Lineární (ne)rce

1) $4x+7-7(x-6)+5=0$ Řešte v $\mathbb{R}$

$-3x + 54 = 0 \quad /-54$

$-3x = -54 \quad /:(-3)$

$x = 18$

2) $\frac{4x-7}{2} - 1\cdot\frac{x-4}{6} \geq 2x-3 \quad /\cdot 6$

$12x-21-(x-4) \geq 12x-18$

$-x \geq -1 \quad /\cdot(-1)$

$x \leq 1 \qquad x \in (-\infty, 1\rangle$

3) $(x-1)^2-(x+1)^2 < 8$

$-2x - (2x) < 8$

$-4x < 8$

$x > -2 \qquad x \in (-2, \infty)$

(A^2-B^2)

$[(x-1)+(x+1)]\cdot[(x-1)-(x+1)] < 8$

$2x \cdot (-2) < 8$

4) $x^2+6x+8=0$

$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-4\cdot1\cdot8}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2} = \begin{cases} -2 \\ -4 \end{cases}$

$x^2+6x+8 = (x+2)\cdot(x+4)$

$x^2+6x+8 = (x+3)^2+8-9 = (x+3)^2-(1)^2$

$= (x+4)\cdot(x+2)$

5) $(x-6)\cdot(x+2) > 0$

Znaménka na ose $\mathbb{R}$: $+$ $\;-2\;$ $-$ $\;6\;$ $+$

$x \in (-\infty, -2) \cup (6, \infty)$

Poznámka:

$-1\cdot(x-6) = (-x+6)$ (na ose: $+$ $\;6\;$ $-$)

6) $(x^2+2)\cdot(x+7) \geq 0 \quad /:(x^2+2)$

$x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$x^2+2 \geq 2 > 0$

$\Rightarrow x^2+2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$x+7 \geq 0$

$x \geq -7$

$x \in \langle -7, \infty)$

7) $4x^2+x=0$

$x\cdot(4x+1)=0$

$x_1 = 0$

$x_2 = -\frac{1}{4}$

8) $2x^2-5=0$

$x^2 = \frac{5}{2}$

$x = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$

9) $3x^2+x-2=0$

$3\cdot(x^2+\frac{1}{3}-\frac{2}{3})=0$

$3\cdot(x-\frac{2}{3})\cdot(x+1)=0$

$x_1 = \frac{2}{3}$

$x = -1$

10) $\frac{x+3}{x-1} \leq \frac{x+3}{x} \quad /-\frac{x+3}{x}$

$\frac{x+3}{x-1} - \frac{x+3}{x} \leq 0$

$\frac{x^2+3x-(x^2+3x-x-3)}{x(x-1)} \leq 0$

$\frac{x+3}{x(x-1)} \leq 0$

Znaménka: $-$ $\;-3\;$ $+$ $\;0\;$ $-$ $\;1\;$ $+$

$x \in (-\infty, -3\rangle \cup (0, 1)$

2. způsob: $\frac{x+3}{x-1} \leq \frac{x+3}{x} \quad /\cdot x\cdot(x-1)$

($+$ $\;0\;$ $-$ $\;1\;$ $+$)

I) $x \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

$x^2+3x \leq x^2+3x-x-3$

$x \leq -3$

$x \in (-\infty, -3\rangle$

II) $x \in (0, 1)$

$x \geq -3$

$x \in (0, 1)$

$x \in (-\infty, -3\rangle \cup (0, 1)$

11) $\frac{8}{x^2+4x+1} \leq 0$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-4}}{2}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{2} = -2 \pm \sqrt{3}$

