

Parte A

→ R não é injetiva porque há uma linha com mais de um "1".

→ R não é sobrejetiva porque há linhas que não têm "1".

→ R não é simples porque há colunas que tem mais de um "1".

→ R não é inteiro porque há colunas que não têm "1".

Logo,

1. não é uma função (porque não é simples nem inteira)

2.

$$R^0 \cdot R_1 =$$

	A	B	C	D	E
A	0	0	0	0	0
B	0	1	0	1	0
C	0	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0
E	0	0	0	0	0

$$R_2(R^0 \cdot R_1) =$$

	A	B	C	D	E
1	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0
3	0	1	0	1	0
4	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	0

$$R \cdot R^0 \cdot R = R$$

portanto é difuncional

3. não é injetiva

4. não é sobrejetiva

Questão 2

$$\text{id} \leq \langle \pi_1, f \rangle$$

$$\equiv \{(5.234); (5.111)\}$$

$$\text{Ker } \pi_1 \cap \text{Ker } f \subseteq \text{Ker id}$$

$$\Leftarrow \{(5.00); (5.32); \text{id} \circ \text{id}\}$$

$$\text{Ker } \pi_1 \subseteq \text{id} \wedge \text{Ker } f \subseteq \text{id}$$

$$\equiv \{(5.36); (5.85)\}$$

$$\pi_1 \text{ é simples } \wedge f \circ f^\circ \subseteq \text{id}$$

$$\equiv \pi_1 \text{ é função; } (5.11), (5.12); (5.47); (5.13)\}$$

Questão 3

$$t = ((k \times a)^* \leftarrow (k \times a)^*) \leftarrow (a \leftarrow a \times a)$$

$$R_t = R_{((k \times a)^* \leftarrow (k \times a)^*) \leftarrow (a \leftarrow a \times a)}$$

\equiv

$$R_t = (R_{(k \times a)^*} \leftarrow R_{(k \times a)^*}) \leftarrow (id \leftarrow R_a \times a)$$

\equiv

$$R_t = ((R_k^* \times R_a)^* \leftarrow (R_k \times R_a)^*) \leftarrow (id \leftarrow R_a \times R_a)$$

$$\equiv \{ R_k := S, R_a := R \}$$

$$R_t = ((S \times R)^* \leftarrow (S \times R)^*) \leftarrow (id \leftarrow R \times R)$$

slice R_t slice

$$\equiv \{ R_t \text{ calculado} \}$$

$$\text{slice}(((S \times R)^* \leftarrow (S \times R)^*) \leftarrow (id \leftarrow R \times R)) \text{ slice}$$

$$\equiv \{ \text{Reynolds arrows} \}$$

$$\text{slice} \cdot (id \leftarrow R \times R) \subseteq ((S \times R)^* \leftarrow (S \times R)^*) \text{ slice}$$

$$\equiv \{ (5.46) \}$$

$$(id \leftarrow R \times R) \subseteq \text{slice}^\circ \cdot ((S \times R)^* \leftarrow (S \times R)^*) \text{ slice}$$

$$\equiv \{ \text{Vars} \}$$

$$p \cdot (R \times R) \subseteq q \Rightarrow (\text{slice } p) ((S \times R)^* \leftarrow (S \times R)^*) (\text{slice } q)$$

\equiv

$$p \cdot (R \times R) \subseteq q \Rightarrow \text{slice } p \cdot (S \times R)^* \subseteq (S \times R)^* \cdot \text{slice } q$$

(*) que é o mesmo
que dizer

$$\text{slice } p[(f \ a, g \ b) \mid (a,b) \leftarrow x] = (f \times g)^* \cdot \text{slice } (p \cdot (g \times g))$$

$$S := f$$

$$R := g$$

$$p \cdot (g \times g) = q \Rightarrow \text{slue } p \cdot (f \times g)^* = (f \times g)^* \cdot \text{slue } q$$

$$\text{slue } p \cdot (f \times g)^* = (f \times g)^* \cdot \text{slue } (p \cdot (g \times g)) \quad (*)$$

