

Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и технологий

Кафедра компьютерных систем и программных технологий

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе**

**«Генерация и визуализация исходных данных,  
основы классификации и аппроксимации»**

**Нейроинформатика**

**Работу выполнил студент**

группа 33501/4      Дьячков В.В.

**Преподаватель**

\_\_\_\_\_ к.т.н., доц. Никитин К.В.

Санкт-Петербург  
2017

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цели работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Крестики-нолики</b>	<b>4</b>
2.1	Задание 1 . . . . .	4
2.2	Задание 2 . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Логическая функция 5 переменных</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Разбиение плоскости на 2 класса</b>	<b>6</b>
4.1	Задание 1 . . . . .	6
4.2	Задание 2 . . . . .	6
4.3	Задание 3 . . . . .	6
4.4	Задание 4 . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Разбиение плоскости на N классов</b>	<b>10</b>
5.1	Задание 1 . . . . .	10
5.2	Задание 2 . . . . .	10
5.3	Задание 3 . . . . .	10
<b>6</b>	<b>Непрерывная функция одной переменной</b>	<b>12</b>
6.1	Задание 1 . . . . .	12
6.2	Задание 2 . . . . .	12
6.3	Задание 3 . . . . .	13
<b>7</b>	<b>Линейная функция с памятью</b>	<b>14</b>
7.1	Задание 1 . . . . .	14
7.2	Задание 2 . . . . .	14
<b>8</b>	<b>Нелинейная функция с памятью</b>	<b>15</b>
8.1	Задание 1 . . . . .	15
8.2	Задание 2 . . . . .	15
<b>9</b>	<b>Линейное разностное уравнение</b>	<b>16</b>
9.1	Задание 1 . . . . .	16
9.2	Задание 2 . . . . .	16
<b>10</b>	<b>Многомерные образы</b>	<b>17</b>
10.1	Задание 1 . . . . .	17
10.2	Задание 2 . . . . .	17

## Список иллюстраций

2.1	Крестики-нолики . . . . .	4
4.1	Разбиение и выбора на плоскости . . . . .	6
4.2	Выборка, содержащая ошибки . . . . .	7
4.3	Матрица неточностей . . . . .	7
4.4	Разделение выборки на обучающую и тестовую . . . . .	8
4.5	K-fold кросс-валидация . . . . .	9
5.1	Разбиение и выборка на плоскости . . . . .	10
5.2	Выборка, содержащая ошибки . . . . .	11
5.3	Матрица неточностей . . . . .	11
6.1	Непрерывная функция . . . . .	12
6.2	Выборка значений непрерывной функции . . . . .	13
6.3	Зашумленная непрерывная функция . . . . .	13
7.1	Входной и выходной сигнал линейной функции с памятью . . . .	14
8.1	Входной и выходной сигнал нелинейной функции с памятью . .	15
9.1	Входной и выходной сигнал линейного разностного уравнения .	16
10.1	Примеры образов каждого класса . . . . .	17
10.2	Зашумленные образы каждого класса . . . . .	17
10.3	Повороты на различный угол образов каждого класса . . . . .	18
10.4	Примеры искаженных образов каждого класса . . . . .	18

## 1. Цели работы

- Научиться формировать выборки, состоящие из обучающих и тестовых примеров для решения типовых задач классификации, аппроксимации.
- Овладеть навыками визуализации данных на плоскости при решении задач классификации и аппроксимации.
- Научиться рассчитывать основные показатели качества распознавания и представлять полученные результаты в табличной и графической формах.

## 2. Крестики-нолики

### 2.1. Задание 1

Разделим таблицу  $4 \times 4$  на крестики и нолики так, чтобы классы «О» и «X» были линейно неразделимы:

$$\begin{cases} y = f(X) \\ X = [x_1, x_2] \\ x_i \in \{1, 2, 3, 4\} \\ y_i \in \{0, 1\} \end{cases}$$

### 2.2. Задание 2

На рис. 2.1 изображен полученный пример.

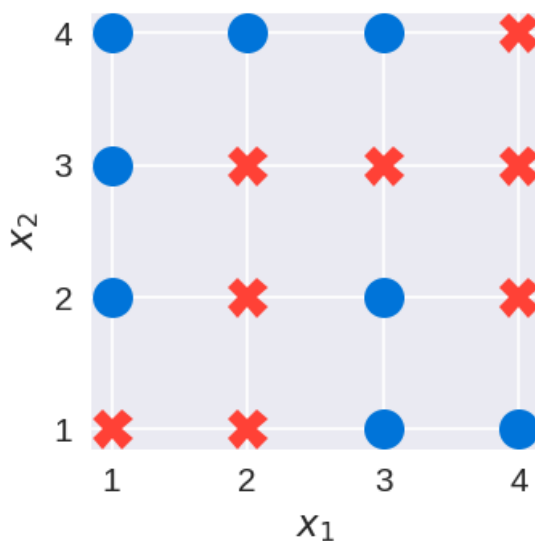


Рис. 2.1: Крестики-нолики

### 3. Логическая функция 5 переменных

Зададим логическую функцию 5 переменных так, чтобы множество ее выходных значений 0 и 1 было линейно неразделимым:

$$\begin{cases} y = f(X) \\ X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5] \\ x_i \in \{0, 1\} \\ y_i \in \{0, 1\} \end{cases}$$

Таблица 3.1: Таблица истинности

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$y$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	0

## 4. Разбиение плоскости на 2 класса

### 4.1. Задание 1

Разобьем прямоугольный участок плоскости с помощью отрезков прямых линий на два класса. На рис. 4.1a приведен графический эскиз полученного разбиения плоскости.

### 4.2. Задание 2

Сформируем матрицу входных значений  $P$  в диапазоне рассматриваемого прямоугольного участка плоскости и найдем для нее вектор-столбец  $T$ , значения которого отвечают за номер класса (0 или 1). На рис. 4.1b изображена сформированная выборка, причем красным цветом отмечены значения, попадающие в область фигуры (1 класс).

