

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Лабораторная работа 3.3.5
Эффект Холла в металлах

Рогозин Владимир
Группа Б03-106

Цель работы: измерение подвижности и концентрации носителей заряда в металлах.

Оборудование: электромагнит с источником питания, источник постоянного тока, микровольтметр, амперметры, милливеберметр или цифровой магнитометр, образцы из меди, серебра и цинка.

Теоретические сведения:

В работе изучаются особенности проводимости металлов в геометрии мостика Холла. Ток пропускается по плоской прямоугольной металлической пластинке, помещённой в перпендикулярное пластинке магнитное поле. Измеряется разность потенциалов между краями пластинки в поперечном к току направлении. По измерениям определяется константа Холла, тип проводимости и вычисляется концентрация основных носителей заряда.

Во внешнем магнитном поле \mathbf{B} на заряды действует сила Лоренца:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{u} \times \mathbf{B}.$$

Эта сила вызывает движение носителей, направление которого в общем случае не совпадает с \mathbf{E} . Траектории частиц будут либо искривляться, либо, если геометрия проводника этого не позволяет, возникнет дополнительное электрическое поле, компенсирующее магнитную составляющую силы Лоренца. Возникновение поперечного току электрического поля в образце, помещённом во внешнее магнитное поле, называют *эффектом Холла*.

Связь между электрическим полем \mathbf{E} и плотностью тока \mathbf{j} в условиях эффекта Холла уже не может быть описана скалярным коэффициентом проводимости σ . Тем не менее закон Ома можно по-прежнему записать в форме

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma}\mathbf{E},$$

если под $\hat{\sigma}$ понимать тензор проводимости. В заданном базисе он представляется матрицей 3×3 :

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma}\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \mathbf{E}.$$

или

$$j_i = \sum_k \sigma_{ik} E_k, \quad \text{где } i, k = \{x, y, z\}.$$

Тензорная связь между полем и током имеет место в общем случае, когда проводящая среда не является изотропной. В условиях эффекта Холла тензор проводимости становится недиагональным.

Пусть система содержит носители только одного типа (например, электроны, как в большинстве металлов). Рассмотрим сначала простейший случай плоской геометрии: пусть ток течёт вдоль оси x , а магнитное поле направлено вдоль оси z . Магнитное поле действует на движущиеся заряды с силой $F_y = -qu_x B_z$. Ток сможет течь строго вдоль оси x , если заряды в среде перераспределяются таким образом, чтобы полностью скомпенсировать магнитную силу, создав в направлении y электрическое поле

$$E_y = u_x B_z = \frac{j_x}{nq} B_z$$

называемое *холловским* (здесь n – концентрация носителей). По оси x носители будут двигаться так, как если бы магнитного поля не было: $j_x = \sigma_0 E_x$ ($j_y = j_z = 0$), где $\sigma_0 = qn\mu$ – удельная проводимость среды в отсутствие \mathbf{B} .

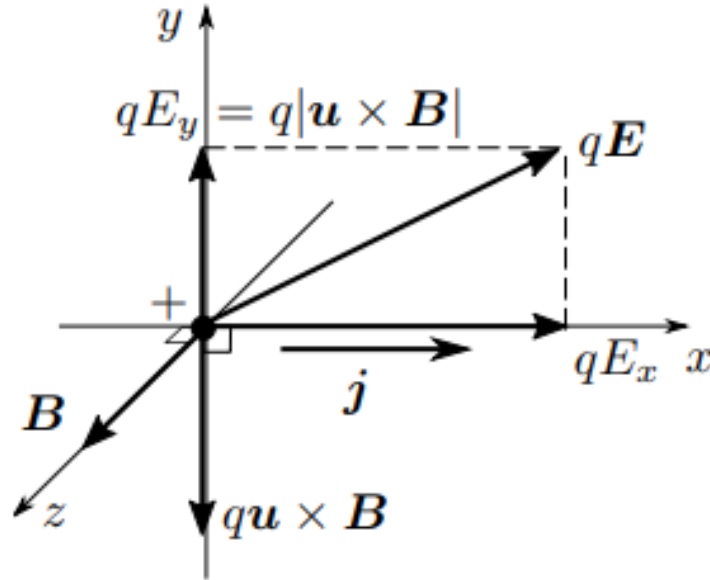


Рис. 1: Силы, действующие на положительный носитель заряда в проводящей среде при наличии магнитного поля

