

**Санкт-Петербургский Политехнический Университет
Петра Великого**

Институт компьютерных наук и технологий

Кафедра компьютерных систем и программных технологий

**ОТЧЕТ
по расчетному заданию**

**«Идентификация сообщений, передаваемых по зашумленному каналу связи.»
Теория вероятностей и математическая статистика**

Работу выполнил студент

группа 23501/4 Дьячков В.В.

Преподаватель

_____ к.т.н., доц. Никитин К.В.

Санкт-Петербург
2017

1 Техническое задание

По каналу связи передаются буквы $[x_1; x_2; \dots; x_n]$ в двоичном коде. Последовательность переданных букв образует сообщение. Канал симметричный, вероятность искажения каждого отдельного символа (бита) равна q . В результате однократной передачи сообщения $X = [x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}]$ на приемной стороне принято сообщение $Y = [y_1^{(1)}, y_1^{(2)}, \dots, y_1^{(k)}]$. В результате повторной передачи того же слова на приемной стороне принято слово $Y = [y_2^{(1)}, y_2^{(2)}, \dots, y_2^{(k)}]$. В результате последней (m -й) передачи того же слова на приемной стороне принято слово $Y = [y_m^{(1)}, y_m^{(2)}, \dots, y_m^{(k)}]$.

2 Исходные данные

- Число букв: $n = 222$
- Разрядность кода: 7 бит
- Шум: $q = 0.168$
- Число посылок: $m = 18$

3 Используемые формулы

Формула Байеса для расчета апостериорных вероятностей:

$$p(x_i/y_j) = \frac{p(y_j) \cdot p(x_i)}{p(y_j)} \quad (3.1)$$

Условная вероятность приема y_j при условии, что было послано x_i :

$$p(y_j/x_i) = p^{k-t} \cdot q^t, \quad (3.2)$$

где k - общее количество разрядов, t - количество разрядов, в которых произошла ошибка.

Вероятность приема y_j :

$$p(y_j) = \sum_k p(y_j/x_k) \cdot p(x_k) \quad (3.3)$$

Энтропия ансамбля $x_i \in X$ при получении сообщения $y_j \in Y$:

$$H(X/y_j) = - \sum_{i=1}^n p(x_i/y_j) \cdot \log_2 p(x_i/y_j) \quad (3.4)$$

Совместная энтропия двух ансамблей X и Y :

$$H(X/Y) = - \sum_{j=1}^n p(y_j) \cdot H(X/y_j) \quad (3.5)$$

Среднее количество информации об X , полученное в сообщении y_j :

$$I(X : y_j) = - \sum_{i=1}^n p(x_i/y_j) \cdot \log_2 p(x_i) - H(X/y_j) \quad (3.6)$$

Средняя взаимная информация, содержащаяся в Y об X или в X об Y :

$$I(X : Y) = -H(X) - H(X/Y) \quad (3.7)$$

4 Последовательная передача одинаковых сообщений

4.1 Определение переданного сообщения

4.1.1 Все символы равновероятны

Априорное распределение вероятностей исходных букв алфавита было задано равновероятным:

$$p(x) = \frac{1}{n} = \frac{1}{222} \approx 0.0115 \quad (4.1)$$

Для вычисления апостериорной вероятности после каждого сообщения для каждой буквы сообщения использовались формулы 3.1, 3.2 и 3.3.

Были построены графики изменения апостериорного распределения вероятностей на примере 7-ой буквы сообщения после каждой из 18 посылок (см. приложение 1).

По максимуму апостериорной вероятности были определены наиболее вероятные буквы и составлены варианты исходного переданного сообщения для каждой посылки:

1: 8:ЛДь9чимв 4зЕирТПиъдпПзо: _235_1е Т воаНН_пк вкАнпыпЯлдчт_заят пЯ геНоиб(вевЯчтаосие_уЗНититиса СирелЪаМрЗч1ТзаБо,гча. Ял!Л:тогЯ(ЯоПсебмеЯТ! проСииат6(хУикРммвкеи0Ко ззБа:и(и?ннеЯр.!А№Ч(рЯсяерн7х када_2!кА(изелаА 9дЗ.

2: А,ЛАбэЗинв ВаЕХр: _изЛдОоозЕ_235А5_ :ЛвоШНо_но виоНаАпАлл№т за!ет!по№теоии veto№тноТееЖИуЛНе-тиониса (иреллаЛТЗ:еТИаво,очаВ Ал:Л:тоДо(ооорееоТ: проре4ат!(-текОоовтеи.ио(зова:и(иеОоелЯт!!А-еЛрЯТяетнИх еада-ееА.та(изелаю,(тП,

3: !, Дь,чЛмв 4ауим, изшгтпз: _23Б85Зь, вЧаможно вкорпЯлчут еачет по№теорииверЯятнойтеЖМуЛЗеЫитиса (имикла рЕяЦсзавовича. Азя ,тоДо потртертегс: пробе4ать)хти птмвтеиФие зРдпчи к(суелЯть!2-ШЛрЯсчегн7х оадания. Я(саелаю ,дП.

4: гЕ Д!ячЛов Вауим, ил(Ытпз: _23585_!, вЧамжжно влоро полу№т(зачет по теории(вероятностеК уЛПекЩтина Кириллa рЯяХсиавовича, АляЛ,тоДо потреитетг: протеч4ат6(хти птостейшие задачи и сселАть!2-3ЛраТчегн7х завания. а саелаю.(тПВ

5: г, ДьячЛов 4ауим, из гтпз: 23Б81_6, воаможно вкоро получу зачет по теориииЮероятнойтеК у Пикитина)имилЯа ряяславовича. Для ,того потребуеся прогешать хти простейшие задачи и(сделЯть 2-3 расчетных задания. Я(саелаю ,гП!

6: Я, ДьячЛов Вауим, _из гтпз: _23581_6, воаножно слоро!полу№у зачет по теории(ЮероятнойтеК у Никитина Кириллa ряяславовичаВ Для _этого потребуеся проиешать эти птостейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. а саелаю этП!

7: Я, Дьячков Вадим, _из групзы 23581_4, воаможно скоро полу№у зачет по теории Юероятнойтей у Никитина Кириллa Вячеславовича. Для _этого потребуеся пробешать эти прПстейшие задачи и сделЯть 2-3 расчетных задания. а саелаю эгП!

8: Я, Дьячтов Вадим, _из групз: А3581_4, возмжжно слоро полу№у зачет по теории вероятностей у Никитина Кириллa Вяяславовича. Аля _этого аотребуеоя прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. а саелаю это!

9: Я, Дьячтов Вадим, из групп: 23581_4, возможно скоро получу зачет по теории верЯятностей у Никитина Кириллa Вяяславовича. Для этого потребуеся прорешать эти прПстейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я саелаю это!

10: Я, Дьячтов Вадим, из групп: А3501_4, возможно скоро полу№у зачет по теории вероятностей у Никитина Кириллa Вяяславовича. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать!2-3 расчетных задания. Я саелаю это!

11: Я, Дьячтов Вадим, из групп: 23501_4, возможно скорЯ получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кириллa Вяяславовича. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

12: Я, Дьячтов Вадим, из групп: 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кириллa Вяяславовича. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я саелаю это!

13: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кириллa Вяяславовича. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

14: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кириллa Вяяславовича. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

15: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кириллa Вяяславовича. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

16: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кириллa Вяяславовича. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

17: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кириллa Вяяславовича. Для этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

18: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кириллa Вяяславовича. Для этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

Из полученных результатов видно, что только после 10 посылки исходное сообщение было распознано достаточно хорошо.

4.1.2 Вероятности букв задаются исходя из частоты встречаения

В данном случае априорное распределение вероятностей исходных букв алфавита было задано исходя из частоты встречаения в русском языке. Начальное распределение вероят-

ностей стало выглядеть следующим образом:

p('0') = 0.0115,	p('Е') = 0.0307,	p('У') = 0.0110,	p('в') = 0.0159,	p('р') = 0.0210,	p('я') = 0.0084,
p('1') = 0.0115,	p('Ё') = 0.0005,	p('Ф') = 0.0015,	p('г') = 0.0053,	p('с') = 0.0207,	p('.)' = 0.0115,
p('2') = 0.0115,	p('Ж') = 0.0030,	p('Х') = 0.0035,	p('д') = 0.0097,	p('т') = 0.0239,	p(','') = 0.0115,
p('3') = 0.0115,	p('З') = 0.0069,	p('Ц') = 0.0020,	p('е') = 0.0307,	p('у') = 0.0110,	p('!'') = 0.0115,
p('4') = 0.0115,	p('И') = 0.0283,	p('Ч') = 0.0048,	p('ё') = 0.0005,	p('ф') = 0.0015,	p(':'') = 0.0115,
p('5') = 0.0115,	p('Й') = 0.0050,	p('Ш') = 0.0029,	p('ж') = 0.0030,	p('х') = 0.0035,	p('?'') = 0.0115,
p('6') = 0.0115,	p('К') = 0.0132,	p('Щ') = 0.0019,	p('з') = 0.0069,	p('ц') = 0.0020,	p('-'') = 0.0115,
p('7') = 0.0115,	p('Л') = 0.0164,	p('Ъ') = 0.0072,	p('и') = 0.0283,	p('ч') = 0.0048,	p('_'') = 0.0115,
p('8') = 0.0115,	p('М') = 0.0125,	p('Ы') = 0.0080,	p('й') = 0.0050,	p('ш') = 0.0029,	p('№'') = 0.0115,
p('9') = 0.0115,	p('Н') = 0.0241,	p('Ь') = 0.0002,	p('к') = 0.0132,	p('щ') = 0.0019,	p('()'') = 0.0115,
p('А') = 0.0328,	p('О') = 0.0352,	p('Э') = 0.0006,	p('л') = 0.0164,	p('ъ') = 0.0072,	p(')'') = 0.0115,
p('Б') = 0.0057,	p('П') = 0.0127,	p('Ю') = 0.0039,	p('м') = 0.0125,	p('ы') = 0.0080,	p(' '') = 0.0115,
p('В') = 0.0159,	p('Р') = 0.0210,	p('Я') = 0.0084,	p('н') = 0.0241,	p('ь') = 0.0002,	
p('Г') = 0.0053,	p('С') = 0.0207,	p('а') = 0.0328,	p('о') = 0.0352,	p('э') = 0.0006,	
p('Д') = 0.0097,	p('Т') = 0.0239,	p('б') = 0.0057,	p('п') = 0.0127,	p('ю') = 0.0039,	

Аналогичным образом были построены графики изменения апостериорного распределения вероятностей на примере 7-ой буквы сообщения после каждой из 18 посылок (см. приложение 2).

По максимуму апостериорной вероятности были определены наиболее вероятные буквы и составлены варианты исходного переданного сообщения для каждой посылки:

1: 8:ЛДь,чимв 4зЕирТПизьдпПзо: 235_1е Т воаНН_пк вкаНпыпЯлдчт_заяит пЯ геНоиб(вевЯчтаосиее_уЗНититиса СирелБаМрЗч1ТзаБо,тча. Ял!Л:тогЯ(ЯоПсебмеЯТ! проСииятб(хУикРммвкеи0Ко зЗБа:и(и?ннелЯр. А№Ч(рЯсьерн7х када_2!кА(изелаА_дЗ.

2: А:ЛАбэЗинв ВаЕХр:_изЛдОоозЕ_275А9? :ЛвоШНо_но виоНаАпАлл№т за:ет по№теоиии вето№тноТЕеЖИулНе-тиониса)иреллаЛТЗ:еТИаво,очаВ Ал!Л:тоДо ооорееоетТ: проре4ат!)-текОоовтеи.ио зова:и неОоелЯт! А-елПрЯТяетнИх еада-ееА.та)изелаю_тП.