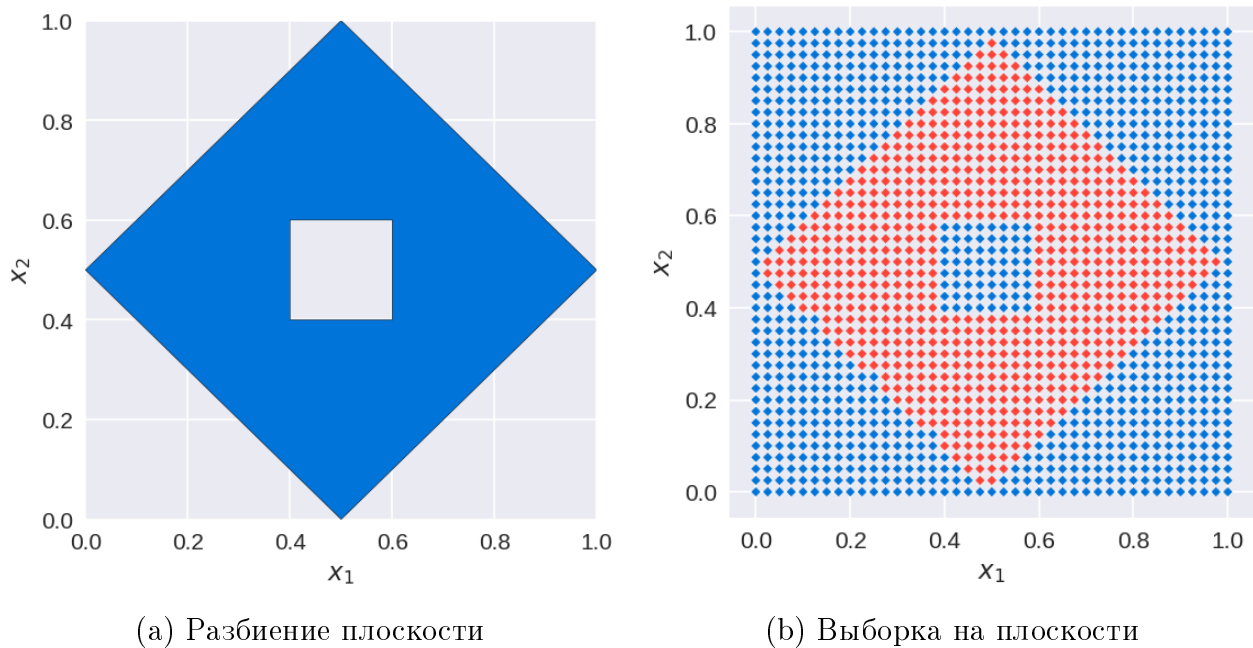


Рис. 4.1: Разбиение и выбора на плоскости

### 4.3. Задание 3

Искажем сформированную ранее выборку  $(P, T)$ , проинвертировав значения 10% случайно выбранных строк  $T$ , и будем интерпретировать эти данные, как ответ  $Y$  некоторого распознающего устройства (классификатора). На рис. 4.2 изображена полученная выборка  $(P, Y)$ .

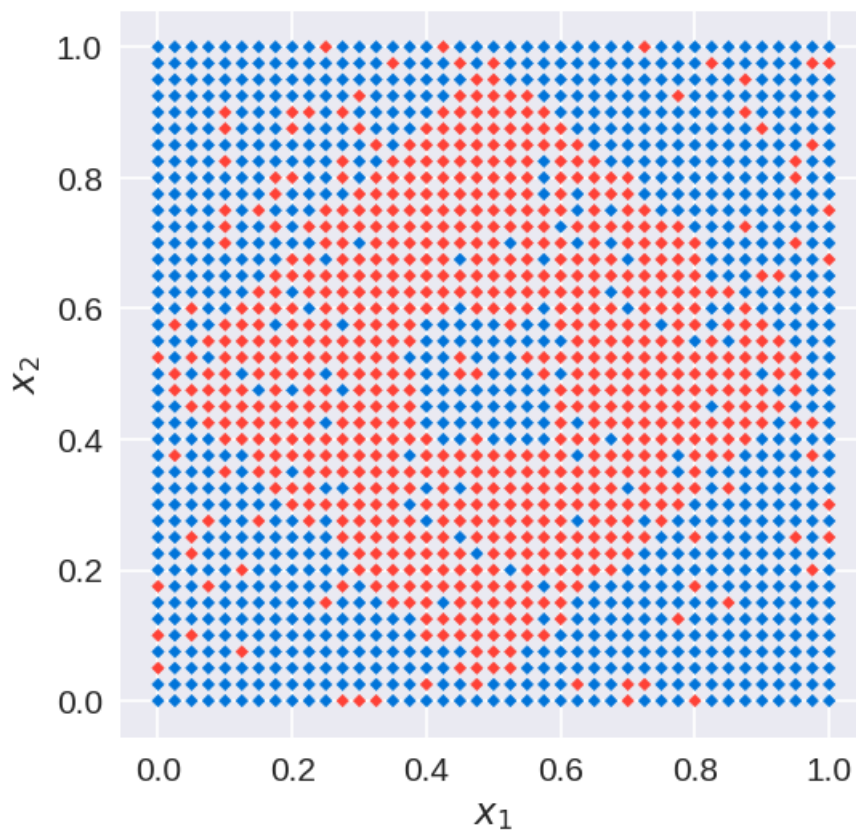


Рис. 4.2: Выборка, содержащая ошибки

На основании желаемых  $T$  и реальных  $Y$  ответов определим основные показатели качества распознавания. На рис. 4.3 изображена матрица неточностей.

