

# Algoritmos y Estructuras de Datos II

## Primer parcial – Viernes 16 de Septiembre de 2016

### Aclaraciones

- El parcial es a libro abierto.
- Cada ejercicio debe entregarse en hojas separadas.
- Incluir en cada hoja el número de orden asignado, número de hoja, apellido y nombre.
- Al entregar el parcial, completar el resto de las columnas en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con Promocionado, Aprobado, Regular, o Insuficiente.
- El parcial completo está aprobado si el primer ejercicio tiene al menos A, y entre los ejercicios 2 y 3 hay al menos una A. Para más detalles, ver “Información sobre la cursada” en el sitio Web.

## Ej. 1. Especificación

En la red social “Roberto Carlos”, cada usuario quiere tener un millón de amigos. Pueden registrarse nuevos usuarios a la red social en todo momento. Cuando lo deseen, dos usuarios pueden volverse amigos; la amistad es siempre recíproca, pero no es reflexiva. Las personas de esta red son muy serias al momento de declararse amigos: no hay arrepentimientos.

Con el objetivo de que una persona agrande su círculo de amistades, la red le sugiere a cada persona un usuario no amigo que posea la mayor cantidad de amigos en común con él.

También a la red social le interesa que los amigos se comuniquen. Por lo tanto, la red crea automáticamente para cada persona un grupo con sus amigos y con los amigos de éstos, para que esas personas compartan sus anécdotas. Si otro usuario se hace amigo de él, instantáneamente empieza a formar parte del grupo (y de los grupos de sus amigos).

Para que los usuarios tímidos utilicen más el sistema, la red social posee un conjunto de usuarios automatizados denominados “e-ameos” definidos de antemano. Cada vez que un usuario quiere hablar con alguien pero no quiere socializar, puede hacerse amigo de uno o más de los e-ameos de la red social. Sin embargo, la red social no agregará al grupo del usuario los amigos de los e-ameos y tampoco los ofrecerá como sugerencia de amistad a los usuarios ya que son públicamente conocidos.

Además, los diseñadores de la red notaron que, estadísticamente, cuando dos personas tienen 10 e-ameos en común, la probabilidad de que éstos se hagan amigos es del 99.9 %. Por lo tanto, la red les simplifica la vida amigándolos automáticamente al darse esta situación.

Modelar con un TAD la red social Roberto Carlos. Además, con fines estadísticos, interesa saber:

- qué grupos existen y con qué integrantes;
- el usuario más “figureti”, es decir, el usuario no e-ameo que está en más grupos de amigos distintos de la red (en caso de existir empate, devolver alguno de manera determinista);
- cuántos usuarios “Forever Alone” hay, es decir, usuarios que estén en grupo solamente con e-ameos.

## Ej. 2. Inducción estructural

Dado el siguiente TAD con sus operaciones:

TAD ÁRBOL BIN-TERN( $\alpha$ )			
<b>géneros</b>	$\text{abt}(\alpha)$		
<b>generadores</b>			<b>observadores básicos</b>
nil :	$\rightarrow \text{abt}(\alpha)$		nil? : $\text{abt}(\alpha) \rightarrow \text{bool}$
bin : $\text{abt}(\alpha) \times \text{abt}(\alpha) \times \alpha$	$\rightarrow \text{abt}(\alpha)$		tern? : $\text{abt}(\alpha) \rightarrow \text{bool}$
tern : $\text{abt}(\alpha) \times \text{abt}(\alpha) \times \text{abt}(\alpha) \times \alpha$	$\rightarrow \text{abt}(\alpha)$		raiz : $\text{abt}(\alpha) \alpha \rightarrow \alpha$
			hijo <sub>1</sub> : $\text{abt}(\alpha) \alpha \rightarrow \text{abt}(\alpha)$
			hijo <sub>2</sub> : $\text{abt}(\alpha) \alpha \rightarrow \text{abt}(\alpha)$
			hijo <sub>3</sub> : $\text{abt}(\alpha) \alpha \rightarrow \text{abt}(\alpha)$
<b>otras operaciones</b>			{ $\neg \text{nil?}(\alpha)$ }
h : $\text{abt}(\alpha) \rightarrow \text{nat}$			{ $\neg \text{nil?}(\alpha)$ }
tam : $\text{abt}(\alpha) \rightarrow \text{nat}$			{ $\neg \text{nil?}(\alpha)$ }
completo : $\text{abt}(\alpha) \rightarrow \text{bool}$			{tern?( $\alpha$ )}
<b>Fin TAD</b>			
<b>axiomas</b>			
$h_0)$ $h(\text{nil}) \equiv 0$		$t_0)$ $\text{tam}(\text{nil}) \equiv 0$	
$h_1)$ $h(\text{bin}(i, d, e)) \equiv 1 + \max(h(i), h(d))$		$t_1)$ $\text{tam}(\text{bin}(i, d, e)) \equiv 1 + \text{tam}(i) + \text{tam}(d)$	
$h_2)$ $h(\text{tern}(a, b, c, e)) \equiv 1 + \max_3(h(a), h(b), h(c))$		$t_2)$ $\text{tam}(\text{tern}(a, b, c, e)) \equiv 1 + \text{tam}(a) + \text{tam}(b) + \text{tam}(c)$	
c) $\text{completo}(a) \equiv \text{nil?}(a) \vee_L h(\text{hijo}_1(a)) = h(\text{hijo}_2(a)) \wedge \text{completo}(\text{hijo}_1(a)) \wedge$			
			$\text{completo}(\text{hijo}_2(a)) \wedge (\text{tern?}(a) \Rightarrow_L (h(\text{hijo}_2(a)) = h(\text{hijo}_3(a)) \wedge$
			$\text{completo}(\text{hijo}_3(a))))$

