

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Лабораторная работа 2.2.2
**Измерение теплопроводности
воздуха при разных давлениях**

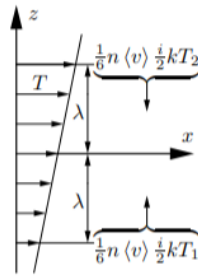
Рогозин Владимир
Группа Б03-105

Цель работы: исследовать теплопередачу от нагретой нити к цилиндрической оболочке в зависимости от концентрации (давления) заполняющего её воздуха. Измерить коэффициент теплопроводности при высоких давлениях; определить область перехода к режиму теплопередачи; определить коэффициент теплопередачи при низких давлениях.

Оборудование: цилиндрическая колба с натянутой по оси платиновой нитью; форвакуумный насос; вакуумметр; масляный манометр; вольтметр и амперметр (цифровые мультиметры); источник постоянного тока.

Теоретические сведения:

Теплопроводность — явление переноса, процесс передачи энергии от нагретых частей системы к холодным за счёт хаотического движения частиц среды. В газах теплопроводность осуществляется за счёт непосредственной пе-



Поток энергии

$$q_z = \frac{\Delta Q}{S \Delta t} = \frac{1}{6} n \langle v \rangle \frac{i}{2} k (T_1 - T_2) =$$

$$= -\frac{1}{3} n \langle v \rangle \frac{i}{2} k \lambda \frac{dT}{dz} = -\frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle \rho \frac{C_v}{\mu} \frac{dT}{dz};$$

$$q_z = -\kappa \frac{dT}{dz}. \quad (2.7)$$

$$\kappa = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle \rho \frac{C_v}{\mu}.$$

κ — коэффициент теплопроводности.

редачи кинетической энергии от быстрых молекул к медленным при их столкновениях. Перенос тепла описывается законом Фурье, утверждающим, что плотность потока энергии \vec{q} (количество теплоты, переносимое через единичную площадку в единицу времени) пропорциональна градиенту температуры ∇T .

$$\vec{q} = -\kappa \nabla T$$

где κ — коэффициент теплопроводности. В данной работе система имеет цилиндрическую симметрию: можно считать, что все параметры газа зависят только от расстояния до оси системы r . Тогда имеем:

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr}$$

Система, в которой имеются перепады температур, не находится в состоянии равновесия. Говоря о зависимости температуры от координат $T(r)$ мы подразумеваем, что систему можно разбить элементарные подсистемы, в каждой из которых имеет место *локальное тепловое равновесие*. В газах закон Фурье применим, если характерный размер r задачи превосходит *длину свободного пробега* молекул: $\lambda \ll r$, а температура меняется незначительно на масштабах длины пробега: $\lambda |\nabla T| \ll T$.

Для количественного описания способности некоторой системы к теплопередаче в целом (независимо от её механизма) используют коэффи-

циент, называемый *тепловым сопротивлением*, равный отношению перепада температур ΔT в системе к полному потоку энергии Q через неё:

$$K = \frac{\Delta T}{Q}$$

(по аналогии с электрической цепью, где ΔT – аналог напряжения, а Q – тока).

Закон Фурье применим только в случае плотных газов, при таком условии теоретическая оценка даёт выражение для коэффициента теплопроводности:

$$\kappa \approx \frac{1}{3} \lambda \bar{v} \cdot n C_V$$

где n – концентрация молекул газа, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ – средняя скорость теплового движения молекул, $C_V = \frac{i}{2} k_B$ – теплоёмкость при постоянном объёме для одной молекулы (i – эффективное число степеней свободы молекулы).

Длина свободного пробега обратно пропорциональна n : $\lambda = 1/n\sigma$, σ – эффективное сечение столкновений молекул друг с другом есть величина, характеризующая вероятность отклонения налетающих частиц при взаимодействии с некоторым рассеивающим центром. В общем случае она определяется как отношение полного потока рассеянных частиц к плотности потока падающих, и имеет размерность площади. В простейшем случае одинаковых твёрдых шариков $\sigma = \pi d^2$, где d – диаметр шариков, поэтому коэффициент теплопроводности газа *не зависит* от его концентрации (а значит, и от давления) и определяется только его температурой.

