

Questão 1

R é simples $\Rightarrow R \cap S$ é simples

R é injetiva

$R \cap S$ é simples

$\equiv \{ \text{def } R \cap S \}$

$(R \cap S / R^\circ)$ é simples

$\equiv \{(5.36); (5.33); (5.85)\}$

$(R \cap S / R^\circ) \cdot (R \cap S / R^\circ)^\circ \subseteq \text{id}$

$\Leftarrow \{ A \cap B \subseteq A ; \text{Raising lower side} \}$

$R \cdot R^\circ \subseteq \text{id}$

$\equiv \{(5.85); (5.33); (5.36)\}$

R é simples

"

R é injetiva $\Rightarrow R \cap S$ é injetiva

$R \cap S$ é injetiva

$\equiv \{ \text{def } R \cap S \}$

$(R \cap S / R^\circ)$ é injetiva

$\equiv \{(5.36); (5.32); (5.85)\}$

$(R \cap S / R^\circ)^\circ \cdot (R \cap S / R^\circ) \subseteq \text{id}$

$\Leftarrow \{ A \cap B \subseteq A ; \text{Raising lower side} \}$

$R^\circ \cdot R \subseteq \text{id}$

$\equiv \{(5.85); (5.32); (5.36)\}$

R é simples

Questão 2

$$R \uplus S \text{ é simples} \iff \begin{cases} R \text{ é simples} \\ S \text{ é simples} \\ S \text{ é injetiva} \end{cases}$$

$R \uplus S$ é simples

$$\equiv \{ \text{def } R \uplus S \}$$

$S \cup R \cap \perp / S^\circ$ é simples

$$\equiv \{ (5.70) \}$$

$$\begin{cases} S \text{ é simples} \\ R \cap \perp / S^\circ \text{ é simples} \\ (R \cap \perp / S^\circ) \cdot S^\circ \subseteq \text{id} \end{cases}$$

$$\equiv \{ (5.36), (5.85), (5.33) \}$$

$$\begin{cases} S \text{ é simples} \\ (R \cap \perp / S^\circ) \cdot (R \cap \perp / S^\circ)^\circ \subseteq \text{id} \\ (R \cap \perp / S^\circ) \cdot S^\circ \subseteq \text{id} \end{cases}$$

$$\Leftarrow \{ A \cap B \subseteq A; \text{raising lower side} \}$$

$$\begin{cases} S \text{ é simples} \\ R \text{ é simples} \\ \perp / S^\circ \cdot S^\circ \subseteq \text{id} \end{cases}$$

$$\Leftarrow \{ \text{Lowering upper side: (5.25)} \}$$

$$\begin{cases} S \text{ é simples} \\ R \text{ é simples} \\ \perp / S^\circ \cdot S^\circ \subseteq \perp \end{cases}$$

$$\equiv \{(5.157)\}$$

$$\begin{cases} S \text{ é simples} \\ R \text{ é simples} \\ \perp / S^\circ \subseteq \perp / S^\circ \\ \perp / S^\circ = \perp / S^\circ \end{cases}$$

$$\equiv \{(5.21)\}$$

$$\begin{cases} S \text{ é simples} \\ R \text{ é simples} \end{cases}$$

Logo,

É necessário que S e R sejam simples para que RTS seja simples. No entanto, a implicação do enunciado continua a ser verdadeira porque:

$$\begin{cases} R \text{ é simples} \\ S \text{ é simples} \\ S \text{ é injetiva} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R \text{ é simples} \\ S \text{ é simples} \end{cases} \Rightarrow RTS \text{ é simples}$$

Questão 3 (pg 239 do livro)

$$y(i_1 + R)x$$

$$\equiv \{(5.119)\}$$

$$y(i_1 \cdot i_1^\circ \cup i_2 \cdot R \cdot i_2^\circ)x$$

$$\equiv \{(5.57); (5.33)\}$$

$$y(\text{img } i_1)x \vee y(i_2 \cdot R \cdot i_2^\circ)x$$

$$\equiv \{NIL \text{ é o único habitante de } 1\}$$

$$y=x=i_1 NIL \vee \langle \exists b, a: y=i_2 b \wedge x=i_2 a: bRa \rangle$$

Questão 4

①

$$t = 2 \leftarrow 2^*$$

$$R_t = R_{(2 \leftarrow 2^*)}$$

$$\equiv \{(6.2); (6.3)\}$$

$$R_t = id \leftarrow id^*$$

ou
Não, pois não é
paramétrico, dando como
resultado $or = or$.