Demuestre por inducción estructural la siguiente propiedad:

$$(\forall a : \text{abt}(a)) \text{ completo}(a) \Rightarrow \text{tam}(a) \geq 2^{h(a)} - 1$$

En caso de utilizar lemas auxiliares, plantearlos claramente y demostrarlos. Además, se pide:

- Escribir el predicado unario. Luego escribir, completo, el esquema de inducción a utilizar.  
En el esquema, marcar claramente CB(s), PI(s), HI(s), TI(s) y el alcance de cada cuantificador.
- Plantear el/los caso(s) base y resolverlo(s), justificando cada paso de la demostración.
- Plantear el/los paso(s) inductivo(s) y resolverlo(s), justificando cada paso de la demostración.

### Ej. 3. Diseño

Considerar la siguiente especificación de un sistema que realiza el seguimiento de experimentos en un laboratorio. Los experimentos se enumeran por números naturales desde el 1 en adelante. De cada experimento sólo se recuerdan los reactivos químicos utilizados y el orden en el que fueron usados (el "protocolo"). Un mismo reactivo puede ser usado múltiples veces en el mismo protocolo. Los reactivos se identifican por su número de inventario que es un NAT, y cada uno tiene asociado un índice de peligrosidad representado por un NAT. Por cuestiones de seguridad, la peligrosidad combinada de todos los reactivos usados en un protocolo no puede superar el valor 100.

TADs REACTIVO, PELIGROSIDAD y ID son NAT  
TAD PROTOCOLO es SECUENCIA(TUPLA(REACTIVO, PELIGROSIDAD))

**TAD EXPERIMENTOS**

**observadores básicos**

cantExperimentos : experimentos	→ nat	
verExperimento : experimentos $e \times$ id $i$	→ protocolo	$\{1 \leq i \leq \text{cantExperimentos}(e)\}$

**generadores**

abrirLaboratorio :	→ experimentos	
registrarExperimento : experimentos $e \times$ protocolo $p$	→ experimentos	
$\left\{ \begin{array}{l} \neg \text{vacía}(p) \wedge \sum_{i=1}^{\text{long}(p)} \Pi_2(p[i]) \leq 100 \wedge \\ (\forall n : \text{id}) n \leq \text{cantExperimentos}(e) \Rightarrow_L \text{peligrosidadesConsistentes}(\text{verExperimento}(e, n) \& p) \end{array} \right\}$		

**axiomas**

cantExperimentos(abrirLaboratorio)	$\equiv 0$	
cantExperimentos(registrarExperimento( $e, s$ ))	$\equiv 1 + \text{cantExperimentos}(e)$	
verExperimento( $i, \text{registrarExperimento}(e, s)$ )	$\equiv \text{if } i = \text{cantExperimentos}(e) \text{ then } s \text{ else } \text{verExperimento}(i, e) \text{ fi}$	

**predicados**

peligrosidadesConsistentes( $p$ )  $\equiv (\forall i, j : \text{nat}) (1 \leq i, j \leq \text{long}(p) \Rightarrow_L (\Pi_1(p[i]) = \Pi_1(p[j]) \Rightarrow_L \Pi_2(p[i]) = \Pi_2(p[j])))$

**Fin TAD**

Se decidió utilizar la siguiente estructura para representar el TAD, en la que se pretende abreviar partes de los protocolos repetidas para reducir el espacio utilizado para almacenarlos.

Experimentos se representa con estr

donde estr es tupla (*cantUsos*: dicc(reactivo, conj(id)),  
*porPeligrosidad*: dicc(peligrosidad, conj(reactivo)),  
*protocolos*: dicc(id, secu(nombre)),  
*subProtocolos*: dicc(nombre, secu(reactivo)) )

y nombre es STRING

En esta estructura, *cantUsos* almacena los números de experimento en los que se usó cada reactivo; *porPeligrosidad* clasifica a los reactivos según su peligrosidad (sólo hay entradas para peligrosidades usadas, i.e., no hay definiciones que sean el conjunto vacío). Además, *protocolos* describe abreviadamente el protocolo usado en cada experimento como una secuencia de nombres de subprotocolos (concatenando esos subprotocolos se obtiene el protocolo completo), y *subProtocolos* almacena los pedazos de secuencias de reactivos correspondientes a cada subprotocolo usado en algún protocolo existente. De esta manera, el mismo subprotocolo se puede reutilizar para describir múltiples protocolos.

Se pide:

- Escribir en castellano el invariante de representación.
- Escribir formalmente el invariante de representación.
- Escribir formalmente la función de abstracción.

① TAD usuario Es NAT | 1 | 2 | 3 |  
 TAD RC FRANCSSCO S.

