

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Лабораторная работа 2.1.3
**Определение C_p/C_v по скорости
звука в газе**

Рогозин Владимир
Группа Б03-105

Цель работы: 1) измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу; 2) определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

Оборудование: звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон; телефон; раздвижная труба; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

Теоретические сведения: Распространение звуковой волны в газе происходит адиабатически. Сжатия и разрежения в газе сменяют друг друга настолько быстро, что теплообмен между слоями газа, имеющими разные температуры, не успевает произойти. Используя полученное уравнение адиабаты идеального газа, найдем скорость звука исходя из формул:

$$c_{зв} = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$$

$$PV^\gamma = const$$

Дифференцируя уравнение адиабаты получаем

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{P}{V},$$

а также, учитывая равенство $\rho V = const$, получаем

$$\frac{dV}{d\rho} = -\frac{V}{\rho}$$

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{dP}{dV} \frac{dV}{d\rho} = \gamma \frac{P}{\rho}$$

$$\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{\mu}$$

Таким образом получаем выражение скорости звука в идеальном газе:

$$c_{зв} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} \quad (1)$$

Выражая из (1) показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c_{зв}^2 \quad (2)$$

Таким образом, для определения показателя адиабаты достаточно измерить температуру газа и скорость распространения звука (молярная масса газа предполагается известной).

Колебания многократно отражаются от торцов стержня, в итоге получается сложная картина с множественным наложением отраженных волн. Картина заметно упрощается, если длина стержня равна целому количеству длин полувольт, тогда

$$L = \frac{\lambda}{2}n$$

где n – целое число. Если такое условие выполнено, то дважды отраженная волна совпадает по фазе с исходной, а значит наблюдается заметное увеличение амплитуды колебаний в стержне, появляется стоячая волна.

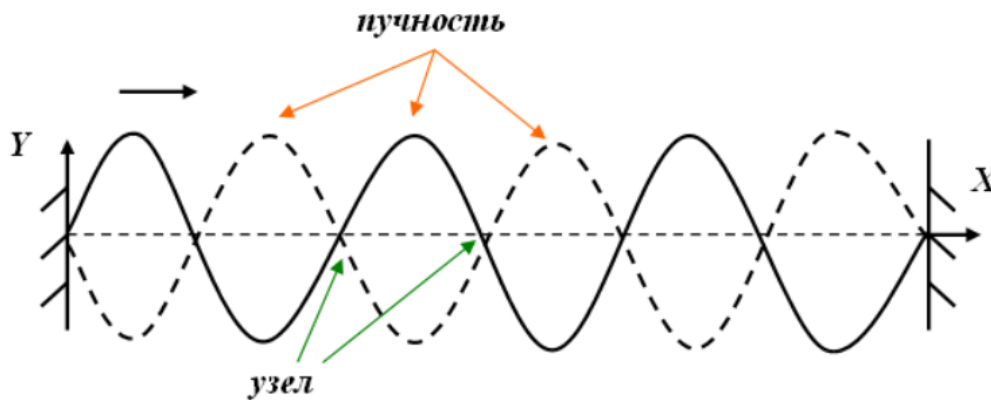


Рис. 1: Стоячая волна

Торцы трубы закреплены, поэтому в них смещение будет нулевым, такие точки называются *узлами* амплитуды, узлы повторяются через расстояние равное $\frac{\lambda}{2}$, где λ – длина стоячей волны, возбужденной в стержне.

Скорость звука c связана с его частотой f и длиной волны λ соотношением

$$c = \lambda f \quad (3)$$

Подбирать условия, при которых происходит резонанс можно двумя различными способами:

1. При неизменной частоте f звукового генератора можно изменять длину трубы L . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Возникновение резонанса легко наблюдать на ос-

циллографе по резкому увеличению амплитуды колебаний. Тогда получаем

$$L_n = n \frac{\lambda}{2}, \quad L_{n+k} = n \frac{\lambda}{2} + k \frac{\lambda}{2}$$

В таком случае $\frac{\lambda}{2}$ – угловой коэффициент графика зависимости L от n . По формуле (3), зная длину волны, сможем найти скорость звука.

