

„Vyšetřit průběh funkce“ pro nás zatím obecně znamená:

určit definiční obor funkce,

vypočítat průsečíky se souřadnicovými osami: nejprve P_y , pak P_x ;

určit intervaly, kde je funkce kladná a kde záporná (nejlépe metodou tabulky),

vypočítat několik funkčních hodnot v dalších bodech (do tabulky hodnot) a

nakreslit graf funkce se všemi vypočtenými údaji (nejlépe průběžně);

z grafu funkce potom určit, kde je funkce rostoucí a kde klesající, zda a kde nabývá extrémů (maximálních či minimálních hodnot) a jaký je její obor hodnot.

Snažte se postupovat přehledně a systematicky. Grafy rýsujte podle pravítka, v měřítku $1 = 1 \text{ cm}$.

A. Vyšetřete průběh funkce určené předpisem $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{15}{2}$. Předpis převedte také na vrcholový a součinnový tvar (pomocí vytýkání a doplnění na čtverec), při dílčích krocích vyšetřování vždy pracujte s vhodným tvarem, výsledky si ověřujte. Nezapomeňte určit vrchol a osu souměrnosti grafu. Před dokončením grafu spočítejte dostatek funkčních hodnot.

Do obrázku dále zakreslete graf funkce $g(x) = -2x + 4$. **S pomocí grafů funkcí f a g vyznačte v obrázku ty body $[x; y]$, které splňují soustavu nerovnic $y \geq -2(x - 2)$ a $-2y > (x - 5)(x + 3)$.** (Nápověda: Druhou nerovnici upravte tak, abyste na levé straně měli pouze y .) **Vymyslete si několik bodů a početně i graficky ověřte, zda do řešení patří nebo nepatří.**

B. Vyšetřete průběh funkce určené předpisem $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 6$. Předpis převedte také na vrcholový a součinnový tvar, při dílčích krocích vyšetřování vždy pracujte s vhodným tvarem, výsledky si ověřujte. Nezapomeňte určit vrchol a osu souměrnosti grafu. Funkční hodnoty spočítejte alespoň pro všechna sudá čísla od -6 do 8 .

Do obrázku dále zakreslete graf funkce $g(x) = \frac{1}{2}x - 3$. **S pomocí předchozích výsledků řešte početně i graficky nerovnici $\frac{1}{2}(x - 6) \geq -\frac{1}{4}(x + 4)(x - 6)$.** Proč dostanete nesprávný výsledek, když obě její strany vydělíte výrazem $(x - 6)$, a v čem se takový „výsledek“ liší od správného?

C. Vyšetřete průběh funkce určené předpisem $f(x) = \frac{2x-2}{x-3}$.

Předpis převedte také do součtového tvaru, při dílčích krocích vyšetřování vždy pracujte s vhodným tvarem, výsledky si ověřujte. Nezapomeňte určit asymptoty a střed hyperboly; výslednou hyperbolu kreslete tak, aby byla podle svého středu skutečně souměrná.

Doplňkový úkol (2 body): Do grafu dále zakreslete funkci $g(x) = \frac{1}{2}(x + 3)$. **S pomocí předchozích výsledků řešte početně i graficky nerovnici $\frac{x+3}{2} \geq \frac{2x-2}{x-3}$.**