В случае разреженного газа, когда длина свободного пробега молекул относительно столкновений друг с другом λ превосходит характерные размеры системы: $\lambda \gtrsim r$. Тогда молекулы сталкиваются в основном не между собой, а со стенками. При этом теряет смысл понятие температуры как функции координат и, следовательно, градиента температуры, так что закон Фурье становится неприменим. Если в системе есть поверхности, находящиеся при разных температурах, процесс обмена энергией между ними за счёт молекул газа, заполняющего сосуд, принято называть *теплопередачей* (возможен также теплообмен за счёт *излучения*). Молекулы при неупругих ударах о нагретую поверхность приобретают среднюю кинетическую энергию, соответствующую температуре этой поверхности; отразившись от неё и не сталкиваясь с другими молекулами, они долетают до холодной поверхности и передают ей избыточную энергию. Отметим, что такое состояние газа является *неравновесным*, поэтому температура самого газа, строго говоря, не определена.

Рассмотрим упрощённую модель теплопередачи в цилиндрическом сосуде радиуса R и длины L ($L \gg R$) на оси которого натянута тонкая нить радиуса r_n ($r_n \ll R$). Пусть температуры колбы и нити равны T_k и T_n соответственно ($T_n > T_k$). Предположим сначала, что длина свободного пробега превосходит радиус колбы $\lambda \gtrsim R$.

Все молекулы в пространстве колбы можно разделить на две группы: в зависимости от того, с какой поверхностью — с колбой или с нитью — они испытали последнее неупругое столкновение, их средняя энергия равна $c_V T_k$, либо $c_V T_n$ соответственно. В *стационарном* состоянии потоки частиц, падающих на нить и улетающих от неё, равны. Полный поток падающих на нить частиц составляет

$$J = \frac{1}{4} n \bar{v} \cdot S_n$$

где n — концентрация частиц, \bar{v} — средняя скорость их теплового движения, $S = 2\pi r_n L$ — площадь поверхности нити. В данной работе относительный перепад температур мал, поэтому при расчёте потока частиц можно не различать средние скорости «горячих» (летающих от нити) и «холодных» (летающих к нити) частиц.

Учтём, что не все столкновения молекул с нитью или стенками колбы являются неупругими (при упругом отражении молекула не передаёт энергию стенке). Для этого введём поправочный множитель s , называемый коэффициентом аккомодации. Он пропорционален вероятности неупругого удара, которая определяется структурой и материалом поверхности и, вообще говоря, может зависеть от T , однако при $\Delta T \ll T$ его можно считать постоянным.

Таким образом суммарный поток энергии от нити к стенкам колбы в единицу времени будет равен

$$Q \approx \frac{1}{4} s S_n n \bar{v} \cdot c_V (T_n - T_k)$$

Отсюда тепловое сопротивление равняется

$$\frac{1}{K_T} = \frac{1}{4} s S_n n \bar{v} \cdot c_V \quad (1)$$

В отличие от случая плотного газа, интенсивность теплопередачи обратно пропорциональна концентрации газа в колбе. Также, в таком режиме роль длины свободного пробега играет радиус нити r_n

$$\frac{1}{K_T L} \sim r_n \bar{v} \cdot n c_V$$

Рассмотрим самый общий случай. При больших n длина свободного пробега меньше радиуса нити, поэтому реализуется режим *теплопроводности*. По мере уменьшения давления уменьшается и концентрация газа ($P = n \cdot k_B T$), когда длина свободного пробега примерно становится равной радиусу нити r_n вблизи нити появляется область теплопередачи размером $\sim \lambda$, в которой закон Фурье неприменим.

Пусть на нити выделяется известная мощность Q . Тогда в области *теплопроводности* имеем

$$Q = -2\pi r L \cdot \kappa \frac{dT}{dr}, \quad (r_n + \lambda \leq r \leq R)$$