2. При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту f звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны λ . Для последовательных резонансов получим

$$L = \frac{\lambda_1}{2} n_1, \quad L = \frac{\lambda_k}{2} n_k$$

отсюда, используя (3), получаем выражение зависимости f от n :

$$f_n = \frac{c}{2L} n$$

Из графика получим угловой коэффициент, равный скорости звука, деленной на удвоенную длину стержня.

Экспериментальная установка: Двум методам измерения скорости звука в работе имеются две установки (рис. 1 и 2). В обеих установках звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

Первая установка (рис. 1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубок труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения γ для воздуха и для CO_2 . Вторая установка (рис. 2) содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата, температура газа принимается равной температуре омывающей трубу воды. На этой установке измеряется зависимость скорости звука от температуры.

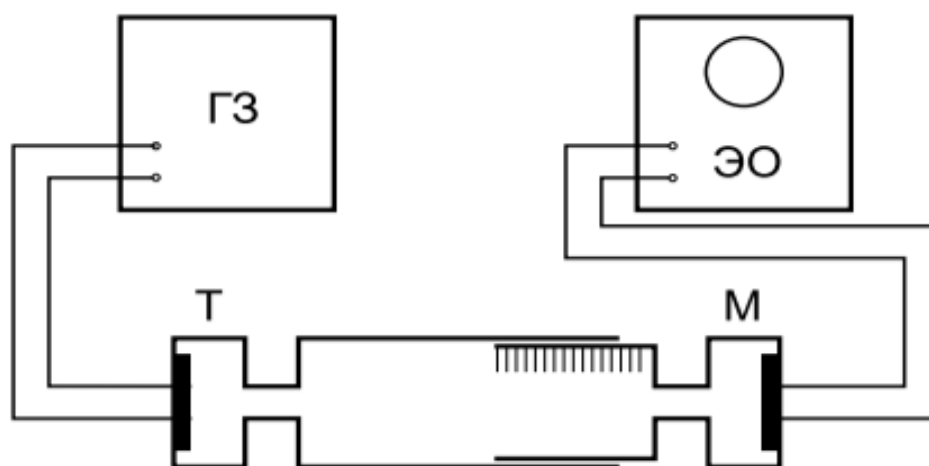


