

# Tipos abstractos de datos básicos

Algoritmos y Estructuras de Datos II, DC, UBA.

## Índice

1. TAD <b>BOOL</b>	2
2. TAD <b>NAT</b>	3
3. TAD <b>INT</b>	4
4. TAD <b>TUPLA</b> ( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )	5
5. TAD <b>SECUENCIA</b> ( $\alpha$ )	5
6. TAD <b>CONJUNTO</b> ( $\alpha$ )	6
7. TAD <b>MULTICONJUNTO</b> ( $\alpha$ )	8
8. TAD <b>ARREGLO DIMENSIONABLE</b> ( $\alpha$ )	9
9. TAD <b>PILA</b> ( $\alpha$ )	9
10. TAD <b>COLA</b> ( $\alpha$ )	10
11. TAD <b>ÁRBOL BINARIO</b> ( $\alpha$ )	11
12. TAD <b>DICCIONARIO</b> (CLAVE, SIGNIFICADO)	12
13. TAD <b>COLA DE PRIORIDAD</b> ( $\alpha$ )	13



## 2. TAD NAT

### TAD NAT

**géneros**      nat

**exporta**      nat, generadores, observadores, +, −, ×, <, ≤, mín, máx

**usa**          BOOL

#### igualdad observacional

$$(\forall n, m : \text{nat}) \left( n =_{\text{obs}} m \iff \left( (n = 0? =_{\text{obs}} m = 0?) \wedge_L (\neg(n = 0?) \Rightarrow_L (\text{pred}(n) =_{\text{obs}} \text{pred}(m))) \right) \right)$$

#### observadores básicos

• = 0? : nat                       $\longrightarrow$  bool

pred : nat  $n$                        $\longrightarrow$  nat                       $\{ \neg(n = 0?) \}$

#### generadores

0 :                       $\longrightarrow$  nat

suc : nat                       $\longrightarrow$  nat

#### otras operaciones

• + • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

• − • : nat  $n \times$  nat  $m$                        $\longrightarrow$  nat                       $\{ m \leq n \}$

• × • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

• < • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  bool

• ≤ • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  bool

mín : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

máx : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

#### axiomas      $\forall n, m: \text{nat}$

0 = 0?                       $\equiv$  true

suc( $n$ ) = 0?                       $\equiv$  false

pred(suc( $n$ ))                       $\equiv$   $n$

$n + m$                        $\equiv$  **if**  $m = 0?$  **then**  $n$  **else**  $\text{suc}(n + \text{pred}(m))$  **fi**

$n - m$                        $\equiv$  **if**  $m = 0?$  **then**  $n$  **else**  $\text{pred}(n) - \text{pred}(m)$  **fi**

$n \times m$                        $\equiv$  **if**  $m = 0?$  **then** 0 **else**  $n \times \text{pred}(m) + n$  **fi**

$n < m$                        $\equiv$   $\neg(m = 0?) \wedge_L (n = 0? \vee_L \text{pred}(n) < \text{pred}(m))$

$n \leq m$                        $\equiv$   $n < m \vee n = m$

mín( $n, m$ )                       $\equiv$  **if**  $m < n$  **then**  $m$  **else**  $n$  **fi**

máx( $n, m$ )                       $\equiv$  **if**  $m < n$  **then**  $n$  **else**  $m$  **fi**

### Fin TAD

### 3. TAD INT

#### TAD INT

**géneros**      int

**exporta**      int, generadores, observadores, +, −, ×, <, ≤, mín, máx

**usa**          NAT

#### igualdad observacional

$$(\forall n, m : \text{int}) \ (n =_{\text{obs}} m \iff (\text{negativo?}(n) =_{\text{obs}} \text{negativo}(m) \wedge |n| =_{\text{obs}} |m|))$$

#### observadores básicos

negativo? : int       $\longrightarrow$  bool

| • |      : int       $\longrightarrow$  nat

#### generadores

+•      : nat       $\longrightarrow$  int

−•      : nat  $n$        $\longrightarrow$  int

$\{\neg(n = 0?)\}$

#### otras operaciones

• + •      : int × int       $\longrightarrow$  int

• − •      : int × int       $\longrightarrow$  int

• × •      : int × int       $\longrightarrow$  int

• < •      : int × int       $\longrightarrow$  bool

• ≤ •      : int × int       $\longrightarrow$  bool

mín      : int × int       $\longrightarrow$  int

máx      : int × int       $\longrightarrow$  int

**axiomas**       $\forall n, m : \text{nat}, \forall x, y : \text{int}$

negativo?(+n)  $\equiv$  false

negativo?(−n)  $\equiv$  true

|+n|       $\equiv$   $n$

|−n|       $\equiv$   $n$

+n + +m       $\equiv$  +(n + m)

