

Jméno a příjmení (čitelně): _____

Zakroužkujte jméno cvičícího a čas cvičení:

Čečák Kryštof Michalík Outrata Vacek

9:15 11:00 12:45 14:30 16:15 18:00

Závěrečný test ZS 2017/18
Varianta C

1. (6 bodů) Určete limitu funkce

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\exp\left(\frac{6}{x} + \frac{1}{x^2}\right) - 1}{\frac{1}{x}}.$$

2. (18 bodů) (a) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4},$$

tj. najděte její definiční obor, určete případnou sudost/lichost, kdy je f kladná/záporná, průsečíky s osami (případně hodnoty v jiných důležitých bodech), limity v krajních bodech D_f , derivaci funkce a její nulové body, lokální a globální extrémy, obor hodnot, intervaly monotonie, asymptoty, druhou derivaci, oblasti konvexity, konkavity a inflexní body. Nakreslete graf funkce. Vše řádně zdůvodněte.

(b) Spočítejte tečnu ke grafu funkce f v jejím průsečíku s osou y a zakreslete ji do grafu společně s funkcí f .

Pomůcka: $\sqrt{2} \doteq 1,41$; $\sqrt{7} \doteq 2,65$; $\sqrt{10} \doteq 3,16$.

3. (18 bodů) Určete globální extrémy funkce f na množině M .

$$f(x, y) = \ln(x^2 - 2x + y^2 + 4y + 6)$$

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 20, x + y + 2 \geq 0\}.$$

Množinu M nakreslete a pečlivě do ní vyznačte všechny nalezené kandidáty na extrém.

4. (18 bodů) Určete globální extrémy funkce f na množině M .

$$f(x, y, z) = xz - 2yz$$

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + 4y^2 + z^2 = 1, -x + 2y - z = 1\}.$$