Lineární lomená funkce

$$f(x) = \frac{\text{lineární funkce}}{\text{lineární funkce}}$$

D_f ... pro která x má vzoreček funkce smysl $\left[\begin{array}{l}\text{nesmíme}\\ \text{dělit nulou}\end{array}\right]$
(pro která x funkci vypočítáme)

Př $\quad f(x) = \frac{5x+2}{8x+6}$

D_f : nesmíme dělit nulou : $\quad 8x+6 = 0$
$$x = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\tfrac{3}{4}\right\}$$

$P_y = \left[0; \frac{2}{6}\right] = \left[0; \frac{1}{3}\right]$

P_x : $f(x) = 0 \iff \frac{5x+2}{8x+6} = 0 \iff 5x+2 = 0$
$$x = -\frac{2}{5}$$

$$P_x = \left[-\frac{2}{5}; 0\right]$$

S : upravíme do "speciálního tvaru"

$$5x+2 : (8x+6) = \frac{5}{8} + \frac{-\frac{7}{4}}{8x+6} = \boxed{\frac{5}{8}} + \frac{-\frac{7}{4}}{8\left(x + \frac{6}{8}\right)}$$
$$-5x \mp \frac{30}{8}$$
$$\frac{16-30}{8} = -\frac{14}{8} = \boxed{-\frac{7}{4}}$$
$$\text{ZBYTEK}$$

$$\left(x - \left(-\tfrac{3}{4}\right)\right)$$
$$\text{(druhý způsob)}$$

$$S = \left[-\frac{3}{4}; \frac{5}{8}\right]$$

Poznámka:
$$S = \left[\underset{\notin D_f}{\text{bod, který není}}; \lim_{x \to +\infty} f(x)\right]$$
$$\text{(bude vedější)}$$

$f(x)$ $y = \frac{5}{8}$

$x = -\frac{3}{4}$ y
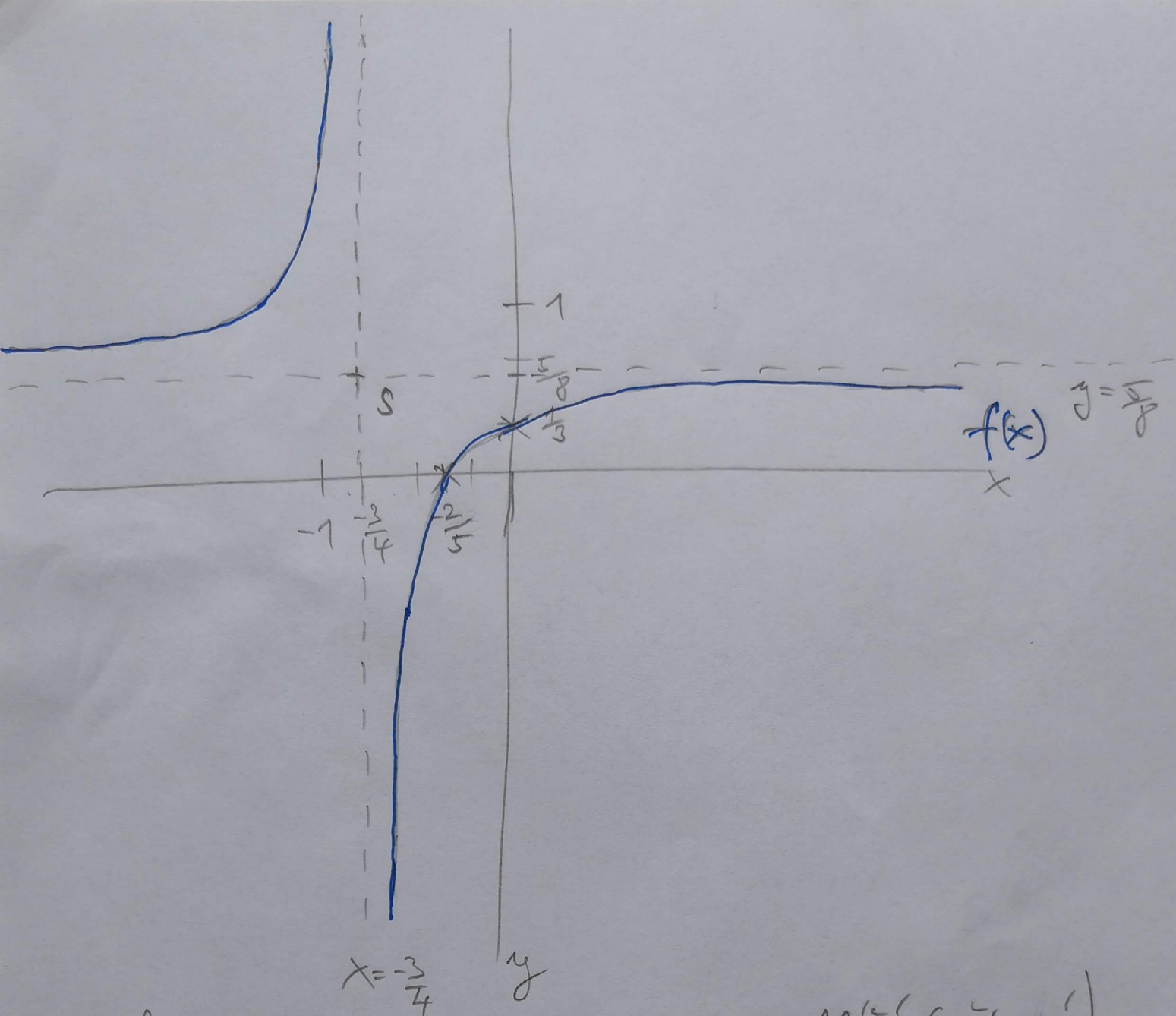
Asymptota : všímej, že kolem se funkce blíží (přimyká)
když jdeme do $\pm \infty$, do bodu, ktý není v D_f