Рис. 1. Установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

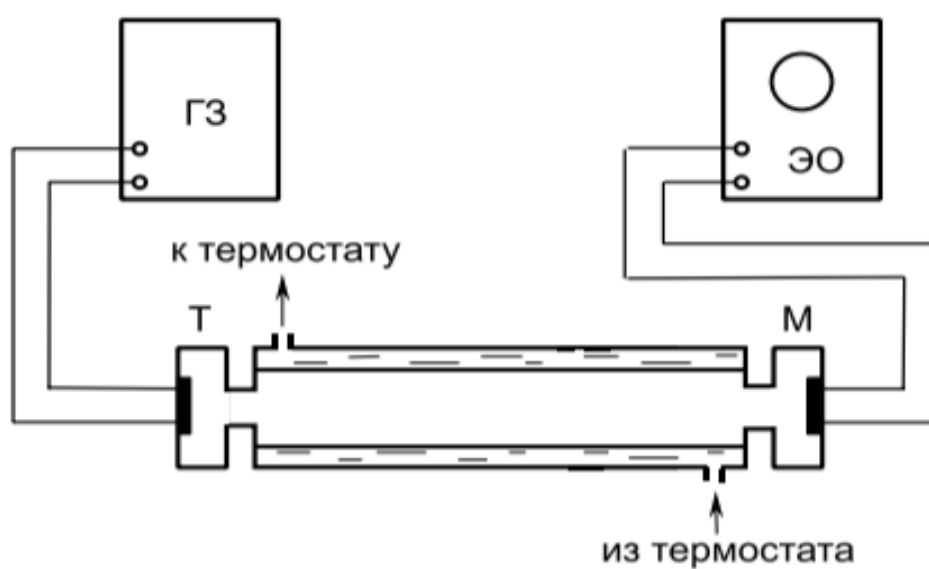


Рис. 2. Установка для изучения зависимости скорости звука от температуры

Обработка данных: В данной работе все измерения проводились комнатной температуре $T = 295\text{K}$.

1) Определение показателя адиабаты CO_2 :

а) определение скорости звука в углекислом газе с помощью изменения длины трубы: $L_{min} = (700 \pm 5)$ мм, $L_{max} = (923 \pm 5)$ мм. Рассчитаем минимально возможную частоту генератора, чтобы возможно было уловить 5-6 максимумов амплитуды при изменении длины трубы, при условии, что максимум наблюдается когда длина трубы кратна половине длины волны, при предварительной оценке скорости звука в углекислом газе $c_{зв} \approx 269$ м/с:

$$\lambda_{max} = 2 \cdot \frac{L_{max} - L_{min}}{5}$$

$$f_{min} = \frac{c_{зв}}{\lambda_{max}}$$

таким образом получаем $f_{min} \approx 2924$ Гц. Ниже приведены результаты измерений для трёх различных частот:

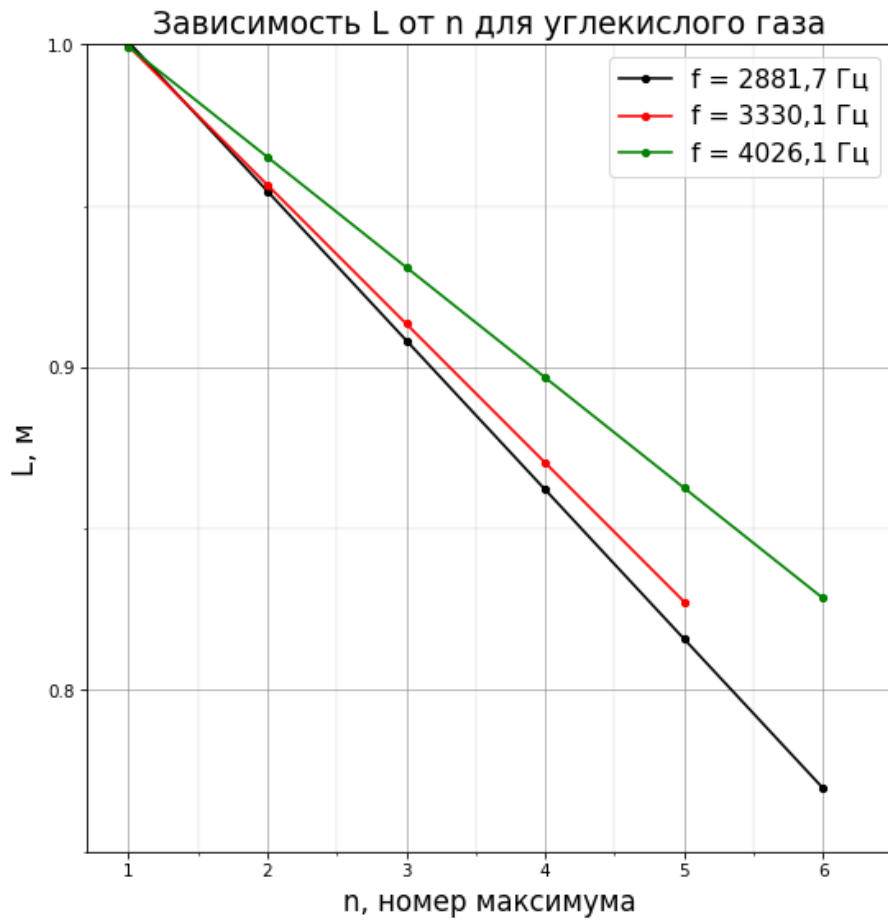
Значения резонансных длин для различных частот