Não vale a pena porque intuitivamente se percebe que o teorema grátis de or é que se duas listas forem iguais ponto a ponto, então o resultado de or é igual nas duas listas.

②

$$t = (2 \leftarrow a^*) \leftarrow (2 \leftarrow a)$$

$$R_t = R_{(2 \leftarrow a^*) \leftarrow (2 \leftarrow a)}$$

$$\equiv \{(6.1); (6.2); (6.3)\}$$

$$R_t = (id \leftarrow R_{a^*}) \leftarrow (id \leftarrow R_a)$$

$$\equiv \{R_a := R\}$$

$$R_t = (id \leftarrow R^*) \leftarrow (id \leftarrow R)$$

FT

any (R_t) any

$\equiv \{ R_t \text{ calculado} \}$

any ($(id \leftarrow R^*) \leftarrow (id \leftarrow R)$) any

$\equiv \{ \text{Reynolds arrow} \}$

any $\cdot (id \leftarrow R) \subseteq (id \leftarrow R^*) \cdot \text{any}$

$\equiv \{ \text{Shunting} \}$

$id \leftarrow R \subseteq \text{any}^0 \cdot (id \leftarrow R^*) \cdot \text{any}$

$\equiv \{ \text{Pointwise ; quadranopo} \}$

$f (id \leftarrow R) g \Rightarrow (\text{any } f) (id \leftarrow R^*) (\text{any } g)$

$\equiv \{ \text{Reynolds arrow ; (5.13)} \}$

$f \cdot R \subseteq g \Rightarrow (\text{any } f) \cdot R^* \subseteq \text{any } g$

————— // —————

$R := h$ (uma função)

$f \cdot h = g \Rightarrow (\text{any } f) \cdot h^* = \text{any } g$

$\equiv \{ g = f \cdot h ; h^* = \text{map } h \}$

any $f \cdot \text{map } h = \text{any } (f \cdot h)$

Questão 5

$$((n+1) \times a) \ominus a \leq x$$

$$\equiv \{ (F2) \}$$

$$(n+1) \times a \leq x + a$$

$$\equiv \{ \text{Distributiva da multiplicação} \}$$

$$a \times n + a \leq x + a$$

$$\equiv \{ n \leq x \equiv b + n \leq b + x \}$$

$$a \times n \leq x$$

$$\equiv \{ II \}$$

$$((n+1) \times a) \ominus a = a \times n$$

Questão 6

$\text{inr } L$ está a indicar que para qualquer elemento que pertença à cauda de uma lista, existe um outro elemento nessa lista que lhe precede.

$$\text{inr } (a:L)$$

$$\equiv \{ (F7); (F5); (F4) \}$$

$$[a, L] \cdot \text{in}^\circ \cdot \text{succ} \subseteq T \cdot [a, L] \cdot \text{in}^\circ$$

$$\equiv \{ \text{def in}; (5.121); (5.61) \}$$

$$(a \cdot \text{zero}^\circ \cdot \text{succ}) \cup (L \cdot \text{succ}^\circ \cdot \text{succ}) \subseteq T \cdot ((a \cdot \text{zero}^\circ) \cup (L \cdot \text{succ}^\circ))$$

$$\equiv \{ \text{succ}^\circ \cdot \text{succ} = \text{id}; \text{zero}^\circ \cdot \text{succ} = \perp \}$$