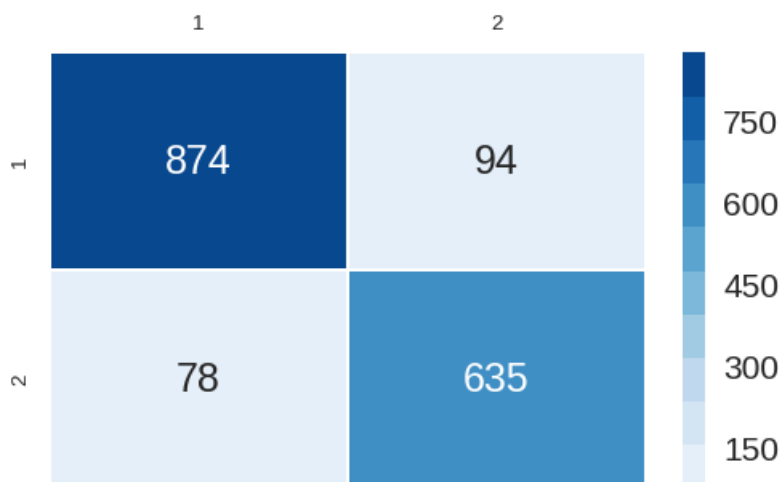


Рис. 4.3: Матрица неточностей

По значениям матрицы неточностей найдем другие характеристики классификации:

- Средняя вероятность ошибки:  $\frac{130+42}{1681} = 0.10$
- Средняя вероятность правильного распознавания:  $\frac{1118+391}{1681} = 0.90$
- Специфичность:  $\frac{1135}{1681} = 0.68$
- Чувствительность:  $= \frac{374}{1681} = 0.22$
- Ошибка первого рода:  $= \frac{130}{1681} = 0.08$
- Ошибка второго рода:  $= \frac{42}{1681} = 0.02$

#### 4.4. Задание 4

Разделим выборку на обучающую и тестовую, выбрав случайно 33% примеров как тестовые, а остальные — как обучающие. Полученное разделение изображено на рис. 4.4, причем большими точками отмечены примеры, попавшие в обучающую выборку, а маленькими — в тестовую.

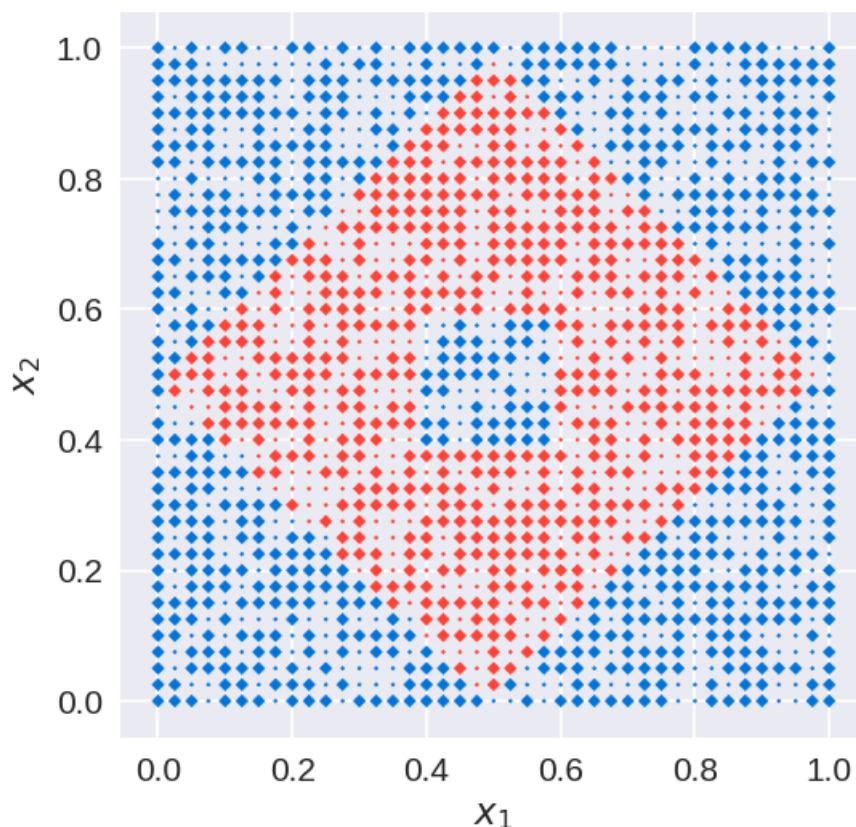


Рис. 4.4: Разделение выборки на обучающую и тестовую



Применим **K-fold** кросс-валидацию при  $K = 4$  к исходной выборке. Результат разбиения изображен на рис. 4.5, причем большими точками отмечены примеры, попавшие в обучающую выборку, а маленькими – в тестовую.

