1. příklad [10 b.]

Řešte v $\mathbb{R}$ a proveďte zkoušku, je-li to nutné.

1. [5 b.] $4\sin^2 x - \tan^2 x = 1$

   Řešení. $K = \{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

2. [5 b.] $\log_3 \frac{x^2}{\sqrt{x^3}} + 4\log_3 x^2 - 2\log_3 x = \frac{3}{2} + \frac{\log_3 x}{\log_3 \sqrt{3}}$

   Řešení. $K = \{\sqrt[3]{3}\}$

2. příklad [13 b.]

Načtrtněte graf funkce, určete všechny důležité body (průsečíky s osami či významnými přímkami, minima, maxima apod.), definiční obor, obor hodnot a vlastnosti (např. omezenost, paritu, intervaly monotonie, periodu).

1. [5 b.] $f(x) = 0.5\cos(3x + 2) - 2$

   Řešení.

2. [8 b.] $f(x) = 3^{|x|-1} - 4$

   Řešení.

3. příklad [3 b.]

1. [1 b.] Nalezněte základ a, pro který platí $\log_a \frac{4}{9} = 2$

   Řešení. $\frac{2}{3}$

2. [1 b.] Vyjádřete velikost úhlu $\alpha = \frac{17}{3}\pi$ ve stupních.

   Řešení. $1020°$

3. [1 b.] Vypočtěte $\log_3 \frac{\sqrt{9}}{\sqrt[4]{3}}$

   Řešení. $\frac{3}{4}$

4. příklad [4 b.]

Vypočtěte.

1. [2 b.] $\sin\left(-\frac{5}{3}\pi\right)$

   Řešení. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. [2 b.] $\operatorname{cotan}\left(-\frac{2}{3}\pi\right)$

   Řešení. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. příklad [6 b.]

Zjednodušte výraz a určete jeho definiční obor.

1. [3 b.] $2(\frac{1}{2} + \sin^2 x) + 2\cos^2 x + \frac{\tan x \cdot \cotan x}{\cos^4(\frac{\pi}{4})}$

   Řešení. 7, $x \in \mathbb{R} - \{k\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

2. [3 b.] $-2\log_2 \sqrt{\frac{1}{x}} - \log_2 \frac{2x^4}{\sqrt{x^6}}$

   Řešení. -1, $x \in \mathbb{R}^+$

6. příklad [6 b.]

Zodpovězte.

1. [2 b.] Jak je definována elipsa?

   Řešení. *Elipsa je množina bodů, která má od dvou pevných bodů konstantní součet vzdáleností.*

2. [2 b.] Jaký vztah má skalární součin k úhlu mezi vektory?

   Řešení. $\cos \phi = \frac{|u \cdot v|}{|u||v|}$

3. [1 b.] Co je to perioda funkce?

   Řešení. *Nejmenší* $T \in \mathbb{R}$, *pro které platí* $f(x+p) = f(x)$ *a* $x \in D_f \implies (x+p) \in D_f$

4. [1 b.] Kolik reálných řešení má kvadratická rovnice s záporným diskriminantem?

   Řešení. *Žádné.*

7. příklad [8 b.]

1. [4 b.] Zapište všechny tvary rovnice přímky p dané body A a B.

   $A = [-1, 2]$, $B = [-2, -5]$

   Řešení. $p = \{[-t-1, 2-7t]; t \in \mathbb{R}\}$, $p: \ -7x + y - 9 = 0$, $p: \ -\frac{7x}{9} + \frac{y}{9} = 1$, $p: \ y = 7x + 9$

2. [4 b.] Vypočítejte odchylku přímek p a q

   $p = \{[5t+1, 4t+5]; t \in \mathbb{R}\}$, $q = \{[t\left(\frac{5}{2} - 2\sqrt{3}\right) + 1, t\left(2 + \frac{5\sqrt{3}}{2}\right) + 5]; t \in \mathbb{R}\}$

   Řešení. $\phi = \frac{\pi}{3}$

8. příklad [10 b.]

1. [5 b.] Zapište všechny tvary rovnice roviny σ dané body A, B a C.

   $A = [-2, 4, -5]$, $B = [2, -3, 5]$, $C = [-4, 0, -2]$

   Řešení. $\sigma = \{[-2s+4t-2, -4s-7t+4, 3s+10t-5]; s, t \in \mathbb{R}\}$, $\sigma :\ 19x-32y-30z+16 = 0$, $\sigma :\ -\frac{19}{16}x + 2y + \frac{15}{8}z = -1$

2. [5 b.] Vyšetřete vzájemnou polohu rovin ϱ a σ. Jsou-li roviny různoběžné, napište parametrické rovnice jejich průsečnice.

   $\varrho :\ 2x + y - 2z + 6 = 0$, $\sigma :\ 4x + 2y - 4z + 6 = 0$

   Řešení. *různé rovnoběžné roviny*