+n + −m       $\equiv$  **if**  $m \leq n$  **then** +(n − m) **else** −(m − n) **fi**

−n + +m       $\equiv$  **if**  $n \leq m$  **then** +(m − n) **else** −(n − m) **fi**

−n + −m       $\equiv$  −(n + m)

x + −n       $\equiv$  **if**  $n = 0?$  **then** x **else** x + −n **fi**

x − −n       $\equiv$  x + +n

+n × +m       $\equiv$  +(n × m)

+n × −m       $\equiv$  **if**  $n = 0?$  **then** +0 **else** −(n × m) **fi**

−n × +m       $\equiv$  **if**  $m = 0?$  **then** +0 **else** −(n × m) **fi**

−n × −m       $\equiv$  +(n × m)

+n < +m       $\equiv$   $n < m$

+n < −m       $\equiv$  false

−n < +m       $\equiv$  true

$$\begin{aligned}
-n < -m &\equiv m < n \\
x \leq y &\equiv x < y \vee x = y \\
\text{mín}(x, y) &\equiv \text{if } x < y \text{ then } x \text{ else } y \text{ fi} \\
\text{máx}(x, y) &\equiv \text{if } x < y \text{ then } y \text{ else } x \text{ fi}
\end{aligned}$$

**Fin TAD**

## 4. TAD TUPLA( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )

**TAD TUPLA**( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )**igualdad observacional**

$$(\forall t, t' : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) (t =_{\text{obs}} t' \iff (\pi_1(t) =_{\text{obs}} \pi_1(t') \wedge \dots \wedge \pi_n(t) =_{\text{obs}} \pi_n(t')))$$

**parámetros formales****géneros**  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ **géneros**  $\text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ **exporta**  $\text{tupla}, \text{generadores}, \text{observadores}$ **observadores básicos**

$$\begin{aligned}
\pi_1 &: \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_1 \\
&\vdots \\
\pi_n &: \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_n
\end{aligned}$$

**generadores**

$$\langle \bullet, \dots, \bullet \rangle : \alpha_1 \times \dots \times \alpha_n \longrightarrow \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$$

**axiomas**  $\forall a_1 : \alpha_1 \dots \forall a_n : \alpha_n$ 

$$\begin{aligned}
\pi_1(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) &\equiv a_1 \\
&\vdots \equiv \vdots \\
\pi_n(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) &\equiv a_n
\end{aligned}$$

**Fin TAD**

## 5. TAD SECUENCIA( $\alpha$ )

**TAD SECUENCIA**( $\alpha$ )**igualdad observacional**

$$(\forall s, s' : \text{secu}(\alpha)) \left( s =_{\text{obs}} s' \iff \left( \text{vacía?}(s) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(s') \wedge_{\text{L}} \left( \neg \text{vacía?}(s) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{prim}(s) =_{\text{obs}} \text{prim}(s') \wedge \text{fin}(s) =_{\text{obs}} \text{fin}(s')) \right) \right) \right)$$