Выразим общую связь между \mathbf{j} и \mathbf{E} для случая носителей одного типа. Магнитное поле по-прежнему направим вдоль оси z , а о направлении \mathbf{j} и \mathbf{E} никаких предположений делать не будем. При движении носителей с постоянной средней скоростью сила Лоренца будет уравновешена трением со стороны среды:

$$q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \frac{q\mathbf{u}}{\mu} = 0$$

С учётом введённых выше обозначений этот баланс сил можно переписать как

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma_0} - \frac{1}{nq} \mathbf{j} \times \mathbf{B}.$$

Полученное соотношение можно назвать обобщённым законом Ома при наличии внешнего магнитного поля. Второе слагаемое в правой части как раз отвечает эффекту Холла – возникновению поперечного направления тока электрического поля.

Записывая равенство по компонентам

$$E_x = \frac{j_x}{\sigma_0} - \frac{j_y B}{nq}, \quad E_y = \frac{j_y}{\sigma_0} + \frac{j_x B}{nq}, \quad E_z = \frac{j_z}{\sigma_0}$$

получим, вводя *тензор удельного сопротивления* $\hat{\rho}$

$$\mathbf{E} = \hat{\rho} \mathbf{j} = \begin{pmatrix} 1 & -\mu B & 0 \\ \mu B & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{\mathbf{j}}{\sigma_0}$$

Обращением матрицы получим тензор проводимости в условиях эффекта Холла:

$$\hat{\sigma} = \hat{\rho}^{-1} = \frac{\sigma_0}{1 + (\mu B)^2} \begin{pmatrix} 1 & \mu B & 0 \\ -\mu B & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + (\mu B)^2 \end{pmatrix}$$

Безразмерному параметру μB можно приписать простой физический смысл — это отношение эффективной длины пробега частиц $l = \mu t u / q$ к ларморовскому радиусу кривизны их траектории $r_B = t u / q B$. Эту величину иногда называют *параметром замагниченности*.

Мостик Холла.

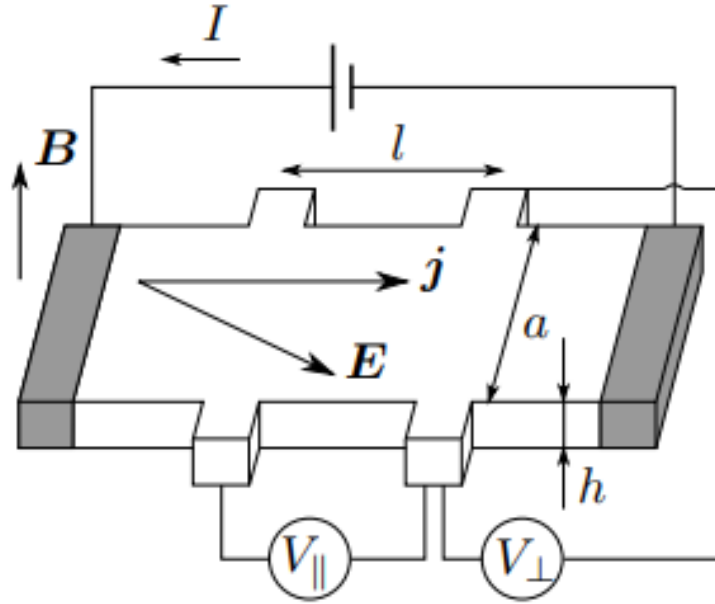


Рис. 2: Схема для исследования влияния магнитного поля на проводящие свойства: мостик Холла