3: !, Дь,чЛмв 4ауим, изшгттпз:_23Б85Зь, вЧаможно вкорппЯлучт еачет по№георииверЯятнойтеЖМуЛЗЕЫитиса (имикла рЕяЦсзавовича. Азя ,тоДо потрертегс: пробе4ать)хти птмвтеиФие зРдпчи к(суелЯть 2-ШЛрЯсчелтн7х оадания. Я(саелаю_дП.

4: гЕ ДячЛов Вауим: ил Ытпз:_23585_6, вЧамжжно влоро полу№т зачет по теории вероятностеК уЛПекЩтина Кирилла раяХсиавовича. АляЛ,тоДо потреитетс: протед4ат6)хти птостейшие задачи и сселАть 2-3ЛрАГчетн7х завания. а саелаю_тПВ

5: г, ДьячЛов 4ауим, из гттпз: 23Б81_6, воаможно вкоро получу зачет по теориииЮероятнойтеК у Пикитина)имилйа ряяслаовица. Для ,того потребуеся прогешать хти простейшие задачи и(сделАть 2-3 расчетных задания. Я(саелаю_гП!

6: Я, ДьячЛов Вауим,_из гттпз:_23581_6, воажно слоро полу№у зачет по теории ЮероятнойтеК у Никитина Кирилл ряяслаовичаВ Для_этого потребуеся проиешать эти птостейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. а саелаю этП!

7: Я, Дьячков Вадим,_из группз 23581_4, воаможно скоро полу№у зачет по теории Юероятнойтей у Никитина Кирилл Вячеслаовица. Для_этого потребуеся пробешать эти прПстейшие задачи и сделАть 2-3 расчетных задания. а саелаю згП!

8: Я, Дьячтов Вадим,_из группз: А3581_4, возмжжно слоро полу№у зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилл Вяяслаовица. Аля этого аотребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. а саелаю это!

9: Я, Дьячтов Вадим, из группз: 23581_4, возможно скоро получу зачет по теории верЯятностей у Никитина Кирилл бячеслаовица. Для этого потребуеся прорешать эти прПстейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я саелаю это!

10: Я, Дьячтов Вадим, из группз: А3501_4, возможно скоро полу№у зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилл Вяяслаовица. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я саелаю это!

11: Я, Дьячтов Вадим, из группз: 23501_4, возможно скорЯ получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилл Вячеслаовица. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

12: Я, Дьячтов Вадим, из группз: 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилл Вячеслаовица. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я саелаю это!

13: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилл Вячеслаовица. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

14: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилл Вяяслаовица. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

15: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилл Вячеслаовица. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

16: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилл Вяяслаовица. Аля этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

17: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилл Вячеслаовица. Для этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

18: Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилл Вячеслаовица. Для этого потребуеся прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

Из результатов видно, что в ситуации, когда вероятности задаются исходя из частоты встречаения букв в русском языке, зашумленное сообщение было распознано немного быстрее, причем существенное отличие наблюдается только после нескольких первых посылок.

4.2 Расчет энтропии и количества информации

Выберем в посылаемом сообщении произвольную букву под номером 7, далее все вычисления будут относиться к этой букве.

Для вычисления апостериорной вероятности после каждого сообщения для каждой буквы сообщения использовались формулы 3.1, 3.2 и 3.3.

По формулам 3.4 и 3.5 были вычислены условные энтропии на сообщения j_y и средняя условная энтропия $H(X/y)$ соответственно.

Равновероятные:
 $H(X|Y) = 0.86169$

Взвешенные вероятности:
 $H(X|Y) = 1.23544$

На рисунке 4.1 изображен график изменения условной энтропии $H(X/y_j)$ от номера посылки.

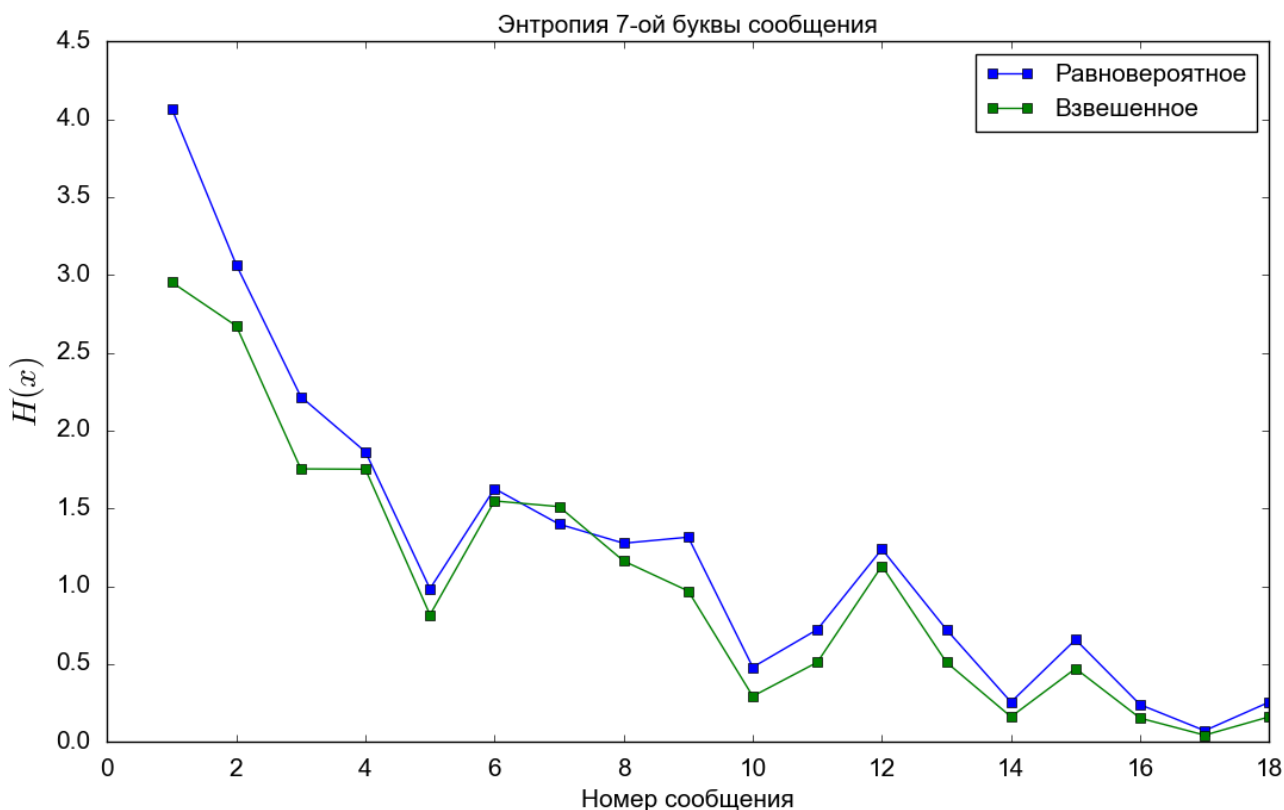


Рис. 4.1

По формулам 3.6 и 3.7 были определены среднее количество информации $I(X, y_j)$ об X , содержащееся в y_j и средняя взаимная информация $I(X, Y)$.

Равновероятные:
 $I(X|Y) = 5.58125$

Взвешенные вероятности:
 $I(X|Y) = 4.79441$

На рисунке 4.2 изображен график изменения количества информации $I(X, y_j)$ от номера посылки.

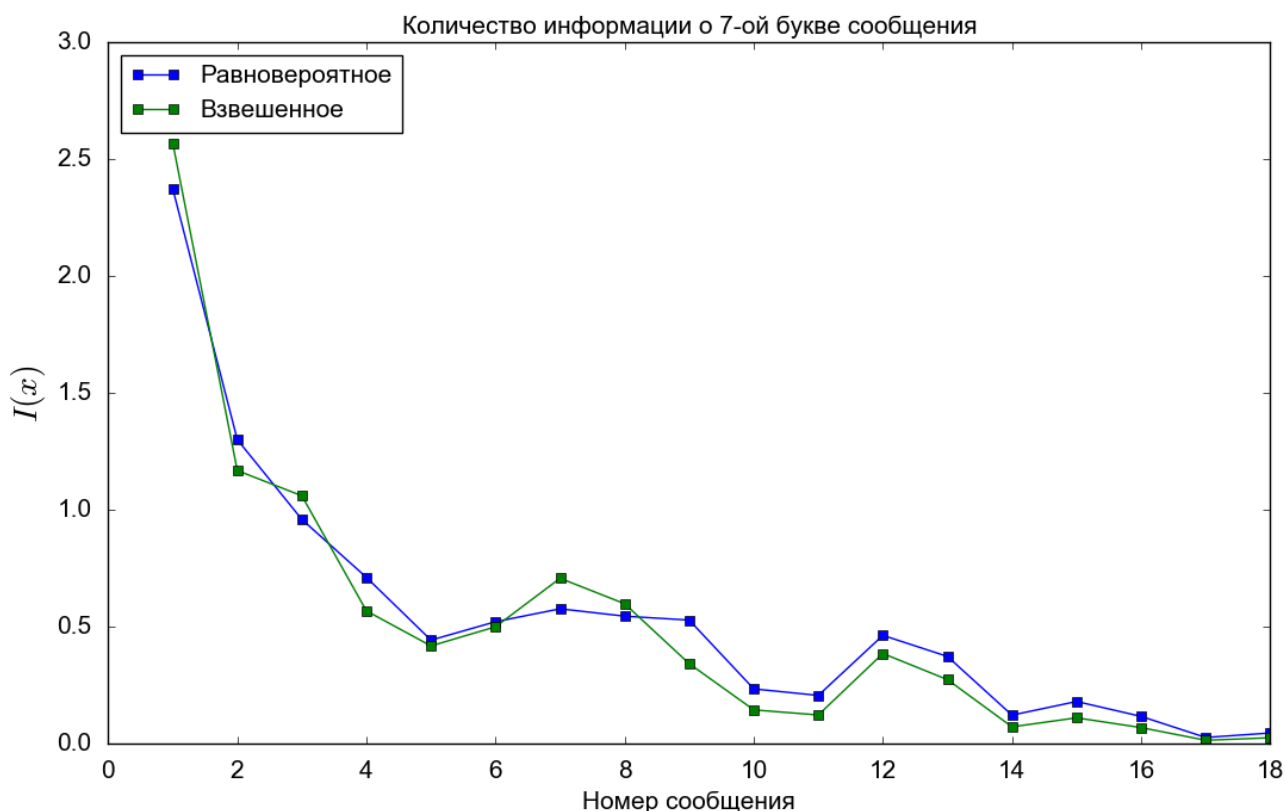


Рис. 4.2

5 Передача сообщения многократным дублированием

Рассмотрим m передач сообщений как передачу одного большого сообщения, в котором каждый символ многократно (m -кратно) дублируется. При этом новый алфавит по сути это m -кратное дублирование старого алфавита.

5.1 Определение переданного сообщения

5.1.1 Все символы равновероятны

Априорное распределение вероятностей исходных букв алфавита было задано равновероятным, так же как в пункте 4.1.1.

Для вычисления апостериорной вероятности для каждой буквы сообщения использовались формулы 3.1, 3.2 и 3.3.

