

Statistinės duomenų analizės praktinės užduotys

2017

5. Pasiklovimo intervalai.

```
library(knitr)
set.seed(42)
n <- 300
```

(a) Sukonstruoti 0.95 (0.90) - pasikliautinį intervalą *normalaus skirstinio* vidurkiui, naudojant imtį `norm1`

```
norm1 <- rnorm(n, mean=65, sd=11) # Dėstytojo sprendiniuose irgi imta 11, o ne sqrt(11)
```

Tarkime, kad X_1, \dots, X_n yra imtis, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$. Vidurkio lygio $1 - \alpha$ pasiklovimo intervalą

$$(\underline{\mu}, \bar{\mu}) = \bar{X} - t_{\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}$$

```
mu_u95 <- mean(norm1) + qt(1 - .05/2, n - 1) * sd(norm1) / sqrt(n)
mu_l95 <- mean(norm1) - qt(1 - .05/2, n - 1) * sd(norm1) / sqrt(n)
mu_u90 <- mean(norm1) + qt(1 - 0.1/2, n - 1) * sd(norm1) / sqrt(n)
mu_l90 <- mean(norm1) - qt(1 - 0.1/2, n - 1) * sd(norm1) / sqrt(n)

CI <- rbind(c(mu_l90, mu_u90), c(mu_l95, mu_u95))
colnames(CI) <- c("$\\underline{\\mu}$", "$\\overline{\\mu}$")
rownames(CI) <- c("0.90", "0.95")
kable(CI)
```

	$\underline{\mu}$	$\bar{\mu}$
0.90	63.72591	65.79495
0.95	63.52655	65.99431

(b) Sukonstruoti 0.95 (0.90) - pasikliautinį intervalą *normalaus skirstinio* dispersijai, naudojant tą pačią imtį `norm1`.

$1 - \alpha$ pasiklovimo intervalas *normalaus skirstinio* dispersijai yra

$$\underline{\sigma^2} = \frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)},$$

$$\overline{\sigma^2} = \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)}.$$

```
sigma_l95 <- (n - 1) * var(norm1) / qchisq(1 - .05/2, n - 1)
sigma_u95 <- (n - 1) * var(norm1) / qchisq(1 - (1 - .05/2), n - 1)
sigma_l90 <- (n - 1) * var(norm1) / qchisq(1 - .1/2, n - 1)
sigma_u90 <- (n - 1) * var(norm1) / qchisq(1 - (1 - .1/2), n - 1)

CI <- rbind(c(sigma_l90, sigma_u90), c(sigma_l95, sigma_u95))
colnames(CI) <- c("$\\underline{\\sigma^2}$", "$\\overline{\\sigma^2}$")
rownames(CI) <- c("0.90", "0.95")
kable(CI)
```

	σ^2	$\overline{\sigma^2}$
0.90	103.6149	135.6556
0.95	101.0998	139.3838

(c) Bandant sportinį lėktuvą, gautos šios jo maksimalaus greičio (m/s) reikšmės:

422.2; 418.7; 425.6; 420.3; 425.8; 423.1; 431.5; 428.2; 438.3; 434.0; 411.3; 417.2;
413.5; 441.3; 423.0.

Tarę, kad buvo stebimas *normalus a. d.*, raskite maksimalaus greičio vidurkio ir vidutinio kvadratinio nuokrypio taškinius įvertinius ir 0.95 pasiklovimo intervalus.

```
dat <- c(422.2, 418.7, 425.6, 420.3, 425.8,
        423.1, 431.5, 428.2, 438.3, 434.0,
        411.3, 417.2, 413.5, 441.3, 423.0)

estimates <- c(mean(dat), var(dat))
names(estimates) <- c("$\\hat{\\mu}$", "$\\hat{\\sigma}^2$")
kable(estimates)
```

$\hat{\mu}$	424.93333
$\hat{\sigma}^2$	73.92952

```
mu_u <- mean(dat) + qt(1 - 0.05/2, n - 1) * sd(dat) / sqrt(n)
mu_l <- mean(dat) - qt(1 - 0.05/2, n - 1) * sd(dat) / sqrt(n)
sigma_l <- (n - 1) * var(dat) / qchisq(1 - .05/2, n - 1)
sigma_u <- (n - 1) * var(dat) / qchisq(1 - (1 - .05/2), n - 1)

CI <- rbind(c(mu_l, mu_u), c(sigma_l, sigma_u))
colnames(CI) <- c("apat.", "virs.")
rownames(CI) <- c("$\\mu$", "$\\sigma^2$")
kable(CI)
```

	apat.	virs.
μ	423.95642	425.91025
σ^2	63.37525	87.37386

(d) Sukonstruoti 0.95 - pasiklovutinį intervalą eksponentinio skirstinio vidurkiui, naudojant imtį **eksp**.

(e) Laikas nuo užsakymo pateikimo iki jo gavimo (pristatymo laikas) yra pasiskirstęs pagal eksponentinį skirstinį. Lentelėje pateikiamos atsitiktinai parinktų užsakymų pristatymo laikas (i - eilės nr., X_i - laikas).

i	X_i	i	X_i	i	X_i	i	X_i
1	10	6	6	11	10	16	7
2	10	7	7	12	6	17	6
3	6	8	8	13	13	18	16
4	11	9	9	14	8	19	9
5	8	10	10	15	12	20	5

Raskite vidutinio pristatymo laiko taškinį įvertinį ir 0.9 pasiklovimo intervalą.

- (f) Sukonstruoti 0.95 pasikliautinį intervalą Bernulio skirstinio parametrui p , naudojant imtį **ber**.
- (g) Bandat kiekvieną iš 10 prietaisų, nebuvo rasta nė vieno defektinio. Raskite tikimybės, kad prietaisas defektinis, pasiklivimo intervalą, kai pasiklivimo lygmenys yra 0.8, 0.9, 0.99. Išspręskite uždavinį, tarę, kad buvo rasti trys defektingi gaminiai.
- (h) Sukonstruoti 0.95 pasikliautinį intervalą Puasono skirstinio vidurkiui, naudojant imtį **puas**.
- (i) Lentelėje pateikti skaičiai m_i tokių vienodo ploto (0.25 km^2) pietinės Londono dalies rajonų, į kuriuos Antrojo pasaulinio karo metu pataikė po i lėktuvų, sviedinių.

i	0	1	2	3	4	5	Σ
m_i	229	211	93	35	7	1	576

Tarę, kad buvo stebimas Puasono a. d., raskite parametro λ taškinį įvertinį, ir 0.95 pasiklivimo intervalą.

Padaryta su R version 3.4.2 (2017-09-28), x86_64-pc-linux-gnu.