$\sqrt{12} = \sqrt{3\cdot4} = \sqrt{3}\cdot\sqrt{4} = 2\sqrt{3}$

Znaménka: $+$ $\;-2-\sqrt{3}\;$ $-$ $\;-2+\sqrt{3}\;$ $+$

$x \in (-2-\sqrt{3}, -2+\sqrt{3})$

Soustavy lineárních rovnic

Řešte v $\mathbb{R}^2$

- $7x-3y=15 \quad /\cdot2$
  $5x+6y=27$ } $\oplus$

  $19x+0y=57$

  $x=3 \Rightarrow 15+6y=27$

  $y=2$

  $x=3, y=2$

  $K=\{(3,2)\}$

- $x-5y=7$
  $x-5y=6$ } $\ominus$

  $0=1$

  $x-5y=7$

  $-\frac{6}{5}+6y=\frac{36}{5}$

  $\Rightarrow$ soustava Nemá řešení

  $K=\{\}=\emptyset$

- $2x-3y=5 \quad /\cdot2$
  $4x-6y=10$ } $\ominus$

  $0=0$

  $2x-3y=5$

  $y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$

  $K=\{(x, \frac{2}{3}x-\frac{5}{3}) : x \in \mathbb{R}\}$

  Soustava má nekonečně mnoho řešení.

Rovnice s neznámou pod odmocninou

$\sqrt{x}+x=2 \quad /^2$

$x+2\cdot\sqrt{x}\cdot x+x^2=4$

správně, ale k ničemu

$\sqrt{x}=2-x \quad /^2$

$x=4-4x+x^2$

$x^2-5x+4=0$

$(x-4)\cdot(x-1)=0$

$x_1=4$

$x_2=1$

Zk: $x=4$:

$LS=\sqrt{4}=2$

$PS=2-4=-2$

$LS \neq PS$ ✗

$x=1$:

$LS=\sqrt{1}=1$

$PS=2-1=1$

$LS=PS$

$x=1$

- $\sqrt{2x+7}+\sqrt{x-5}=\sqrt{3x+2} \quad /^2$

$2x+7+2\cdot\sqrt{(2x+7)\cdot(x-5)}+x-5=3x+2$

$2\cdot\sqrt{(2x+7)\cdot(x-5)}=0 \quad /^2$

$(2x+7)\cdot(x-5)=0$

$x_1=-\frac{7}{2}$

$x_2=5$

Zk: $x=-\frac{7}{2}$: $LS=\sqrt{0}+\sqrt{-\frac{7}{2}-5} \Rightarrow -\frac{7}{2}$ není kořen

$x=5$: $LS=\sqrt{17}+\sqrt{0}$ $PS=\sqrt{17}$ $LS=PS$

$x=5$

Rovnice s abs. hodnotou

$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

$|x-a|$ (na ose: x', a, x; $-(x'-a)$, $(x-a)$)

- $|x+4|=1$

  $|x-(-4)|=1$

  (na ose: -5, -4, -3)

  $x_1=-3$

  $x_2=-5$

- $|2x-4|-|x+3|=2-|x-5|$

  (na ose: I $\;-3\;$ II $\;2\;$ III $\;5\;$ IV)

I) $x \in (-\infty, -3)$

$-(2x-4)+(x+3)=2+(x-5)$

$-x+7=x-3$

$10=2x$

$x=5 \notin$ I

$\rightarrow$ NŘ.

II) $x \in \langle -3, 2)$

$-(2x-4)-(x+3)=2+(x-5)$

$-3x+1=x-3$

$4x=4$

$x=1$

III) $x \in \langle 2, 5)$

$(2x-4)-(x+3)=2+(x-5)$

$x-7=x-3$

$-7=-3$

NŘ.

IV) $x \in \langle 5, \infty)$

$(2x-4)-(x+3)=2-(x-5)$

$x-7=7-x$

$x=7$

$K=\{1, 7\}$

Náhled testu

- $K=\{1,2,3,4,5\}$ $L=\{n \in \mathbb{N} : n | 15\}$ $M=\{n \in \mathbb{N} : n^2 \leq 16\}$

  $K \cap M$, $L \cup M$

- rce s $\sqrt{\ }$ nebo $|\cdot|$
- alg. výraz
- nerovnice
- NSD, nsn
- lehčí rovnice

+ 2 teor. otázky