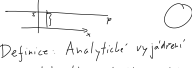


Geometrický útvar

Definice: Geometrický útvar je množina bodů Eukleidovského prostoru (tj. \mathbb{R}^n)



Definice: Analytické vyjádření GU
vztah, který splňuje souřadnice všech bodů GU

Dnes \mathbb{R}^2

Přímka

- 1D základní GU

4 typy rovnice přímky: parametrická, obecná, úseková, směnicová

Parametrická rovnice přímky

bod a směrový vektor \vec{u} , $X=[x,y]$

$$p: X = A + t \cdot \vec{u}$$

po složkách:

$$p: \begin{cases} x = A_x + t \cdot u_x \\ y = A_y + t \cdot u_y \end{cases}$$

$$X = A + \frac{1}{2} \vec{u}$$

$$B = A + 3 \cdot \vec{u}$$

- A může být libovolný bod přímky
- \vec{u} může mít libovolnou nenulovou velikost

Př. $A = [-1, 0]$ $B = [2, 3]$

směrový vektor: $\vec{u} = \vec{AB} = (3, 3)$

$$p: \begin{cases} x = -1 + t \cdot 3 \\ y = 0 + t \cdot 3 \end{cases}$$

Obecná rovnice přímky

$$a x + b y + c = 0$$

$$a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$a \neq 0 \vee b \neq 0$$

- z parametrické získáme vyložením parametru.

$$q: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \end{cases} \quad / (-2) \quad \oplus$$

$$x - 2y = -3 + 0t$$

$$x - 2y + 3 = 0$$

a, b : souřadnice tzv. "normálového vektoru" = vektor kolmý na přímku
 $\vec{n} = (a, b)$

$$\vec{u}_p = (-2, -1) \quad \vec{n}_q = (1, -2)$$

$$\vec{u}_p \cdot \vec{n}_q = -2 + 2 = 0$$

Příklad: q dle bodů $C = [-1, 0]$, $D = [0, 1]$

$$\vec{u} = \vec{CD} = (1, 1)$$

$$\vec{n} = (1, -1)$$

pro gaus. eliminaci
dělím $|\vec{n}|=1$

$$|\vec{n}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{n} \Rightarrow |\vec{n}| = 1$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$a x + b y + c = 0$$

$$q: \frac{1}{\sqrt{2}} x - \frac{1}{\sqrt{2}} y + c = 0$$

$$Ceq \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (-1) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0 + c = 0 \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$q: \frac{1}{\sqrt{2}} x - \frac{1}{\sqrt{2}} y + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

$$x - y + 1 = 0$$

Pokud $|\vec{n}|=1 \Rightarrow c$ má význam vzdálenosti přímky od počátku.

$$q: \frac{1}{\sqrt{2}} x - \frac{1}{\sqrt{2}} y + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \quad / \cdot \sqrt{2}$$

$$q: x - y + 1 = 0$$

$\vec{u} = (u_x, u_y) \Rightarrow \vec{n}_u = (u_x, -u_y) \quad \vec{n}_u \cdot \vec{u} = \vec{n}_v \cdot \vec{v} = 0$

$$\vec{n}_v = (-u_y, u_x)$$

Směnicová rovnice

$$p: y = k \cdot x + q$$

k... směrnice (slope)

q... absolutní člen (intercept)

$$k = \tan \phi$$

$$\phi = 0 \Rightarrow \tan \phi = k = 0$$

$$\phi = \frac{\pi}{4} \Rightarrow k = 1$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

tohoto nejde

Potom píšeme

$$x = m$$

Přechod k směnicové rci

$$a x + b y + c = 0 \Rightarrow y = -\frac{a}{b} x - \frac{c}{b}$$

$$k = -\frac{a}{b} \quad q = -\frac{c}{b}$$

problém, kdy $b=0 \Leftrightarrow \phi = \pm \frac{\pi}{2}$

$$a \cdot x + c = 0$$

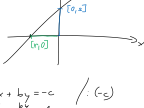
$$x = -\frac{c}{a} = m$$

Úseková rovnice

$$p: \frac{x}{r} + \frac{y}{s} = 1$$

$$C = [-1, 0] \quad D = [0, 1]$$

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} = 1$$



$$a x + b y + c = 0 \Rightarrow a x + b y = -c \quad / : (-c)$$

$$\frac{-a x}{-c} + \frac{-b y}{-c} = 1$$

$$\frac{x}{(-\frac{a}{c})} + \frac{y}{(-\frac{b}{c})} = 1$$

$$r = -\frac{a}{c}$$

$$s = -\frac{b}{c}$$

Vzdálenost bodu od přímky

$$p: X = [X_1, X_2]$$

$$p: a x + b y + c$$

$$d = \frac{a \cdot X_1 + b \cdot X_2 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$X_{ep}: a X_1 + b X_2 + c = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$|\vec{n}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Vzájemná poloha přímek: (v rovině)

1. totožné ∞ mnoho společných bodů

2. různoběžné 1 společný bod

3. rovnoběžné žádný společný bod

Příklady: Vyšetřete vzájemnou polohu přímek

$$\textcircled{1} \quad p: 2x + y + 2 = 0 \quad / (-2) \quad \oplus$$

$$q: 4x + 2y - 3 = 0$$

$$0 + 0 - 7 = 0 \Rightarrow \text{soustava nemá řešení}$$

$$\vec{n}_p = (2, 1) \Rightarrow \text{přímky nemají sp. bod}$$

$$\vec{n}_q = (4, 2) = 2 \cdot \vec{n}_p \Rightarrow p \parallel q$$

$$\text{ale } c_q \neq 2 \cdot c_p \Rightarrow p \neq q, \text{ ale } p \parallel q$$

$$p: 2x + y + 2 = 0 \quad / 2 \quad \oplus$$

$$q: 4x + 2y + 4 = 0$$

$$0 = 0 \Rightarrow \infty \text{ mnoho společných b.} \Rightarrow p = q$$

$$p: 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$$q: y - x + 1 = 0$$

$$y - 2 + 1 = 0 \Rightarrow [2, 1] \text{ - 1 sp. bod}$$

$$\Rightarrow p \neq q$$

$$p: 3x - 2y = 6$$

$$q: -4x - 6y = 1$$

$$\vec{n}_p = (3, -2)$$

$$\vec{n}_q = (-4, -6)$$

$$\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q = 0$$

$$\Rightarrow p \perp q$$

Kuželosečky