**parámetros formales**

<b>géneros</b>	$\alpha$	
<b>géneros</b>	$\text{secu}(\alpha)$	
<b>exporta</b>	$\text{secu}(\alpha)$ , generadores, observadores, $\&$ , $\circ$ , ult, com, long, está?	
<b>usa</b>	BOOL, NAT	
<b>observadores básicos</b>		
vacía?	$\text{secu}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$
prim	$\text{secu}(\alpha) \ s$	$\longrightarrow \alpha$ <span style="float: right;"><math>\{\neg \text{vacía?}(s)\}</math></span>
fin	$\text{secu}(\alpha) \ s$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$ <span style="float: right;"><math>\{\neg \text{vacía?}(s)\}</math></span>
<b>generadores</b>		
$\langle \rangle$		$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
$\bullet \bullet \bullet$	$\alpha \times \text{secu}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
<b>otras operaciones</b>		
$\bullet \circ \bullet$	$\text{secu}(\alpha) \times \alpha$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
$\bullet \& \bullet$	$\text{secu}(\alpha) \times \text{secu}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
ult	$\text{secu}(\alpha) \ s$	$\longrightarrow \alpha$ <span style="float: right;"><math>\{\neg \text{vacía?}(s)\}</math></span>
com	$\text{secu}(\alpha) \ s$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$ <span style="float: right;"><math>\{\neg \text{vacía?}(s)\}</math></span>
long	$\text{secu}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$
está?	$\alpha \times \text{secu}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$
<b>axiomas</b>	$\forall s, t: \text{secu}(\alpha), \forall e: \alpha$	
vacía? $(\langle \rangle)$	$\equiv \text{true}$	
vacía? $(e \bullet s)$	$\equiv \text{false}$	
prim $(e \bullet s)$	$\equiv e$	
fin $(e \bullet s)$	$\equiv s$	
$s \circ e$	$\equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } e \bullet \langle \rangle \text{ else prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \circ e) \text{ fi}$	
$s \& t$	$\equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } t \text{ else prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \& t) \text{ fi}$	
ult $(s)$	$\equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then prim}(s) \text{ else ult}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$	
com $(s)$	$\equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then } \langle \rangle \text{ else prim}(s) \bullet \text{com}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$	
long $(s)$	$\equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{long}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$	
está $(e, s)$	$\equiv \neg \text{vacía?}(s) \wedge_{\text{L}} (e = \text{prim}(s) \vee \text{está?}(e, \text{fin}(s)))$	

**Fin TAD**

## 6. TAD CONJUNTO( $\alpha$ )

**TAD CONJUNTO( $\alpha$ )****igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{conj}(\alpha)) \ (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(a \in c =_{\text{obs}} a \in c')))$$

**parámetros formales**

<b>géneros</b>	$\alpha$	
<b>géneros</b>	$\text{conj}(\alpha)$	
<b>exporta</b>	$\text{conj}(\alpha)$ , generadores, observadores, $\emptyset?$ , $\cup$ , $\cap$ , $\#$ , $\bullet - \{\bullet\}$ , dameUno, sinUno, $\subseteq$ , $\bullet - \bullet$	
<b>usa</b>	BOOL, NAT	
<b>observadores básicos</b>		
$\bullet \in \bullet$	$: \alpha \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$
<b>generadores</b>		
$\emptyset$	$:$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$
Ag	$: \alpha \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$
<b>otras operaciones</b>		
$\emptyset?$	$: \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$
<i>vacío?</i>	$: \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$
$\{\bullet, \dots, \bullet\}$	$: \alpha \times \dots \times \alpha$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$
$\#$	$: \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$
$\bullet - \{\bullet\}$	$: \text{conj}(\alpha) \times \alpha$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$
$\bullet \cup \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$
$\bullet \cap \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$
dameUno	$: \text{conj}(\alpha) \ c$	$\longrightarrow \alpha$ <span style="float: right;"><math>\{-\emptyset?(c)\}</math></span>
sinUno	$: \text{conj}(\alpha) \ c$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$ <span style="float: right;"><math>\{-\emptyset?(c)\}</math></span>
$\bullet \subseteq \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$
$\bullet - \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$
<b>axiomas</b>	$\forall c, d: \text{conj}(\alpha), \forall a, b: \alpha$	
$a \in \emptyset$	$\equiv \text{false}$	
$a \in \text{Ag}(b, c)$	$\equiv (a = b) \vee (a \in c)$	
$\emptyset?(\emptyset)$	$\equiv \text{true}$	
$\emptyset?(\text{Ag}(b, c))$	$\equiv \text{false}$	
$\text{vacío?}(\emptyset)$	$\equiv \emptyset?(\emptyset)$	
$\text{vacío?}(\text{Ag}(b, c))$	$\equiv \emptyset?(\text{Ag}(b, c))$	
$\#(\emptyset)$	$\equiv 0$	
$\#(\text{Ag}(a, c))$	$\equiv 1 + \#(c - \{a\})$	
$\{a_1, \dots, a_n\}$	$\equiv \text{Ag}(a_n, \dots, \text{Ag}(a_1, \emptyset))$	
$c - \{a\}$	$\equiv c - \text{Ag}(a, \emptyset)$	
$\emptyset \cup c$	$\equiv c$	
$\text{Ag}(a, c) \cup d$	$\equiv \text{Ag}(a, c \cup d)$	
$\emptyset \cap c$	$\equiv \emptyset$	
$\text{Ag}(a, c) \cap d$	$\equiv \text{if } a \in d \text{ then } \text{Ag}(a, c \cap d) \text{ else } c \cap d \text{ fi}$	
dameUno( $c$ )	$\equiv \text{true}$	
sinUno( $c$ )	$\equiv c - \{\text{dameUno}(c)\}$	
$c \subseteq d$	$\equiv c \cap d = c$	