По максимуму апостериорной вероятности были определены наиболее вероятные буквы и составлены варианты исходного переданного сообщения для каждой посылки:

Я, Дьячтов Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилла Вячеславовича. Для этого потребуется прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

На рисунке 5.1 изображен график изменения апостериорного распределения вероятностей на примере 7-ой буквы сообщения.

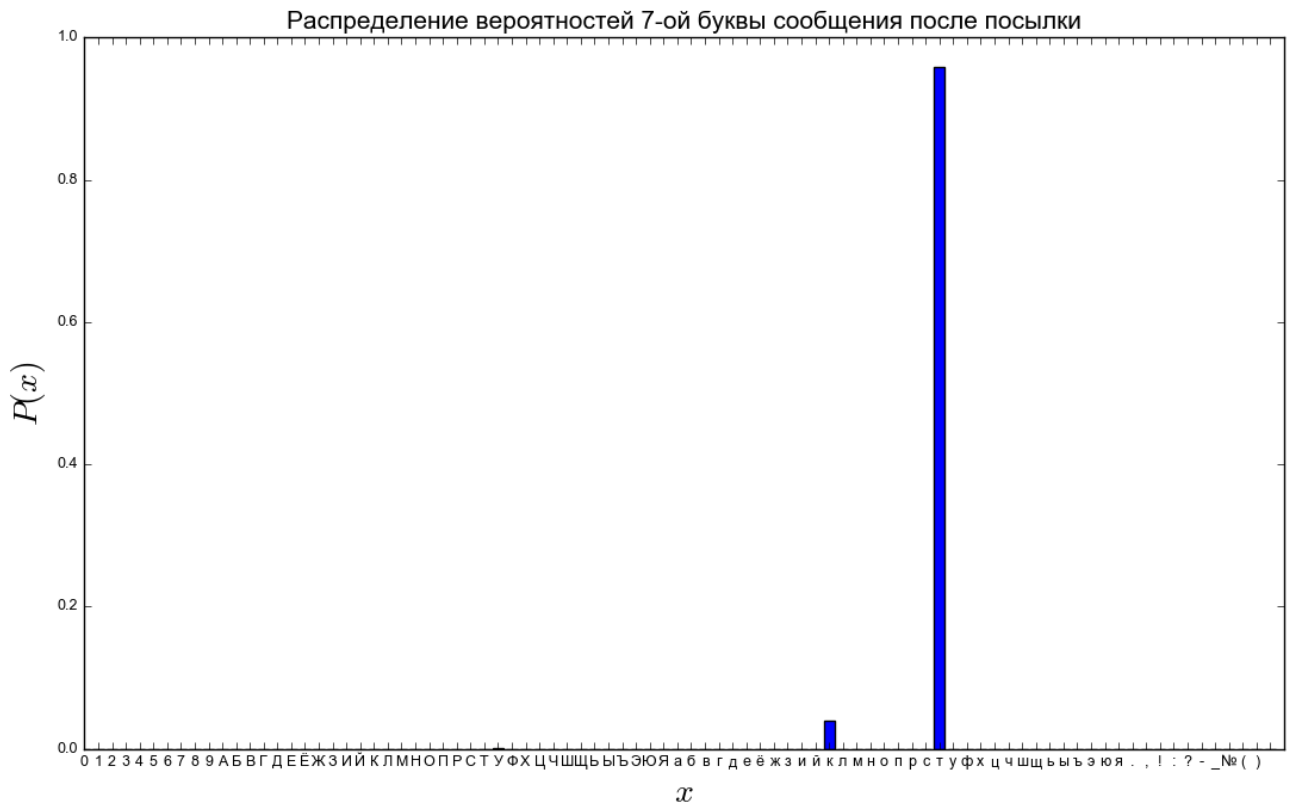


Рис. 5.1

5.1.2 Вероятности букв задаются исходя из частоты встречаения

В данном случае априорное распределение вероятностей исходных букв алфавита было задано исходя из частоты встречаения в русском языке, как в пункте 4.1.2.

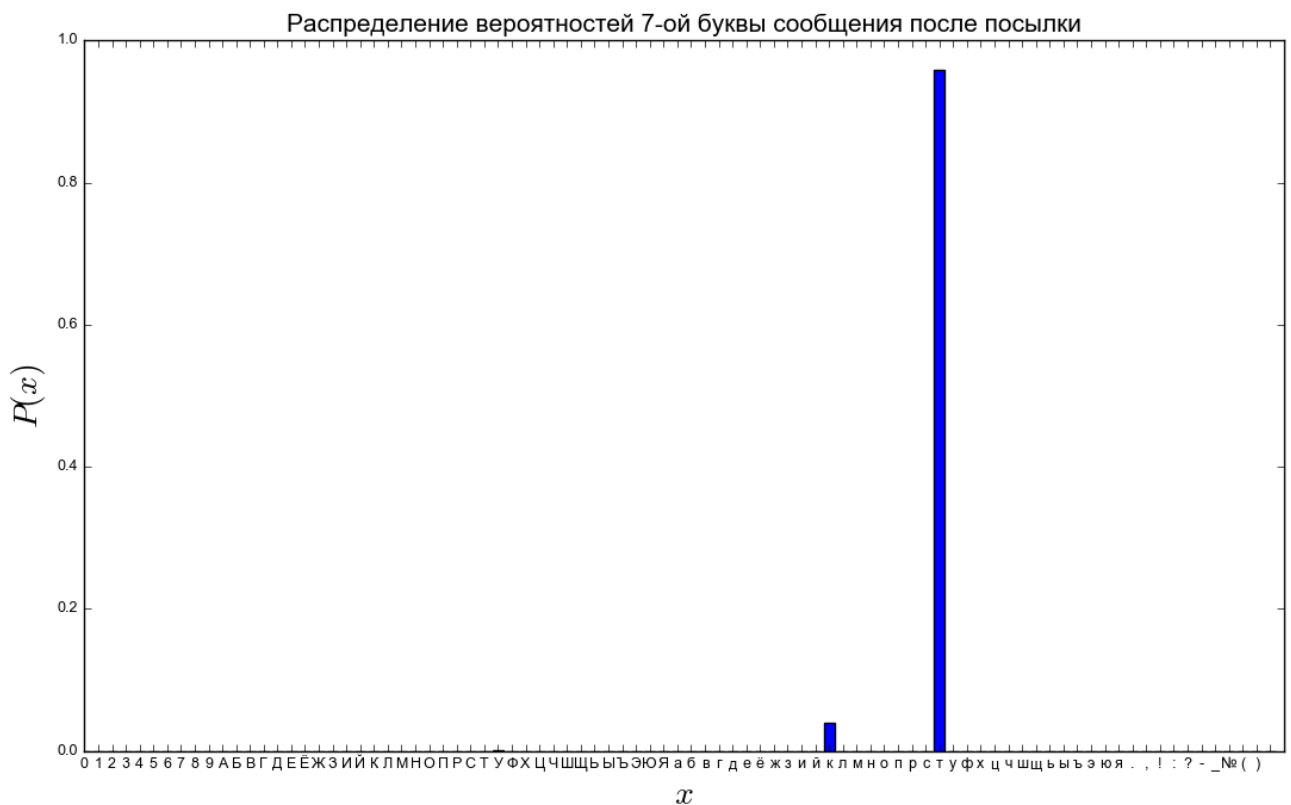


Рис. 5.2

На рисунке 5.2 изображен график изменения апостериорного распределения вероятностей на примере 7-ой буквы сообщения при задании априорных вероятностей исходя из частоты встречаемости букв в русском языке.

По максимуму апостериорной вероятности были определены наиболее вероятные буквы и составлены варианты исходного переданного сообщения для каждой посылки:

Я, Дьячков Вадим, из группы 23501_4, возможно скоро получу зачет по теории вероятностей у Никитина Кирилла Вячеславовича. Для этого потребуется прорешать эти простейшие задачи и сделать 2-3 расчетных задания. Я сделаю это!

В обоих случаях, когда априорные вероятности распределены равномерно и априорные вероятности были заданы в зависимости от частоты встречаемости в русском языке, конечные результаты оказались идентичны.

5.2 Расчет энтропии и количества информации

Выберем в посылаемом сообщении произвольную букву под номером 7, далее все вычисления будут относиться к этой букве.

Для вычисления апостериорной вероятности после каждого сообщения для каждой буквы сообщения использовались формулы 3.1, 3.2 и 3.3.

По формулам 3.4 и 3.5 были вычислены условные энтропии на сообщения j_y и средняя условная энтропия $H(X/y)$ соответственно.

$$\begin{aligned} \text{Равновероятные:} \\ H(X|y_7) &= 0.25627 \\ H(X|Y) &= 0.01639 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Взвешенные вероятности:} \\ H(X|y_7) &= 0.16181 \\ H(X|Y) &= 0.01845 \end{aligned}$$

По формулам 3.6 и 3.7 были вычислены среднее количество информации об X , полученное в сообщении y_j и средняя взаимная информация, содержащаяся в Y об X или в X об Y :

$$\begin{aligned} \text{Равновероятные:} \\ I(X : y_7) &= 6.18666 \\ I(X : Y) &= 6.42655 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Взвешенные вероятности:} \\ I(X : y_7) &= 5.24499 \\ I(X : Y) &= 6.01141 \end{aligned}$$

Из результатов видно, что значения энтропии и количества информации при последовательной передаче одинаковых сообщений и при передаче сообщения многократным дублированием оказались близки.

