1) $A=[2,1,6]$ $B=[0,-1,-6]$ $C=[-1,2,0]$

Rce roviny σ dané body ABC, rovnice zobrazit

$\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(-2,-2,-12)$ $\rightarrow \vec{u}_0=(1,1,6)$

$\vec{v}=\overrightarrow{AC}=(-3,1,-6)$ $\vec{v}_0=(-3,1,-6)$

$\rightarrow \sigma=\{[2+s+1\cdot(-3)t,\ 1+s+t\cdot 1,\ 6+s\cdot(-6)t]\ ;\ s,t\in\mathbb{R}\}$

vyloučení parametrů s a t

maticově: $\vec{n}=(a,b,c)$: $\begin{matrix} a+b+6c=0 \\ -3a+b-6c=0 \end{matrix}$ $\leftarrow \vec{n}\cdot\vec{u}=0$ $\leftarrow \vec{n}\cdot\vec{v}=0$

umíme lépe: $\vec{n}=\vec{u}\times\vec{v}$

$\vec{u}=(1,1,6)$ $\begin{matrix}1&1\\6&\end{matrix}$

$\vec{v}=(-3,1,-6)$ $\begin{matrix}-3&1\\-6&\end{matrix}$

$\vec{n}=(1\cdot(-6)-6\cdot 1;\ 6\cdot(-3)-(-6)\cdot 1;\ 1\cdot 1-1\cdot(-3))=(-12,-12,4)$

$\rightarrow \vec{n}_0=(-3,-3,1)$

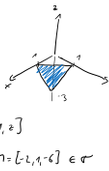
$\vec{n}_0\cdot\vec{u}=-3-3+6=0$ ✓ $\vec{n}_0\cdot\vec{v}=9-3-6=0$ ✓

σ: $-3x-3y+z+d=0$ $B=[0,-1,-6]$

$3\cdot 0+3+6+d=0$

$d=3$

$\boxed{\sigma:\ -3x-3y+z+3=0}$



Úsekový tvar rovnice: σ: $\frac{x}{-1}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$

Průsečíky s osami: $P_x=[1,0,0]$

$P_y=[0,1,0]$

$P_z=[0,0,-3]$

Najděte t tak, aby $M\in\sigma$. $M=[-2,1,t]$

$6-3+t+3=0$

$t=-6$ $\rightarrow$ $M=[-2,1,-6]\in\sigma$

---

2) $A=[1,1,1]$ $B=[5,1,-5]$ $C=[2,0,2]$

$\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(4,0,-6)$ $\rightarrow$ $\vec{u}_0=(2,0,-3)$

$\vec{v}=\overrightarrow{AC}=(1,-1,1)$ $\rightarrow$ $\vec{v}_0=(1,-1,1)$

$\vec{n}_\rho=?$ $\vec{u}_0\times\vec{v}_0=(-1,-5,-2)$

ρ: $-x-2y-z+d=0$

Ccq: $-2-2+d=0$ $\Rightarrow$ ρ: $-x-2y-z+4=0$

---

3) Napište obecnou rovnici roviny ω: $\omega\parallel y$, $A,B\in\omega$

$A=[3,4,5]$

$B=[-2,1,0]$

$\vec{u}_y=(0,1,0)$ $\omega\parallel\vec{u}_y$ $\Leftrightarrow$ $\vec{n}_\omega\cdot\vec{u}_y=0$

$\vec{n}_\omega=(a,0,c)$ $\vec{n}_\omega\cdot\vec{u}_y=0$

$\rightarrow$ ω: $ax+cz+d=0$

Aeω: $3a+5c+d=0$

Bcω: $-2a+0c+d=0$

$5a+5c=0$

$a=-c$ $\rightarrow$ $\vec{n}_\omega=(a,0,-a)$

$-2+d=0$

$d=2$ např. $\vec{n}_\omega=(1,0,-1)$

$\boxed{\omega:\ x-z+2=0}$

---

4) Vyšetřete vzájemnou polohu přímky a roviny.

$p=\{[2+t,3+2t,1-t],\ t\in\mathbb{R}\}$ χ: $x-2y+z-5=0$

$\vec{u}_p=(1,2,-1)$ $\vec{n}_\chi=(1,-2,1)$

$\vec{u}\cdot\vec{n}=1-4-1=-4\neq 0$ $\rightarrow$ p ct přk χ

$(2+t)-2(3+2t)+(1-t)-5=0$

$2+t-6-4t+1-t-5=0$

$-4t-8=0$

$t=-2$

P_1 $t=-2$: $P=[0,-1,3]$ $p\cap\chi=\{P\}$

$P\in p\cap\chi$

Zkouška: $P\in\chi$: $0+2+3-5=0$ ✓

---

5) $q=\{[2+t,\ 3t,\ 1+t],\ t\in\mathbb{R}\}$ $\eta=\{[2+s+2r,\ 3+s+3r,\ 1-s-3r]\ ;\ s,r\in\mathbb{R}\}$