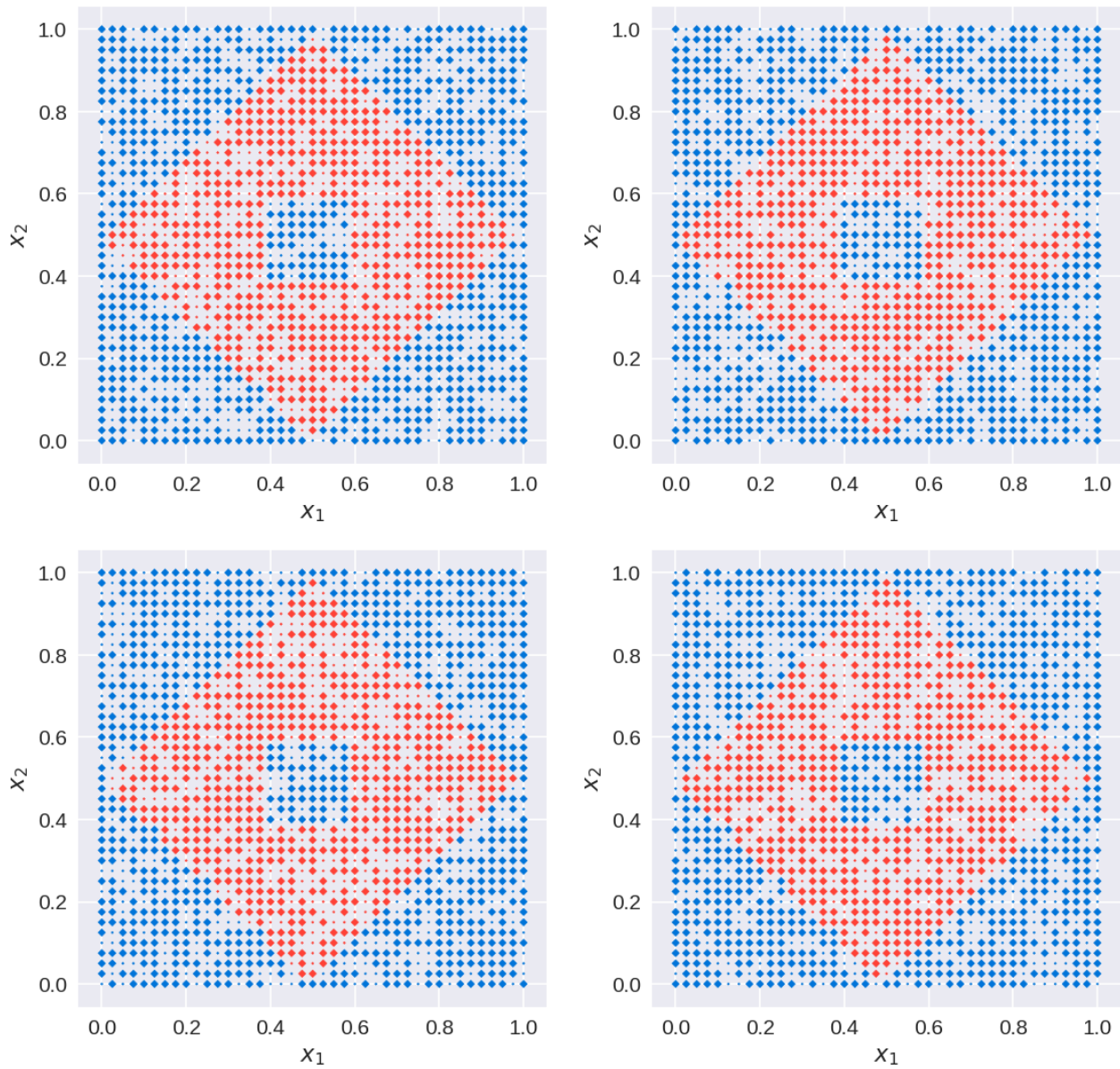


Рис. 4.5: K-fold кросс-валидация

## 5. Разбиение плоскости на $N$ классов

### 5.1. Задание 1

Разобьем прямоугольный участок плоскости с помощью отрезков прямых линий на 8 классов. На рис. 5.1a приведен графический эскиз полученного разбиения плоскости.

### 5.2. Задание 2

Сформируем матрицу входных значений  $P$  в диапазоне рассматриваемого прямоугольного участка плоскости и найдем для нее вектор-столбец  $T$ , значения которого отвечают за номер класса ( $1, \dots, 8$ ). На рис. 5.1b изображена сформированная выборка, причем разные классы отмечены разными цветами.

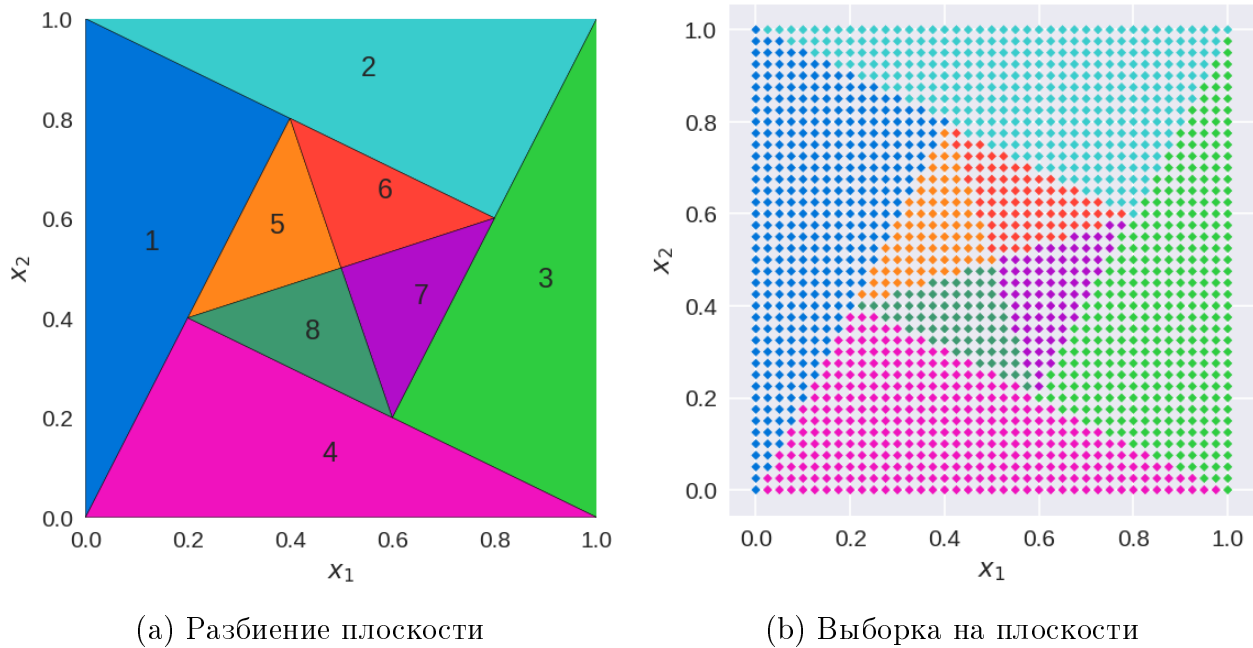


Рис. 5.1: Разбиение и выборка на плоскости

### 5.3. Задание 3

Искажем сформированную ранее выборку  $(P, T)$ , изменив значение 10% случайно выбранных строк  $T$  на случайные значения от 1 до 8, и будем интерпретировать эти данные, как ответ  $Y$  некоторого распознающего устройства (классификатора). На рис. 5.2 изображена полученная выборка  $(P, Y)$ .

