

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Лабораторная работа 4.2

**Исследование энергетического спектра
 β -частиц и определение их максимальной
энергии при помощи магнитного
спектрометра**

Рогозин Владимир
Группа Б03-106

Цель работы: С помощью магнитного спектрометра исследовать энергетический спектр β -частиц при распаде ядер ^{137}Cs и определить их максимальную энергию.

1 Теоретические сведения

Бета-распадом называется самопроизвольное превращение ядер, при котором их массовое число не изменяется, а заряд увеличивается или уменьшается на единицу. Бета-активные ядра встречаются во всей области значений массового числа A , начиная от единицы (свободный нейтрон) и кончая самыми тяжелыми ядрами. Период полураспада β -активных ядер изменяется от ничтожных долей секунды до 1018 лет. Выделяющаяся при единичном акте β -распада энергия варьируется от 18 кэВ (для распада трития) до 13,4 МэВ (для распада изотопа бора ^{125}B).

В данной работе мы будем иметь дело с электронным распадом

$${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z+1}^AX + e^- + \tilde{\nu}, \quad (1)$$

при котором кроме электрона испускается антинейтрино. Освобождающаяся при β -распаде энергия делится между электроном, антинейтрино и дочерним ядром, однако доля энергии, передаваемой ядру, исчезающе мала по сравнению с энергией, уносимой электроном и антинейтрино. Практически можно считать, что эти две частицы делят между собой всю освобождающуюся энергию. Поэтому электроны могут иметь любое значение энергии – от нулевой до некоторой максимальной, которая равна энергии, освобождающейся при β -распаде, являющейся важной физической величиной.

Вероятность dw того, что при распаде электрон вылетит с импульсом $d^3\mathbf{p}$, а антинейтрино с импульсом в интервале $d^3\mathbf{k}$, очевидно, пропорциональна произведению этих дифференциалов, но также надо учесть закон сохранения энергии, согласно которому

$$E_e - E - ck = 0, \quad (2)$$

где E_e – максимальная энергия электрона, кинетическая энергия электрона E связана с его импульсом обычным релятивистским соотношением

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2} - mc^2, \quad (3)$$

а через ck обозначена энергия антинейтрино с импульсом k . Условие (2) можно учесть введением в выражение для dw δ -функции

$$\delta(E_e - E - ck), \quad (4)$$

по определению не равной нулю только при соблюдении условия (2).

Таким образом, вероятность dw может быть записана в виде

$$dw = D\delta(E_e - E - ck)d^3\mathbf{p}d^3\mathbf{k} = D\delta(E_e - E - ck)p^2dpk^2dkd\Omega_e d\Omega_{\tilde{\nu}}, \quad (5)$$

где D – некоторый коэффициент пропорциональности, $d\Omega_e$, $d\Omega_{\tilde{\nu}}$ – элементы телесных углов направлений вылета электрона и нейтрино. Вероятность dw непосредственно связана с β -спектром, поскольку для очень большого числа N_0 распадов число dN распадов с вылетом электрона и антинейтрино с импульсом соответственно от \mathbf{p} до $\mathbf{p} + d\mathbf{p}$ и от \mathbf{k} до $\mathbf{k} + d\mathbf{k}$ определяется соотношением

$$dN = N_0 dw. \quad (6)$$

Коэффициент D в формуле (5) можно считать для рассматриваемых нами так называемых разрешенных фермиевских типов распадов с хорошей точностью константой. В этом случае величину dw из (6) можно проинтегрировать по всем углам и по абсолютному значению импульса нейтрино.