$$\emptyset - c \equiv \emptyset$$

$$\text{Ag}(a, c) - d \equiv \text{if } a \in d \text{ then } c - d \text{ else } \text{Ag}(a, c - d) \text{ fi}$$

**Fin TAD**

## 7. TAD MULTICONJUNTO( $\alpha$ )

**TAD MULTICONJUNTO( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{multiconj}(\alpha)) (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(\#(a, c) =_{\text{obs}} \#(a, c'))))$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros**  $\text{multiconj}(\alpha)$

**exporta**  $\text{multiconj}(\alpha)$ , generadores, observadores,  $\in$ ,  $\emptyset?$ ,  $\#$ ,  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\in$ ,  $\bullet - \{\bullet\}$ , dameUno, sinUno

**usa**  $\text{BOOL}$ ,  $\text{NAT}$

**observadores básicos**

$$\# : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$$

**generadores**

$$\emptyset : \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

$$\text{Ag} : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

**otras operaciones**

$$\bullet \in \bullet : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\emptyset? : \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\# : \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$$

$$\bullet - \{\bullet\} : \text{multiconj}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

$$\bullet \cup \bullet : \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

$$\bullet \cap \bullet : \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

$$\text{dameUno} : \text{multiconj}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha \quad \{-\emptyset?(c)\}$$

$$\text{sinUno} : \text{multiconj}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha) \quad \{-\emptyset?(c)\}$$

**axiomas**  $\forall c, d: \text{multiconj}(\alpha), \forall a, b: \alpha$

$$\#(a, \emptyset) \equiv 0$$

$$\#(a, \text{Ag}(b, c)) \equiv \text{if } a = b \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi} + \#(a, c)$$

$$a \in c \equiv \#(a, c) > 0$$

$$\emptyset?(\emptyset) \equiv \text{true}$$

$$\emptyset?(\text{Ag}(a, c)) \equiv \text{false}$$

$$\#(\emptyset) \equiv 0$$

$$\#(\text{Ag}(a, c)) \equiv 1 + \#(c)$$

$$\emptyset - \{a\} \equiv \emptyset$$

$$\text{Ag}(a, c) - \{b\} \equiv \text{if } a = b \text{ then } c \text{ else } \text{Ag}(a, c - \{b\}) \text{ fi}$$

$$\emptyset \cup c \equiv c$$



$$\begin{aligned}
\text{Ag}(a, c) \cup d &\equiv \text{Ag}(a, c \cup d) \\
\emptyset \cap c &\equiv \emptyset \\
\text{Ag}(a, c) \cap d &\equiv \text{if } a \in d \text{ then } \text{Ag}(a, c \cap (d - \{a\})) \text{ else } c \cap d \text{ fi} \\
\text{dameUno}(c) \in c &\equiv \text{true} \\
\text{sinUno}(c) &\equiv c - \{\text{dameUno}(c)\}
\end{aligned}$$

**Fin TAD**

## 8. TAD ARREGLO DIMENSIONABLE( $\alpha$ )

**TAD ARREGLO DIMENSIONABLE( $\alpha$ )****igualdad observacional**

$$(\forall a, a' : \text{ad}(\alpha)) \left( a =_{\text{obs}} a' \iff \left( \begin{aligned} &\text{tam}(a) =_{\text{obs}} \text{tam}(a') \wedge \\ &(\forall n : \text{nat})(\text{definido?}(a, n) =_{\text{obs}} \text{definido?}(a', n) \wedge \\ &(\text{definido?}(a, n) \Rightarrow a[n] =_{\text{obs}} a'[n])) \end{aligned} \right) \right)$$