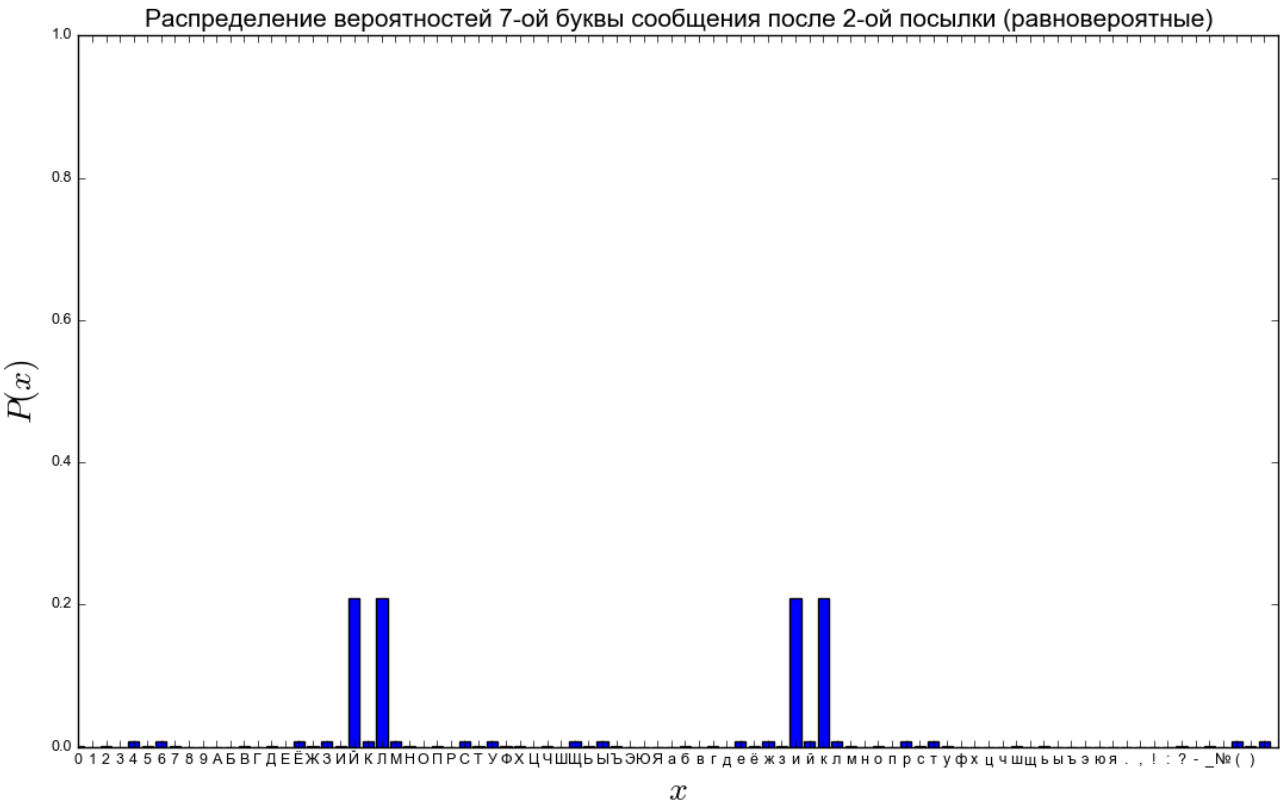
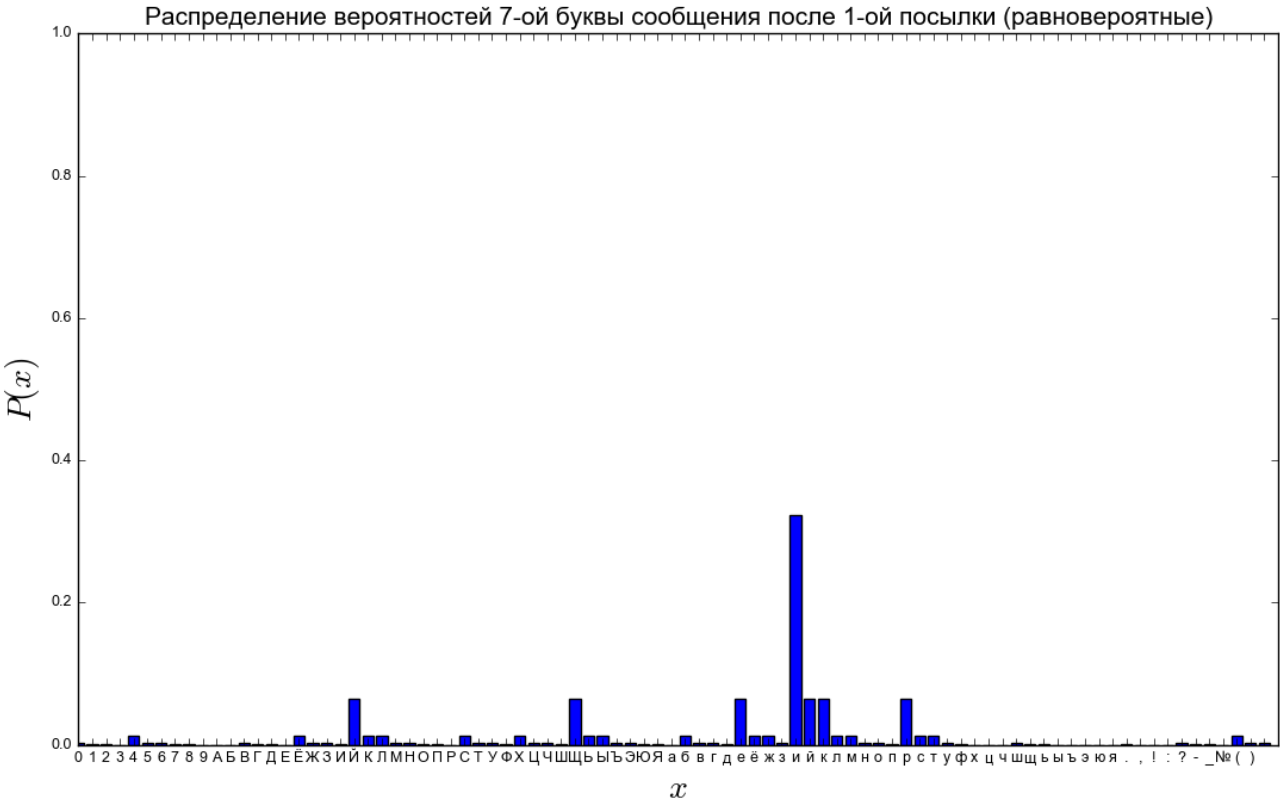
6 Выводы

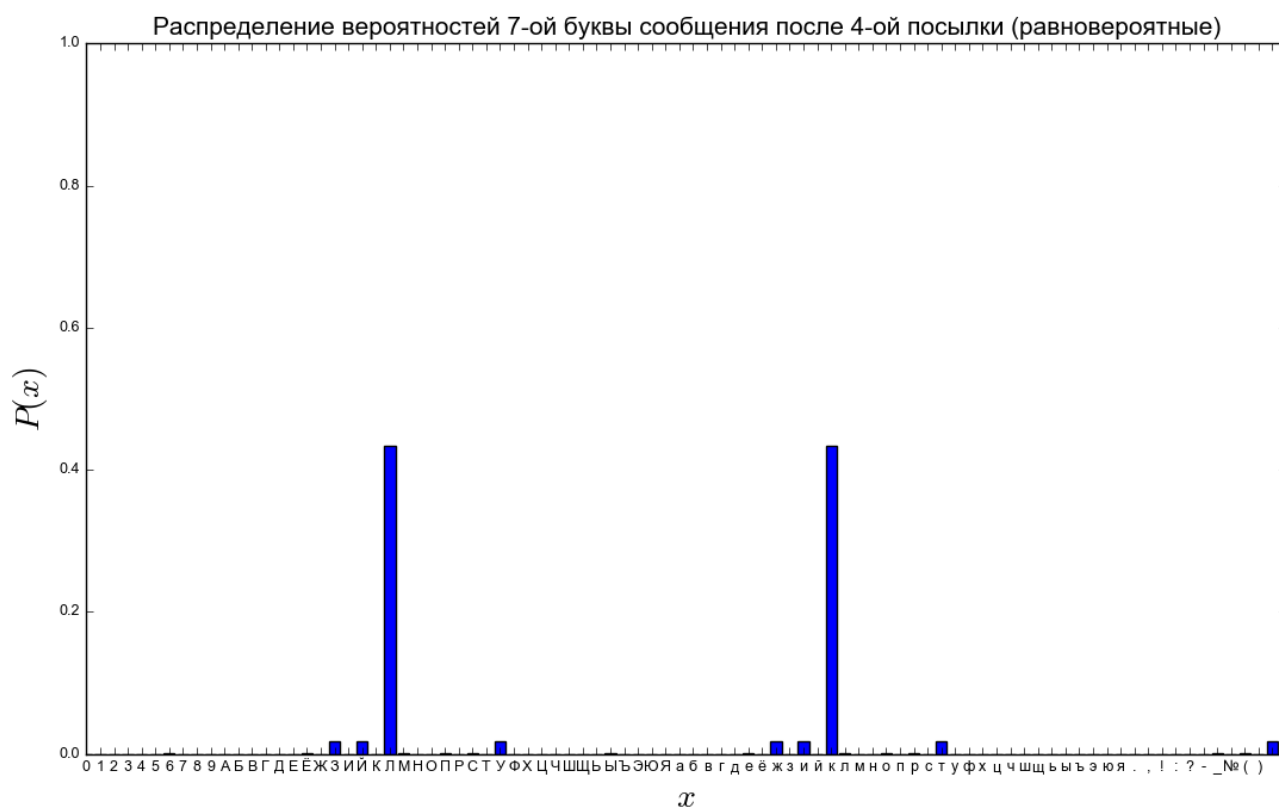
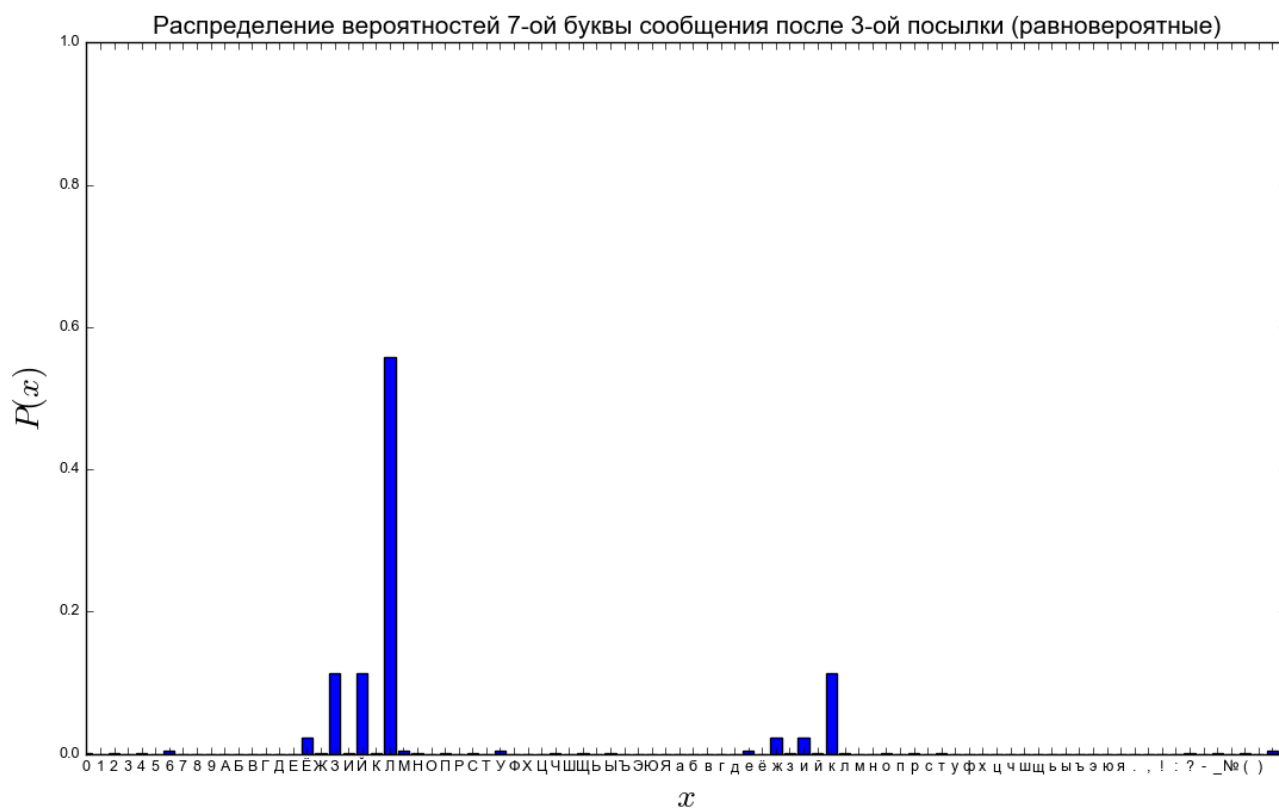
В процессе работы при помощи формулы Байеса было идентифицировано сообщение, передаваемое по зашумленному каналу связи. Передача была рассмотрена как последовательность одинаковых сообщений и как передача сообщения многократным дублированием. При этом были рассмотрены два варианта:

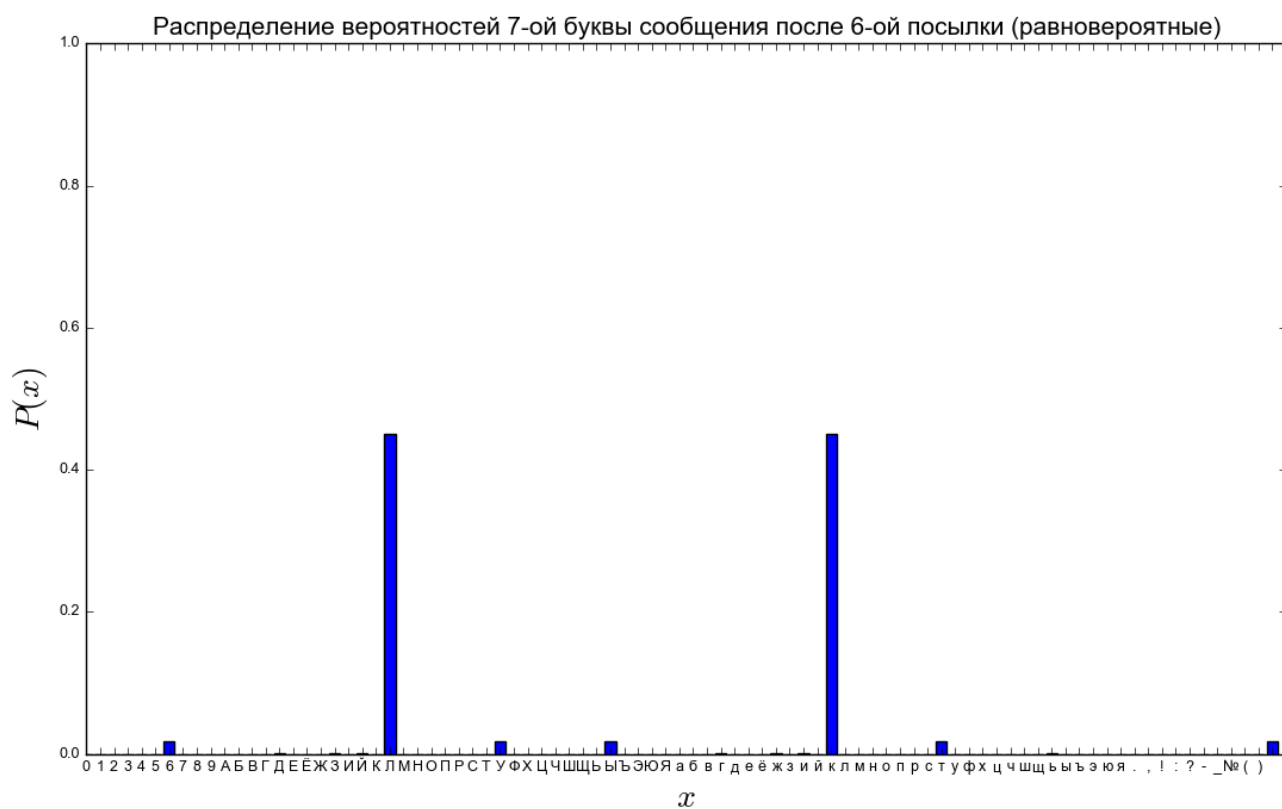
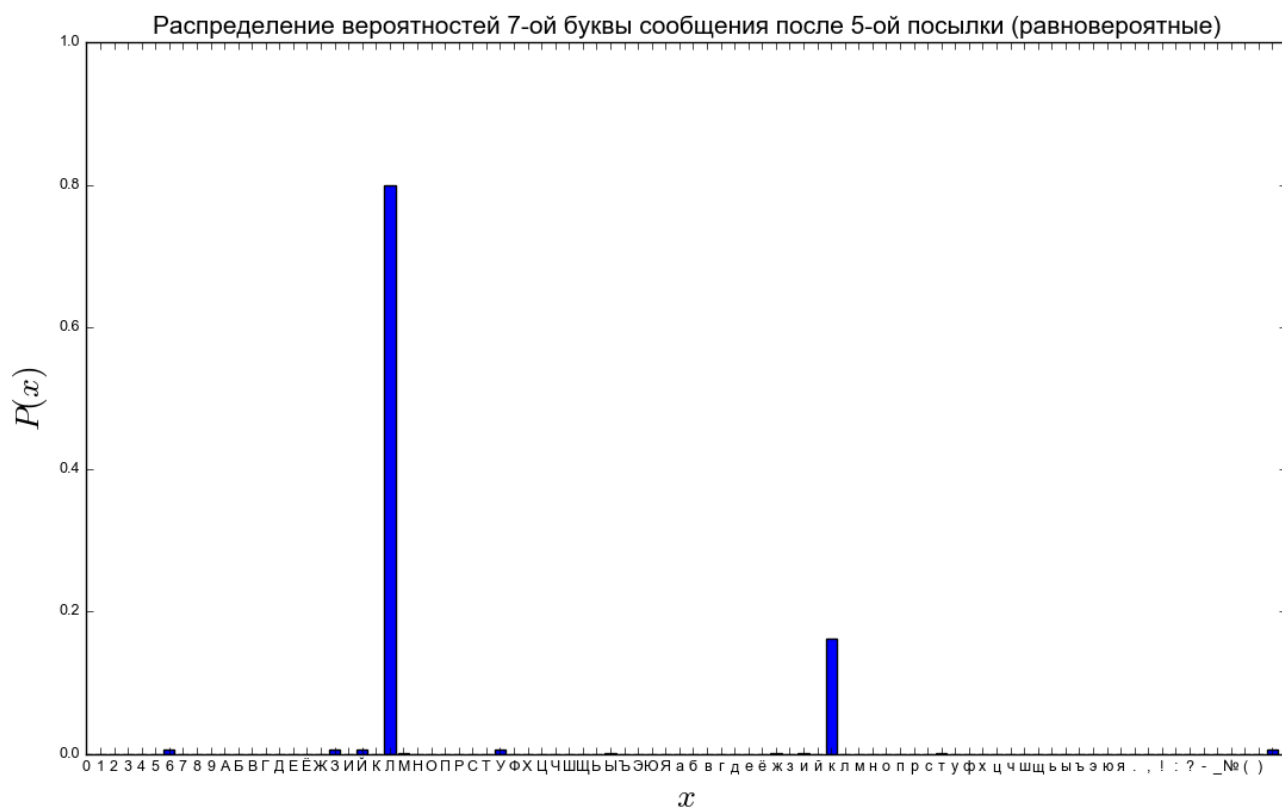
- все символы равновероятны;
- вероятности букв задаются исходя из частоты встречаемости.

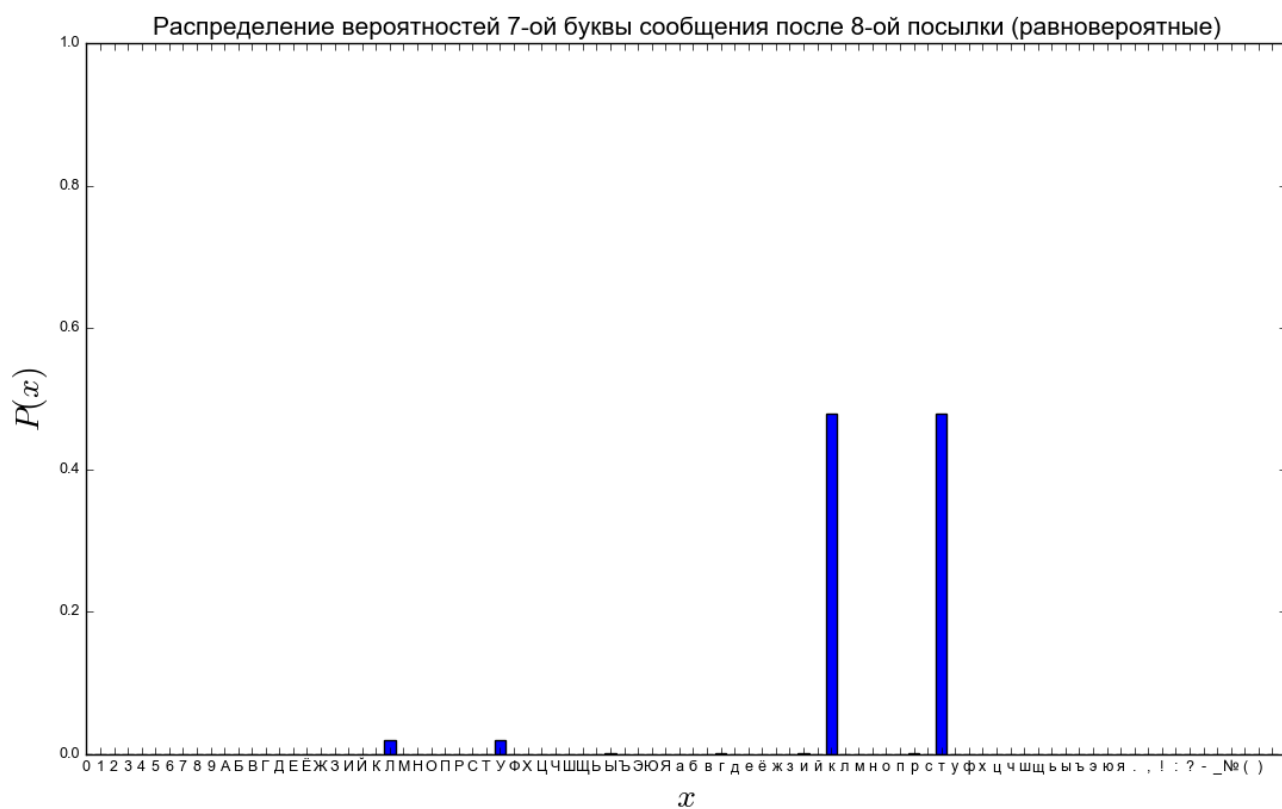
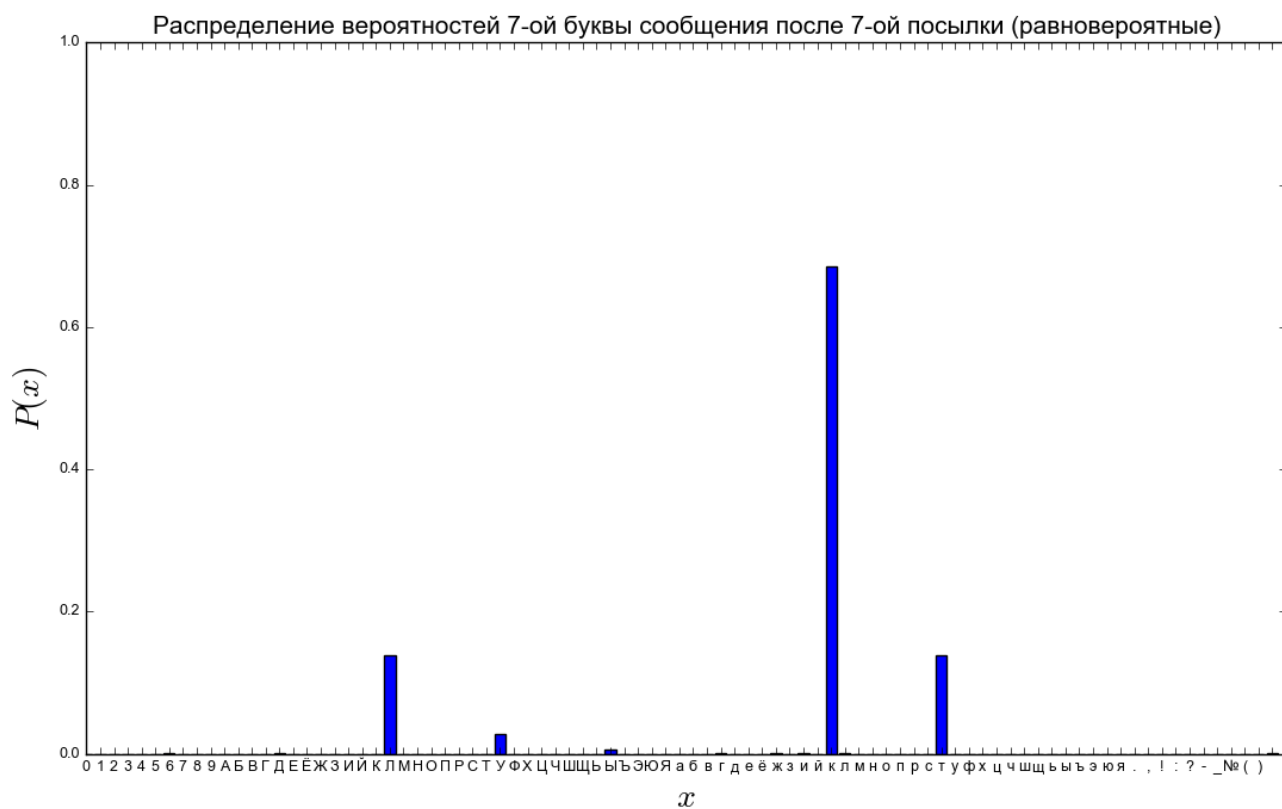
Для каждой посылки была найдена условная энтропия и количество информации, содержащееся в сообщении, а так же построены графики распределения вероятностей на примере одной из букв сообщения. Листинг программы приведен в приложении 3.