Так как в этой работе перепад температур мал ($\Delta T \ll T_k$), то можно положить, что в условиях эксперимента теплопроводность остаётся постоянной $\kappa \approx \kappa(T_k)$, отсюда интегрированием получем

$$T(r) - T_k = \frac{Q}{2\pi L \kappa} \ln \frac{R}{r} \quad (2)$$

Вблизи нити имеем

$$T_n - T(r_n + \lambda) = K_T \cdot Q$$

где K_T – тепловое сопротивление в области теплопередачи, определяемое формулой (1), $T(r_n + \lambda)$ – температура на границе этой области. С помощью этих двух уравнений, подставив $r = r_n + \lambda$ в уравнение (2) найдём разность температур нити и колбы

$$\Delta T = \frac{Q}{2\pi L \kappa} \ln \frac{R}{r_n + \lambda} + K_T \cdot Q$$

Проанализируем логарифм в последнем выражении, при больших давлениях ($\lambda \ll r_n$) длиной свободного пробега в знаменателе логарифма можно пренебречь, с другой стороны, при малых давлениях ($\lambda \gg r_n$) логарифмическая зависимость будет незаметна на фоне слагаемого K_T , которое возрастает согласно (1) как $\frac{1}{n}$, значит можно положить $\ln \frac{R}{r_n + \lambda} \approx \ln \frac{R}{r_n}$. Учитывая, что измеряемой величиной будет давление P , формулу для перепада температур можно переписать в виде

$$\Delta T = Q \left(K + \frac{A}{P} \right)$$

где K и A – постоянные, которые могут быть определены экспериментально. Величина K есть тепловое сопротивление системы при высоких

давлениях, по его значению можно вычислить коэффициент теплопроводности газа κ . По значению A можно определить коэффициент аккомодации s и таким образом найти тепловое сопротивление системы при любом давлении

$$K' = \frac{\Delta T}{Q} = K + \frac{A}{P}$$

Экспериментальная установка: Схема установки приведена на картинке ниже. Внутренняя полость тонкостенной цилиндрической стеклянной колбы, на оси которой натянута платиновая нить, подсоединена к вакуумной установке. Колба заполнена воздухом и расположена вертикально.

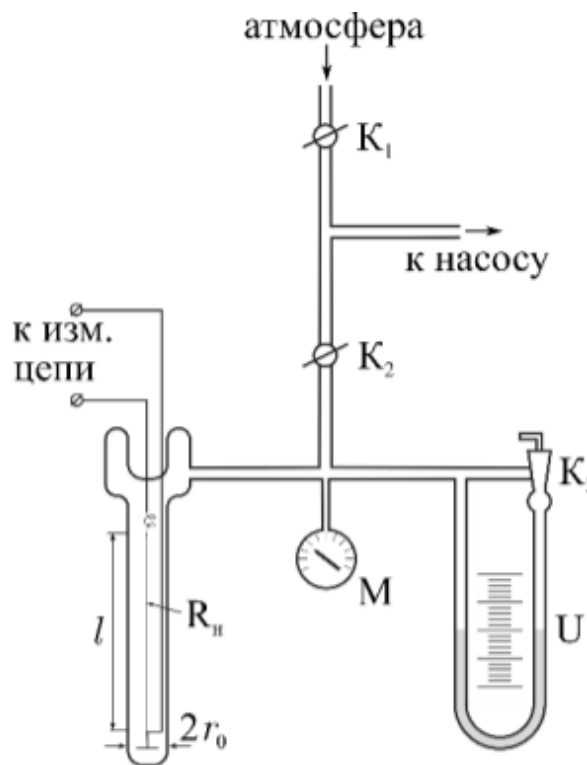


Рис. 1: Вакуумная часть экспериментальной установки

Диаметр нити $2r_n = 0,05$ мм, диаметр колбы $2R = 10$ мм ($\ln \frac{R}{r_n} \approx 5,3$), длина нити $L = 220$ мм.

Металлическая нить служит как источником тепла, так и датчиком температуры (термометром сопротивления). В

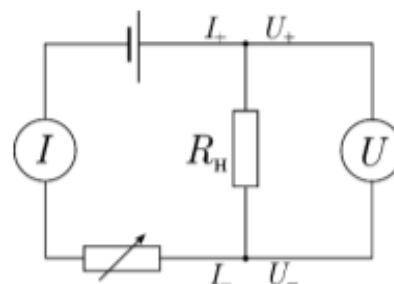


Рис. 4. Электрическая схема измерений

Работа 2.2.2

рабочем диапазоне температур (20–40 °C) сопротивление платины зависит от температуры практически линейно:

$$R(t) = R_0(1 + \alpha_0 t)$$

где t – температура в °C, R_0 – сопротивление при 0°C, и

$$\alpha_0 = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{dt} = 3,92 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

– температурный коэффициент сопротивления платины в указанном температурном диапазоне.