После умножения на полное число распадов N_0 проинтегрированное выражение приобретает смысл числа электронов dN , вылетающих из ядра с импульсом, абсолютная величина которого лежит между p и $p + dp$:

$$dN = \frac{16\pi^2 N_0}{c^2} D p^2 (E_e - E)^2 dp. \quad (7)$$

Чтобы получить распределение электронов не по импульсам, а по энергиям, надо в (7) перейти от dp к dE :

$$dE = \frac{c^2 p}{E + mc^2} dp, \quad (8)$$

после чего выражающая форму β -спектра величина $N(E) = dN/dE$ приобретает вид

$$\frac{dN}{dE} = N_0 B c p (E + mc^2) (E_e - E)^2 = N_0 B \sqrt{E(E + 2mc^2)} (E + mc^2)^2 (E_e - E)^2, \quad (9)$$

где $B = (16\pi^2/c^4)D$. В нерелятивистском приближении, которое и имеет место с нашим случае, выражение (9) упрощается, и мы имеем

$$\frac{dN}{dE} \approx \sqrt{E} (E_e - E)^2. \quad (10)$$

Выражение (10) приводит к спектру, имеющему вид широкого колокола (рис. 1).

Дочерние ядра, возникающие в результате β -распада, нередко оказываются возбужденными. Возбужденные ядра отдают свою энергию либо излучая γ -квант, либо передавая избыток энергии одному из электронов с внутренних оболочек атома. Излучаемые в таком процессе электроны имеют строго определенную энергию и называются *конверсионными*.

Конверсия чаще всего происходит на оболочках K или L . На спектре, представленном на рис. 1, видна монохроматическая линия, вызванная электронами конверсии. Ширина этой линии в нашем случае является чисто аппаратной – по ней можно оценить разрешающую силу спектрометра.

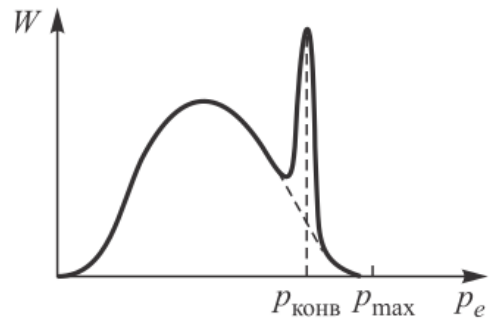
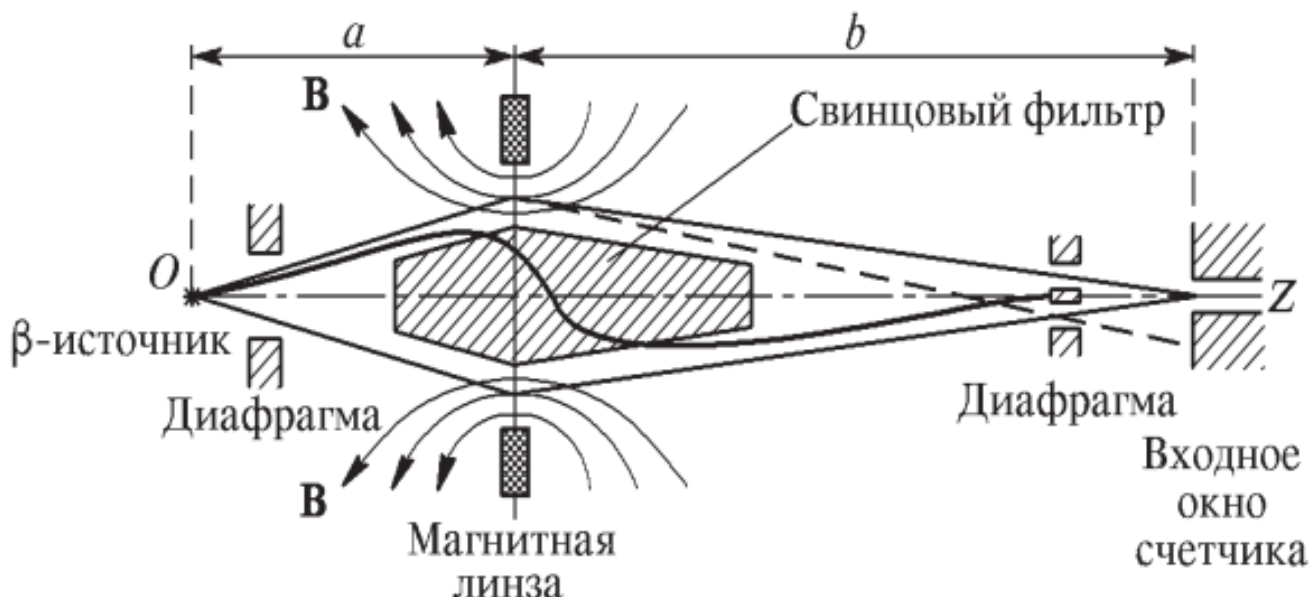