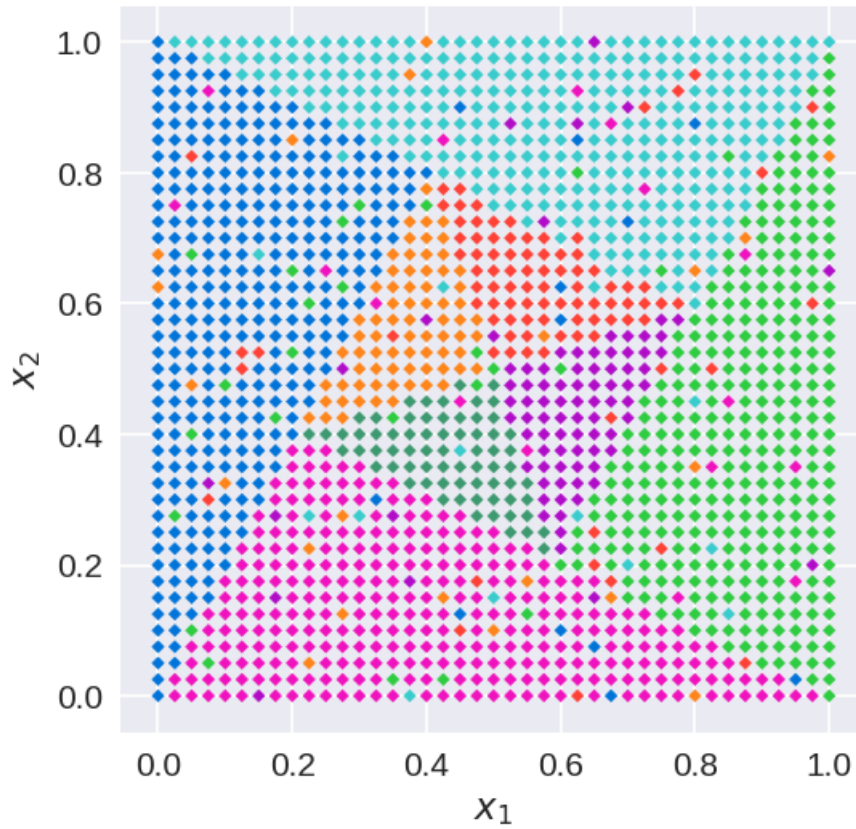


Рис. 5.2: Выборка, содержащая ошибки

На основании желаемых  $T$  и реальных  $Y$  ответов определим основные показатели качества распознавания. На рис. 5.3 изображена матрица неточностей.

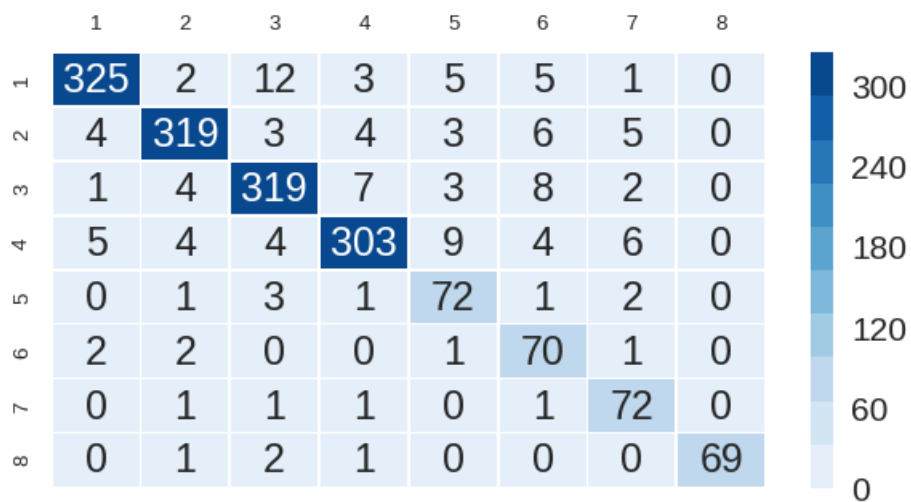


Рис. 5.3: Матрица неточностей

По значениям матрицы неточностей найдем другие характеристики классификации:

- Средняя вероятность ошибки: 0.08
- Средняя вероятность правильного распознавания: 0.92

В таблице 5.1 указаны значения ошибок первого и второго рода для каждого класса.

Ошибка\класс	1	2	3	4	5	6	7	8
1 род	0.04	0.05	0.08	0.06	0.29	0.36	0.24	0.00
2 род	0.09	0.08	0.08	0.11	0.11	0.09	0.06	0.06

Таблица 5.1: Ошибки первого и второго рода

## 6. Непрерывная функция одной переменной

### 6.1. Задание 1

Определим функцию одной переменной в интервале входных значений  $x \in [0, 1]$ , имеющую несколько экстремумов и колебания различной частоты. Функция изображена на рис. 6.1.