Обработка данных: Все измерения производились при атмосферном давлении $P_{\text{атм}} = 100,5$ КПа, и комнатной температуре $T_{\text{комн}} = 296,9$ К. Ниже представлены результаты измерений перепада напряжения и сила тока на участке нити при различных давлениях:

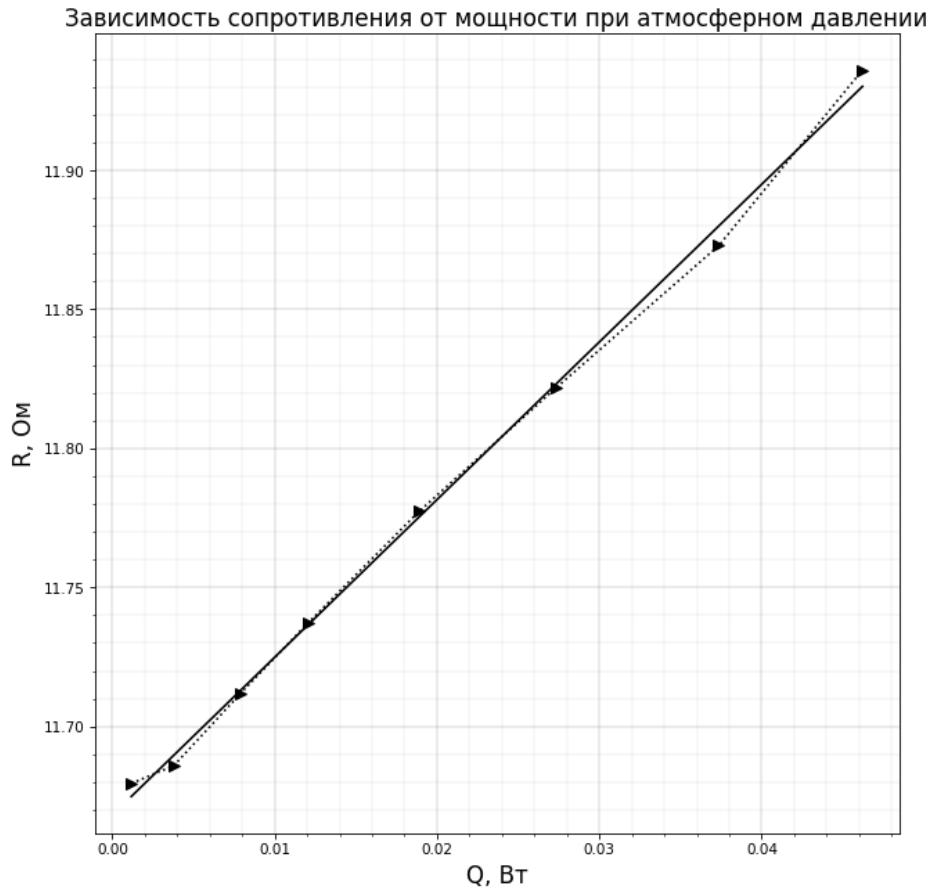
Данные для давлений, близких к атмосферному

$P = P_{\text{атм}}$		$P = 21,5$ КПа		$P = 50,5$ КПа		$P = 80,5$ КПа	
I , мА	U , мВ	I , мА	U , мВ	I , мА	U , мВ	I , мА	U , мВ
10,00	116,795	10,00	118,236	10,00	118,272	10,04	118,600
18,00	210,347	18,00	213,015	18,11	214,420	18,13	214,363
26,01	304,630	26,12	309,505	26,12	309,740	26,13	311,092
32,04	376,060	32,20	382,190	32,22	382,820	32,04	382,209
40,05	471,681	40,02	476,490	40,33	480,600	40,08	479,740
48,10	568,630	48,06	574,526	48,02	574,590	48,02	576,930
56,09	665,950	56,80	684,480	56,13	675,090	56,14	678,260
62,22	742,660						