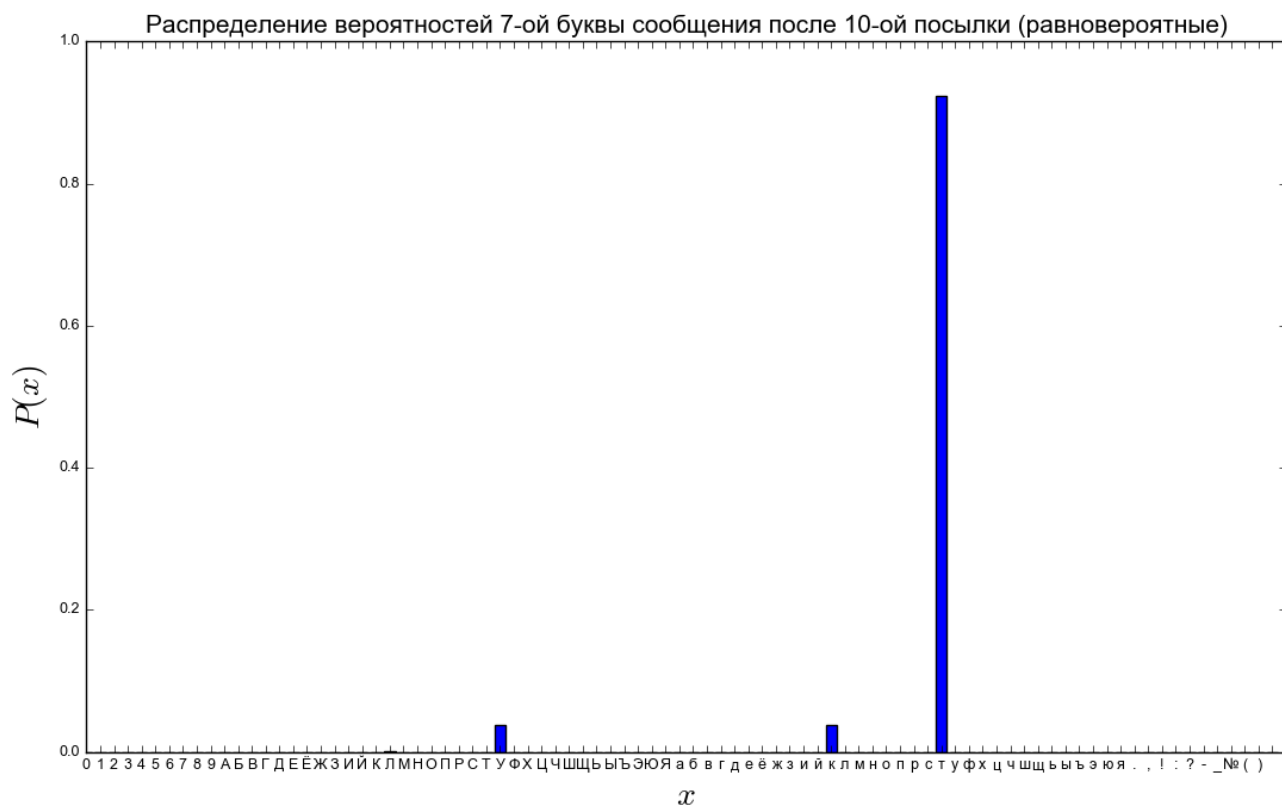
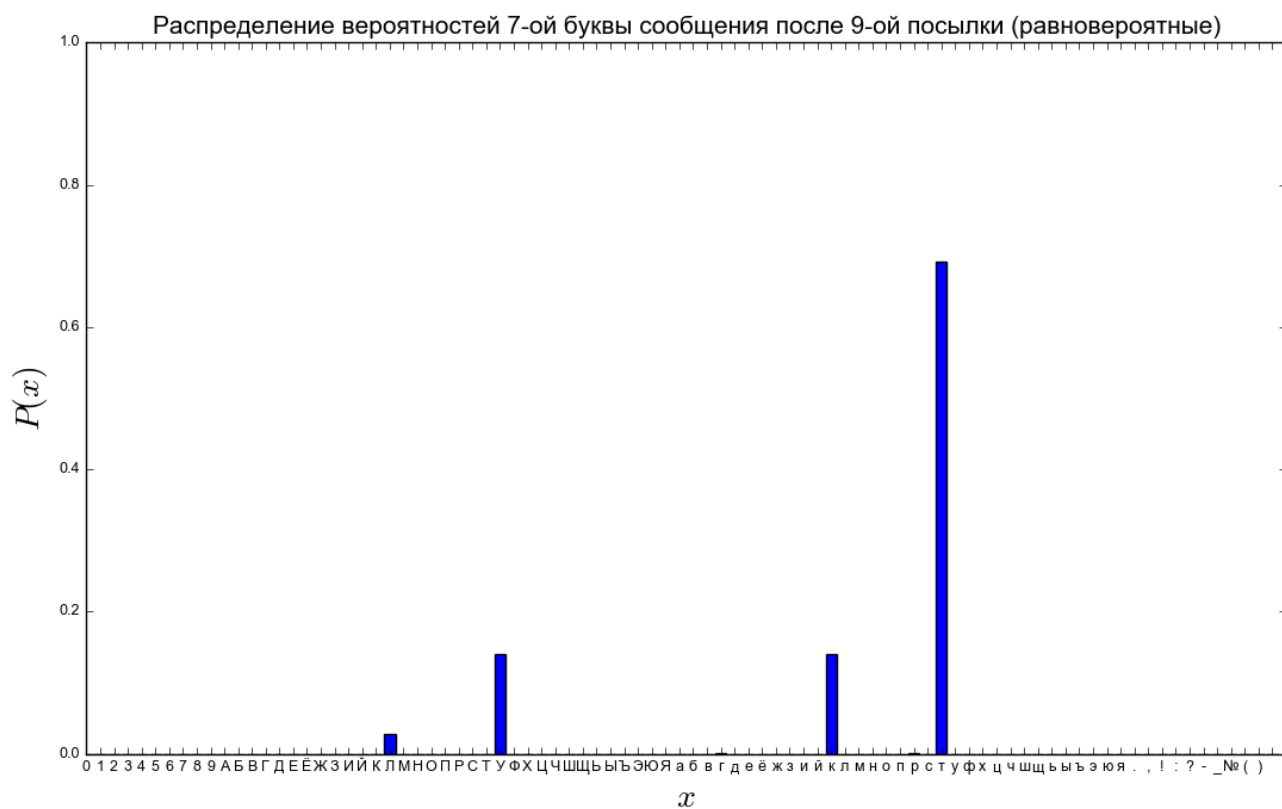
Приложение 1. Изменение распределения апостериорных вероятностей для равновероятных символов

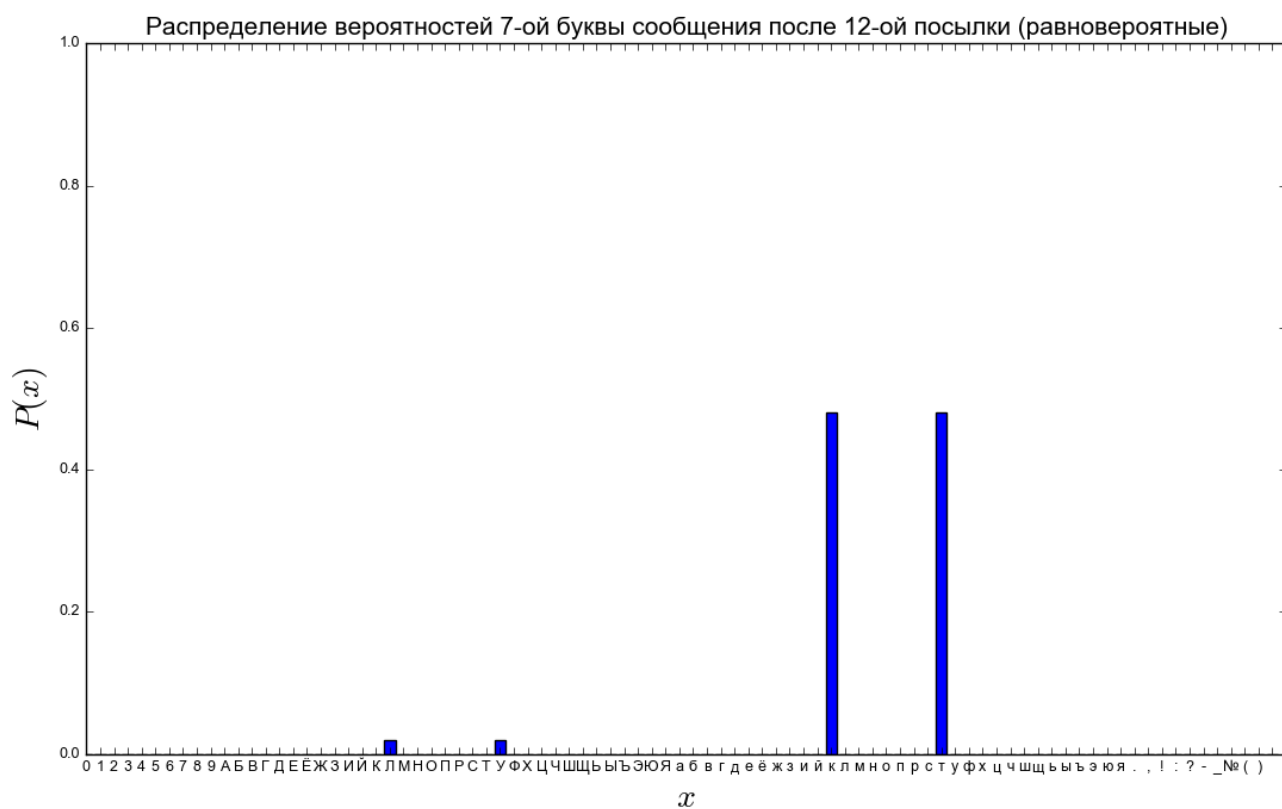
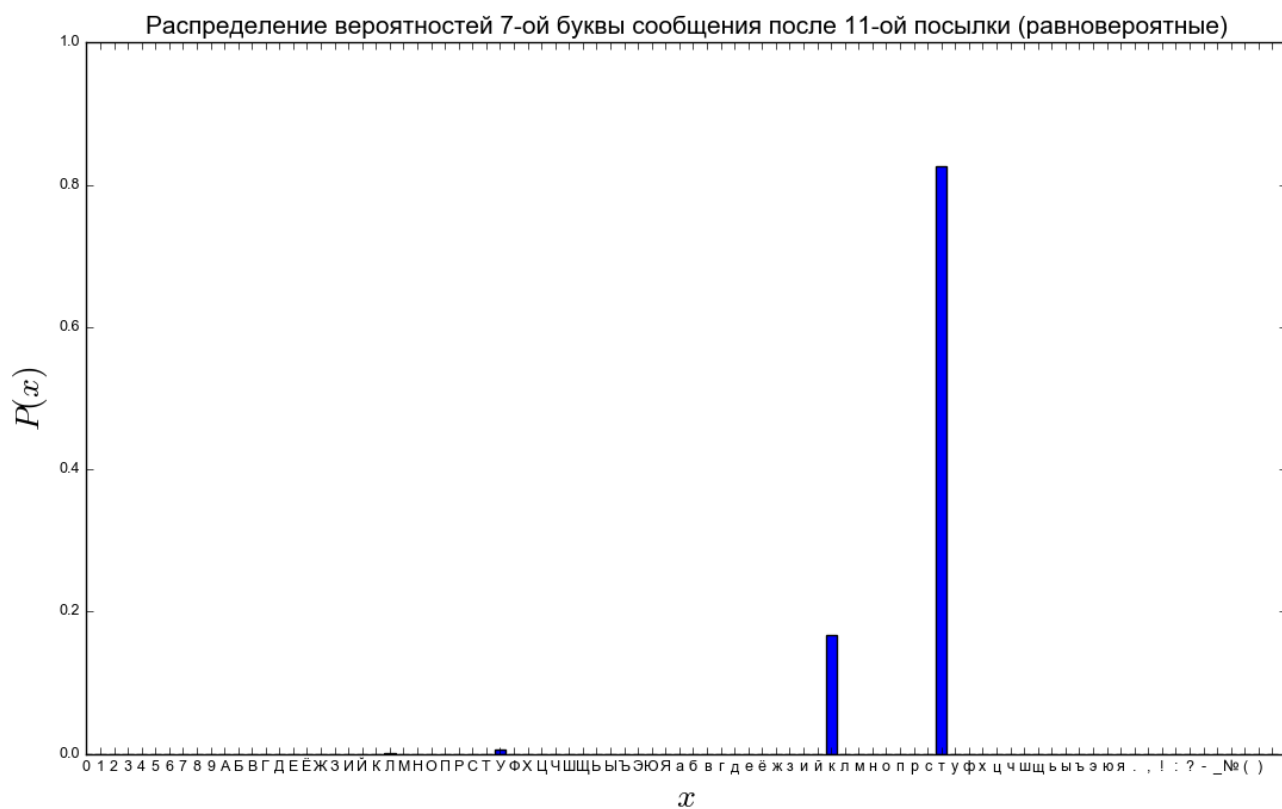