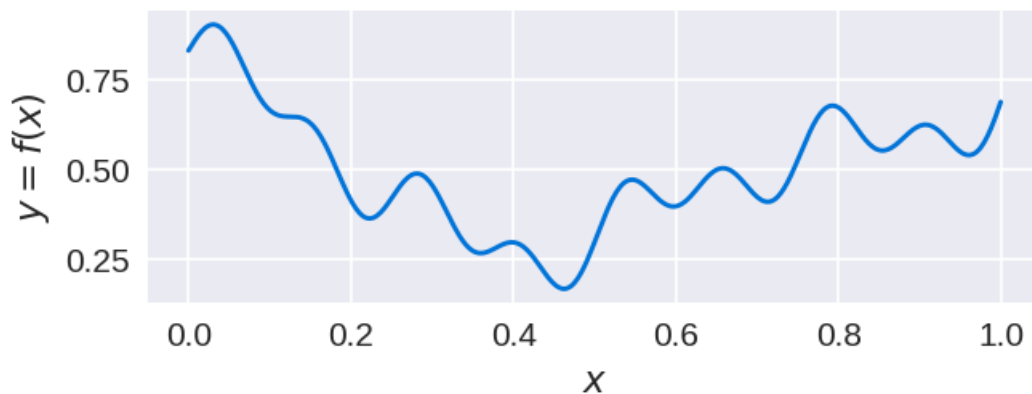


Рис. 6.1: Непрерывная функция

### 6.2. Задание 2

Сформируем множество входных значений  $P$  в диапазоне возможных значений функции и определим соответствующие значения  $T$ . Полученная выборка изображена на рис. 6.2.

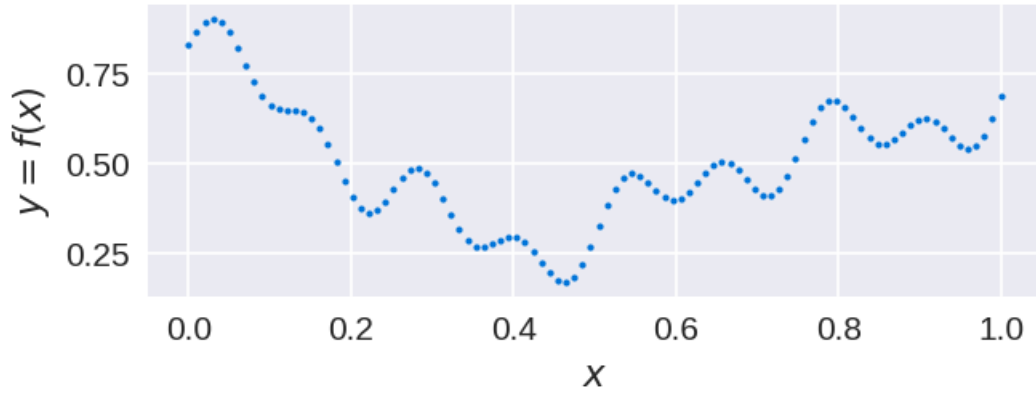


Рис. 6.2: Выборка значений непрерывной функции

### 6.3. Задание 3

Добавим к значениям  $T$  равномерный шум амплитуды, равной 10% от максимального значения. Будем интерпретировать полученный сигнал, как ответ  $Y$  некоторого распознающего устройства (нейронной сети).

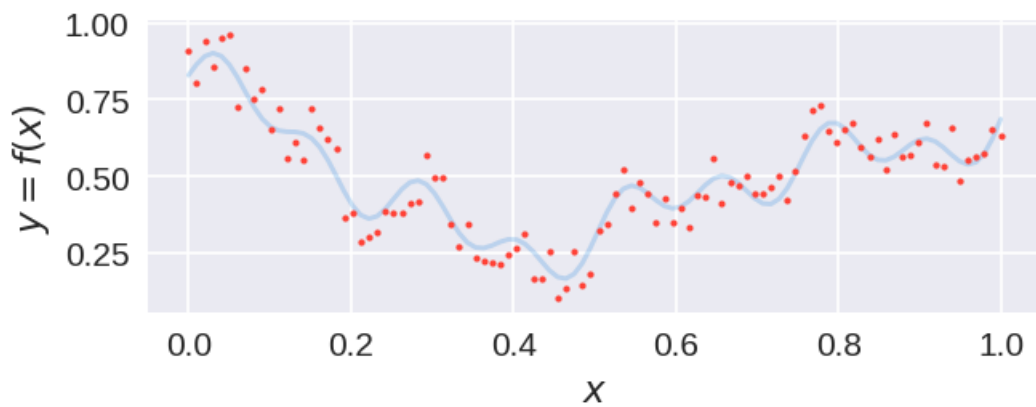


Рис. 6.3: Зашумленная непрерывная функция

На основании желаемых  $T$  и реальных  $Y$  ответов определим основные показатели качества распознавания:

- Средняя абсолютная ошибка: 0.0506
- Средняя относительная ошибка: 0.1276
- Максимальная по модулю ошибка: 0.0994

## 7. Линейная функция с памятью

### 7.1. Задание 1

Зададим линейную функцию с памятью:

$$y[n] = \sum_{i=0}^{h-1} x[n - i \cdot d] \cdot k_i,$$

где  $h$  – ширина окна,  $d$  – глубина задержек,  $k_i$  – коэффициенты.

Зададим коэффициенты:  $h = 8, d = 4$ ,

$k_i = [0.183, -0.826, 0.286, -0.927, 0.970, -0.571, -0.143, -0.375]$ .

### 7.2. Задание 2

Подадим несколько вариантов входных сигналов: гармонический, ступенчато изменяющийся и случайный. Сформированные входные (синим цветом) и выходные (красным цветом) сигналы изображены на рис. 7.1.

