Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и технологий

Кафедра компьютерных систем и программных технологий

ОТЧЕТ
по расчетному заданию

«Динамическое программирование»
Системный анализ и принятие решений

Работу выполнил студент

группа 33501/4 Дьячков В.В.

Преподаватель

________________ Сабонис С.С.

Санкт-Петербург
2 мая 2018 г.

Содержание

Список иллюстраций

1. Техническое задание

1. Провести разбиение вершин графа на непересекающиеся подмножества;
2. Определить наименьший и наибольший пути на графе методом динамического программирования, выделить их на графе.

2. Исходные данные

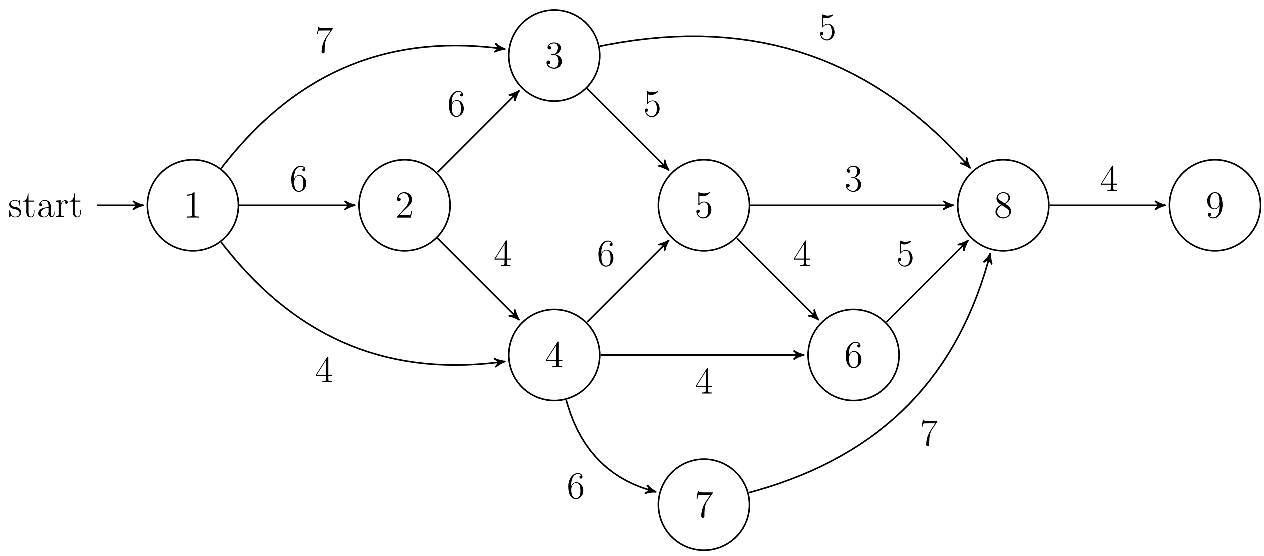

Рис. 2.1: Исходный граф (вариант 32)