### igualdad observational

$$(H_0^2, b : rc) \left| \begin{array}{l} \dots \\ z = \text{obs} \end{array} \right\| \Leftrightarrow \left( \begin{array}{l} \text{Usuarios}(z) = \text{Usuarios}(b) \wedge \\ \text{Amigos}(z) = \text{Amigos}(b) \wedge \\ (\forall u : \text{usuario}) \vee \in (\text{Usuarios}(z) \cup \text{Amigos}(z)) \Rightarrow_u \\ \text{Amigos}(u, z) = \text{Amigos}(u, b) \end{array} \right)$$

### exporta

### usu conj

### generos rc

### Observadores basicos

- Usuarios : rc  $\rightarrow \text{conj}(\text{usuario})$
- Amigos : rc  $\rightarrow \text{conj}(\text{usuario})$
- Amigos : usuario  $u \times rc r \rightarrow \text{conj}(\text{usuario})$

~~Este Observador( $r$ )  $\not\models$   $\forall u \in \text{Personas}(r) \{$~~

### generadores

iniciar :  $\text{conj}(\text{usuario}) \rightarrow rc$

regusuario :  $\text{usuario} \times rc r \rightarrow rc$   
 $\{ u \notin \text{Usuarios}(r) \}$

amigar :  $\text{usuario } U_1 \times \text{usuario } U_2 \times rc r \rightarrow rc$

$\{ U_1 \neq U_2 \wedge \{ U_1, U_2 \} \subseteq \text{Usuarios}(r) \wedge \{ U_1 \in \text{Personas}(r) \wedge U_2 \in \text{Personas}(r) \}$

## Otras operaciones

Grupo : usuarios  $\cup$   $\times_{rc} r \rightarrow \text{conj(usuarios)}$   
 $\{ u \in \text{Personas}(r) \}$

Grupo Aux :  $\text{conj(usuarios)}^{c_1} \times \text{conj(usuarios)}^{c_2} \times_{rc} r \rightarrow \text{conj(usuarios)}$   
 $\{ \cancel{C_1, C_2 \subseteq \text{Usuarios}(r)} \}$

Personas :  $rc \rightarrow \text{conj(usuarios)}$

Amigos Aux :  $\text{conj(usuarios)}^{c_1} \times \text{conj(usuarios)}^{c_2} \times_{rc} r \rightarrow \text{conj(usuarios)}$   
~~Amigos~~  $\{ c_1 \subseteq \text{Usuarios}(r) \wedge c_2 \subseteq \text{Personas}(r) \}$

Sugerencia : usuarios  $\cup \times_{rc} r \rightarrow \text{usuarios}$

$\{ u \in \text{Personas}(r) \wedge (\exists v: \text{usuario})(u \in \text{Personas}(r) \wedge \cancel{u \in \text{Personas}(r)}) \}$

SugAux :  $\text{conj(usuarios)}^{c_1} \times_{nat} \times \text{conj(usuarios)}^{c_2} \times_{rc} r \rightarrow \text{conj(usuarios)}$   
 $\{ u \in \text{Amigos}(u, r) \wedge \text{conj(usuarios)}^{c_1} \times_{rc} r \rightarrow \text{conj(usuarios)}$   
 $\{ u_1 \in \text{Usuarios}(r) \wedge u_2 \in \text{Usuarios}(r) \wedge u_3 \in \text{Personas}(r) \}$

Figurito :  $rc \rightarrow \text{usuarios}$  falso restricción.

FigAux :  $\text{conj(usuarios)}^{c_1} \times_{nat} \times \text{conj(usuarios)}^{c_2} \times_{rc} r \rightarrow \text{conj(usuarios)}$   
 $\{ c_1 \subseteq \text{Personas}(r) \wedge c_2 \subseteq \text{Personas}(r) \}$

ForAlto :  $\text{conj(usuarios)}^{c_1} \times_{rc} r \rightarrow \cancel{\times_{nat}}$   
 $\{ c_1 \subseteq \text{Personas}(r) \}$

Axiomas

Usuarios(iniciar(c))  $\in C$

Usuarios(registrar(u, rc))  $\in A_g(u, Usuarios(rc))$

Usuarios(abonar(u<sub>1</sub>, u<sub>2</sub>, rc))  $\in Usuarios(rc)$

Amigos(iniciar(c))  $\in C$

Amigos(registrar(u, rc))  $\in Amigos(rc)$

Amigos(amigar(u<sub>1</sub>, u<sub>2</sub>, rc))  $\in Amigos(rc)$

~~Amigos(~~registrar~~(u, iniciar(c))) = φ~~

Amigos(u, ~~iniciar(c)~~)  $\in \emptyset$

Amigos(~~registrar~~(u, registrar(u', rc)))  $\in$  if  $u = u'$  then  $\emptyset$  else Amigos(u, rc) fi

Amigos(u, amigar(u<sub>1</sub>, u<sub>2</sub>, rc))  $\in$

if  $\{u_1, u_2\} \subseteq Personas(rc)$  then ~~Amigos(u, rc)~~

if  $u \in \{u_1, u_2\}$  then ~~Amigos(u, rc)~~, Amigos(u, rc)  $\cup (\{u_1, u_2\} - u)$   
else Amigos(u, rc) fi

⊗:imponible

else if  $u \in \{u_1, u_2\}$  then

AmigosAux(~~({u\_1, u\_2} - u) \cup Amigos(u, rc)~~, Personas(rc), rc)  
 $\cup$  Amigos(u, rc)

Now do it; else ~~AmigosAux( $\{u_1, u_2\} - u$ , Personas(rc), rc)~~

given documents.