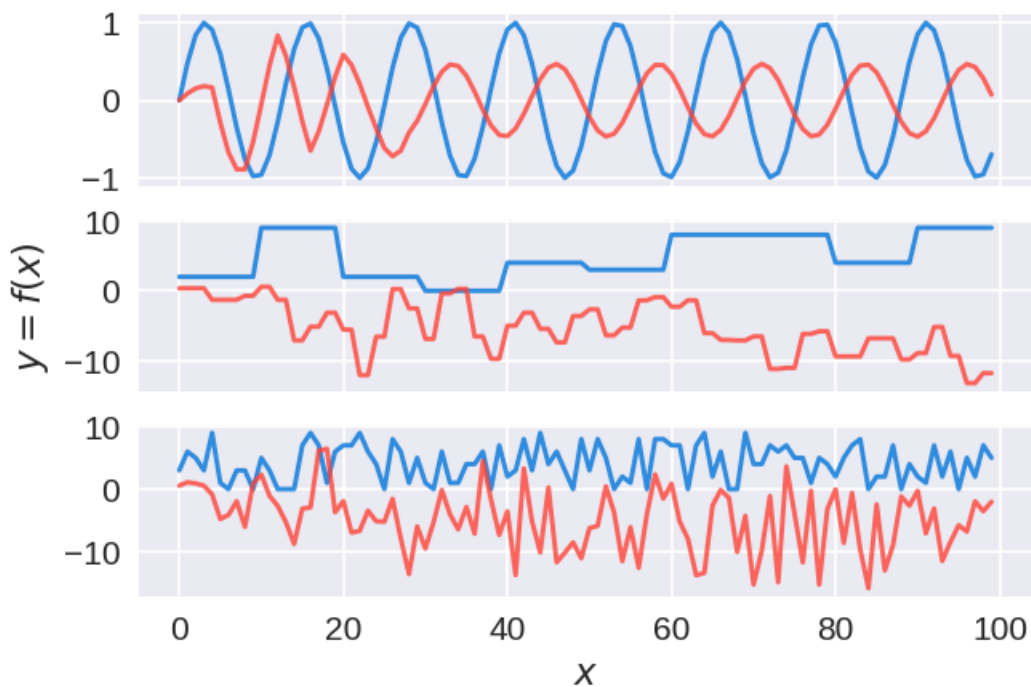


Рис. 7.1: Входной и выходной сигнал линейной функции с памятью

## 8. Нелинейная функция с памятью

### 8.1. Задание 1

Зададим нелинейную функцию с памятью:

$$y[n] = f(x[n], x[n-d], \dots, x[n-(h-1) \cdot d]),$$

где  $h$  – ширина окна,  $d$  – глубина задержек.

Зададим функцию:  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$ .

Зададим коэффициенты:  $h = 3, d = 2$ .

### 8.2. Задание 2

Подадим несколько вариантов входных сигналов: гармонический, ступенчато изменяющийся и случайный. Сформированные входные (синим цветом) и выходные (красным цветом) сигналы изображены на рис. 8.1.

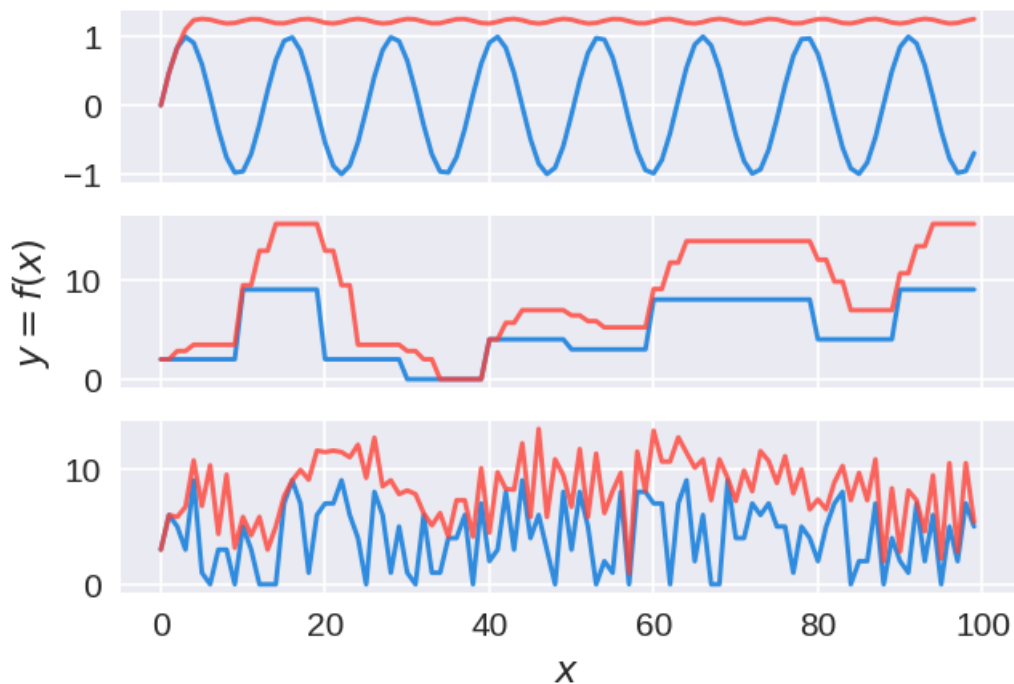


Рис. 8.1: Входной и выходной сигнал нелинейной функции с памятью

## 9. Линейное разностное уравнение

### 9.1. Задание 1

Зададим линейное разностное уравнение

$$y[n] = (z_1 + z_2) \cdot y[n - 1] - z_1 \cdot z_2 \cdot y[n - 2] + k_1 \cdot X[n] + k_2 \cdot X[n - 1]$$

где  $z_1, z_2, k_1, k_2$  – некоторые коэффициенты.

Зададим коэффициенты:  $z_1 = 0.5, z_2 = -0.5, k_1 = 0.25, k_2 = 0.5$ .

### 9.2. Задание 2

Подадим несколько вариантов входных сигналов: гармонический, ступенчато изменяющийся и случайный. Сформированные входные (синим цветом) и выходные (красным цветом) сигналы изображены на рис. 9.1.