Рис. 1: Форма спектра β -частиц при разрешенных переходах

2 Экспериментальная установка

Энергию β -частиц определяют с помощью β -спектрометров. В работе используется магнитный спектрометр с «короткой линзой». Электроны, испускаемые радиоактивным источником (рис. 2), попадают в магнитное поле катушки, ось которой параллельна оси OZ .

Траектории электронов в магнитном поле представляют собой схематически показанные на рисунке сложные спирали, сходящиеся за катушкой в фокусе, расположенном на оси OZ . Силовые линии магнитного поля изображены на рис. 2 тонкими линиями. В фокусе установлен детектор электронов – газоразрядный торцевой счётчик с тонким входным окном, прозрачным для электронов с энергией больше 40 кэВ, либо сцинтилляционный счетчик. Чувствительным элементом сцинтилляционного счетчика является тонкий кристалл полистирола. При попадании электрона в кристалле возникает световая вспышка – сцинтилляция, регистрируемая фотоумножителем.

Рис. 2: Схема β -спектрометра с короткой магнитной линзой

Для заряженных частиц тонкая катушка эквивалентна линзе. Ее фокусное расстояние f зависит от импульса электронов p_e и от индукции магнитного поля линзы (т. е. от силы тока I , протекающего через катушку) следующим образом:

$$\frac{1}{f} \propto \frac{I^2}{p_e^2}. \quad (11)$$

При заданной силе тока на входное окно счетчика фокусируются электроны с определенным импульсом. Электроны, обладающие другими значениями импульса, при этом не сфокусированы и в основном проходят мимо окна. При изменении тока в катушке на счетчик последовательно фокусируются электроны с разными импульсами. Так как геометрия прибора в течение всего опыта остается неизменной, импульс сфокусированных электронов пропорционален величине тока I :

$$p_e = kI. \quad (12)$$

Константа прибора k обычно определяется не из расчета, а из опыта.

Короткая магнитная линза обладает заметной сферической аберрацией, т. е. имеет разные фокусные расстояния для частиц, вылетающих из источника под различными углами. Поэтому приходится устанавливать кольцевые диафрагмы, ограничивающие углы вылета электронов, как это изображено на рис. 2. Свинцовый фильтр предохраняет счетчик от прямого попадания γ -лучей, почти всегда сопровождающих β -распад. Из-за конечных размеров источника, диафрагм и окна счетчика, а также вследствие аберраций при заданной величине фокусного расстояния на счетчик попадают электроны с импульсами, лежащими внутри некоторого интервала от $p_e - \Delta p_e/2$ до $p_e + \Delta p_e/2$. Величина Δp_e называется разрешающей способностью β -спектрометра. Разрешающая способность спектрометра зависит от того, какой угол с осью OZ составляют регистрируемые электроны. Электроны, летящие под небольшим углом к оси спектрометра, практически не отклоняются магнитным полем и попадали бы в окно β -счетчика при любом токе в линзе, если бы на их пути не было свинцового фильтра. Поэтому разрешение спектрометра зависит не только от размеров кольцевых диафрагм, но и от диаметра свинцового фильтра.