| f = 2881,7 Гц | | f = 3330,1 Гц | | f = 4026,1 Гц | |
|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|
| n | L, см | n | L, см | n | L, см |
| 1 | 93 ± 0,5 | 1 | 90,4 ± 0,5 | 1 | 90,6 ± 0,5 |
| 2 | 88,5 ± 0,5 | 2 | 86,0 ± 0,5 | 2 | 87,0 ± 0,5 |
| 3 | 83,9 ± 0,5 | 3 | 81,7 ± 0,5 | 3 | 83,7 ± 0,5 |
| 4 | 79,2 ± 0,5 | 4 | 77,4 ± 0,5 | 4 | 80,2 ± 0,5 |
| 5 | 74,5 ± 0,5 | 5 | 73,2 ± 0,5 | 5 | 77,0 ± 0,5 |
| 6 | 70 ± 0,5 | | | 6 | 73,4 ± 0,5 |

Далее построим графики зависимости L от n для каждой из частот, из графиков определим коэффициент $\frac{\lambda}{2}$, с помощью которого найдем скорость звука в газе по формуле (3), погрешность результатов определим с помощью метода наименьших квадратов.

Значение длины волны и скорости звука для различных частот

| N | λ , см | $c_{зв}$, м/с | ε , % |
|---|----------------|----------------|-------------------|
| 1 | 9,22 | 266,8 | 0,30 |
| 2 | 8,60 | 286,4 | 0,35 |
| 3 | 6,82 | 274,9 | 0,60 |



Найдем среднее значение для скорости звука, оценим погрешность по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n(n-1)} \sum (x - \bar{x})^2$$

$$\overline{c_{зв}} = (276,0 \pm 5,7) \text{ м/с}, \varepsilon_{\bar{c}} = 2\%$$

после этого определим показатель адиабаты для CO_2 по формуле (2):

$$\gamma = 1,367 \pm 0,039, \varepsilon_{\gamma} = 2,83\%$$

б) определение скорости звука углекислом газе с помощью изменения частоты колебаний при неизменной длине трубы. Ниже приведены значения резонансных частот для двух различных длин труб:

Значения резонансных частот для различных длин трубы

| L = 90 см | | L = 85 см | |
|-----------|--------|-----------|--------|
| n | f, Гц | n | f, Гц |
| 1 | 1355,0 | 1 | 1259,0 |
| 2 | 1493,0 | 2 | 1426,1 |
| 3 | 1670,8 | 3 | 1570,0 |
| 4 | 1820,1 | 4 | 1764,8 |
| 5 | 1950,6 | 5 | 1915,8 |
| 6 | 2089,1 | 6 | 2051,3 |
| 7 | 2257,2 | | |
| 8 | 2394,5 | | |

Построим график зависимости f от n для различных значений длины трубы, из графика найдем значение коэффициента $k = \frac{c_{зв}}{2L}$, откуда найдем скорость звука в газе и, следовательно, показатель адиабаты. Погрешность коэффициента k найдем с помощью метода наименьших квадратов, при этом