В данной схеме ток вынуждают течь по оси x вдоль плоской пластинки (ширина пластинки a , толщина h , длина l). Сила Лоренца, действующая со стороны перпендикулярного пластинке магнитного поля, «прибивает» носители заряда к краям образца, что создаёт холловское электрическое поле, компенсирующее эту силу. Поперечное напряжение между краями пластинки (холловское напряжение) равно $U_{\perp} = E_y a$, где

$$E_y = \rho_{yx} \cdot j_x = \frac{j_x B}{nq}.$$

Плотность тока, текущего через образец, равна $j_x = I / ah$ где I — полный ток, ah — поперечное сечение. Таким образом, для холловского напряжения имеем

$$U_{\perp} = \frac{B}{nqh} \cdot I = R_H \cdot \frac{B}{h} \cdot I$$

где константу

$$R_H = \frac{1}{nq}$$

называют *постоянной Холла*. Знак постоянной Холла определяется знаком заряда носителей.

Продольная напряжённость электрического поля равна

$$E_x = \rho_{xx} \cdot j_x = j_x / \sigma_0$$

и падение напряжения $U_{\parallel} = E_x l$ вдоль пластинки определяется омическим сопротивлением образца $R_0 = l / (\sigma_0 ah)$:

$$U_{\parallel} = I R_0$$

Интересно отметить, что несмотря на то, что тензор проводимости явно зависит от B , продольное сопротивление образца в данной геометрии от магнитного поля не зависит.

Экспериментальная установка:

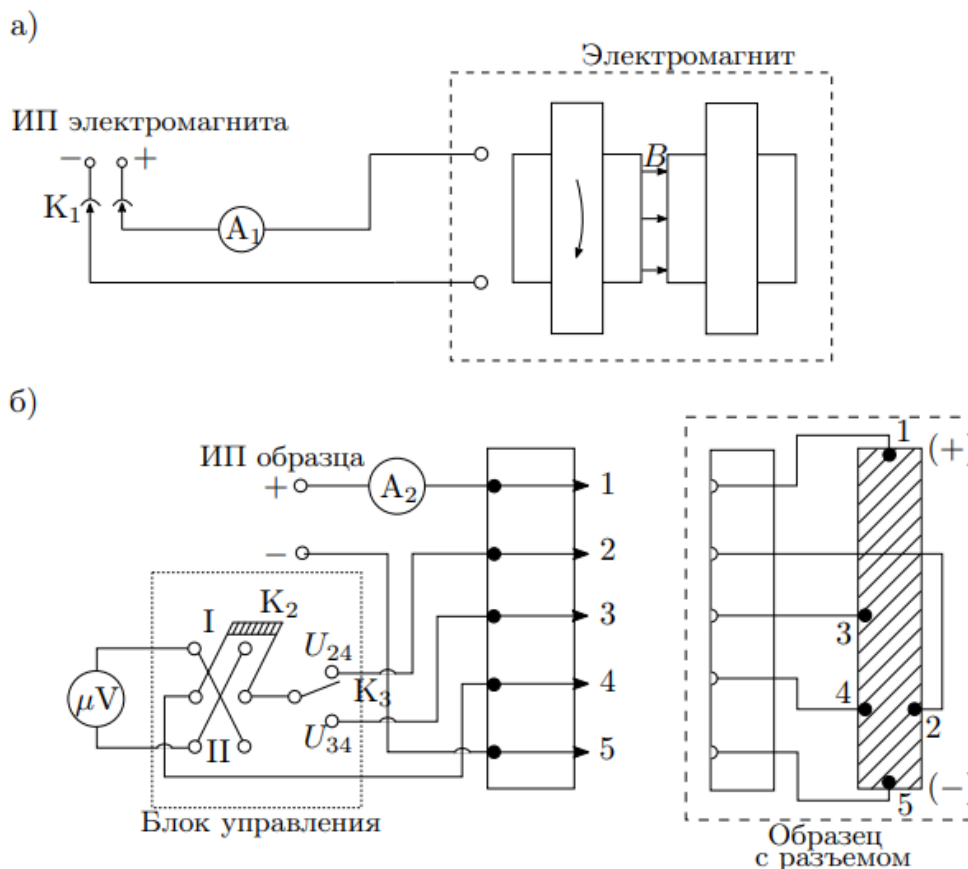


Рис. 3: Схема установки для исследования эффекта Холла в металлах

Электрическая схема установки для измерения ЭДС Холла представлена на рис. 3. В зазоре электромагнита (рис. 3а) создаётся постоянное магнитное поле, величину которого можно менять с помощью источника питания электромагнита. Разъём K_1 позволяет менять направление тока в обмотках электромагнита. Ток питания электромагнита измеряется амперметром A_1 .

Градуировка электромагнита проводится при помощи миллитесламетра на основе датчика Холла.

Металлические образцы в форме тонких пластинок, смонтированные в специальных держателях, подключаются к блоку питания через разъём (рис. 3б). Ток через образец регулируется ручками источника и измеряется амперметром A_2 .

Для измерений ЭДС Холла используется микровольтметр, в котором высокая чувствительность по напряжению сочетается с малой величиной тока, потребляемого измерительной схемой.

В образце с током, помещённом в зазор электромагнита, между контактами 2 и 4 возникает холловская разность потенциалов U_{\perp} , которая измеряется с помощью микровольтметра, если переключатель K_3 подключён к точке 2 образца. При подключении K_3 к точке 3 микровольтметр измеряет омическое падение напряжения U_{34} , вызванное током через образец. При нейтральном положении ключа входная цепь микровольтметра разомкнута.

Ключ K_2 позволяет менять полярность напряжения, поступающего на вход микровольтметра.

Контакты 2 и 4 вследствие неточности подпайки могут лежать не на одной эквипотенциали. Тогда напряжение между ними связано не только с эффектом Холла, но и с омическим падением напряжения вдоль пластинки. Исключить этот эффект можно если при каждом значении тока через образец измерять напряжение между точками 2 и 4 в отсутствие магнитного поля. При фиксированном токе через образец это дополнительное к ЭДС Холла напряжение U_0 остаётся неизменным. От него следует (с учётом знака) отсчитывать величину ЭДС Холла:

$$U_{\perp} = U_{24} - U_0$$

При таком способе измерения нет необходимости проводить повторные измерения с противоположным направлением магнитного поля.

По знаку U_{\perp} можно определить характер проводимости – электронный или дырочный. Для этого необходимо знать направление тока в образце и направление магнитного поля.

Измерив ток I в образце и напряжение U_{34} между контактами 3 и 4 в отсутствие магнитного поля, можно, зная параметры образца, рассчитать удельное сопротивление ρ_0 и проводимость σ_0 материала образца по формуле

$$\rho_0 = \frac{U_{34}ah}{Il},$$

где l – расстояние между контактами 3 и 4, a – ширина образца, h – его толщина.

Обработка данных:

Сначала определим максимальный ток через образец при напряжении $V = 0,8$ В, $I_{maxS} = 0,92$ А. Затем определим максимальный ток через катушку электромагнита при максимальном напряжении $U_{max} = 106,3$ В, $I_{maxM} = 1,35$ А.

Теперь проградуируем электромагнит, для этого, с помощью миллитесламетра, снимем зависимость магнитной индукции от силы тока в катушке увеличивая ток до максимального значения I_{maxM} . Результаты измерений приведены в таблице ниже. Абсолютная погрешность измерения силы тока в катушке равна $0,5\% + 2$ ед. младшего разряда, абсолютная погрешность измерения индукции магнитного поля равна $5\% + 10$ ед. младшего разряда.