Рассмотрим теперь связь между числом частиц, регистрируемых установкой, и функцией $W(p_e) = dW/dp_e$, определяемой формулой (10).

$$N(p_e) \approx W(p_e)\Delta p_e, \quad (13)$$

где Δp_e – разрешающая способность спектрометра. Формула (11) показывает, что при заданном токе фокусное расстояние магнитной линзы зависит от импульса частиц. Мимо счетчика проходят частицы, для которых фокусное расстояние линзы слишком сильно отличается от нужного, т. е. при недопустимо больших Δf . Дифференцируя формулу (11) при постоянном токе, найдем:

$$\Delta p_e = \frac{1}{2} \frac{\Delta f}{f} p_e. \quad (14)$$

Таким образом, ширина интервала Δp_e , регистрируемого спектрометром, пропорциональна величине импульса. Подставив (14) в (13) и замечая, что отношение $\Delta f/2f$ определяется геометрией установки и потому постоянно, получим окончательно:

$$N(p_e) = CW(p_e)p_e, \quad (15)$$

где C – некоторая константа.

Блок-схема установки для изучения β -спектров изображена на рис. 3. Радиоактивный источник ^{137}Cs помещен внутри откачанной трубы. Электроны, сфокусированные магнитной линзой, попадают в счетчик.

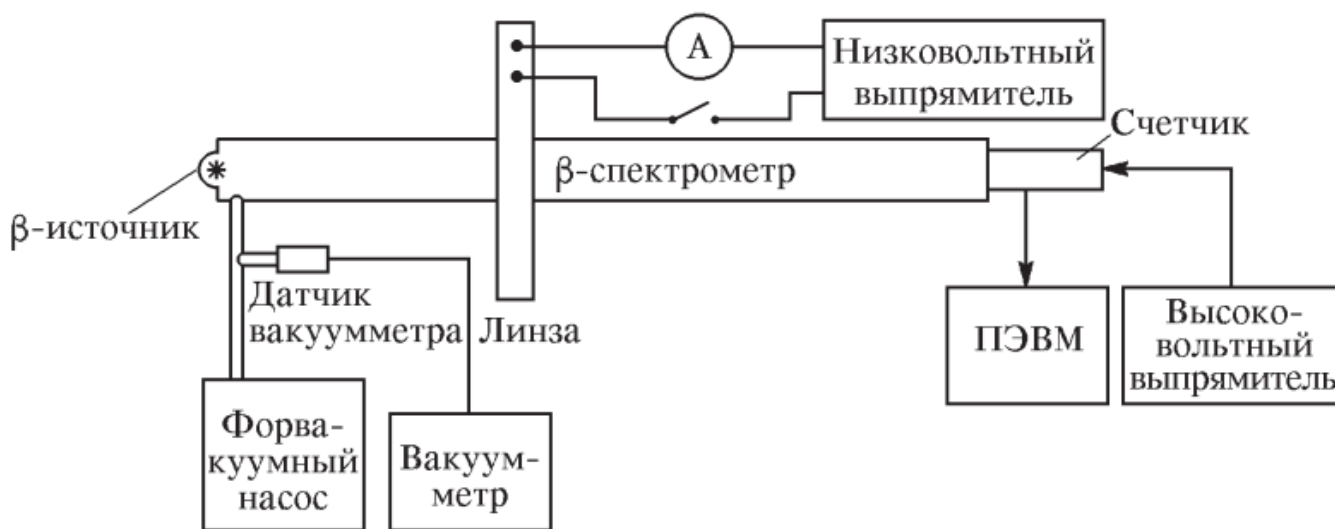


Рис. 3: Блок-схема установки для изучения β -спектра

В газоразрядном счетчике они инициируют газовый разряд и тем самым приводят к появлению электрических импульсов на его электродах, которые затем регистрируются пересчетным прибором. В результате попадания электронов в сцинтиллятор на выходе фотоумножителя появляются электрические импульсы, которые заносятся в память персонального компьютера и выводятся на экран монитора. Давление в спектрометре поддерживается на уровне около 0,1 торр и измеряется термомпарным вакуумметром. Лучший вакуум в приборе не нужен, поскольку уже при этом давлении потери энергии электронов малы и их рассеяние незначительно. Откачка осуществляется форвакуумным насосом. Магнитная линза питается постоянным током от выпрямителя. Ток можно повышать до 5 А, он измеряется цифровым прибором. Высокое напряжение на ФЭУ или газоразрядный счетчик подается от стабилизированного выпрямителя.