Now algorithm. then ~~Ag(S, u, 3, Personas(rc), rc)~~  $\geq 10$

if  $u \in Amigos(rc)$  then

if  $\#(Amigos(u, rc) \cap Ag(u, Amigos(u_2, rc)) \cap Amigos(rc)) \geq 10$

then  $Ag(u_2, Amigos(u, rc))$

else Amigos(u, rc) fi

else if  $\#(\text{Amigos}(v, rc) \cap \text{Ag}(v_2, \text{Amigos}(v_1, rc))$   
 $\cap \text{Amigos}(rc)) \geq 10$  then  
 $\text{Ag}(v_1, \text{Amigos}(v, rc))$   
 else  $\text{Amigos}(v, rc)$  fi; fi; fi;

$\text{AmigosAux}(z_{\text{aux}}, p_{\text{aux}}, rc) \equiv$

if  $\emptyset^?(p)$  then  $\emptyset$  else

if  $\#(z \cap \text{Amigos}(\text{DoneUno}(p), rc) \cap \text{Amigos}(rc)) \geq 10$

then  $\{\text{DoneUno}(p)\}$  else  $\emptyset$  fi;  $\cup \text{AmigosAux}(z, \text{SinUno}(p), rc)$  fi;

$\text{Personas}(rc) \equiv \text{Usuarios}(rc) - \text{Amigos}(rc)$

$\text{Grupo}(v, rc) \equiv \text{GrupoAux}(\# \text{Amigos}(v, rc), rc)$

$\text{GrupoAux}(z_m, rc) \equiv$  if  $\emptyset^?(z_m)$  then  $\emptyset$  else

if  $\text{DoneUno}(z_m) \in \text{Amigos}(rc)$  then  $\emptyset$

else  $\text{Amigos}(\text{DoneUno}(z_m), rc)$  fi;  $\cup$

$\text{Ag}(\text{DoneUno}(z_m), \text{GrupoAux}(\text{SinUno}(z_m), rc))$  fi;

$\text{Suggerencias}(v, rc) \equiv \text{DoneUno}(\text{SugAux}(\text{Amigos}(v, rc), 0, \emptyset, \text{Personas}(rc), rc))$

$\text{SugAux}(z_m, cnt, res, p, rc) \equiv$  if  $\emptyset^?(p)$  then  $res$  else

1 1 1 1 if  $\#(z_m \cap \text{Amigos}(\text{DoneUno}(p), rc)) > cnt$  then

go to sum algorithm,  $\text{SugAux}(z_m, \#(z_m \cap \text{Amigos}(\text{DoneUno}(p), rc)),$

new max res.

series sums described

in continue previous.

$\{\text{DoneUno}(p)\}, \text{SinUno}(p), rc$

else if  $\#(z_m \cap \text{Amigos}(\text{DoneUno}(p), rc)) = cnt$  then

$\text{SugAux}(z_m, cnt, \{\text{DoneUno}(p)\} \cup res, \text{SinUno}(p), rc)$

else  $\text{SugAux}(z_m, cnt, res, \text{SinUno}(p), rc)$  fi; fi; fi;

↳ May your cursor never miss your formule is writing in Mathematics.

Nota 17

Faltó resolución

$\rightarrow$  cuando  $\text{Personas}(rc) = \emptyset$ ,  $\text{DameUno}(\text{FigAux}(\emptyset, 0, \text{Personas}(rc), rc))$

$\text{FigAux}(\text{res}, \text{cnt}, p, rc) \equiv$  if  $\varnothing? (p)$  then  $\text{res}$  else  
 if  $\#(\text{Amigos}(\text{DameUno}(p), rc)) > \text{cnt}$  then  
 $\text{FigAux}(\{\text{DameUno}(p)\}, \#(\text{Amigos}(\text{DameUno}(p), rc)),$   
 $\text{SinUno}(p), rc)$   
 Personas( $p$ )  
 else if  $\#(\text{Amigos}(\text{DameUno}(p), rc)) = \text{cnt}$  then  
 $\text{FigAux}(\text{res} \cup \text{DameUno}(p), \text{cnt}, \text{SinUno}(p), rc)$   
 else  $\text{FigAux}(\text{res}, \text{cnt}, \text{SinUno}(p), rc)$  fi fi fi

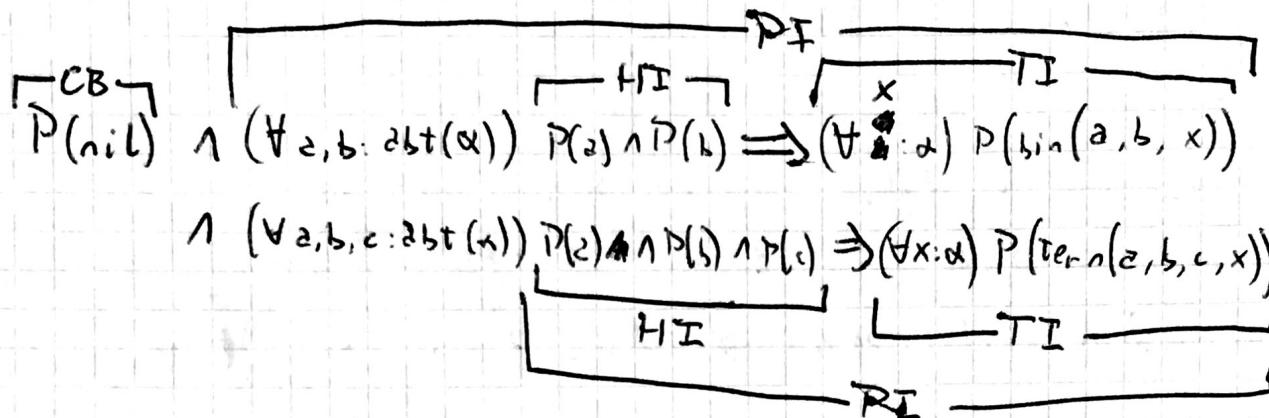
$\text{ForAlgo}(ps, rc) \equiv$  if  $\varnothing? (ps)$  then 0 else

if  $\text{Grupo}(\text{DameUno}(ps), rc) \subseteq \text{Amigos}(rc)$  then 1  
 else 0 fi +  $\text{ForAlgo}(\text{SinUno}(ps), rc)$  fi