3. Разбиение множества вершин графа на уровни

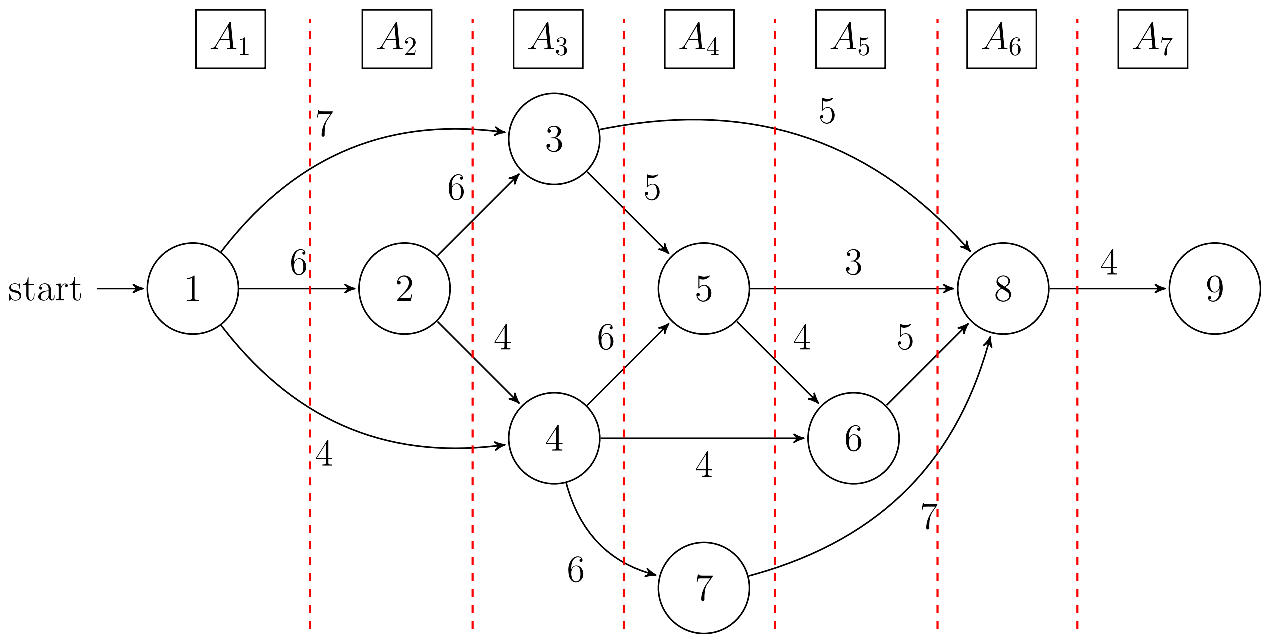

Рис. 3.1: Разбиение вершин на уровни

4. Определение наименьшего пути

Будем обозначать l_i кратчайший путь из i-ой вершины в последнюю.

$A_7 \quad l_9 = 0$

$A_6 \quad l_8 = 4$

$A_5 \quad l_6 = 5 + l_8 = 5 + 4 = 9$

$A_4 \quad l_5 = \min\left\{ \begin{smallmatrix} 3+l_8 \\ 4+l_6 \end{smallmatrix} \right\} = \min\left\{ \begin{smallmatrix} 3+4 \\ 4+9 \end{smallmatrix} \right\} = 7$

$\quad\;\; l_7 = 7 + l_8 = 7 + 4 = 11$

$A_3 \quad l_3 = \min\left\{ \begin{smallmatrix} 5+l_8 \\ 5+l_5 \end{smallmatrix} \right\} = \min\left\{ \begin{smallmatrix} 5+4 \\ 5+7 \end{smallmatrix} \right\} = 9$

$\quad\;\; l_4 = \min\left\{ \begin{smallmatrix} 6+l_5 \\ 4+l_6 \\ 6+l_7 \end{smallmatrix} \right\} = \min\left\{ \begin{smallmatrix} 6+7 \\ 4+9 \\ 6+11 \end{smallmatrix} \right\} = 13$

$A_2 \quad l_2 = \min\left\{ \begin{smallmatrix} 6+l_3 \\ 4+l_4 \end{smallmatrix} \right\} = \min\left\{ \begin{smallmatrix} 6+9 \\ 4+13 \end{smallmatrix} \right\} = 15$

$A_1 \quad l_1 = \min\left\{ \begin{smallmatrix} 7+l_3 \\ 6+l_2 \\ 4+l_4 \end{smallmatrix} \right\} = \min\left\{ \begin{smallmatrix} 7+9 \\ 6+15 \\ 4+13 \end{smallmatrix} \right\} = 16$

Таким образом, кратчайшим является маршрут $1 \xrightarrow{7} 3 \xrightarrow{5} 8 \xrightarrow{4} 9$, длина которого равна 16. На рис. 4.1 этот путь изображен на графе.