3 Обработка данных

3.1 Подготовка установки к работе

1. Откачаем воздух из полости спектрометра до давления $P \approx 0,1$ торр. Для этого включим форвакуумный насос и начнём откачку.
2. Включим вакуумметр и проверим его работу. Для этого установим ток, значение которого указано на установке, $I = 1,5$ А и переведём переключатель в режим измерения давления остаточных газов.
3. Пока полость спектрометра откачивается, включим ПЭВМ и дождёмся появления на экране титульного листа программы.
4. Включим формирователь импульсов, питание магнитной линзы и уменьшим ток через нее до нуля.

3.2 Измерение фона

1. Измерим фоновое излучение, результаты занесём в таблицу.

Таблица 1: Измерение фонового излучения

t , с	$N_{\text{ф}}$, 1/с	$\varepsilon_{N_{\text{ф}}}$, %
100	$1,580 \pm 0,126$	7,97

2. Далее за абсолютную погрешность измерения фона будет браться величина $\sigma_{N_{\text{ф}}} = 0,126 \text{ с}^{-1}$.

3.3 Измерение β -спектра

1. Постепенно изменяя ток магнитной линзы с шагом 0,2 А будем проводить измерение β -спектра. В области конверсионного пика уменьшим шаг до 0,05 А. Результаты представлены в таблицах ниже.
2. По результатам измерений построим график зависимости количества частиц в секунду от силы тока $N(I)$ за вычетом фона.
3. Зная энергию электронов внутренней конверсии ^{137}Cs , вычислим их импульс, а затем, зная величину силы тока, соответствующей конверсионному пику, $I_{\text{conv}} \approx 3,6\text{А}$ и используя формулу (12), найдём константу прибора k и построим график зависимости $N(T_e)$ в котором аппроксимируем область конверсионного пика гауссианой. При этом полагаем $\sigma_N = \sigma_{N_{\text{ф}}}$.
4. Далее построим график зависимости $\frac{\sqrt{N(p)}}{p^{3/2}}(T_e)$ и по нему определим максимальную кинетическую энергию вылетающих электронов по пересечению прямой аппроксимации с осью абсцисс.

Таблица 2: Основные измерения часть 1

Номер измерения	t , с	I , А	N , 1/с
1	80	0,2	1,812
2	80	0,4	1,862
3	80	0,6	1,799
4	80	0,8	2,162
5	80	1,0	2,524
6	80	1,2	2,686
7	80	1,4	3,373
8	80	1,6	3,848
9	80	1,8	4,261
10	80	2,0	4,635
11	80	2,2	4,498
12	80	2,4	4,123
13	80	2,6	4,198
14	80	2,8	3,411

Таблица 3: Основные измерения часть 2

Номер измерения	t , с	I , А	N , 1/с
15	80	3,0	2,924
16	70	3,05	2,836
17	70	3,1	3,084
18	70	3,15	2,741
19	70	3,2	3,086
20	70	3,25	3,641
21	70	3,3	3,684
22	70	3,35	3,712
23	70	3,4	4,148
24	70	3,45	4,712
25	70	3,5	4,769
26	70	3,55	4,726
27	70	3,6	5,435
28	70	3,65	5,269