Таблица 1: Зависимость магнитной индукции от силы тока

$I, \text{ А}$	0,16	0,32	0,48	0,64	0,80	0,96	1,12	1,28
$B, \text{ мТл}$	147,7	309,5	458,0	606,6	758,6	930,4	1056,1	1132,9

По данным из таблицы построим график зависимости $B(I)$, определим коэффициент угла наклона.

$$k = (931,29 \pm 11,51) \text{ мТл/А}, \quad \varepsilon_k = 1,24\%$$

Теперь приступим к измерению ЭДС Холла для образца из меди. Параметры образца: $L_{3,4} = 10$ мм, $h = 0,05$ мм, $l = 9$ мм. При одном значении тока в образце, изменяя ток в электромагните, будем менять величину магнитного поля и снимать зависимость ЭДС Холла от магнитной индукции, затем тоже самое сделаем для других значений тока в образце. Предел измерений микровольтметра – 3 мкВ, цена деления – 0,04 мкВ, погрешность измерений – половина цены деления (0,02 мкВ). По данным из таблицы ниже для каждого из значений тока в образце построим графики зависимости ЭДС Холла U_{\perp} от величины магнитного поля B . Каждую зависимость аппроксимируем прямой $y = kx$, для каждой прямой найдём угол её наклона. Результаты представлены в таблице ниже.

Таблица 2: Данные измерений для образца меди

$I_{\text{обр}}, \text{ А}$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9
$U_0, \text{ дел.}$	2,5	6,0	6,0	5,5	5,5	6,0	6,0	6,0	6,0
$I_{\text{кат}}, \text{ А}$	$U, \text{ дел.}$								
0,15	7,0	8,0	8,0	8,0	9,0	10,0	11,0	12,0	11,0
0,30	8,0	9,5	10,5	11,5	13,0	15,0	16,5	18,5	17,5
0,45	9,0	11,5	12,5	15,0	17,0	19,0	21,5	25,0	23,5
0,60	10,5	13,5	15,5	18,0	21,5	24,0	27,0	31,0	29,5
0,75	12,0	15,0	18,0	21,0	25,0	28,0	32,0	36,5	36,5
0,90	13,0	16,5	19,0	23,5	28,0	31,5	36,0	40,0	40,5
1,05	14,0	18,0	21,5	26,0	30,5	34,0	39,0	44,5	44,5
1,20	15,0	19,0	23,0	27,5	32,0	36,0	42,0	47,5	47,5

Таблица 3: Коэффициенты наклона при различных токах

$I_{\text{обр}}, \text{ А}$	$k, \text{ нВ} / \text{ Тл}$	$\varepsilon_k, \%$
0,2	$376,9 \pm 22,2$	5,90
0,3	$370,0 \pm 6,2$	1,67
0,4	$474,8 \pm 7,4$	1,56
0,5	$629,5 \pm 11,0$	1,75
0,6	$775,3 \pm 18,0$	2,33
0,7	$875,9 \pm 20,6$	2,35
0,8	$1037,5 \pm 21,7$	2,09
0,9	$1200,9 \pm 26,2$	2,18

По данным из таблицы выше построим график зависимости $k = f(I_{\text{обр}})$, из него найдём константу Холла R_H для образца из меди.

$$\frac{R_{H\text{Cu}}}{h} = (1,29 \pm 0,03) \text{ мкВ}/(\text{А} \cdot \text{Тл}), \quad \varepsilon = 2,21\%$$

$$R_{H\text{Cu}} = -(6,45 \pm 0,14) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{Кл}, \quad \varepsilon = 2,21\%$$

Теперь, таким же образом, рассчитаем постоянную Холла для образца из цинка. Параметры образца: $L_{3,4} = 4 \text{ мм}$, $l = 10 \text{ мм}$, $h = 0,08 \text{ мм}$. Данные представлены в таблице ниже.