$$\varepsilon_c^2 = \varepsilon_L^2 + \varepsilon_k^2$$

$$L_1 = (900 \pm 5) \text{ мм}, L_2 = (850 \pm 5) \text{ мм}$$

Значение скорости звука для различных длин трубы

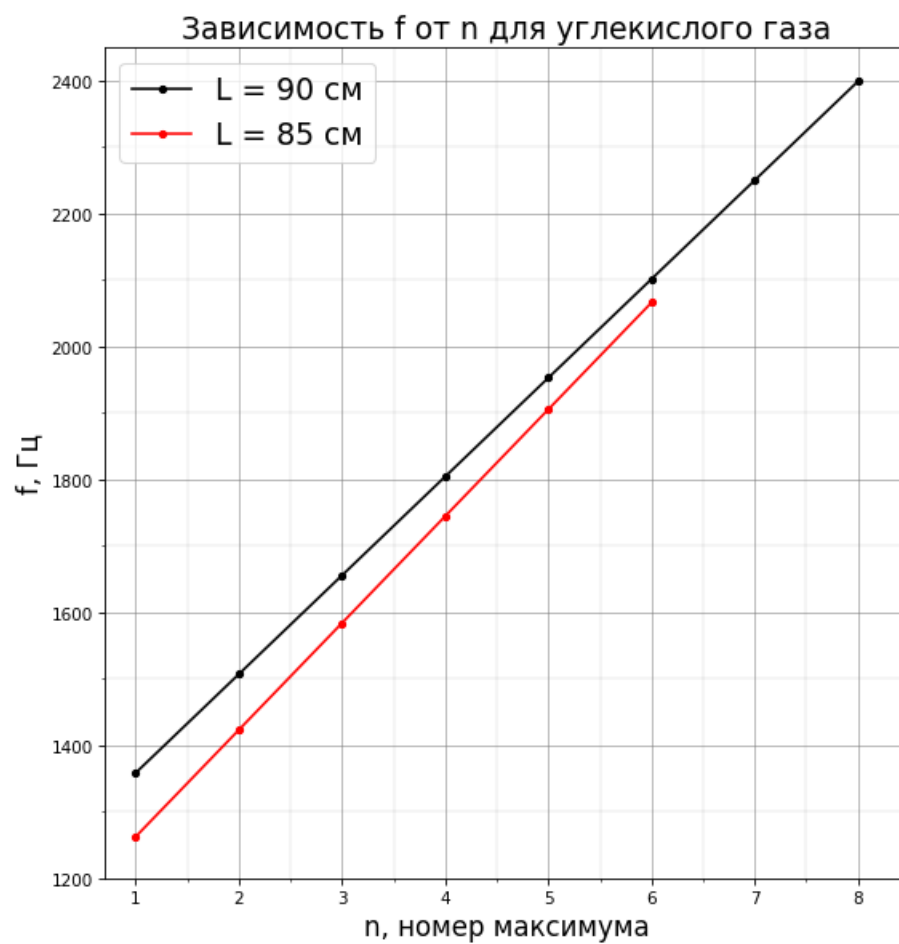
| N | k, с ⁻¹ | ε_k , % | $c_{зв}$, м/с | ε_c , % |
|---|--------------------|---------------------|----------------|---------------------|
| 1 | 148,6 | 1,1 | 267,5 | 1,2 |
| 2 | 160,7 | 1,9 | 273,2 | 2,0 |

$$\overline{c_{зв}} = (270,4 \pm 2,9) \text{ м/с}, \varepsilon = 1,1\%$$

$$\varepsilon_{c^2} = \sqrt{2}\varepsilon_c$$

$$\gamma = 1,312 \pm 0,020, \varepsilon = 1,56\%$$

Табличное значение для показателя адиабаты CO_2 : $\gamma_{таб} = 1,300$; данное значение совпадает со значением, полученным вторым способом (в пределах погрешности), и отличается на 5% от значения, полученного первым способом.



