифракции Френеля на щели, для которого была вычислена ширина щели  $D$ , полученные результаты с удовлетворительной точностью совпали с измеренными экспериментально.
- Изучено явление дифракции Фраунгофера на щели, для которого также была вычислена ширина щели  $D$ , полученные результаты в пределах погрешности совпали с измеренными экспериментально.
- Изучено явление дифракции Фраунгофера на двух щелях, для этого случая были вычислены значения количества минимумов в пределах главного максимума  $n$ , значение ширины  $b_0$ , при котором происходит первое исчезновение интерференционных полос, а также расстояние между щелями  $d$ . Все результаты с хорошей точностью совпали с измеренными экспериментально.



$$D_{aver} = (244,1 \pm 4,6) \text{ мкм}$$

Погрешность среднего можно рассчитать по формуле

$$\sigma_{D_{aver}}^2 = \frac{\sum (D_i - D_{aver})^2}{n(n-1)}$$



$$k = (19,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-2} \text{ мм}, \quad \varepsilon_k = 1,17\%$$