### Aclaraciones

- Notar que no considera a los Amigos Personas, nos consideran sus Amigos en su Grupo
- Además, cada persona pertenece a tantos grupos como amigos
- Amigos de la otra miembros no Amigos de su grupo

② a.  $P(a) : \text{completo}(a) \Rightarrow \text{tan}(a) \geq 2^{h(a)} - 1$



b. Quiero probar  $P(\text{nil}) \Leftrightarrow \text{completo}(\text{nil}) \Rightarrow \text{tan}(\text{nil}) \geq 2^{h(\text{nil})} - 1$

REEMPLAZO POR  $\alpha, t_0, h_0$

$$\frac{\cancel{\text{nil}^2(\alpha)} \quad \cancel{(\forall x : \alpha) P(x)}}{\text{completo}(\text{nil})} \Rightarrow 0 \geq 2^0 - 1 = 1 - 1 = 0$$

true

LUEGO, PONER true EL CONSECUENTE DE LA IMPLICACION, Y POR NO INDEFINIRSE COMPLETO, ~~que~~ VALE  $P(\text{nil})$

c.  $(\forall z, b : \text{abt}(\alpha)) P(z) \wedge P(b) \Rightarrow (\forall x : \alpha) P(\text{bin}(z, b, x))$

NO ASUMIR NADA SOBRE  $z$  Y  $b$ , Y SABER EL A

$$P(z) \wedge P(b) \Rightarrow (\forall x : \alpha) P(\text{bin}(z, b, x))$$

Si  $\neg(P(z) \wedge P(b))$  LA DE MOSTRAR EJ, TRIVIAL, LAS ASUMEN VERDAD DE LAS Y CONTINUO

$(\forall x : \alpha) P(\text{bin}(z, b, x))$  QUITO EL A SIN ASUMIR NADA SOBRE X

$P(\text{bin}(z, b, x))$  QUE SE PRODUCE EN

$$\text{completo}(\text{bin}(z, b, x)) \Rightarrow \text{tan}(\cancel{\text{bin}(z, b, x)}) \geq 2^{h(\text{bin}(z, b, x))} - 1$$

PARA EL AXIOMA C)

$$\text{nil?}(\text{bin}(a, b, x)) \vee_l h(\text{hijo}_1(\text{bin}(a, b, x))) = h(\text{hijo}_2(\text{bin}(a, b, x))) \Rightarrow t_{\text{an}}(\text{bin}(a, b, x)) \geq 1 \text{ completo}(\text{hijo}_1(\text{bin}(a, b, x))) \wedge \text{completo}(\text{hijo}_2(\text{bin}(a, b, x))) \Rightarrow 2^{h(\text{bin}(a, b, x)) - 1} \geq 1 (\text{tern?}(\text{bin}(a, b, x)) \Rightarrow \text{tern}(\text{bin}(a, b, x)))$$

NOTAR QUE  $\text{nil?}(\text{bin}(a, b, x)) = \text{false}$

y  $\text{tern?}(\text{bin}(a, b, x)) = \text{false}$ , entonces, para ser  $V_L$  y  $v_R \Rightarrow_L$

SOLO INTERESA ESTO, TAMBÉN PUEDE SER  $\text{hijo}_1()$  Y  $\text{hijo}_2()$

$$h(a) = h(b) \wedge \text{completo}(a) \wedge \text{completo}(b) \Rightarrow t_{\text{an}}(\text{bin}(a, b, x)) \geq 2^{h(\text{bin}(a, b, x)) - 1}$$

ASUMIMOS QUE  $h(a) = h(b) \wedge \text{completo}(a) \wedge \text{completo}(b)$ , Si no es así, es trivial

y Además reemplazando  $t_1 \times t_2$

$$1 + t_{\text{an}}(a) + t_{\text{an}}(b) \geq 2 \cdot 2^{\max(h(a), h(b)) - 1}$$

bdm, lo lograremos al suponer  $P(a), P(b)$ .

