Rovnice a nerovnice

$=$ $\quad 1 = 2$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ Rovnost

$0 \cdot x = 1 \qquad \forall x \in R \quad 0x \neq 1$

$0 \cdot x \stackrel{?}{=} 1$

---

x, y, z

$x = x$ reflexivita

$x = y \Leftrightarrow y = x$ symetrie

$x = y \wedge y = z \Rightarrow x = z$ tranzitivita

$a = 2 \quad y = 2 \Rightarrow a = y$

V1: Nalezněte $x \in M$:

$$f(x) = g(x) \qquad x \in M$$

$\frac{1}{x}$ $x \neq 0$

Definice: Uvažujme "rovnice s neznámou x"

Řešte v $\mathbb{R}$

$$\underbrace{x-3}_{f} = \underbrace{5}_{g}$$

lineární rce

$x = 8$

$f(x) = 0$ ambivalentní tvar

π x, y

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$$

$f(x) = a \longrightarrow x = f^{-1}(a)$

$2x + 7 = 0 \longrightarrow x = -\frac{7}{2}$

$2x + 7 = 0 \quad / \cdot 0$ ↩

$0 = 0$ ⇒

Důsledkové úpravy:

$f(x) = 0 \xrightarrow{DÚ} f_2(x) = 0$

$f(x) = 0$ ← všechny kořeny

$f_2(x) = 0$ ↩ byly kořeny

Ekvivalentní úpravy

$f(x) = 0 \xrightarrow{EÚ} f_2(x) = 0$

$f(x) = 0$ ← kořeny

$f_2(x) = 0$ →

Ekvivalentní úpravy

- $f(x) = g(x) \Leftrightarrow g(x) = f(x)$
- $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) + c = g(x) + c$
  $c \in \mathbb{R}$
  $\Leftrightarrow f(x) \cdot h(x) = g(x) \cdot h(x)$
  $h(x) \neq 0$
  $\forall x \in M$

$x - 3 = 2 \quad /+3$

$x - 3 + 3 = 2 + 3$

$x = 5$

$2x = 3 + x \quad /-x$

$x = 3$

- $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) \cdot c = g(x) \cdot c$
  $c \in \mathbb{R}$
  $c \neq 0$
  $\Leftrightarrow f(x) \cdot h(x) = g(x) \cdot h(x)$
  $h(x) \neq 0$
  $\forall x \in M$

- složení prostou funkcí

DÚ: umocněním (sudou mocninou)

2) $\sqrt{5-x^2} = x-1 \;/^2$ neeku.

$5-x^2 = x^2-2x+1 \quad / +x^2-5$

$0 = 2x^2-2x-4$

$0 = (x-2)(x+1)$

$x_1 = 2 \quad x_2 = -1$

Zk: x_1: $LS = \sqrt{5-4} = 1$ $\quad LS = PS$ ✓

$PS = 2-1 = 1$

x_2: $LS = \sqrt{5-1} = 2$ $\quad LS \neq PS$

$PS = -1-1 = -2$ $\quad$ ✗

$\boxed{x = 2}$

Nerovnice

$x: \quad f(x) = g(x)$

$= \longrightarrow \{<, >, \leq, \geq\}$

$2 < 3 \qquad -2 < 3 \quad / \cdot (-1)$

$x < 3 \qquad 2 < -3 \quad \times$

$\boxed{2 > -3 \quad \checkmark}$

$\forall R$

$\frac{1}{x} < 2 \quad / \cdot x$

$x \neq 0$

$\boxed{x < 0}$

$\boxed{x > 0}$

$1 > 2x \qquad 1 < 2x$

$\frac{1}{2} > x \qquad \frac{1}{2} < x$

$x \in (-\infty, 0) \qquad x \in (\frac{1}{2}, \infty)$

$x \in (-\infty, 0) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$

Pozn. $f(x) = g(x) \quad / -g(x)$

$f - g = 0$

$f' = 0$

Polynomické: $P = Q$

P, Q polynomy

$P = 0$

$st P = 1$ lineární

2 kvadratické

3 kubické

Lineární:

$ax + b = 0 \quad a, b \in \mathbb{R}$

$/ -b \quad a \neq 0$

$/ : a$

$x = -\frac{b}{a}$

Kvadratické

$$ax^2+bx+c=0 \qquad a,b,c \in \mathbb{R},\ a \neq 0$$

- $D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

  - >0 ... 2 kořeny v $\mathbb{R}$
  - $=0$ ... 1 dvojnásobný kořen v $\mathbb{R}$
  - <0 ... nemá v $\mathbb{R}$ kořen

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

- Doplnění na čtverec dvojčlenu

$$ax^2+bx+c \longrightarrow \underbrace{A\cdot(x+B)^2+C}$$

$$\longrightarrow (x-x_1)(x-x_2)$$

- Vietovy vzorce

$$a\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2)=0$$

$$ax^2 \underbrace{-(x_1+x_2)\cdot a}_{-b}\cdot x \underbrace{+x_1\cdot x_2 \cdot a}_{c} = 0$$