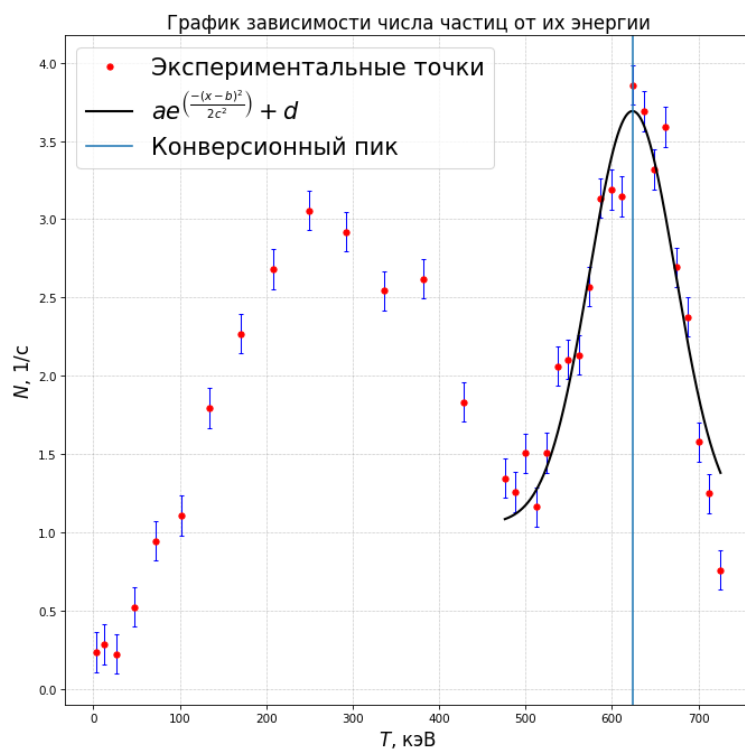
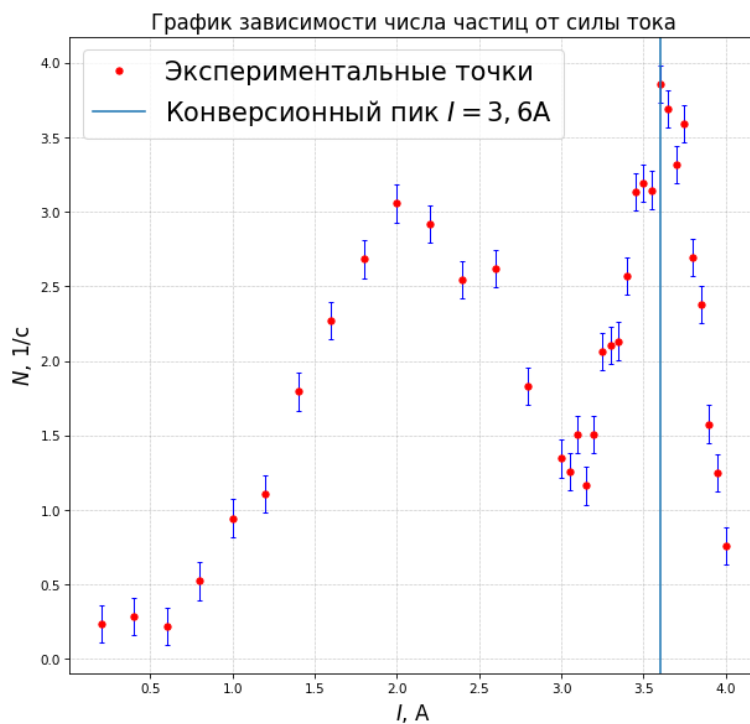
Таблица 4: Основные измерения часть 3

Номер измерения	t , с	I , А	N , 1/с
29	70	3,7	4,897
30	70	3,75	5,169
31	70	3,8	4,273
32	70	3,85	3,955
33	70	3,9	3,156
34	70	3,95	2,827
35	80	4,0	2,336