**parámetros formales****géneros**       $\alpha$ **géneros**       $\text{ad}(\alpha)$ **exporta**       $\text{ad}(\alpha)$ , generadores, observadores**usa**       $\text{BOOL}, \text{NAT}$ **observadores básicos**

$$\begin{aligned}
\text{tam} &: \text{ad}(\alpha) &\longrightarrow \text{nat} \\
\text{definido?} &: \text{ad}(\alpha) \times \text{nat} &\longrightarrow \text{bool} \\
\bullet [ \bullet ] &: \text{ad}(\alpha) \ a \times \text{nat } n &\longrightarrow \alpha &\quad \{ \text{definido?}(a, n) \}
\end{aligned}$$

**generadores**

$$\begin{aligned}
\text{crearArreglo} &: \text{nat} &\longrightarrow \text{ad}(\alpha) \\
\bullet [ \bullet ] \leftarrow \bullet &: \text{ad}(\alpha) \ a \times \text{nat } n \times \alpha &\longrightarrow \text{ad}(\alpha) &\quad \{ n < \text{tam}(a) \}
\end{aligned}$$

**axiomas**       $\forall a: \text{ad}(\alpha), \forall e: \alpha, \forall n, m: \text{nat}$ 

$$\begin{aligned}
\text{tam}(\text{crearArreglo}(n)) &\equiv n \\
\text{tam}(a [ n ] \leftarrow e) &\equiv \text{tam}(a) \\
\text{definido}(\text{crearArreglo}(n), m) &\equiv \text{false} \\
\text{definido}(a [ n ] \leftarrow e, m) &\equiv n = m \vee \text{definido?}(a, m) \\
(a [ n ] \leftarrow e) [ m ] &\equiv \text{if } n = m \text{ then } e \text{ else } a [ m ] \text{ fi}
\end{aligned}$$

**Fin TAD**

## 9. TAD PILA( $\alpha$ )

**TAD PILA( $\alpha$ )****igualdad observacional**

$$(\forall p, p' : \text{pila}(\alpha)) \left( p =_{\text{obs}} p' \iff \left( \text{vacía?}(p) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(p') \wedge_{\text{L}} (\neg \text{vacía?}(p) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{tope}(p) =_{\text{obs}} \text{tope}(p') \wedge \text{desapilar}(p) =_{\text{obs}} \text{desapilar}(p'))) \right) \right)$$

**parámetros formales****géneros**       $\alpha$ **géneros**       $\text{pila}(\alpha)$ **exporta**       $\text{pila}(\alpha)$ , generadores, observadores, tamaño**usa**           $\text{BOOL}$ ,  $\text{NAT}$ **observadores básicos**vacía?      :  $\text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$ tope        :  $\text{pila}(\alpha) \ p \longrightarrow \alpha$  $\{\neg \text{vacía?}(p)\}$ desapilar :  $\text{pila}(\alpha) \ p \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$  $\{\neg \text{vacía?}(p)\}$ **generadores**vacía        :  $\longrightarrow \text{pila}(\alpha)$ apilar      :  $\alpha \times \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$ **otras operaciones**tamaño     :  $\text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$ **axiomas**     $\forall p: \text{pila}(\alpha), \forall e: \alpha$ vacía?(vacía)       $\equiv \text{true}$ vacía?(apilar( $e, p$ ))       $\equiv \text{false}$ tope(apilar( $e, p$ ))       $\equiv e$ desapilar(apilar( $e, p$ ))       $\equiv p$ tamaño( $p$ )               $\equiv \text{if vacía?}(p) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{tamaño}(\text{desapilar}(p)) \text{ fi}$ **Fin TAD**

## 10. TAD COLA( $\alpha$ )

**TAD COLA( $\alpha$ )****igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{cola}(\alpha)) \left( c =_{\text{obs}} c' \iff \left( \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c'))) \right) \right)$$

**parámetros formales****géneros**       $\alpha$ **géneros**       $\text{cola}(\alpha)$ **exporta**       $\text{cola}(\alpha)$ , generadores, observadores, tamaño**usa**           $\text{BOOL}$ ,  $\text{NAT}$ **observadores básicos**vacía?      :  $\text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$ próximo    :  $\text{cola}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha$  $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

desencolar : cola( $\alpha$ )  $c \longrightarrow$  cola( $\alpha$ )  $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

**generadores**

vacía :  $\longrightarrow$  cola( $\alpha$ )

encolar :  $\alpha \times \text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$