Таблица 4: Данные измерений для образца из цинка

$I_{\text{обр}} = 0,99 \text{ А}$								
$U_0 = 27,5 \text{ дел.}$								
$I_{\text{маг}}, \text{ А}$	0,15	0,30	0,45	0,60	0,75	0,90	1,05	1,20
$U, \text{ дел.}$	24,5	21,0	17,5	14,5	11,5	8,5	6,5	5,0

$$k = \frac{R_{H\text{Zn}} I_{\text{обр}}}{h} = -(651,6 \pm 13,3) \text{ нВ}/\text{Тл}, \quad \varepsilon = 2,04\%$$

$$R_{H\text{Zn}} = (5,27 \pm 0,11) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{Кл}, \quad \varepsilon = 2,04\%$$

Теперь, зная константу Холла для цинка и меди, вычислим концентрацией носителей тока для каждого из материалов. $n = 1/(R_H \cdot q)$, где q – элементарный заряд.

$$n_{Cu} = (9,69 \pm 0,21) \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}, \quad \varepsilon = 2,21\%$$

$$n_{Zn} = (11,86 \pm 0,24) \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}, \quad \varepsilon = 2,04\%$$

Далее рассчитаем удельную проводимость цинка и меди. Для этого измерим падение напряжения на участке вдоль тока $U_{3,4}$ при силе тока в образце I , а также запишем геометрические параметры образцов. Предел измерений микровольтметра – 750 мкВ, цена деления – 10 мкВ.

Таблица 5: Данные для расчёта удельного сопротивления

Материал	$U_{3,4}$, дел.	I , А	$L_{3,4}$, мм	l , мм	h , мм
Медь	49	0,89	10	9	0,05
Цинк	24	0,99	4	10	0,08

Тогда удельную проводимость можно выразить как

$$\sigma = I \cdot L_{3,4} / (U_{3,4} \cdot l \cdot h), \quad \varepsilon_\sigma = \varepsilon_{U_{3,4}}$$

$$\sigma_{Cu} = (4,04 \pm 0,04) \cdot 10^7 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}^{-1}, \quad \varepsilon = 1,02\%$$

$$\sigma_{Zn} = (2,06 \pm 0,02) \cdot 10^7 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}^{-1}, \quad \varepsilon = 1,02\%$$

Последним пунктом рассчитаем подвижность носителей тока b для каждого из материалов, она связана с удельной проводимостью σ и концентрацией носителей тока n соотношением $b = \sigma / (q \cdot n)$, где q – элементарный заряд.

$$b_{Cu} = (26,06 \pm 0,38) \text{ см}^2 / (\text{В} \cdot \text{с}), \quad \varepsilon = 1,44\%$$

$$b_{Zn} = (10,86 \pm 0,16) \text{ см}^2 / (\text{В} \cdot \text{с}), \quad \varepsilon = 1,44\%$$

Таблица 6: Результаты работы

Металл	$R_H \pm \Delta R_H$	Табл. R $10^{-11} \text{ м}^3/\text{Кл}$	Знак носителей	$(n \pm \Delta n) \cdot 10^{-28}$, $(\text{м}^3)^{-1}$	$(\sigma \pm \Delta \sigma) \cdot 10^{-7}$, $(\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$	b , $\text{см}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$
Медь	$-6,45 \pm 0,14$	-5,3	-	$9,69 \pm 0,21$	$4,04 \pm 0,04$	26,06
Цинк	$5,27 \pm 0,11$	10,4	+	$11,86 \pm 0,24$	$2,06 \pm 0,02$	10,86

Вывод: В данной работе было исследовано явление возникновения поперечного тока электрического поля в проводнике, помещённом в магнитное поле, – эффект Холла. Для двух материалов, а именно меди и цинка, была вычислена константа Холла $\{R_{HCu} = (-6,45 \pm 0,14) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{Кл}\}$, $\{R_{HZn} = (5,27 \pm 0,11) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{Кл}\}$, результат сравнён с табличным значением $\{R_H = -5,3 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{Кл}\}$ и $\{R_H = 10,4 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{Кл}\}$ соответственно. Для меди экспериментальное значение сошлось с табличным с неплохой точностью, для цинка результат сошёлся с точностью до порядка, значение отличается в два раза. Также был определён знак носителей заряда: в меди носителями тока являются электроны (знак «-»), в цинке же – дырки (знак «+»). Дополнительно, были получены значения концентрации носителей тока, их подвижности и удельной проводимости материалов. Все результаты представлены в таблице выше.