Данные для малых давлений

$P = 292,05$ Па		$P = 557,55$ Па		$P = 823,05$ Па		$P = 1504,50$ Па	
I , мА	U , мВ	I , мА	U , мВ	I , мА	U , мВ	I , мА	U , мВ
10,00	117,251	10,00	117,293	10,00	117,487	10,04	118,747
18,14	212,872	18,14	213,026	18,15	213,360	18,12	214,556
26,11	307,861	26,18	308,022	26,15	308,125	26,14	310,159
32,25	380,331	32,13	379,034	32,02	380,577	32,24	383,520
40,07	474,306	40,05	474,151	40,06	477,448	40,15	479,692
48,00	570,900	48,09	571,964	48,00	574,415	48,00	575,600
56,12	671,451	56,07	670,715	56,11	674,950	56,00	674,370

Далее построим график зависимости $R(Q)$ при атмосферном давлении, отсюда найдём значение сопротивления при комнатной температуре. При комнатной температуре $Q = 0$, следовательно $R_0 = R_{\kappa}/(1 + \alpha_0 t_{\kappa})$.



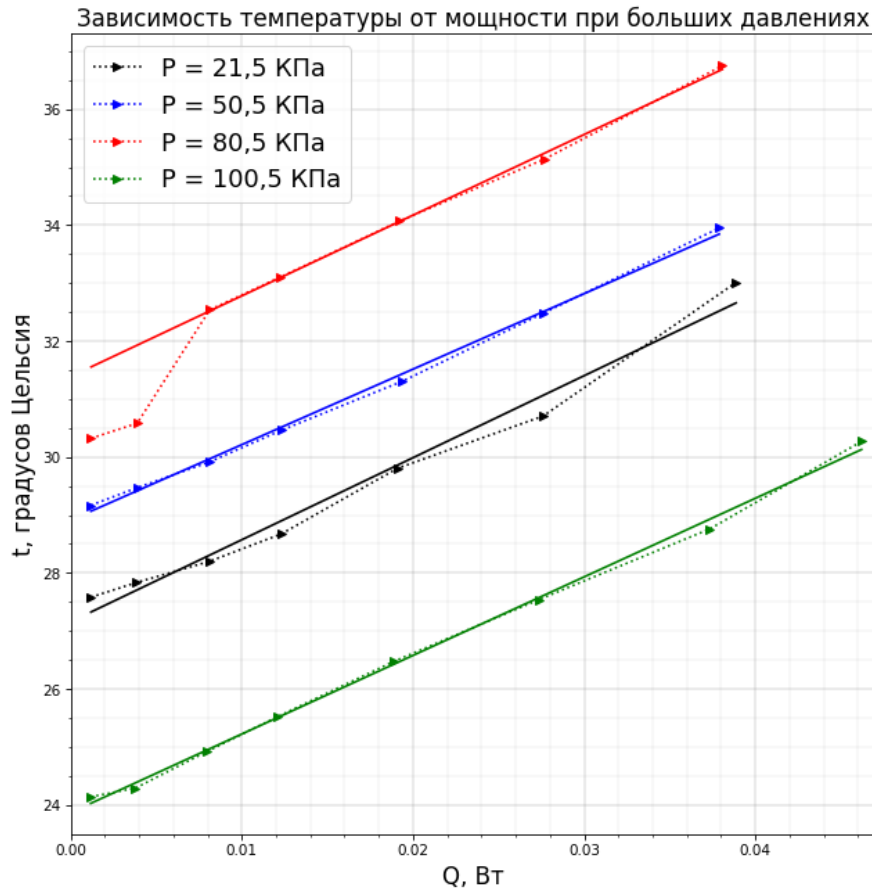
$$R = a \cdot Q + b, \quad R(0) = b = R_{\kappa}$$

Из графика находим

$$b = (11,67 \pm 0,0014) \text{ Ом} = R_{\kappa}, \quad \varepsilon_{R_{\kappa}} \approx 0,01\%$$

