

1. příklad [10 b.]

Řešte v \mathbb{R} a proveděte zkoušku, je-li to nutné.

1. [5 b.] $4 \sin^2 x - \tan^2 x = 1$

Řešení. $K = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

2. [5 b.] $\log_3 \frac{x^2}{\sqrt{x^3}} + 4 \log_3 x^2 - 2 \log_3 x = \frac{3}{2} + \frac{\log_3 x}{\log_3 \sqrt{3}}$

Řešení. $K = \{\sqrt[3]{3}\}$

2. příklad [13 b.]

Načrtněte graf funkce, určete všechny důležité body (průsečíky s osami či významnými přímkami, minima, maxima apod.), definiční obor, obor hodnot a vlastnosti (např. omezenost, paritu, intervaly monotonie, periodu).

1. [5 b.] $f(x) = 0.5 \cos(3x + 2) - 2$

Řešení.

2. [8 b.] $f(x) = 3^{|x|-1} - 4$

Řešení.

3. příklad [3 b.]

1. [1 b.] Nalezněte základ a , pro který platí $\log_a \frac{4}{9} = 2$

Řešení. $\frac{2}{3}$

2. [1 b.] Vyjádřete velikost úhlu $\alpha = \frac{17}{3}\pi$ ve stupních.

Řešení. 1020°

3. [1 b.] Vypočtěte $\log_3 \frac{\sqrt[4]{9}}{\sqrt[4]{3}}$

Řešení. $\frac{3}{4}$

4. příklad [4 b.]

Vypočtěte.

1. [2 b.] $\sin\left(-\frac{5}{3}\pi\right)$

Řešení. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. [2 b.] $\cotan\left(-\frac{2}{3}\pi\right)$

Řešení. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. příklad [6 b.]

Zjednodušte výraz a určete jeho definiční obor.

1. [3 b.] $2\left(\frac{1}{2} + \sin^2 x\right) + 2\cos^2 x + \frac{\tan x \cdot \cotan x}{\cos^4(\frac{\pi}{4})}$

Řešení. $7, x \in \mathbb{R} - \{k\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

2. [3 b.] $-2 \log_2 \sqrt{\frac{1}{x}} - \log_2 \frac{2x^4}{\sqrt{x^6}}$

Řešení. $-1, x \in \mathbb{R}^+$

6. příklad [6 b.]

Zodpovězte.

1. [2 b.] Jak je definována elipsa?

Řešení. Elipsa je množina bodů, která má od dvou pevných bodů konstantní součet vzdáleností.

2. [2 b.] Jaký vztah má skalární součin k úhlu mezi vektory?

Řešení. $\cos \phi = \frac{|u \cdot v|}{|u||v|}$

3. [1 b.] Co je to perioda funkce?

Řešení. Nejmenší $T \in \mathbb{R}$, pro které platí $f(x+p) = f(x)$ a $x \in D_f \implies (x+p) \in D_f$

4. [1 b.] Kolik reálných řešení má kvadratická rovnice s záporným diskriminantem?

Řešení. Žádné.

7. příklad [8 b.]

1. [4 b.] Zapište všechny tvary rovnice přímky p dané body A a B .

$$A = [-1, 2], B = [-2, -5]$$

Řešení. $p = \{[-t - 1, 2 - 7t] ; t \in \mathbb{R}\}, p : -7x + y - 9 = 0, p : -\frac{7x}{9} + \frac{y}{9} = 1, p : y = 7x + 9$

2. [4 b.] Vypočítejte odchylku přímek p a q

$$p = \{[5t + 1, 4t + 5] ; t \in \mathbb{R}\}, q = \{[t(\frac{5}{2} - 2\sqrt{3}) + 1, t(2 + \frac{5\sqrt{3}}{2}) + 5] ; t \in \mathbb{R}\}$$

Řešení. $\phi = \frac{\pi}{3}$

8. příklad [10 b.]

1. [5 b.] Zapište všechny tvary rovnice roviny σ dané body A, B a C .

$$A = [-2, 4, -5], B = [2, -3, 5], C = [-4, 0, -2]$$

Řešení. $\sigma = \{[-2s+4t-2, -4s-7t+4, 3s+10t-5]; s, t \in \mathbb{R}\}, \sigma : 19x-32y-30z+16=0, \sigma : -\frac{19}{16}x + 2y + \frac{15}{8}z = -1$

2. [5 b.] Vyšetřete vzájemnou polohu rovin ϱ a σ . Jsou-li roviny různoběžné, napište parametrické rovnice jejich průsečnice.

$$\varrho : 2x + y - 2z + 6 = 0, \sigma : 4x + 2y - 4z + 6 = 0$$

Řešení. různé rovnoběžné roviny