$2+t=1+s+2r$ $\rightarrow$ $t=s+r$

$3t=3s+3r$

$1-t=1-s-3r$

$2+s+r=1+s+2r$ $\rightarrow$ $r=1$

$1-s-r=1-s-3r$

$0=-2$ $\rightarrow$ NR. $\Rightarrow$ $q\cap\eta=\{\}$

$q\parallel\eta$

$\vec{u}_q=(1,3,1)$ $\vec{v}=(1,3,-1)$ $\vec{w}=(2,3,-3)$ $\vec{n}=(-6,1,-3)$ $\vec{u}_q\cdot\vec{n}=-6+3+3=0$ ✓

$q\parallel\eta$.

---

6) Odchylka přímek v prostoru.

$p=\{[2+t,\ 6,\ 7-t],\ t\in\mathbb{R}\}$ $q=\{[4-4,\ 5,\ -3+t],\ t\in\mathbb{R}\}$

$\vec{u}_p=(1,1,-1)$ $\vec{u}_q=(-1,0,1)$

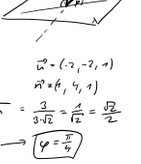
$\cos\varphi=\frac{|\vec{u}_p\cdot\vec{u}_q|}{|\vec{u}_p|\cdot|\vec{u}_q|}=\frac{|-1+0-1|}{\sqrt{1+1+1}\cdot\sqrt{1+0+1}}=\frac{2}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\varphi=\frac{\pi}{6}=30°$

---

7) Odchylka přímky p a roviny λ

$p=\{[4-2t,\ 1-2t,\ t],\ t\in\mathbb{R}\}$ λ: $x+4y+2z-1=0$



umíme cosα

ale $\varphi+\alpha=\frac{\pi}{2}$: $\cos\alpha=\cos(\frac{\pi}{2}-\varphi)$

$=\cos\frac{\pi}{2}\cdot\cos\varphi+\sin\frac{\pi}{2}\cdot\sin\varphi$

$=\sin\varphi$

$\vec{u}=(-2,-2,1)$

$\vec{n}=(1,4,2)$

$\sin\varphi=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{|-2-8+1|}{\sqrt{4+4+1}\cdot\sqrt{1+16+4}}=\frac{9}{3\cdot\sqrt{18}}=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

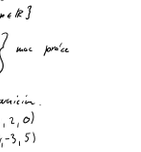
$\rightarrow$ $\boxed{\varphi=\frac{\pi}{4}}$

---

8) Odchylka 2 rovin:

ρ: $2x-y-z+4=0$

ν: $2x+4y+2z-5=0$



$\vec{n}_\rho=(2,-1,-1)$

$\vec{n}_\nu=(2,4,2)$

$\cos\varphi=\frac{|4-4-2|}{\sqrt{4+1+1}\cdot\sqrt{4+16+4}}=\frac{6}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{24}}=\frac{6}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{4}}=\frac{6}{6\cdot 2}=\frac{1}{2}$

$\rightarrow$ $\varphi=\frac{\pi}{3}=60°$

---

9) Vzájemná poloha rovin

$\varphi=\{[3+t-4s,\ 5+t-2+2t],\ t,t\in\mathbb{R}\}$

$\psi=\{[3+s-4p,\ 6+2s-3p,\ 1+5p],\ s,p\in\mathbb{R}\}$

$\begin{matrix} 3+t-4s=3+s-4p \\ 5+t=6+s-3p \\ -1+2t=1+5p \end{matrix}$ mac. pravá

Tady se vyplatí přechod k obecným rovnicím.

φ: $\vec{u}_\varphi=(1,1,-1)$, $\vec{v}_\varphi=(-3,0,2)$, $\vec{n}_\varphi=(2,-1,1)$, φ: $2x-y+z+d=0$

ψ: $\vec{a}=(1,2,0)$, $\vec{b}=(-4,-3,5)$, $\vec{n}_\psi=(10,-5,5)\sim(2,-1,1)$, ψ: $2x-y+z+d=0$

$\vec{n}_\varphi\parallel\vec{n}_\psi$ $\Rightarrow$ $(\varphi\parallel\psi)\vee(\varphi=\psi)$

$A=[3,5,0]$ $A\in\varphi$: $6-5+0+d=0$, $d=-1$

$B=[3,3,1]$ $B\in\psi$: $6-6+1+d=0$, $d=-1$

φ: $2x-y+z-1=0$

ψ: $2x-y+z-1=0$

$\boxed{\varphi=\psi}$

Probírané příklady:

- rovnice přímky v $\mathbb{R}^2$ a vzájemná poloha (i odchylka)
- kuželosečky (rovnice kružnice či elipsy)
- rovnice přímky/roviny v $\mathbb{R}^3$
- odchylka přímky a roviny, odchylka rovin