$y = \frac{5}{8}$; vodorovná asymptota

$x = -\frac{3}{4}$; svislá asymptota

Posuny funkcí

Př

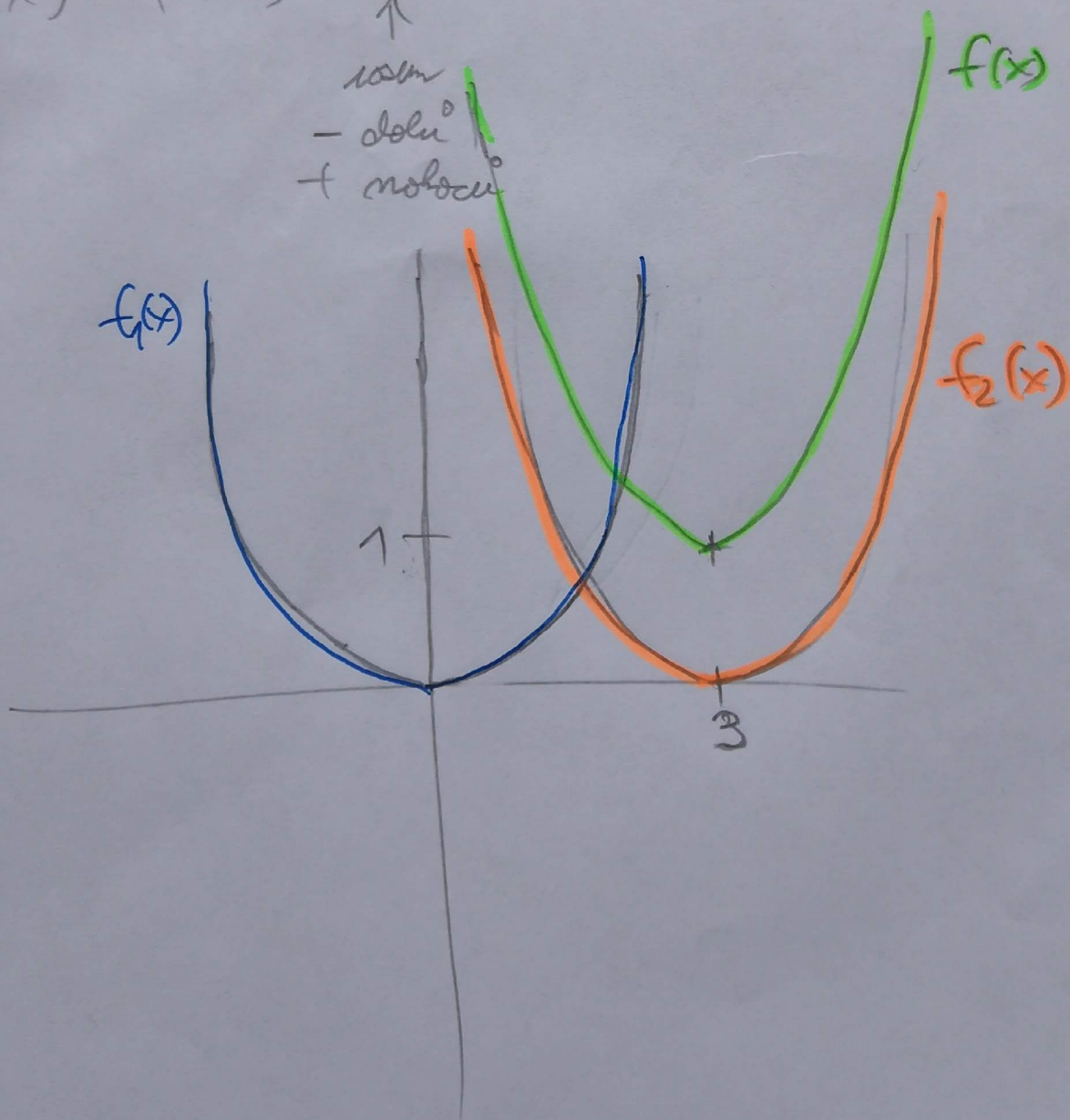$f(x) = (x-3)^2 + 1$ „speciální tvar" $x^2 +$