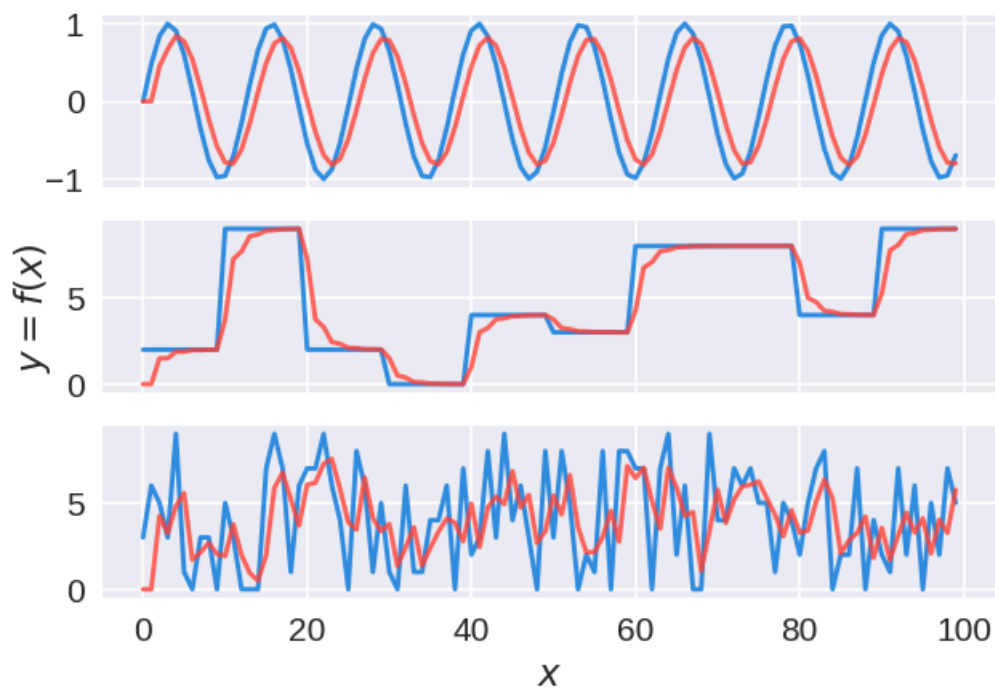


Рис. 9.1: Входной и выходной сигнал линейного разностного уравнения



## 10. Многомерные образы

### 10.1. Задание 1

Для задачи классификации будем использовать набор, встроенный в библиотеку **scikit** для языка программирования Python. Набор включает в себя 1797 черно-белых изображений рукописных цифр (то есть 10 классов) размером  $8 \times 8$  пикселей.

### 10.2. Задание 2

На рис 10.1 изображены примеры образов каждого класса.

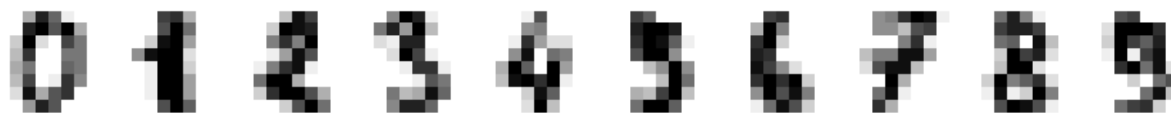


Рис. 10.1: Примеры образов каждого класса

На рис. 10.2 изображены примеры образов, зашумленных с разной степенью интенсивности относительно исходных.



Рис. 10.2: Зашумленные образы каждого класса

На рис 10.3 изображены примеры образов, имеющих геометрические искажения (поворот на различный угол).

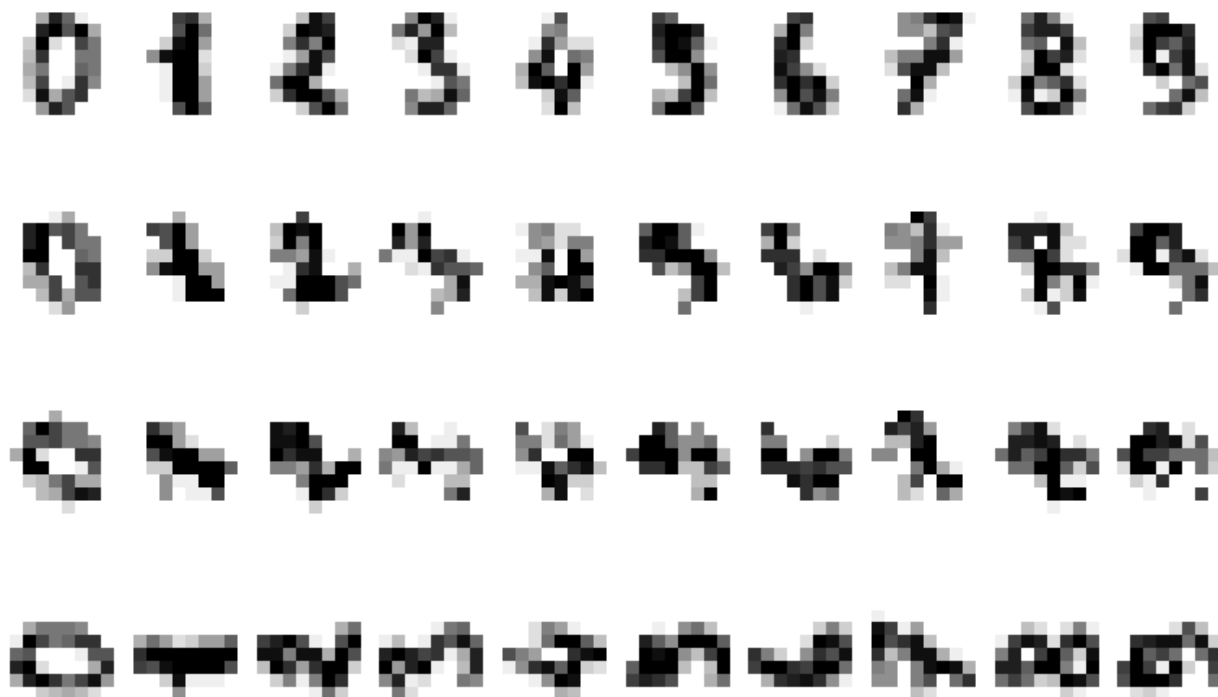


Рис. 10.3: Повороты на различный угол образов каждого класса

На рис 10.4 изображены образы, являющиеся некоторой частью от исходных.



Рис. 10.4: Примеры искаженных образов каждого класса