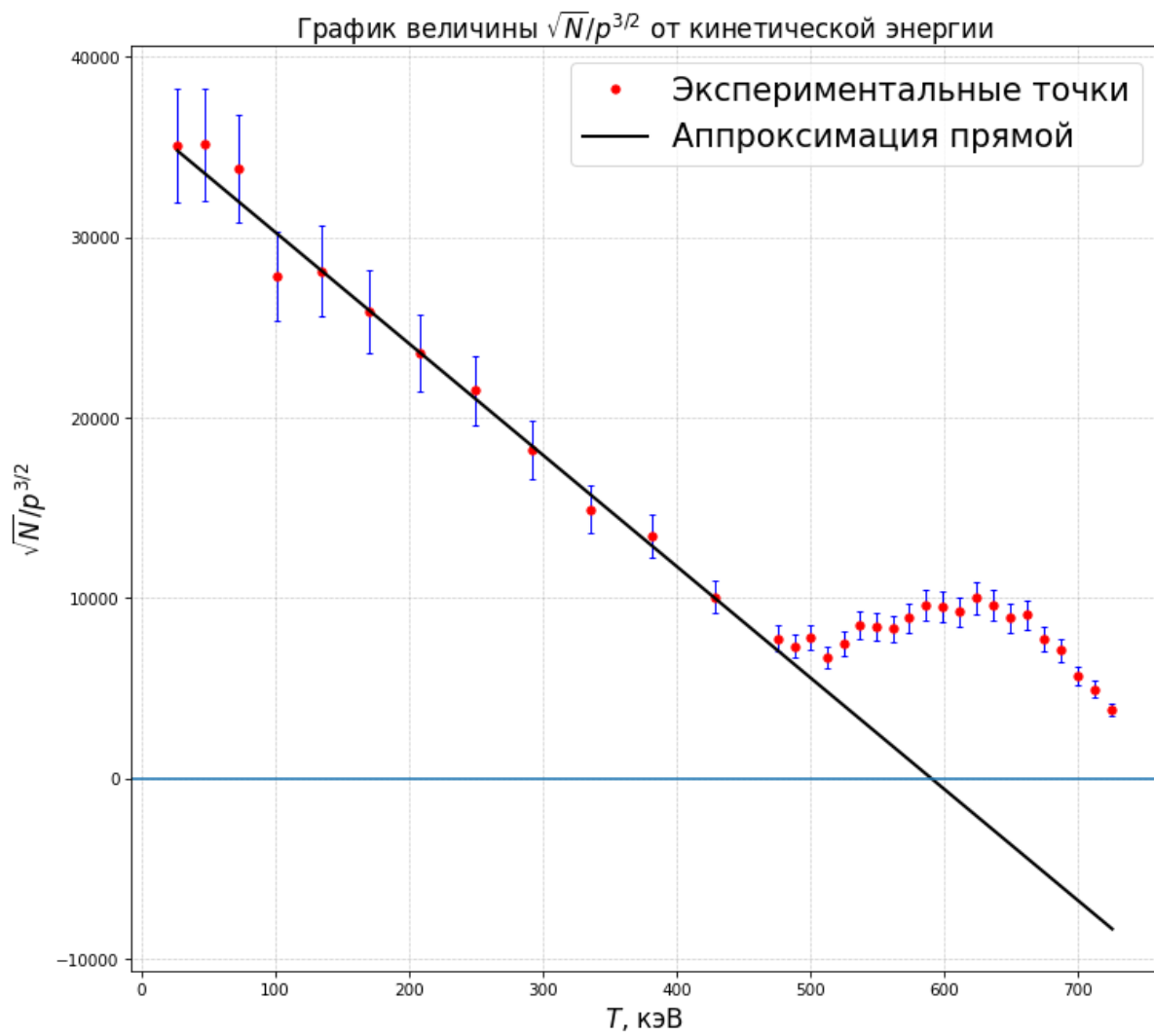
4 Вывод

В данной работе проводилось исследование энергнетического спектра β -частиц при помощи магнитного спектрометра. В результате удалось:

- снять зависимость количества вылетающих в единицу времени β -частиц распада от их энергии
- выделить в спектре теоретически предсказанный конверсионный пик
- построить по полученным данным график Ферми и, экстраполировав аппроксимирующую прямую, вычислить максимальную энергию вылетающих электронов



$$a = 2.64, b = 623,74, c = 49,9, d = 1,05.$$



При построении графика не были учтены первые две точки из-за слишком большого значения величины $\sqrt{N}/p^{3/2}$ и её погрешности.

$$\sigma_{f(T)} = \frac{1}{\sqrt{2N}} \frac{\sigma_N}{p^{3/2}}$$

$$k = (-61,8 \pm 1,45); b = (36472,9 \pm 600); \Rightarrow T_{max} = (590,2 \pm 16,9) \text{ кэВ}$$