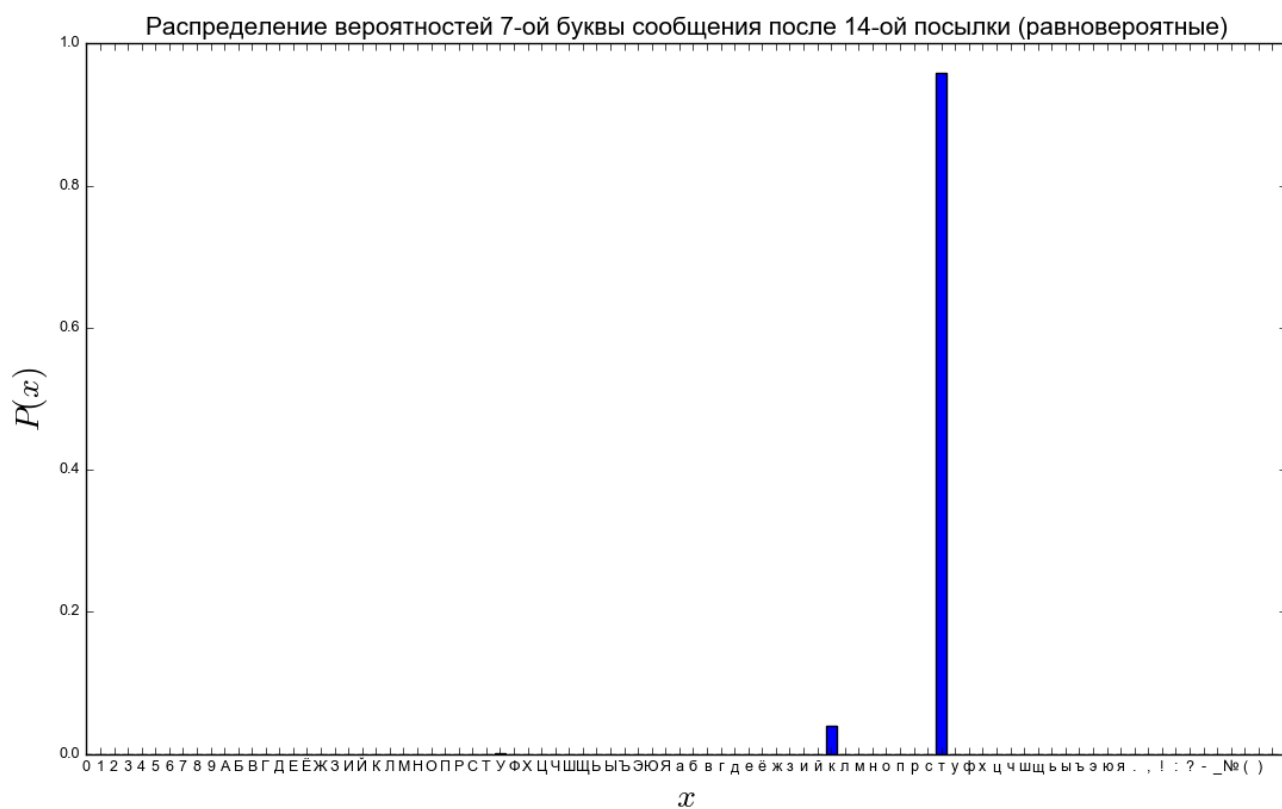
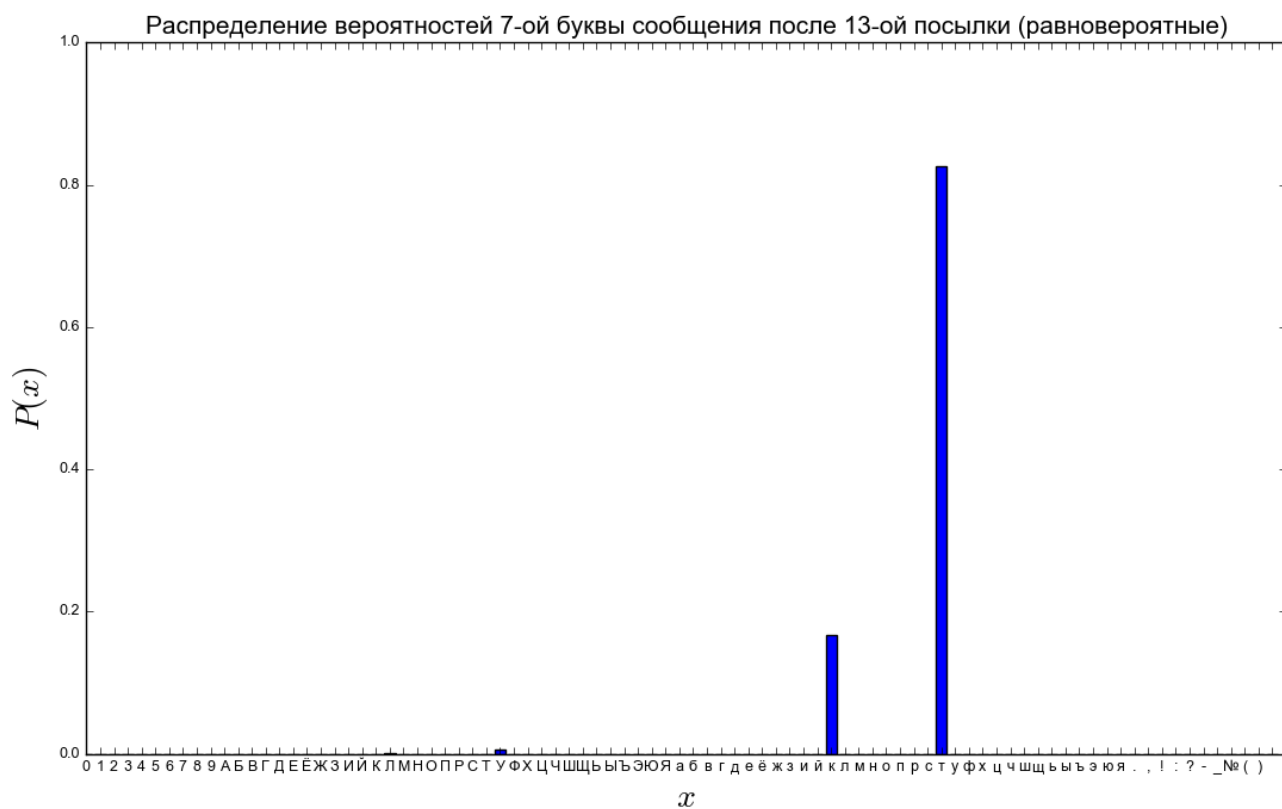