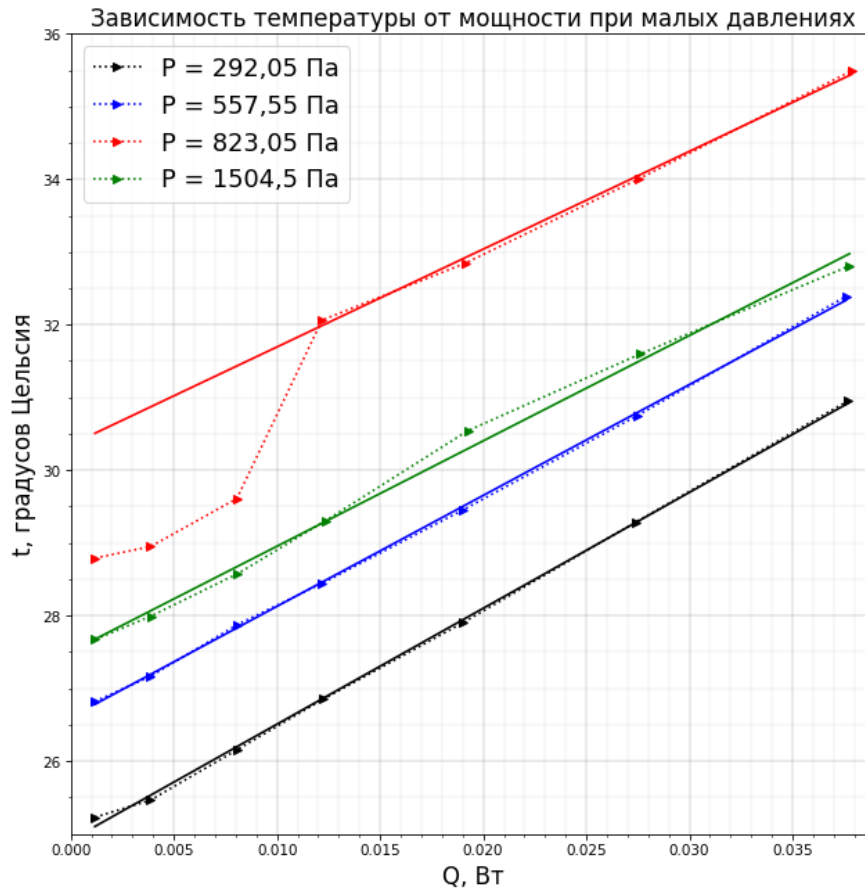
$$R_0 = (10,67 \pm 0,0011) \text{ Ом}, \quad \varepsilon_{R_0} \approx 0,01\%$$

Далее, построим графики зависимости $T(Q)$ для каждого из давлений, по угловым коэффициентам рассчитаем тепловое сопротивление $K = \frac{dT}{dQ}$.



Некоторые прямые на графике для удобства были подняты на константу, которая никак не влияет на угол наклона, при этом $T(0) = T_K$ были вычислены для неизменённых значений:

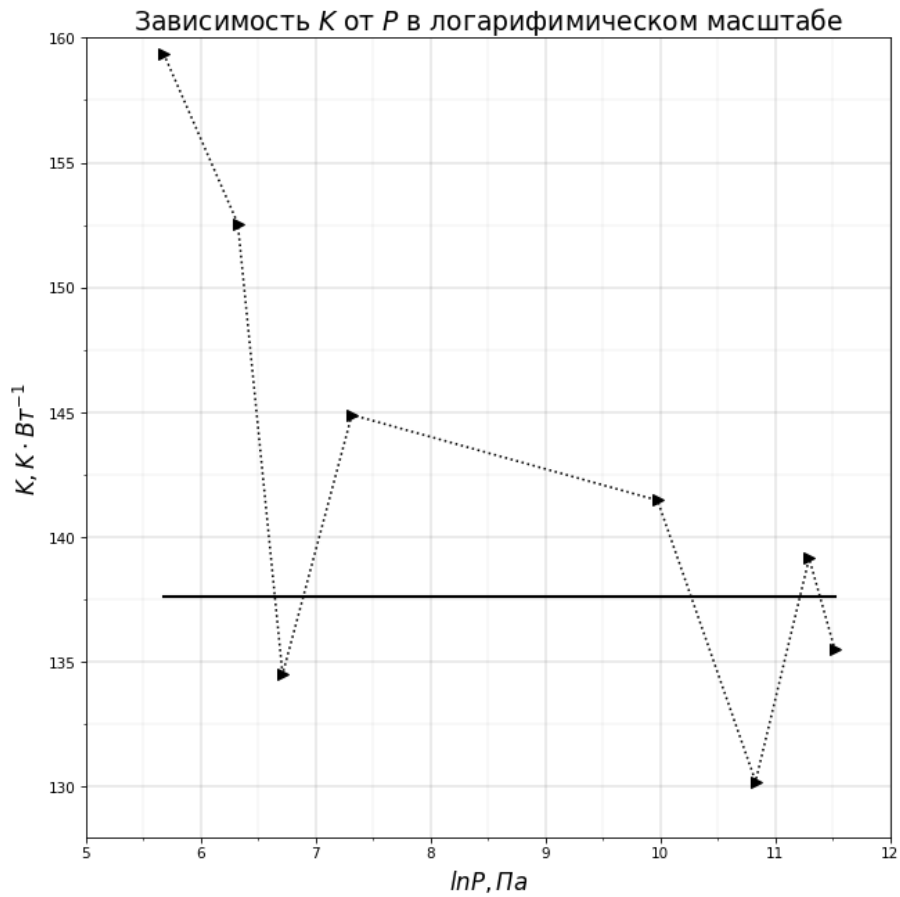
- 1) $P = 21,5$ КПа, $K = (141,48 \pm 7,17) ^\circ C \cdot \text{Вт}^{-1}$, $\varepsilon_K = 5,07\%$,
 $T(0) = T_K = (27,16 \pm 0,09) ^\circ C$, $\varepsilon_K = 0,33\%$
- 2) $P = 50,5$ КПа, $K = (130,22 \pm 2,51) ^\circ C \cdot \text{Вт}^{-1}$, $\varepsilon_K = 1,93\%$,
 $T(0) = T_K = (27,41 \pm 0,03) ^\circ C$, $\varepsilon_K = 0,11\%$
- 3) $P = 80,5$ КПа, $K = (139,15 \pm 2,25) ^\circ C \cdot \text{Вт}^{-1}$, $\varepsilon_K = 1,62\%$,
 $T(0) = T_K = (28,39 \pm 0,02) ^\circ C$, $\varepsilon_K = 0,07\%$
- 4) $P = 100,5$ КПа, $K = (135,53 \pm 2,22) ^\circ C \cdot \text{Вт}^{-1}$, $\varepsilon_K = 1,64\%$,
 $T(0) = T_K = (23,87 \pm 0,03) ^\circ C$, $\varepsilon_K = 0,13\%$



На втором графике также некоторые прямые смещены на константу, значения $T(0) = T_k$ также вычислены для неизменённых значений:

- 1) $P = 292,05 \text{ Па}$, $K = (159,37 \pm 1,86) ^\circ\text{C} \cdot \text{Вт}^{-1}$, $\varepsilon_K = 1,17\%$,
 $T(0) = T_k = (24,91 \pm 0,02) ^\circ\text{C}$, $\varepsilon_K = 0,08\%$
- 2) $P = 557,55 \text{ Па}$, $K = (152,56 \pm 1,24) ^\circ\text{C} \cdot \text{Вт}^{-1}$, $\varepsilon_K = 0,81\%$,
 $T(0) = T_k = (25,11 \pm 0,02) ^\circ\text{C}$, $\varepsilon_K = 0,08\%$
- 3) $P = 823,05 \text{ Па}$, $K = (134,51 \pm 3,33) ^\circ\text{C} \cdot \text{Вт}^{-1}$, $\varepsilon_K = 2,48\%$,
 $T(0) = T_k = (27,35 \pm 0,03) ^\circ\text{C}$, $\varepsilon_K = 0,11\%$
- 4) $P = 1504,5 \text{ Па}$, $K = (144,90 \pm 3,91) ^\circ\text{C} \cdot \text{Вт}^{-1}$, $\varepsilon_K = 2,70\%$,
 $T(0) = T_k = (27,50 \pm 0,05) ^\circ\text{C}$, $\varepsilon_K = 0,18\%$

Далее, построим график зависимости $K(\ln P)$.



