

# Trabajo práctico

Markov y PFD

Introducción a los sistemas críticos

Gonzalo Nahuel Vaca



Maestría en Sistemas Embebidos

Universidad de Buenos Aires

Argentina

28 de noviembre de 2022

## 1. Diagrama de transición de estados



Figura 1: Diagrama de estados.

Donde:

$A_{21} = \lambda_1$ ; Tasa de falla del componente 1

$A_{12} = \mu_1$ ; Tasa de reparación del componente 1

$A_{20} = \lambda_2$ ; Tasa de falla del componente 1

$A_{02} = \mu_2$ ; Tasa de reparación del componente 1

Cuando un componente no presta servicio se supone que no se expone a desgastes ni esfuerzos. Esto significa que las transiciones de estados 1 a 0 o 0 a 1 es 0. Finalmente  $A_{01} = A_{10} = 0$ .

## 2. Ecuación matricial del proceso de Markov

$$\dot{P}(t) = P(t).A$$

Donde:

- $P(t)$ : matriz de estados cuyas entrada es la probabilidad de transición del proceso Markov.
- $A$ : matriz de tasas de transición.

Alternativamente se puede expresar de la siguiente manera:

$$[\dot{P}_0(t), \dot{P}_1(t), \dot{P}_2(t)] = \begin{pmatrix} P_{00}(t) & P_{01}(t) & P_{02}(t) \\ P_{10}(t) & P_{11}(t) & P_{12}(t) \\ P_{20}(t) & P_{21}(t) & P_{22}(t) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (1)$$

En sistemas estacionarios se debe satisfacer:

$$[0, 0, 0] = [\dot{P}_0(t), \dot{P}_1(t), \dot{P}_2(t)] * \begin{pmatrix} -\mu_2 & 0 & \mu_2 \\ 0 & -\mu_1 & \mu_1 \\ \lambda_2 & \lambda_1 & (\lambda_1 + \lambda_2) \end{pmatrix} \quad (2)$$

### 3. Calcular:

#### 3.1. Probabilidad de que el sistema esté en cada uno de los estados, $P_j$ .

$$P_0 + P_1 + P_2 = 1$$

$$-\mu_2 * P_0 + \lambda_2 * P_2 = 0$$

$$P_0 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} * P_2$$

$$-\mu_1 * P_1 + \lambda_1 * P_2 = 0$$

$$P_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} * P_2$$

$$P_1 = P_2 = 0,069$$

#### 3.2. Indisponibilidad del sistema

$$A_s = P_2 = \frac{\mu_1 * \mu_2}{\lambda_1 * \mu_2 + \lambda_2 * \mu_1 + \mu_1 * \mu_2} = 0,862$$

$$\bar{A}_s = 1 - A_s = 0,138$$

#### 3.3. Duración media de que el sistema permanezca en cada uno de los estados

La frecuencia de fallas es igual a la frecuencia de visitas.

$$W_f = V_2 = P_2 * (\lambda_1 + \lambda_2) = 0,01724$$

#### 3.4. Tiempo medio entre fallas del sistema

$$MTBF_s = \frac{1}{W_f} = 58$$

#### 3.5. Tiempo medio de falla del sistema

$$\theta_F = \frac{1 - A_s}{W_f}$$

$$\theta_F = \frac{1 - 0,862}{0,01724}$$

$$\theta_F = 8$$

4. Analice otro diagrama de transición de estados si los dos componentes estuvieran en paralelo

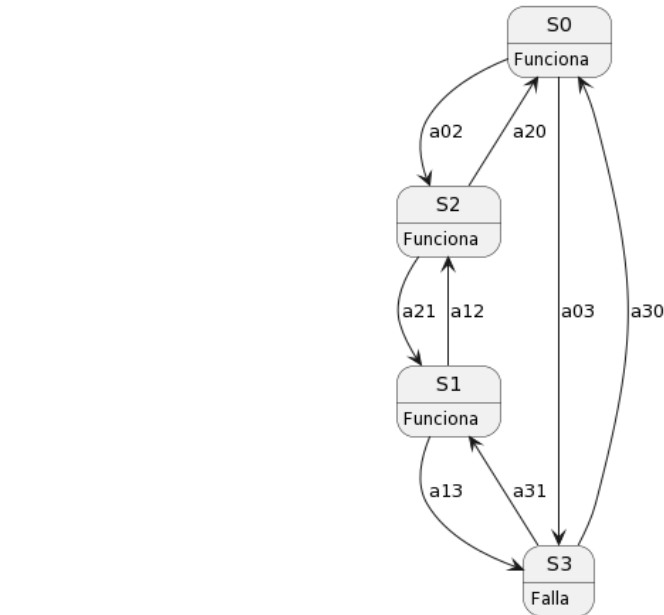


Figura 2: Diagrama ejercicio 4.

$a_{21} = \lambda_1$ , Tasa de falla del componente 1  
 $a_{12} = \mu_1$ , Tasa de reparación del componente 1  
 $a_{20} = \lambda_2$ , Tasa de falla del componente 2  
 $a_{02} = \mu_2$ , Tasa de reparación del componente 2  
 $a_{13} = \lambda_2$ , Tasa de falla del componente 2  
 $a_{31} = \mu_2$ , Tasa de reparación del componente 2  
 $a_{03} = \lambda_1$ , Tasa de falla del componente 1  
 $a_{30} = \mu_1$ , Tasa de reparación del componente 1