$$(\underline{a} \cdot \perp) \cup L \subseteq T \cdot ((\underline{a} \cdot \text{zero}^\circ) \cup (L \cdot \text{succ}^\circ))$$

$$\equiv \{ (5.26); (5.69); (5.13) \}$$

$$L \cdot \text{id} \subseteq T \cdot ((\underline{a} \cdot \text{zero}^\circ) \cup (L \cdot \text{succ}^\circ))$$

$$\equiv \{ \text{succ} \cdot \text{succ}^\circ = \text{id} \}$$

$$L \cdot \text{succ} \cdot \text{succ}^\circ \subseteq T \cdot ((\underline{a} \cdot \text{zero}^\circ) \cup (L \cdot \text{succ}^\circ))$$

$$\equiv \{ (5.47); (5.61) \}$$

$$L \cdot \text{succ} \subseteq T \cdot ((\underline{a} \cdot \text{zero}^\circ \cdot \text{succ}) \cup (L \cdot \text{succ}^\circ \cdot \text{succ}))$$

$$\equiv \{ \text{succ}^\circ \cdot \text{succ} = \text{id}; \text{zero}^\circ \cdot \text{succ} = \perp \}$$

$$L \cdot \text{succ} \subseteq T \cdot ((\underline{a} \cdot \perp) \cup L)$$

$$\equiv \{ (5.26); (5.69) \}$$

$$L \cdot \text{succ} \subseteq T \cdot L$$

$$\equiv \{ \text{def tail}; \text{def inr} \}$$

$$\text{inr } L$$

Question 7

$$X \subseteq R \setminus (S/\mathbb{Q})$$

$$\equiv \{ (5.159) \}$$

$$R \cdot X \subseteq S/\mathbb{Q}$$

$$\equiv \{ (5.157) \}$$

$$R \cdot X \cdot \mathbb{Q} \subseteq S$$

$$\equiv \{ (5.159) \}$$

$$X \cdot \mathbb{Q} \subseteq R \setminus S$$

$$\equiv \{ (5.157) \}$$

$$X \subseteq (R \setminus S)/\mathbb{Q}$$

Questão 8

(F10)

$\text{inv}_2 (\text{newFwbr} \wedge \mu \text{ Follows})$

$\equiv \{ (F10) \}$

$(\text{newFwbr} \wedge \mu \text{ Follows}) \subseteq (\neq)$

$\equiv \{ (F11) \}$

$\text{Follows} \cup \underline{\nu} \cdot \underline{\mu}^\circ \subseteq (\neq)$

$\equiv \{ (5.59); (F10) \}$

$\text{inv}_2 \text{ Follows} \wedge \underbrace{\underline{\nu} \cdot \underline{\mu}^\circ}_{\text{WP}} \subseteq (\neq)$

$\equiv \{ \text{shunting} - x2 \}$

$\text{inv}_2 \text{ Follows} \wedge \underbrace{\text{id} \subseteq \underline{\nu}^\circ \cdot (\neq) \cdot \underline{\mu}}_{\text{WP}}$

$\equiv \{ \text{Pointwise}; \text{guardanaps} \}$

$\text{inv}_2 \text{ Follows} \wedge \underbrace{\nu \neq \mu}_{\text{WP}}$

_____ //

$\text{inv}_{31} (\text{newFwbr} \wedge \mu \text{ Follows})$

$\equiv \{ \text{Def inv}_{31} \wedge \text{newFwbr} \}$

$\frac{\text{ad}}{\text{false}} \wedge \text{sees} \subseteq (\text{Follows} \cup \underline{\nu} \cdot \underline{\mu}^\circ) \cdot \text{ported}$

$\Leftarrow \{ A \subseteq A \cup B; \text{lowering upper side} \}$

$\frac{\text{ad}}{\text{false}} \wedge \text{sees} \subseteq \text{Follows} \cdot \text{ported}$

$\equiv \text{inv}_{31} \text{ Follows}$

New term WP