На графике видна область резкого возрастания теплового сопротивления, и примерно видна область $K = \text{const}$. С помощью горизонтального участка найдём коэффициент теплопроводности κ :

$$K = \text{const} = (137,63 \pm 4,63) \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{ВТ}^{-1}, \varepsilon = 3,36\%$$

$$K = \frac{\Delta T}{Q} = \frac{1}{2\pi\kappa L} \cdot \ln \frac{R}{r_{\text{н}}}$$

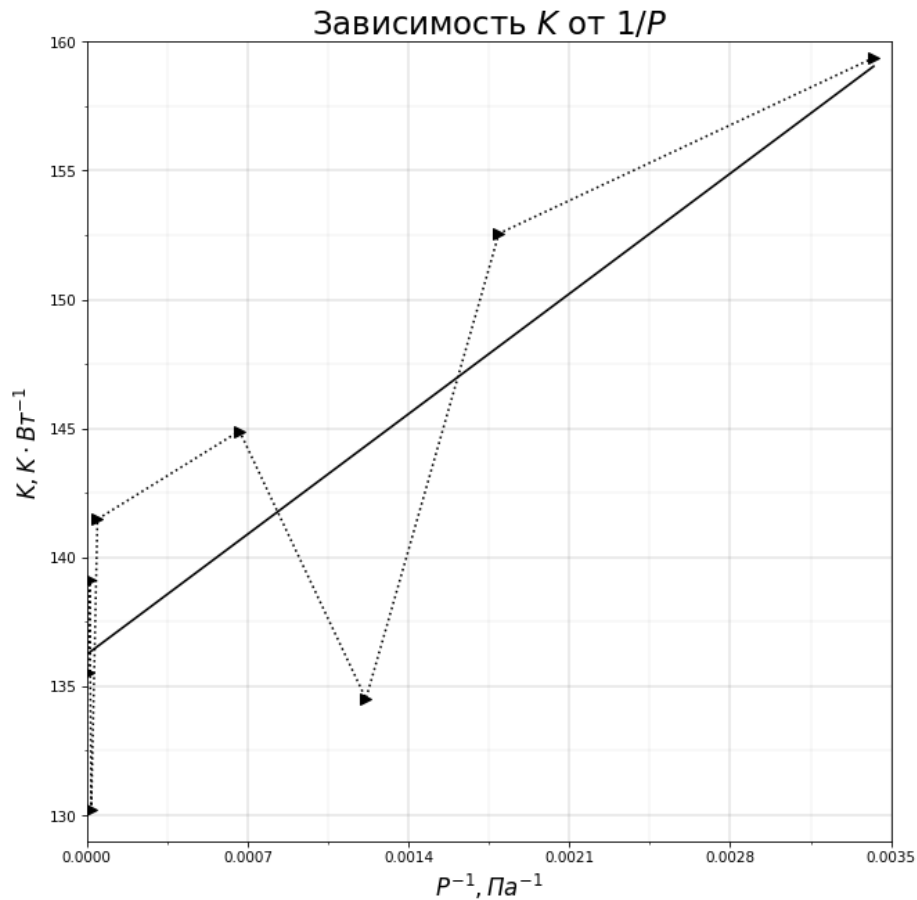
$$\kappa = \frac{1}{2\pi K L} \ln \frac{R}{r_{\text{н}}} = (28 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ ВТ}/(\text{м} \cdot \text{град}), \varepsilon_{\kappa} = 3,36\%$$

Работа 2.2.2

Табличное значение теплопроводности воздуха при нормальных условиях равно

$$\kappa_{\text{табл}} = 25,9 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$$

Затем, построим график зависимости $K(1/P)$, отсюда сможем найти коэффициент аккомодации s .



$$k = (6663,87 \pm 1566,61) \text{ К} \cdot \text{Па} \text{ Вт}^{-1}, \quad \varepsilon \approx 23,51\%$$

$$s = \frac{4}{5} \cdot \frac{T}{k \bar{v} \pi r_{\text{H}} L} = 4,41 \pm 1,04, \quad \varepsilon = 23,51\%$$

Табличное значение для коэффициента аккомодации

$$s_{\text{табл}} = 0,8 - 0,9$$

Вывод: В данной работе было исследовано явление теплопроводности воздуха, была изучена зависимость теплового сопротивления от давления, а также был вычислен коэффициент теплопроводности воздуха при нормальных условиях (результат почти сошёлся с табличным значением), и был вычислен коэффициент аккомодации воздуха (результат совсем не сошёлся с табличным значением).