$f_1(x) = x^2$

$f_2(x) = (x-3)^2$ „jako byd dosadil za x , $x-3$"

$\uparrow$
rosen
− doprava
+ doleva

$f(x) = (x-3)^2 + 1$
$\uparrow$
rosen
− dolů
+ nahoru

$\boxed{P_{12}}$ $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$ $\left(+2\right)$ „speciální tvar"

↳ „jiné zadání než na cvičení"

„jako bych dosadil za x, $x+2$"

$f_1(x) = \dfrac{1}{x}$

$f_2(x) = \dfrac{1}{x+2}$

o 2 doleva

$f(x) = \dfrac{1}{x+2}$ $\left(+2\right)$

o 2 nahoru

$f(x)$

$f_1(x)$

$f_2(x)$

KLADNOST/ZÁPORNOST FUNKCE
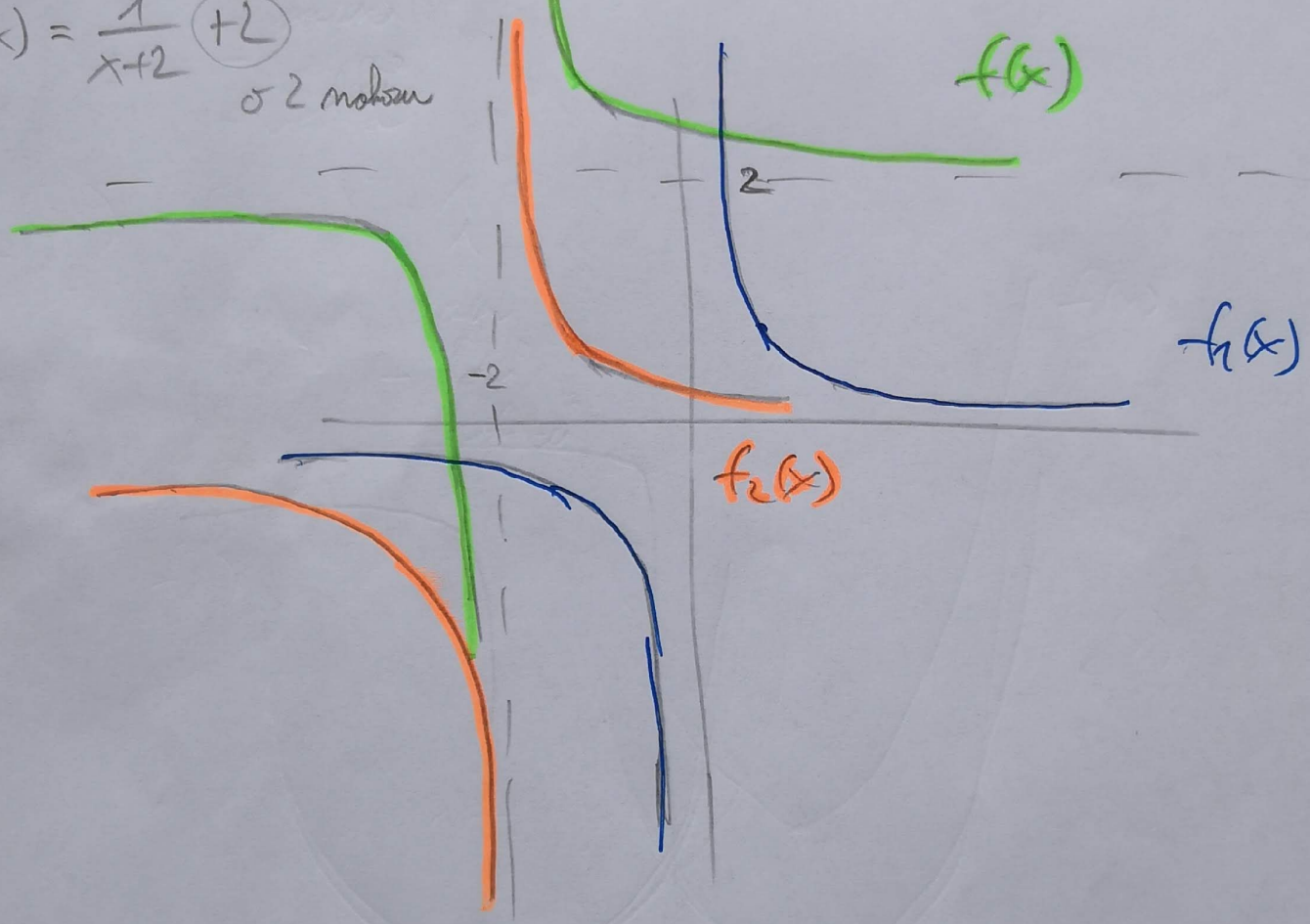
Př) PT ZS 17/18, 3.