**otras operaciones**

tamaño : cola( $\alpha$ )  $\longrightarrow$  nat

**axiomas**  $\forall c: \text{cola}(\alpha), \forall e: \alpha$

vacía?(vacía)  $\equiv$  true

vacía?(encolar( $e, c$ ))  $\equiv$  false

próximo(encolar( $e, c$ ))  $\equiv$  **if** vacía?( $c$ ) **then**  $e$  **else** próximo( $c$ ) **fi**

desencolar(encolar( $e, c$ ))  $\equiv$  **if** vacía?( $c$ ) **then** vacía **else** encolar( $e$ , desencolar( $c$ )) **fi**

tamaño( $c$ )  $\equiv$  **if** vacía?( $c$ ) **then** 0 **else** 1 + tamaño(desencolar( $c$ )) **fi**

**Fin TAD**

## 11. TAD ÁRBOL BINARIO( $\alpha$ )

**TAD ÁRBOL BINARIO( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall a, a' : \text{ab}(\alpha)) \left( a =_{\text{obs}} a' \iff \left( \text{nil?}(a) =_{\text{obs}} \text{nil?}(a') \wedge_{\text{L}} (\neg \text{nil?}(a) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{raiz}(a) =_{\text{obs}} \text{raiz}(a'))) \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros**  $\text{ab}(\alpha)$

**exporta**  $\text{ab}(\alpha)$ , generadores, observadores, tamaño, altura, tamaño, inorder, preorder, postorder

**usa** **BOOL**, **NAT**, **SECUENCIA**( $\alpha$ )

**observadores básicos**

nil? :  $\text{ab}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

raiz :  $\text{ab}(\alpha) \ a \longrightarrow \alpha$   $\{\neg \text{nil?}(a)\}$

izq :  $\text{ab}(\alpha) \ a \longrightarrow \text{ab}(\alpha)$   $\{\neg \text{nil?}(a)\}$

der :  $\text{ab}(\alpha) \ a \longrightarrow \text{ab}(\alpha)$   $\{\neg \text{nil?}(a)\}$

**generadores**

nil :  $\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$

bin :  $\text{ab}(\alpha) \times \alpha \times \text{ab}(\alpha) \longrightarrow \text{ab}(\alpha)$

**otras operaciones**

altura :  $\text{ab}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

tamaño :  $\text{ab}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

inorder :  $\text{ab}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$

preorder :  $\text{ab}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$

postorder :  $\text{ab}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$

esHoja? :  $\text{ab}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

**axiomas**  $\forall a, b: \text{ab}(\alpha), \forall e: \alpha$

$\text{nil?}(\text{nil}) \equiv \text{true}$

$\text{nil?}(\text{bin}(a, e, b)) \equiv \text{false}$

$\text{raiz}(\text{bin}(a, e, b)) \equiv e$

$\text{izq}(\text{bin}(a, e, b)) \equiv a$

$\text{der}(\text{bin}(a, e, b)) \equiv b$

$\text{altura}(a) \equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{máx}(\text{altura}(\text{izq}(a)), \text{altura}(\text{der}(a))) \text{ fi}$

$\text{tamaño}(a) \equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{tamaño}(\text{izq}(a)) + \text{tamaño}(\text{der}(a)) \text{ fi}$

$\text{inorder}(a) \equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } \text{inorder}(\text{izq}(a)) \ \& \ (\text{raiz}(a) \bullet \text{inorder}(\text{der}(a))) \text{ fi}$

$\text{preorder}(a) \equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } (\text{raiz}(a) \bullet \text{preorder}(\text{izq}(a))) \ \& \ \text{preorder}(\text{der}(a)) \text{ fi}$

$\text{postorder}(a) \equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } \text{postorder}(\text{izq}(a)) \ \& \ (\text{postorder}(\text{der}(a)) \circ \text{raiz}(a)) \text{ fi}$

$\text{esHoja?}(a) \equiv \text{if nil?}(a) \text{ then false else } (\text{nil?}(\text{izq}(a)) \wedge \text{nil?}(\text{der}(a))) \text{ fi}$

**Fin TAD**

## 12. TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)

**TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)**

**igualdad observacional**

$$(\forall d, d' : \text{dicc}(\kappa, \sigma)) \left( d =_{\text{obs}} d' \iff \left( (\forall c : \kappa) (\text{def?}(c, d) =_{\text{obs}} \text{def?}(c, d') \wedge_{\text{L}} (\text{def?}(c, d) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(c, d) =_{\text{obs}} \text{obtener}(c, d'))) \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros** clave, significado