PERO, COMO VALE  $P(a) \vee P(b)$ , y  $a \times b$  SON COMPLETOS  $\Rightarrow h(a) = h(b)$ . PRTI

$$1 + t_{\text{an}}(a) + t_{\text{an}}(b) \geq 1 + 2^{h(a)} - 1 + 2^{h(b)} - 1 = 2 \cdot 2^{h(a)} - 1 = 2 \cdot 2^{\max(h(a), h(b)) - 1} \quad \begin{matrix} \text{(log que} \\ \text{son iguales)} \end{matrix}$$

LUEGO, DEMOSTRAMOS ESTE PASO INDUCTIVO

Ahora queda el otro

$$(\forall z, b, c : z \neq \text{nil}) P(z) \wedge P(b) \wedge P(c) \Rightarrow (\forall x : x) P(\text{tern}(a, b, c, x))$$

igual que antes, ASUMIMOS ~~que~~ NADA SOBRE  $a, b$  Y  $c$  (PAPY SACAN  $\forall$ ), SUPONEMOS QUE  $P(a) \wedge P(b) \wedge P(c)$  VALE (SI, NO ES TRIVIAL) Y NO ASUMIMOS NADA SOBRE  $x$ , Entonces QUEREMOS

$$P(\text{tern}(a, b, c, x)) \Leftrightarrow \text{completo}(\text{tern}(a, b, c, x)) \Rightarrow t_{\text{an}}(\text{tern}(a, b, c, x)) \geq 2^{h(\text{tern}(a, b, c, x)) - 1}$$

APLICAMOS C), ~~que~~ como  $\text{nil?}(\text{tern}(a, b, c, x)) = \text{false}$  y lo si que en  $V_L$  ~~que~~ Y, APLICANDO  $\text{hijo}_1$  Y  $\text{hijo}_2$ , quedó

$$\begin{aligned} h(a) &= h(b) \wedge \text{completo}(a) \wedge \text{completo}(b) \wedge \\ (\text{tern?}(\text{tern}(a, b, c, x))) &\Rightarrow h(b) = h(\text{hijo}_3(\text{tern}(a, b, c, x))) \Rightarrow t_{\text{an}}(\text{tern}(a, b, c, x)) \geq \\ &\wedge \text{completo}(\text{hijo}_3(\text{tern}(a, b, c, x))) \end{aligned}$$

Como  $\text{term}^*(\text{torn}(z, b, x)) = \text{true}$  podemos desnaturalizar  $x \Rightarrow$   
 y APLICA a hijos,

$$\begin{aligned} h(z) &= h(b) \wedge \text{completo}(z) \wedge \text{completo}(b) \wedge \\ h(b) &= h(c) \wedge \text{completo}(c) \end{aligned} \Rightarrow t_a(\text{torn}(a, b, c, x)) \geq h(\text{term}(z, b, c, x)) - 1$$

ASUMIMOS QUE VALE EL ANTECEDENTE, Y APLICAmos  $t_z \geq h$

$$1 + t_a(a) + t_a(b) + t_a(c) \geq 1 + \max(h(a), h(b), h(c)) - 1 = 2 \cdot 2^{\max(h(a), h(b), h(c))} - 1$$

CONO VOLE  $P(a) \wedge P(b) \wedge P(c)$  y ~~el antecedente anterior~~  
 SE TIRE que

$$1 + t_a(a) + t_a(b) + t_a(c) \geq 1 + 2^{h(a)} - 1 + 2^{h(b)} - 1 + 2^{h(c)} - 1 = 3 \cdot 2^{h(z)} - 2$$

$$= 2 \cdot 2^{h(a)} + 2^{h(z)} - 2 \geq 2 \cdot 2^{h(a)} + 2^0 - 2 = 2 \cdot 2^{h(a)} - 1 = 2 \cdot 2^{\max(h(a), h(b), h(c))} - 1$$

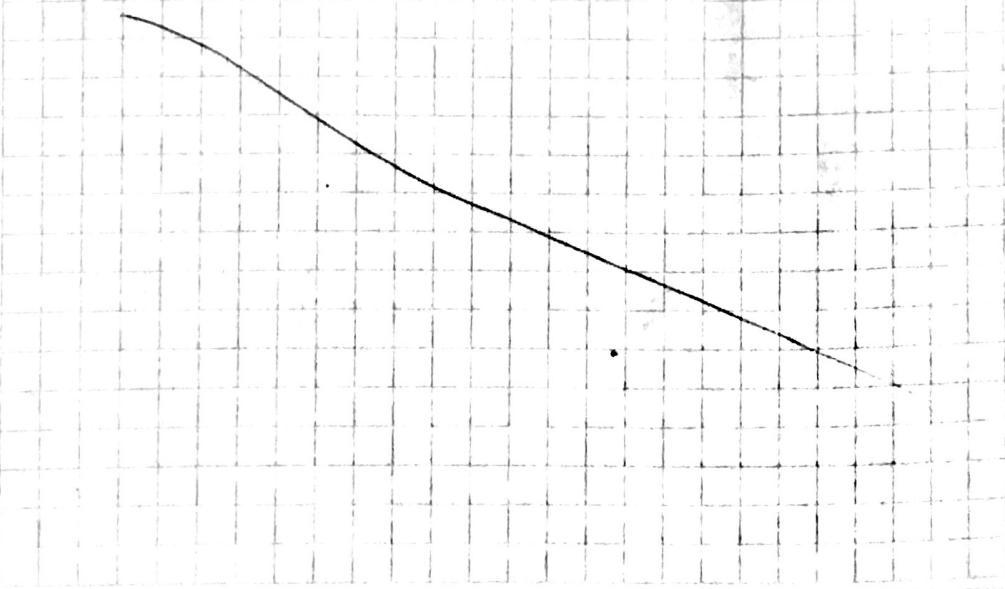
↳ PONER

$h(a)$  UN NAT

$Y 2^n$  Creciente

Y ENTONCES QUEDA DEMOSTRADO EL SEGUNDO PASO INDUCTIVO

y, POR LO TANTO, QUE ES  $\boxed{(\forall z : z \in t(a)) P(z)}$



③ 2), b)

