CSI - Exame de recurso

## Parte I

Questão 1

(a) Uma estação não pode ter mais do que uma paragem da mesma linha.

$$R^\circ . R \cap \frac{ln}{ln} \subseteq id$$

(b) Uma paragem de uma dada linha não pode estar em duas estações diferentes.

$\equiv$

uma paragem está relacionada por R no máximo com uma estação

$\equiv$

R é simples

$\equiv$ { Criteria (5.36); Image (5.33); Coreflexive (5.05) }

$R . R^\circ \subseteq id$

(c) Relação Adjacência

$$S = R . \frac{ln}{ln} . R^\circ$$

(duas estações estão relacionadas por S sse existir uma linha que contém paragens presentes nessas estações)

Questão 2

$$X \leq \lfloor R, S \rfloor$$

$\equiv \{ (F1) \}$

$$\ker \lfloor R, S \rfloor \subseteq \ker X$$

$\equiv \{$ Kernel (5.32) $\}$

$$\lfloor R, S \rfloor^{\circ} \cdot \lfloor R, S \rfloor \subseteq \ker X$$

(F3)+

$\equiv \{$ Either and converse (5.121); Involution (5.15); Kernel (5.32); (5.59) $\}$

$$\begin{cases} \ker R \subseteq \ker X \\ \ker S \subseteq \ker X \end{cases}$$

$\equiv \{ (F1) \}$

$$X \leq R \wedge X \leq S$$

Questão 3

R é transitivo

$\equiv \{ (5.86) \}$

$$R \cdot R \subseteq R$$

$\equiv \{ (5.13) \}$

$$R \cdot id \cdot R \subseteq R$$

$\Leftarrow \{$ (5.84) raising lower side $\}$

$$R \cdot R \cdot R \subseteq R$$

$\equiv \{ (5.87) \}$

$$R \cdot R^{\circ} \cdot R \subseteq R$$

$\equiv \{$ footnote (1) ou 5.232 (book) $\}$

R é difuncional

Questão 4

$$\left(\frac{f}{f} \Rightarrow id\right) = \top$$

$\equiv$ { (5.20) ; (5.25) }

$$\top \subseteq \left(\frac{f}{f} \Rightarrow id\right)$$

$\equiv$ { (5.148) }

$$\frac{f}{f} \cap \top \subseteq id$$

$\equiv$ { (5.67) }

$$\frac{f}{f} \subseteq id$$

$\equiv$ { (5.53) }

$$\ker f \subseteq id$$

$\equiv$ { (5.85); (5.36) }

$f$ é injetiva

Parte II

## Questão 5

$$inv_3 \; (apuraP \;\; (V, V', e, b))$$

$\equiv$ { def apuraP }

$$inv_3 \;\; (V \cup \underline{e} \cdot \underline{b}^\circ ,\;\; V')$$

$\equiv$ { (F10) }

$$dE \cdot [V \cup \underline{e} \cdot \underline{b}^\circ, V'] \subseteq [Di, dC]$$

$\equiv$ { (5.117); (5.60); (5.61) }

$$(dE \cdot V \cdot i_1^\circ) \cup (dE \cdot \underline{e} \cdot \underline{b}^\circ \cdot i_1^\circ) \cup (dE \cdot V' \cdot i_2^\circ) \subseteq [Di, dC]$$

$\equiv$ { (5.59); (5.60); (5.117) }

$$\begin{cases} dE \cdot [V, V'] \subseteq [Di, dC] \\ dE \cdot \underline{e} \cdot \underline{b}^\circ \cdot i_1^\circ \subseteq [Di, dC] \end{cases}$$

$\equiv$ { (F10) }

$$\begin{cases} inv_3 \\ dE \cdot \underline{e} \cdot \underline{b}^\circ \cdot i_1^\circ \subseteq [Di, dC] \end{cases}$$

$\equiv$ { (5.47); (5.46); (5.114) }

$$\begin{cases} inv_3 \\ \underline{e} \cdot \underline{b}^\circ \subseteq dE^\circ \cdot Di \end{cases}$$

$\equiv$ { Opcionalmente pointwise }

$$\begin{cases} inv_3 \\ (dE \; e) \; Di \; b \end{cases}$$

## Questão 6

Matéria não lecionada em 2021/2022

## Questão 7

$$Q \leftarrow (R \cup S)$$

$\equiv$ { Pointwise }

$$f (Q \leftarrow (R \cup S))\, g$$

$\equiv$ { (F6) }

$$f \cdot (R \cup S) \subseteq Q \cdot g$$

$\equiv$ { (5.60) }

$$f \cdot R \cup f \cdot S \subseteq Q \cdot g$$

$\equiv$ { (5.59) }

$$\begin{cases} f \cdot R \subseteq Q \cdot g \\ f \cdot S \subseteq Q \cdot g \end{cases}$$

$\equiv$ { (F6) }

$$\begin{cases} f (Q \leftarrow R)\, g \\ f (Q \leftarrow S)\, g \end{cases}$$

$\equiv$ { (5.56) ; Pointfree }

$$(Q \leftarrow R) \cap (Q \leftarrow S)$$

Questão 8

$$t = ((a \leftarrow a) \leftarrow (a \leftarrow a)) \leftarrow (2 \leftarrow a)$$

$$R_t = R_{(((a \leftarrow a) \leftarrow (a \leftarrow a)) \leftarrow (2 \leftarrow a))}$$

$\equiv \{ \ldots \}$

$$R_t = ((R \leftarrow R) \leftarrow (R \leftarrow R)) \leftarrow (id \leftarrow R)$$

FT

$$until\ (R_t)\ until$$

$\equiv \{ R_t \text{ calculado} \}$

$$until\ (((R \leftarrow R) \leftarrow (R \leftarrow R)) \leftarrow (id \leftarrow R))\ until$$

$\equiv \{ \text{Reynolds-arrow ; shunting} \}$

$$id \leftarrow R \subseteq until^{\circ} \cdot ((R \leftarrow R) \leftarrow (R \leftarrow R)) \cdot until$$

$\equiv \{ \text{Pointwise ; guardanapo} \}$

$$p\ (id \leftarrow R)\ q \Rightarrow (until\ p)\ ((R \leftarrow R) \leftarrow (R \leftarrow R))\ (until\ q)$$

$\equiv \{ \text{Reynolds-arrow; shunting} \}$

$$p \cdot R \subseteq q \Rightarrow R \leftarrow R \subseteq (until\ p)^{\circ} \cdot (R \leftarrow R) \cdot (until\ q)$$

$\equiv \{ \text{Pointwise; guardanapo} \}$

$$p \cdot R \subseteq q \wedge f\ (R \leftarrow R)\ g \Rightarrow (until\ p\ f)\ (R \leftarrow R)\ (until\ q\ g)$$

$\equiv \{ \text{Reynolds arrow} \}$

$$p \cdot R \subseteq q \wedge f \cdot R \subseteq R \cdot g \Rightarrow (until\ p\ f) \cdot R \subseteq R \cdot (until\ q\ g)$$

## Corolário

$g := f$

$R := r$

$$p \cdot r = q \wedge f \cdot r = r \cdot f \Rightarrow (\text{until } p\ f) \cdot r = r \cdot (\text{until } q\ f)$$

$\equiv$ { subs ; (7.5) }

$$r \xrightarrow{f} r \Rightarrow (\text{until } p\ f) \cdot r = r \cdot (\text{until } (p \cdot r)\ f)$$