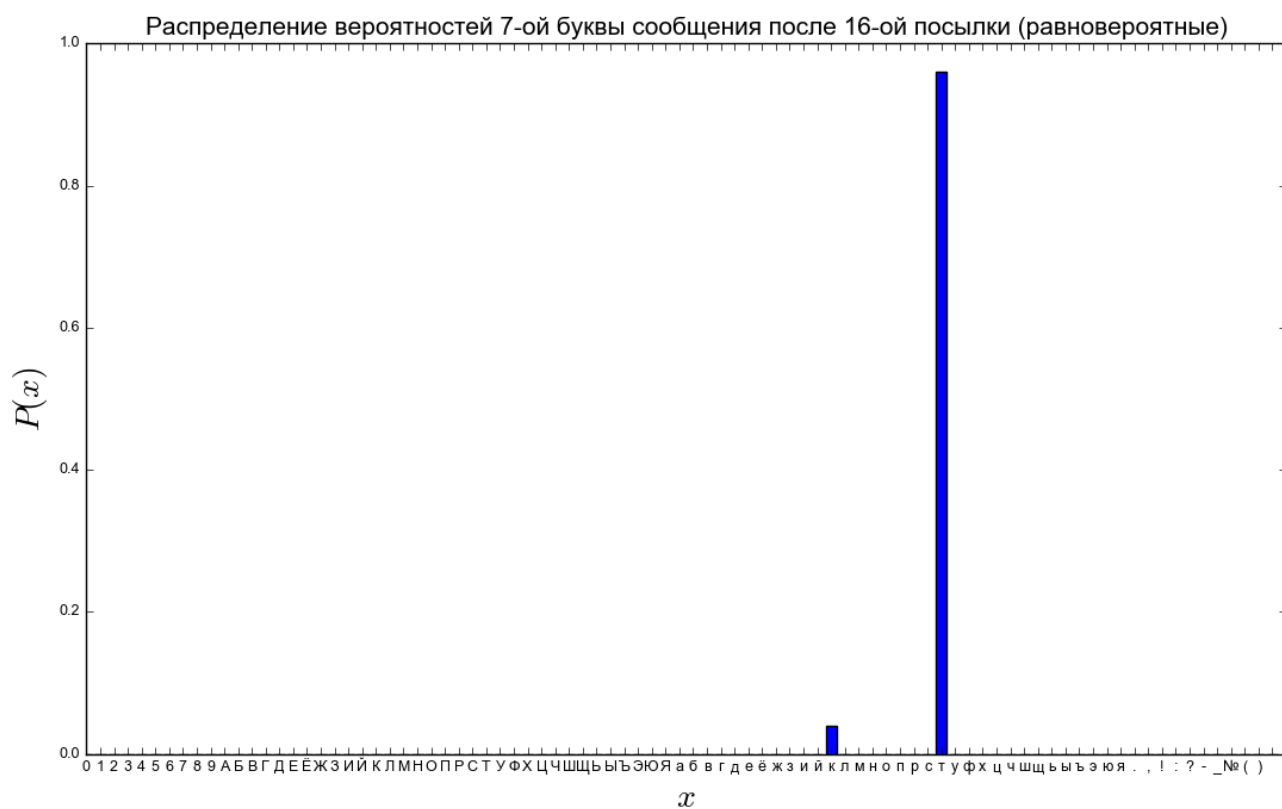
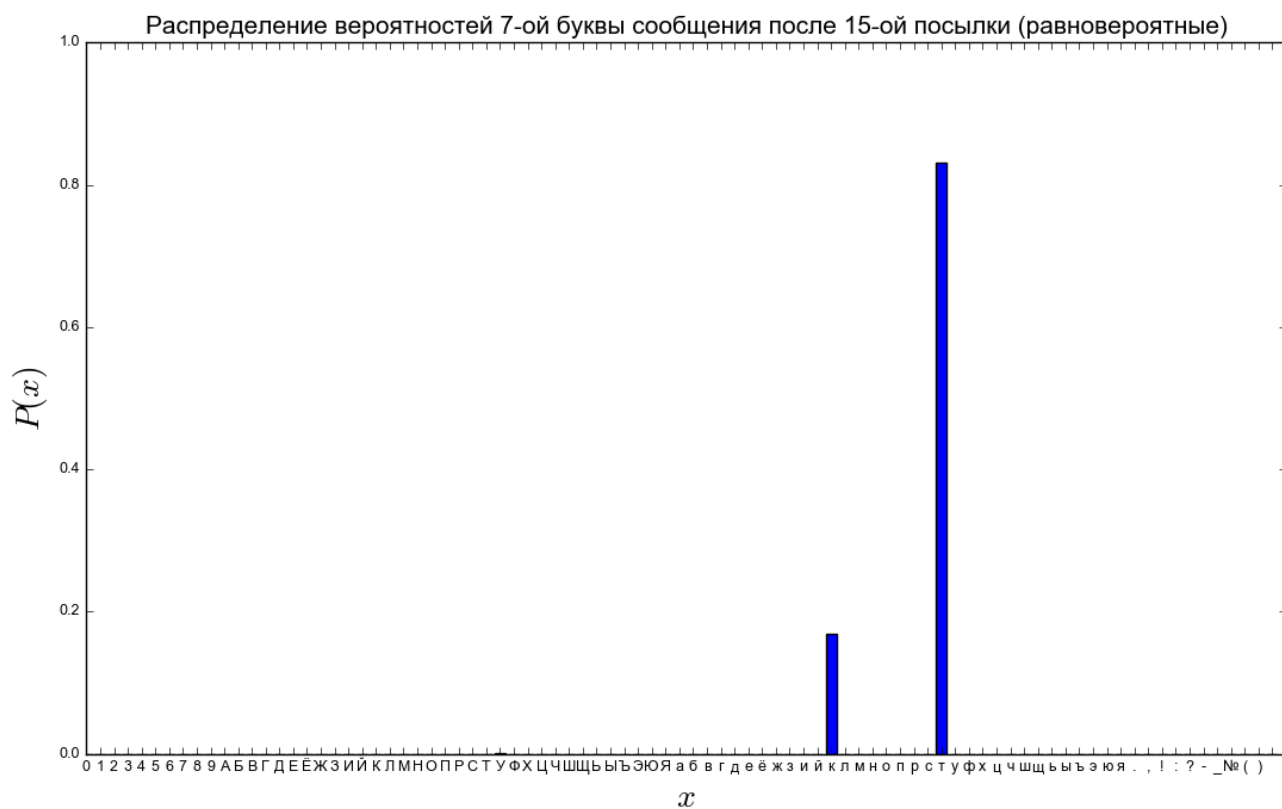


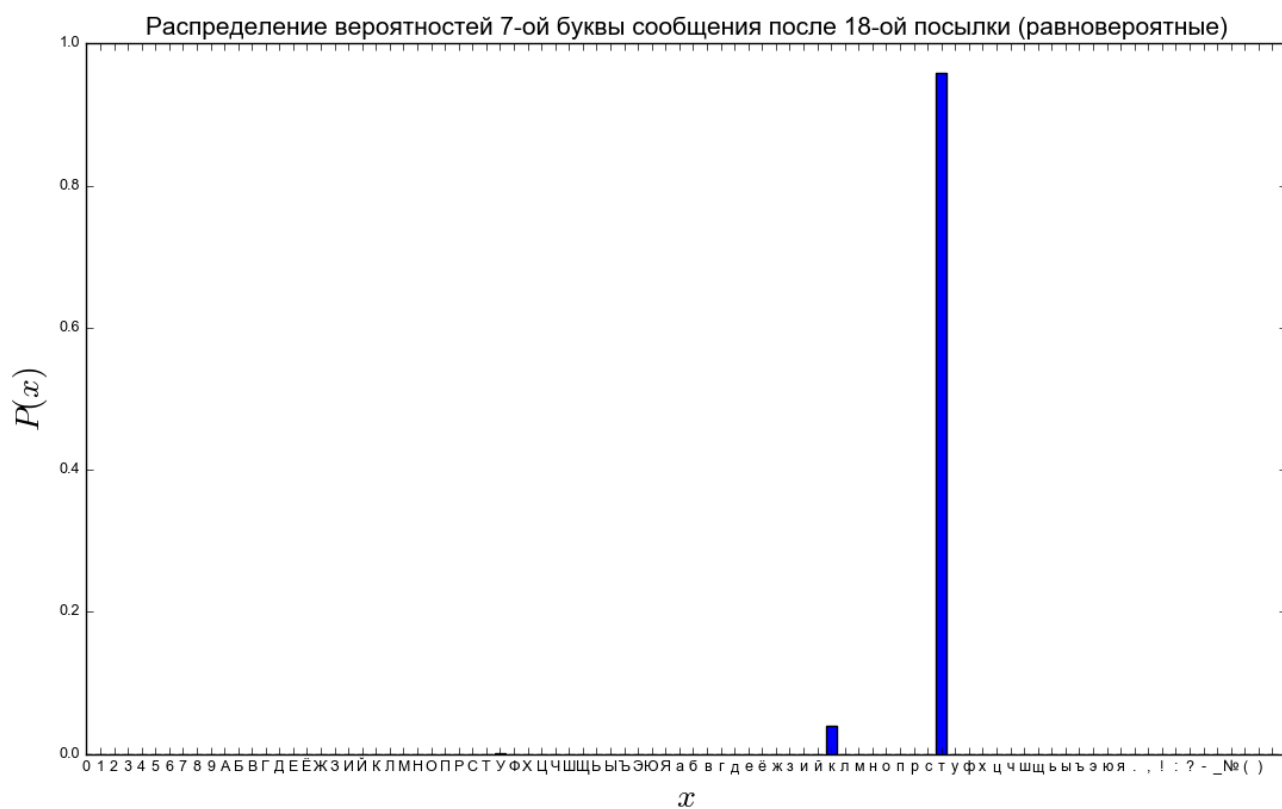
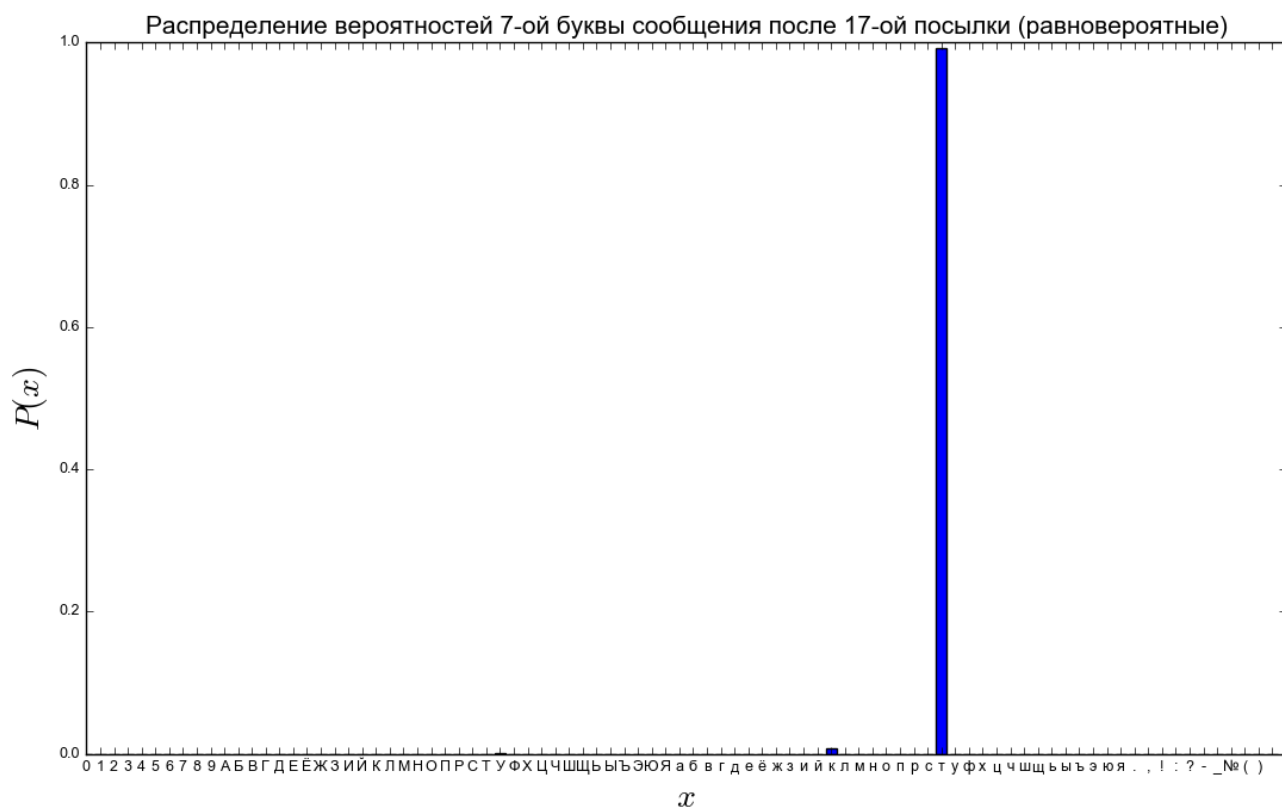












Приложение 2. Изменение распределения апостериорных вероятностей для взвешенных вероятностей символов

