Matice a násobení

Matice je obecně obdélníkové schéma o m řádcích a n sloupcích, obsahující obvykle čísla - prvky matice. Konkrétní prvky matice označujeme pomocí čísla řádku a sloupce, kde se nacházejí. Omezme se zde na čtvercové matice.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & c_{13} \\ b_{21} & b_{22} & c_{23} \\ b_{31} & b_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

Pro matic lze zavést řadu operací, mimo jiné násobení. Výsledkem násobení matic je opět matice. Řekněmě, že $A \cdot B = C$. Prvek c_{ij} je výsledkem skalárního součinu i-tého řádku matice A s j-tým sloupcem matice B. Pro připomenutí - skalární součin dvou vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \sum_{k=1}^{3} u_k v_k = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$$

Takže

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{3} a_{ik} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + a_{i3} b_{3j}$$

Ukázka

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & -1 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 12 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Podrobně třeba pro c_{31}:

$$c_{31} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 6 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 12$$

Úkol

1. Implementujte maticové násobení pomocí vnořených seznamů.
2. Zkuste v balíčku `numpy` najít funkci pro maticové násobení (matice anglicky je matrix).
3. Máte-li možnost: Srovnejte oba dva přístupy pomocí magic funkce `%timeit`.