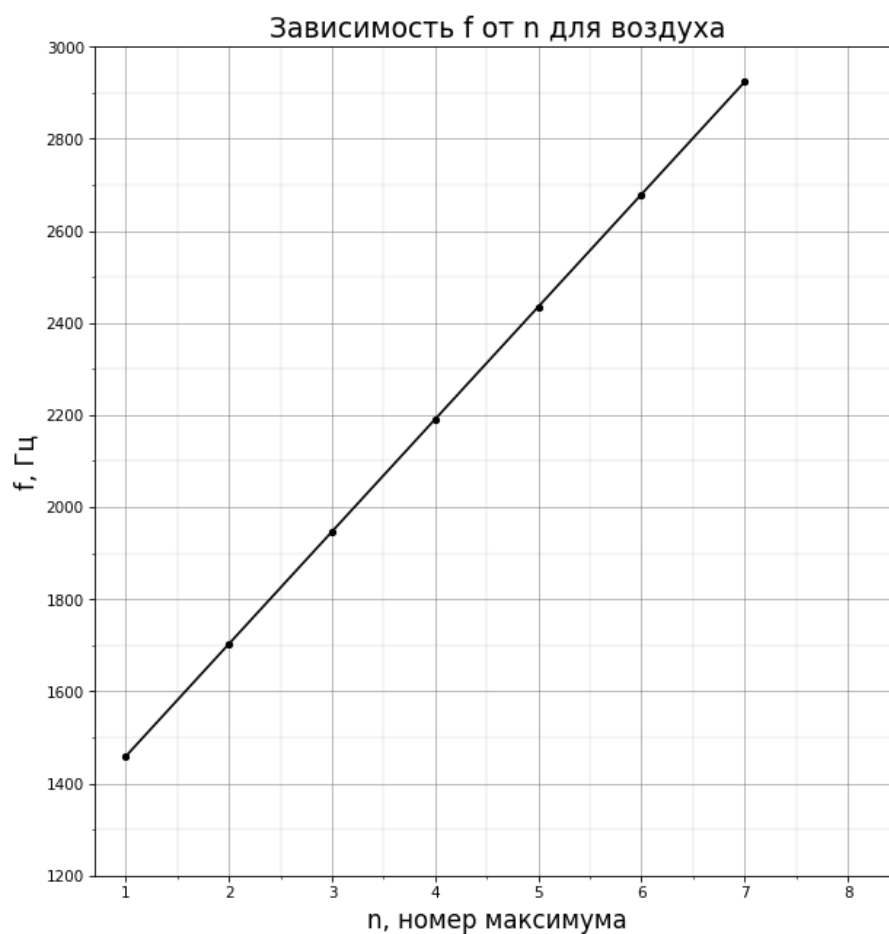
2) Определение показателя адиабаты воздуха:

Вторым способом измерим показатель адиабаты для воздуха, для этого при постоянной длине найдем резонансные частоты. Результаты измерений приведены в таблице:

Работа 2.1.3

| $L = 70 \text{ см}$ | | | |
|---------------------|--------|---|--------|
| n | f, Гц | n | f, Гц |
| 1 | 1418,8 | 5 | 2433,6 |
| 2 | 1736,3 | 6 | 2676,2 |
| 3 | 1953,4 | 7 | 2910,2 |
| 4 | 2209,0 | | |

На основе этих данных построим график зависимости f от n для воздуха:



Из графика, методом наименьших квадратов, определим коэффициент наклона прямой

$$k = \frac{c_{\text{зв}}}{2L} = (244,1 \pm 4,1) \text{ c}^{-1}, \quad \varepsilon = 1,68\%$$

при этом

$$\varepsilon_c^2 = \varepsilon_L^2 + \varepsilon_k^2$$

отсюда

$$c_{\text{зв}} = (341,8 \pm 6,3) \text{ м/с}, \quad \varepsilon_c = 1,83\%$$

$$\gamma = 1,382 \pm 0,036, \quad \varepsilon = 2,59\%$$

Табличное значение показателя адиабаты воздуха: $\gamma_{\text{таб}} = 1,400$; данное значение совпадает с полученным в эксперименте значением в пределах погрешности.

Вывод: В данной работе был измерен двумя способами коэффициент адиабаты углекислого газа, также был измерен коэффициент адиабаты воздуха, все измерения проводились при комнатной температуре, результаты с хорошей точностью совпали с табличными значениями (погрешность самого отличающегося от табличного значения менее 6 %).