I LAS CLAVES DE CANTUSOS SON IGUALES A LA UNION DE LOS SIGNIFICADOS DE E. PELIGROSIDAD

$$\text{claves}(\text{e. cantusos}) = \text{UnionCjtos}(\text{e. por Peligrosidad}, \text{claves}(\text{e. por Peligrosidad}))$$

II CADA REACTIVO TIENE UNA SOLA PELIGROSIDAD

$$(\forall p: \text{Peligrosidad}) \text{ def. } (\exists p, e. \text{ por Peligrosidad}) \wedge \text{def. } (\exists p', e. \text{ por Peligrosidad})$$

$$\Rightarrow (\text{obtener}(p, e. \text{ por Peligrosidad}) \wedge \text{obtener}(p', e. \text{ por Peligrosidad})) = \emptyset$$

III NO HAY SIGNIFICADOS VACIOS DE E. PELIGROSIDAD

$$(\forall p: \text{Peligrosidad}) \text{ def. } (\exists p, e. \text{ por Peligrosidad}) \Rightarrow (\text{obtener}(p, e. \text{ por Peligrosidad})) \neq \emptyset$$

IV NO HAY SUBPROTOCOLOS VACIOS

$$(\forall n: \text{nombre}) \text{ def. } (\exists n, e. \text{ sub Protoculos}) \Rightarrow (\text{obtener}(n, e. \text{ sub Protoculos})) \neq \emptyset$$

V LAS CLAVES DE E. PROTOCOLOS SON IGUALES A LA UNION DE LOS SIGNIFICADOS DE E. CANTUSOS

$$\text{claves}(\text{e. protocolos}) = \text{UnionCjtos}(\text{e. cantusos}, \text{claves}(\text{e. cantusos}))$$

VI LA UNION DE LOS SIGNIFICADOS DE E. PROTOCOLOS ES IGUAL A LAS CLAVES DE E. SUBPROTOCOLOS

$$\text{claves}(\text{e. subProtoculos}) = \text{UnionSecu}(\text{e. protocolos}, \text{claves}(\text{e. protocolos}))$$

VII LA UNION DE LOS SIGNIFICADOS DE E. SUBPROTOCOLOS ES IGUAL A LAS CLAVES DE E. CANTUSOS

$$\text{claves}(\text{e. cantusos}) = \text{UnionSecu}(\text{e. subProtoculos}, \text{claves}(\text{e. subProtoculos}))$$

VIII ~~E. CANTUSOS, E. PROTOCOLOS Y E. SUBPROTOCOLOS SON SIGNIFICADOS DE SIEMPRE~~

$$(\forall \text{reactivo}) \text{ def. } (\exists \text{cantusos}) \Rightarrow (\forall \text{reactivo}) \text{ obtener}(\text{e. cantusos})$$

VIII e. cant Usos tiene sentido con e. protocolos y e. subProtocolos

( $\forall r$ : reactiva) def? ( $r$ , e. cant Usos)  $\Rightarrow_L$  ( $\forall i$ : id)  $i \in \text{obtener}(r, e. \text{cant Usos}) \Rightarrow_L$

( $\exists n$ : nombre)  $\exists i$   $i \in \text{esta}?(n, \text{obtener}(i, e. \text{protocolos})) \wedge_i \exists j$   $j \in \text{esta}?(i, \text{obtener}(n, e. \text{subProtocolos}))$

~~( $\forall i$ : id) def? ( $i$ , e. protocolos)  $\Rightarrow_L$  ( $\forall n$ : nombre)  $\exists i$   $i \in \text{esta}?(n, e. \text{subProtocolos})$~~

~~(IX)~~  $i + \text{sum} \# \text{PELIGROSIDADES de } n \leq \text{sum} \# \text{SUBPROTOCOLO } S \leq 100$

~~(X)  $i \in \text{esta}?(n, e. \text{subProtocolos}) \Rightarrow_L \text{sum} \# \text{Pel} (e. \text{por Peligrosidad},$~~   
~~POLIGRASIDAD) En LA ULTIMA HOJA  $\exists i \in \text{obtener}(n, e. \text{subProtocolos}) \leq 100$~~

~~(X) e. protocolos y e. subProtocolos tienen sentido con e. cant Usos~~

( $\forall i$ : id) def? ( $i$ , e. protocolos)  $\Rightarrow_L$  ( $\forall n$ : nombre)  $\exists i$   $i \in \text{esta}?(n, \text{obtener}(i, e. \text{protocolos})) \Rightarrow_L$

( $\forall r$ : reactiva)  $\exists i$   $i \in \text{esta}?(r, \text{obtener}(n, e. \text{subProtocolos})) \Rightarrow i \in \text{obtener}(r, e. \text{cant Usos})$

~~(XI) No hay servicios varios de e. protocolos~~

~~( $\forall i$ : id) def? ( $i$ , e. protocolos)  $\Rightarrow_L \exists r$   $r \in \text{obtener}(i, e. \text{protocolos})$~~

~~(XII) Los id se numeran a partir de 1~~

( $\forall i$ : id) ( $i \in \text{claves}(e. \text{protocolos}) \Rightarrow i \geq 1$ )  $\wedge \max(\text{claves}(e. \text{protocolos})) = \#\text{claves}(e. \text{protocolos})$