Questão 4

$$(Q - R) - S = (Q - S) - R$$

$$\therefore \{II\}$$

$$(Q - R) - S \subseteq X$$

$$\equiv \{(5, 138)\}$$

$$Q - R \subseteq X \cup S$$

$$\equiv \{(5, 138)\}$$

$$Q \subseteq (X \cup S) \cup R$$

$$\equiv \{U \text{ é comutativo}\}$$

$$Q \subseteq X \cup R \cup S$$

$$\equiv \{(5, 138)\}$$

$$Q - S \subseteq X \cup R$$

$$\equiv \{(5, 138)\}$$

$$(Q - S) - R \subseteq X$$

Parte B

Questão 5

R_d é reflexiva = R_d é uma pré-ordem

$$\equiv \{(5,84)\}$$

$$id \subseteq R_d$$

$$\equiv \{(F5)\}$$

$$\begin{cases} id \subseteq R \\ R \cdot id \subseteq R \end{cases}$$

$$\equiv \{id \circ id; (5,13)\}$$

$$\begin{cases} id \subseteq R \\ R \cdot R \subseteq R \end{cases}$$

$$\equiv \{(5,86); (5,84)\}$$

R é reflexiva e transitiva

$$\equiv \{\text{def pré-ordem}\}$$

R é uma pré-ordem

Questão 6

$$\delta \langle f \cdot R, \underline{k} \rangle$$

$$= \{ \delta R = \text{Ker } R \cap \text{id}; (5.11) \}$$

$$\text{Ker } (f \cdot R) \cap \text{Ker } \underline{k} \cap \text{id}$$

$$= \{ \text{Ker } \underline{c} = T; (5.67); \delta R = \text{Ker } R \cap \text{id} \}$$

$$\delta(f \cdot R)$$

$$= \{ (5.227) \delta(R \cdot S) = \delta(\delta R \cdot S) \}$$

$$\delta(\delta f \cdot R)$$

$$= \{ ??? \}$$

$$\delta R$$

Questão 7

$$\Phi_{\text{active}} \xleftarrow{L} \Phi_{\text{active}}$$

$$\equiv \{ \text{Functional Contract} \}$$

$$L \cdot \phi_{\text{active}} \subseteq \phi_{\text{active}} \cdot T$$

$$\equiv \{ \text{def } \phi_{\text{active}}; \text{def active} \}$$

$$L \cdot (\text{id} \cap \frac{\text{true}}{\neg \cdot \text{trash}}) \subseteq (\text{id} \cap \frac{\text{true}}{\neg \cdot \text{trash}}) \cdot T$$

$$\equiv \{ (5.11); (5.19); (5.17); (5.49); (5.40); a \text{ id } b \equiv a = b \}$$

$$\langle \forall f, f' :: \langle \exists f'' : f \sqsubseteq f'' : f'' = f' \wedge \neg \text{trash } f' \rangle \Rightarrow \langle \exists f'' :: f = f'' \wedge \neg \text{trash } f \rangle \rangle$$

$$\equiv \{ (A.2); (A.6) \}$$

$$\langle \forall f, f' :: f \leq f' \wedge \neg \text{trash } f' \Rightarrow \neg \text{trash } f \rangle$$

Ficheiros ligados entre si são ambos apagados ou não apagados.

— " —

$$\phi_{\text{active}} \xleftarrow{\text{id}} \phi_{\text{protected}}$$

$$\equiv \{ FC \}$$

$$\text{id} \cdot \phi_{\text{protected}} \leq \phi_{\text{active}} \cdot T$$

$$\equiv \{ (5.13); \phi_p = \text{id} \cap \frac{\text{true}}{p}; \text{def active} \}$$

$$\text{id} \cap \frac{\text{true}}{\text{protected}} \subseteq \left(\text{id} \cap \frac{\text{true}}{\neg \text{trash}} \right) \cdot T$$

$$\equiv \{ (5.11); (5.19); a \text{ id } b \equiv a = b; (5.49); (\pi 17) \}$$

$$\langle \forall f, f' : f = f' \wedge \text{protected } f : \langle \exists f'' :: f = f'' \wedge \neg (\text{trash } f') \rangle \rangle$$

$$\equiv \{ (A.1); (A.5); (A.6) \}$$

$$\langle \forall f :: \text{protected } f \Rightarrow \neg \text{trash } f \rangle$$

Todo o ficheiro protegido não é lixo.