$$x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Vietory rterze

$x^2-5x+6=0$

$(x-2)\cdot(x-3)=0$

$\sqrt{2}$ $1+\sqrt{5}$

$a=1 \quad -b$

$x_1+x_2=5$

$x_1 \cdot x_2 = 6$

$x_1=2 \quad x_2=3$

- $b=0 \qquad ax^2-c=0 \qquad a, c>0$

$a(x^2-\frac{c}{a})=0$

$a\cdot(x-\sqrt{\frac{c}{a}})\cdot(x+\sqrt{\frac{c}{a}})=0$

$x^2-4=0$

$(x+2)(x-2)=0$

2_1-2 ✓

$x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$

$x=-1$

Kvadratické nerovnice

$3x^2 - 9x + 30 < 0 \quad v\ \mathbb{R}$

1. kořeny
2. číselná osa

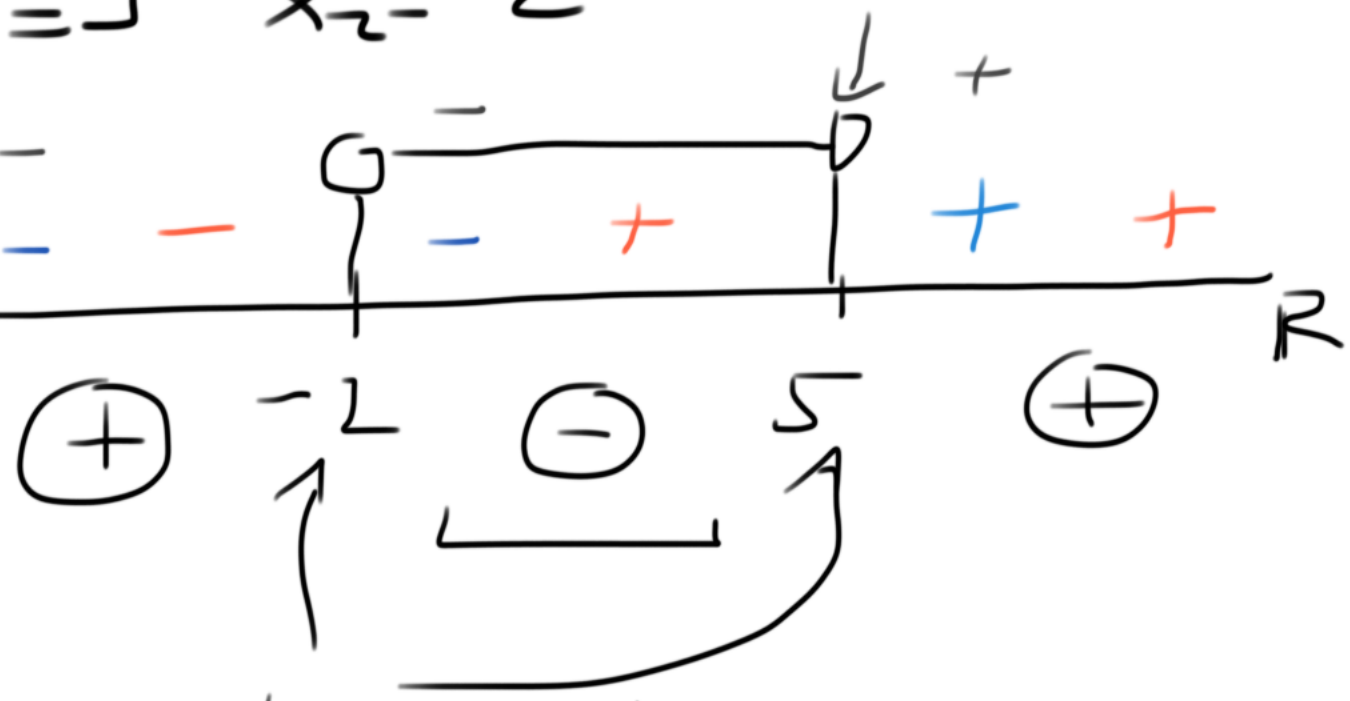
1. $3x^2 - 9x + 30 = 0$

$3(x^2 - 3x + 10) = 0$

3. $\underbrace{(x - 5)}\underbrace{(x + 2)} = 0$

$x_1 = 5 \quad x_2 = -2$

2.



malové body

$x \in (-2, 5)$

$x^2 + 2x + 1 = \underbrace{(x+1)^2} = (x+1)(x+1)$

$x + 1 < 0 \qquad x + 1 > 0$

− − + +

$+ \quad -1 \quad +$

6

Soustava lin. rovnic

$$f(x,z\ldots) = g(x,y,\ldots)$$

potřebuji n rovnic pro n neb.

$$\left.\begin{aligned} 2x+y &= -1 \\ x-y &= 3 \end{aligned}\right\} \oplus \rightarrow \begin{aligned} x &= 3+y \\ 2(3+y)+y &= -1 \end{aligned}$$

$$3x+6 = 2$$

$$\boxed{x = \frac{2}{3}}$$

1) $x = 2$
$y = 3$ ✓

2) $2 = 2$
$0 = 0$
∞ mnoho řešení

3) $0 = 1$
$2 = 3$ NEMÁ ŘEŠENÍ

4. Spea zornice

$\sqrt{3x-2} - x = 0 \quad / + x$

$\sqrt{3x-2} = x \quad / ^2$

$3x - 2 = x^2$

$0 = x^2 - 3x + 2$

$0 = (x-1)\cdot(x-2)$

$x_1 = 1, x_2 = 2$

Zk. x_1: $LS = \sqrt{3-2} = 1$ $\quad LS = PS$ ✓

$PS = 1$

x_2: $LS = \sqrt{6-2} = \sqrt{4} = 2$

$PS = 2$ $\quad LS = PS$ ✓

$x \in \{1, 2\}$ $\quad x_{1,2} = 1, 2$

POSUP
ZK
OK

Abs. hodnota

$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$|x-7| = 5$

nulový bod 7

$x-7 < 0$ | $x-7 > 0$

$|x-7| = -(x-2) = -x+7$ | $|x-7| = x-7$

$-x+7 = 5$ | $x-7 = 5$ $\mathbb{R}$

$x = 2$ | $x = 12$

✓ | ✓

Zk.: $LS = |2-7| = |-5| = 5$ | $LS = |12-7| = 5$

$PS = 5$ ✓ | $PS = 5$ ✓