**géneros**  $\text{dicc}(\text{clave}, \text{significado})$

**exporta**  $\text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}), \text{generadores}, \text{observadores}, \text{borrar}, \text{claves}$

**usa**  $\text{BOOL}, \text{NAT}, \text{CONJUNTO}(\text{CLAVE})$

**observadores básicos**

$\text{def?} : \text{clave} \times \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{obtener} : \text{clave } c \times \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}) \longrightarrow \text{significado} \quad \{\text{def?}(c, d)\}$

**generadores**

$\text{vacío} : \longrightarrow \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado})$

$\text{definir} : \text{clave} \times \text{significado} \times \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}) \longrightarrow \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado})$

**otras operaciones**

$\text{borrar} : \text{clave } c \times \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}) \longrightarrow \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}) \quad \{\text{def?}(c, d)\}$

$\text{claves} : \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}) \longrightarrow \text{conj}(\text{clave})$

**axiomas**  $\forall d: \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}), \forall c, k: \text{clave}, \forall s: \text{significado}$

$\text{def?}(c, \text{vacío}) \equiv \text{false}$

$\text{def?}(c, \text{definir}(k, s, d)) \equiv c = k \vee \text{def?}(c, d)$

$\text{obtener}(c, \text{definir}(k, s, d)) \equiv \text{if } c = k \text{ then } s \text{ else } \text{obtener}(c, d) \text{ fi}$

```

borrar( $c$ , definir( $k$ ,  $s$ ,  $d$ ))   $\equiv$  if  $c = k$  then
                                if def? $(c,d)$  then borrar( $c,d$ ) else  $d$  fi
                                else
                                    definir( $k$ ,  $s$ , borrar( $c$ ,  $d$ ))
                                fi
claves(vacío)                   $\equiv \emptyset$ 
claves(definir( $c,s,d$ ))         $\equiv$  Ag( $c$ , claves( $d$ ))

```

**Fin TAD**

### 13. TAD COLA DE PRIORIDAD( $\alpha$ )

**TAD COLA DE PRIORIDAD( $\alpha$ )****igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{colaPrior}(\alpha)) \left( c =_{\text{obs}} c' \iff \left( \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} \right. \right. \\ \left. \left. (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c'))) \right) \right)$$

**parámetros formales****géneros**       $\alpha$ **operaciones**  $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$ Relación de orden total estricto<sup>1</sup>**géneros**      colaPrior( $\alpha$ )**exporta**      colaPrior( $\alpha$ ), generadores, observadores**usa**          BOOL**observadores básicos**vacía?      : colaPrior( $\alpha$ )       $\longrightarrow$  boolpróximo    : colaPrior( $\alpha$ )  $c$        $\longrightarrow \alpha$  $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$ desencolar : colaPrior( $\alpha$ )  $c$        $\longrightarrow$  colaPrior( $\alpha$ ) $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$ **generadores**vacía      :       $\longrightarrow$  colaPrior( $\alpha$ )encolar    :  $\alpha \times \text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$ **axiomas**       $\forall c : \text{colaPrior}(\alpha), \forall e : \alpha$ vacía?(vacía)       $\equiv$  truevacía?(encolar( $e$ ,  $c$ ))       $\equiv$  falsepróximo(encolar( $e$ ,  $c$ ))       $\equiv$  **if** vacía?( $c$ )  $\vee_{\text{L}}$  próximo( $c$ )  $< e$  **then**  $e$  **else** próximo( $c$ ) **fi**desencolar(encolar( $e$ ,  $c$ ))       $\equiv$  **if** vacía?( $c$ )  $\vee_{\text{L}}$  próximo( $c$ )  $< e$  **then**  $c$  **else** encolar( $e$ , desencolar( $c$ )) **fi****Fin TAD**

---

<sup>1</sup>Una relación es un orden total estricto cuando se cumple:**Antirreflexividad:**  $\neg a < a$  para todo  $a : \alpha$ **Antisimetría:**  $(a < b \Rightarrow \neg b < a)$  para todo  $a, b : \alpha, a \neq b$ **Transitividad:**  $((a < b \wedge b < c) \Rightarrow a < c)$  para todo  $a, b, c : \alpha$ **Totalidad:**  $(a < b \vee b < a)$  para todo  $a, b : \alpha$