$f(x) = -x^3 + 7x^2 - 36,\ D_f = R$

zkusíme uhodnout kořen: $0, 1, -1, 2, \boxed{-2}, 3, -3$

$$-x^3 + 7x^2 - 36 : (x+2) = -x^2 + 9x - 18 = -(x^2 - 9x + 18) =$$
$$+x^3 + 2x^2 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = -(x-3)(x-6)$$
$$9x^2 - 36$$
$$9x^2 + 18x$$
$$-18x - 36$$

$\Rightarrow$ napíšeme v součinovém tvaru

$$f(x) = -(x+2)(x-3)(x-6)$$

	$(-\infty; -2)$	$(-2; 3)$	$(3; 6)$	$(6; +\infty)$
$-$	$-$	$-$	$-$	$-$
$(x+2)$	$-$	$+$	$+$	$+$
$(x-3)$	$-$	$-$	$+$	$+$
$(x-6)$	$-$	$-$	$-$	$+$
$f(x)$	$\oplus$	$\ominus$	$\oplus$	$\ominus$

$f(x) \geq 0;\ (-\infty; -2\rangle \cup \langle 3; 6\rangle$

$f(x) \leq 0;\ \langle -2; 3\rangle \cup \langle 6; +\infty)$

Př ZT ZS 17/18 VARD 2.

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{2x - 2} = \frac{(x+2)(x-3)}{2(x-1)}$$

~~squinot hose~~

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

	$(-\infty; -2)$	$(-2; 1)$	$(1; 3)$	$(3; +\infty)$
$(x+2)$	−	+	+	+
$(x-1)$	−	−	+	+
$(x-3)$	−	−	−	+
$f(x)$	⊖	⊕	⊖	⊕

$f(x) \geq 0$; $x \in \langle -2; 1) \cup \langle 3; +\infty)$

↑
není
v D_f

$f(x) \leq 0$, $x \in (-\infty; -2\rangle \cup (1; 3\rangle$

Př

$$\frac{-2x+13}{2x-6}$$

$$P_y = \left[0, -\frac{13}{6}\right] \qquad S = [3; -1]$$

$$P_x = \left[\frac{13}{2}; 0\right]$$

$$-2x+13 : 2x-6 = -1 + \frac{7}{2x-6}$$
$$\underline{-2x + 6}$$
$$13-6 \qquad\qquad (2(x-3))$$

Př

$$\frac{\sqrt{2}x - \sqrt{6} + 1}{x - \sqrt{3}}$$

$$P_y = \left[0, \frac{-\sqrt{6}+1}{-\sqrt{3}}\right] = \left[0, \frac{\sqrt{18} - \sqrt{3}}{3}\right] = \left[0, \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3}\right]$$

$$P_x = \left[\frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{2}}; 0\right] = \left\{\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}; 0\right\}$$

$$S = [\sqrt{3}, \sqrt{2}]$$

$$\sqrt{2}x - \sqrt{6} + 1 : x - \sqrt{3} = \sqrt{2} + \frac{1}{x-\sqrt{3}}$$
$$\underline{\sqrt{2}x - \sqrt{2}\sqrt{3} + 1}$$

6