REP:  $d \rightarrow \text{bonito}$

REP( $e$ ) = ~~I~~  $\wedge$  ~~II~~  $\wedge$  ~~III~~  $\wedge$  ~~IV~~  $\wedge$  ~~V~~  $\wedge$  ~~VI~~  $\wedge$  ~~VII~~  $\wedge$  ~~VIII~~  $\wedge$  ~~IX~~  $\wedge$  ~~X~~

~~XI~~

A continuación se detallan las operaciones auxiliares:

Unión Cjtos:  $\text{dicc}(\alpha, \text{conj}(\beta)) \overset{d}{\underset{\{c \subseteq \text{claves}(d)\}}{\times}} \text{conj}(\alpha)^c \rightarrow \text{conj}(\beta)$

Unión Secu:  $\text{dicc}(\alpha, \text{secu}(\beta)) \overset{d}{\underset{\{c \subseteq \text{claves}(d)\}}{\times}} \text{conj}(\alpha)^c \rightarrow \text{conj}(\beta)$

Conjuntizar:  $\text{secu}(\alpha) \rightarrow \text{conj}(\alpha)$

Polgriavidad:  $\text{dicc}(\text{peligrosidad}, \text{cto}(\alpha)) \overset{d}{\underset{\{p: \text{peligrosidad}\} \text{def}(p, d) \wedge_i \exists e \in \text{obtener}(P, d) \wedge_i c \subseteq \text{claves}(d)}{\times}} \alpha \overset{c}{\underset{\{p: \text{peligrosidad}\} \text{def}(p, d) \wedge_i \exists e \in \text{obtener}(P, d) \wedge_i c \subseteq \text{claves}(d)}{\times}} \text{peligrosidad}$

$\text{SumaPol} : \text{dice}(\text{Peligrosidad}, \text{cto}(d))^d \times \text{sec}(s) \rightarrow \text{Peligrosidad}$   
 $\{\text{UnionCto}(d, \text{claves}(d)) \neq \emptyset \text{ Conjuntar}(s)\}$

$\text{UnionCto}(d, c) \equiv \text{if } \varnothing? (c) \text{ then } \emptyset \text{ else}$

$\text{obtener}(\text{daneUno}(c), d) \cup \text{UnionCto}(d, \text{sinUno}(c)) \text{ fi;}$

$\text{UnionSecu}(d, c) \equiv \text{if } \varnothing? (c) \text{ then } \emptyset \text{ else}$

$\text{Conjuntar}(\text{obtener}(\text{daneUno}(c), d)) \cup$   
 $\text{UnionSecu}(d, \text{sinUno}(c)) \text{ fi;}$

$\text{Conjuntar}(s) \equiv \text{if } s = \langle \rangle \text{ then } \emptyset \text{ else}$

$\text{Arg}(\text{Prim}(s), \text{Conjuntar}(\text{fin}(s))) \text{ fi;}$

$\text{Peligrosidad}(d, a, c) \equiv \text{if } a \in \text{obtener}(\text{daneUno}(c), d) \text{ then}$   
 $\text{daneUno}(c) \text{ else}$   
 $\text{Peligrosidad}(d, c, \text{sinUno}(c)) \text{ fi;}$

$\text{SumaPol}(d, s) \equiv \text{if } s = \langle \rangle \text{ then } 0 \text{ else}$

$\text{Peligrosidad}(d, \text{Prim}(s), \text{claves}(d)) + \text{SumaPol}(d, \text{fin}(s))$

fi

C. Abs : estr e  $\rightarrow$  Experimentos  $\{\text{REP}(e)\}$

$\text{Abs}(e) \equiv \forall \text{ex:Experimentos} | \exists \text{t} \in \text{Experimentos} (\text{ex}) = \#\{\text{claves}(e.\text{protocols})\} n$   
 $(\forall i: \text{id}) i \in \text{claves}(e.\text{protocols}) \Rightarrow \exists t \in \text{Experimentos} (e, i) =$   
 $\text{concatenar}(\text{obtener}(i, e.\text{protocols}))$

~~Algo de la Peligrosidad.~~

Pero sin, no me que estubo allí.

Concatenar:  $\text{secu}(\text{nombre}) \times^{\text{estr}} \rightarrow \text{secu}(\text{tuple}(\text{reaccion}, \text{Poligrasidad}))$   
Protocolizar: nombre ~~entre~~  $\times^{\text{estr}} \rightarrow \text{secu}(\text{tuple}(\text{reaccion}, \text{Poligrasidad}))$

concatenar(s, e)  $\equiv$  if  $s = <>$  then  $<>$  else  
protocolizar(prim(s), e) • concatenar(fin(s), e) fi  
 $\hookrightarrow$  no me importa lo def. No importa.

(\*) (IX) La suma de Poligrasidades de cualquier protocolo  
sumaria 100

(H: id) daf? (i, e. protocolos)  $\Rightarrow$ ,  $\exists_{\text{Su-A-Pol:Non}}$  obtener(i, e. protocolos), e  $\leq 100$

Su-A-Pol:Non:  $\text{secu}(\alpha)^s \times^{\text{estr}} e \rightarrow \text{Poligrasidad}$   
 $\{ s \in \text{claves}(e. \text{subProtocols}) \}$

Su-A-Pol:Non (s, e)  $\equiv$  if  $s = <>$  then o else  
su-A-Pol: (e. por Poligrasidad, obtener(prim(s)),  
e. subProtocols)) +  
su-A-Pol:Non (fin(s), e) Fi