Václav Alt

- geometrie ⟶ analytická geometrie
- J. Polák: Přehled středoškolské matematiky
- Petáková: Příprava k maturitě
- vaclav-alt.github.io
- alt.vaclav@gmail.com

nemám vadelokrici

100 b ⟶ 60 %

3 testy: po 16 b. } 108 b. 22.10 / 19.11 / 17.12. 20–30 min
Zkouška 60 b.

Množiny

A, a

$A = \{1, 2, 3\}$ — e "element", "patří do", "je prvkem"

$1 \in A$

$-7 \notin A$

$B = \{n \in \mathbb{N} ; n < 5\} = \{1, 2, 3, 4\}$

$C = \{n \in \mathbb{N} ; n > 5\} = \{6, 7, 8, \dots\}$

!:

Operace a vztahy

A, B množiny

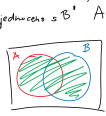
implikace

$A \subset B$ "A je podmnožinou B": $x \in A \Rightarrow x \in B$

$A \cap B$ "A průnik B" $A \cap B = \{x ; x \in A \wedge x \in B\}$ prvky, které patří zároveň do A i B.

$A \cap B$

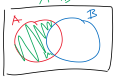
$A \cup B$ "A sjednocení s B" $A \cup B = \{x ; x \in A \vee x \in B\}$ prvky, které patří a alespoň do jedné množiny

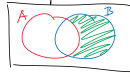


$A \cup B$

$A \setminus B$ "A mínus B" $A \setminus B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$

$A - B$ prvky, které patří do A, ale nepatří do B.





---

1) Zapište výčtem

$M_1 = \{x \in \mathbb{N}, x^2 < 20\} = \{1, 2, 3, 4\}$

$M_2 = \{x \in \mathbb{Z} ; |x| = 5\} = \{-5, 5\}$

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

$M_3 = \{x \in \mathbb{N} ; |x| = 5\} = \{5\}$

$= \emptyset$

2) $M_1 = \{x \in \mathbb{N} ; x \mid 60\}$ $M_2 = \{x \in \mathbb{N} ; 7 < x \leq 10\}$

$M_1 \cap M_2$, $M_1 \cup M_2$, $M_2 \setminus M_1$

$M_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

$M_2 = \{8, 9, 10\}$

$M_1 \cap M_2 = \{10\}$ $= M$

$M_1 \cup M_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

$M_2 \setminus M_1 = \{8, 9\}$

Číselný obor

- množina čísel, na které je definované sčítání a násobení a je vůči nim uzavřená

$A = \{1, 2\}$

$1 \cdot 2 = 2 \in A$ — A je uzavřená vůči násobení

$1 + 2 = 3 \notin A$ ... A není uzavřená vůči sčítání

$\mathbb{N}, \mathbb{N}, \mathbf{N}$ přirozená č. $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ už ⊕ ⊙

$\mathbb{Z}, \mathbb{Z}, \mathbf{Z}$ celá čísla už ⊕ ⊙ ⊖ $\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{Q}, \mathbb{Q}, \mathbf{Q}$ racionální čísla ⊕ ⊙ ⊖ (⊘) $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} ; a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0\}$

$\mathbb{R}, \mathbb{R}, \mathbf{R}$ reálná čísla ⊕ ⊙ ⊖ ⊘

$N \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

$\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$

Intervaly

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} ; a \leq x \leq b\}$

$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} ; a < x \leq b\}$

$[1, 4] \neq \{1, 2, 3, 4\}$

$\mathbb{R}^+ = (0, \infty)$ $\mathbb{R}^- = (-\infty, 0)$ $\mathbb{R}_0^+ = [0, \infty)$

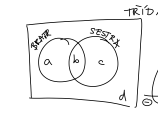
3) $K \cup M$, $L \cap K$, $K \setminus M$

$K = \{x \in \mathbb{R} ; x^2 < 2\}$ $L = \mathbb{R}_0^+$ $M = \{x \in \mathbb{R}^+ ; |x| < 2\}$

$K = (-\infty, \sqrt{2})$ $L = [0, \infty)$ $M = (0, 2)$

$(-100)^2 = 10000 \notin K$

$K = (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$



$K \cup M = (-\sqrt{2}, 2)$

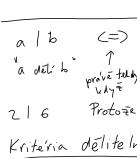
$L \cap K = [0, \sqrt{2})$

$K \setminus M = (-\sqrt{2}, 0]$

4) Ve třídě je 35 dětí. 23 má bratra, 27 má sestru.

Kolik dětí má bratra i sestru, když 5 dětí nemá sourozence.

$L = ?$



$a + b = 23$

$b + c = 27$

$d = 5$

$a + b + c + d = 35$ ⊖

$a + b + c = 30$ ⊖

$a = 3$

$c = 7$

$b + c = 27$

$b = 20$

⊕ $a + 2b + c = 50$

$a \mid b$ ⟺ $\exists c \in \mathbb{N} : b = a \cdot c$

"a dělí b" — právě tehdy když — existuje

$2 \mid 6$ Protože: $6 = 2 \cdot 3$ (b a c)

Kritéria dělitelnosti

$n \in \mathbb{N}$ je dělitelné ⟷ právě když:

- 2: pozl. číslice $\in \{0, 2, 4, 6, 8\}$
- 3: ciferný součet dělitelný 3
- 4: poslední dvojčíslí dělitelné 4
- 5: pozl číslice $\in \{0, 5\}$
- 6: $2 \mid n \wedge 3 \mid n$
- 7: ×
- 8: poslední trojčíslí dělitelné 8
- 9: ciferný součet musí být dělitelný 9
- 10: poslední cifra $\in \{0\}$

6 | 3840 | 327

318 ? 1+8=9 3|9 ⇒ 3|18

420 4|20 ⇒ 4|420

55, 70

36

1400

27