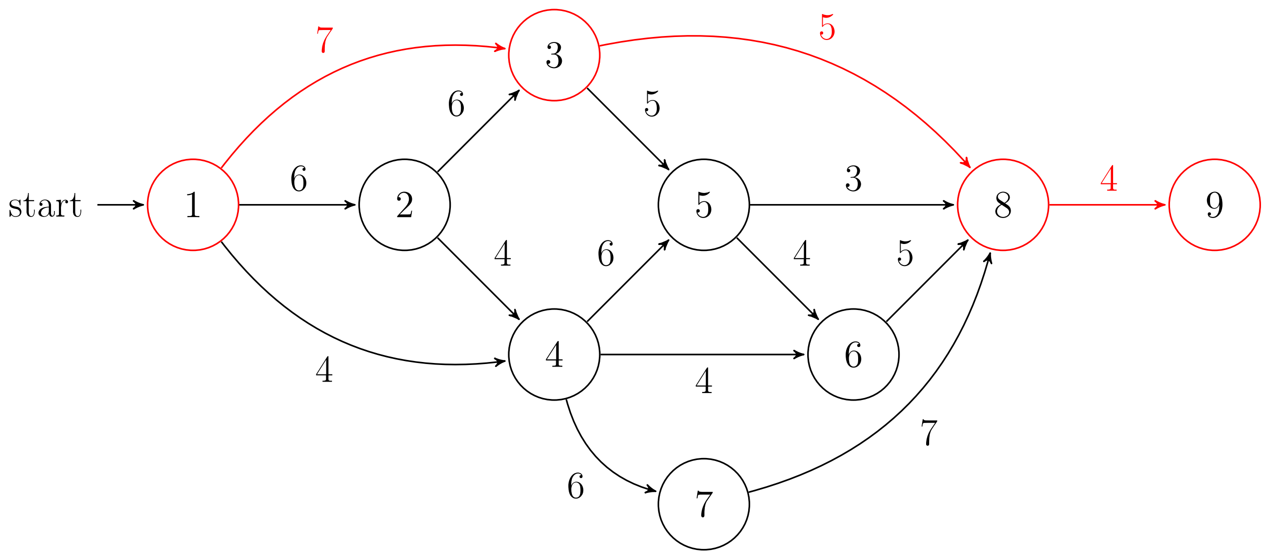

Рис. 4.1: Кратчайший путь

5. Определение наибольшего пути

Будем обозначать l_i длиннейший путь из i-ой вершины в последнюю.

$$
\begin{aligned}
&A_7 \quad l_9 = 0\\
&A_6 \quad l_8 = 4\\
&A_5 \quad l_6 = 5 + l_8 = 5 + 4 = 9\\
&A_4 \quad l_5 = \max\left\{\begin{smallmatrix}3+l_8\\4+l_6\end{smallmatrix}\right\} = \max\left\{\begin{smallmatrix}3+4\\4+9\end{smallmatrix}\right\} = 13\\
& \quad l_7 = 7 + l_8 = 7 + 4 = 11\\
&A_3 \quad l_3 = \max\left\{\begin{smallmatrix}5+l_8\\5+l_5\end{smallmatrix}\right\} = \max\left\{\begin{smallmatrix}5+4\\5+13\end{smallmatrix}\right\} = 18\\
& \quad l_4 = \max\left\{\begin{smallmatrix}6+l_5\\4+l_6\\6+l_7\end{smallmatrix}\right\} = \max\left\{\begin{smallmatrix}6+13\\4+9\\6+11\end{smallmatrix}\right\} = 19\\
&A_2 \quad l_2 = \max\left\{\begin{smallmatrix}6+l_3\\4+l_4\end{smallmatrix}\right\} = \max\left\{\begin{smallmatrix}6+18\\4+19\end{smallmatrix}\right\} = 24\\
&A_1 \quad l_1 = \max\left\{\begin{smallmatrix}7+l_3\\6+l_2\\4+l_4\end{smallmatrix}\right\} = \max\left\{\begin{smallmatrix}7+18\\6+24\\4+19\end{smallmatrix}\right\} = 30
\end{aligned}
$$

Таким образом, маршрут $1 \xrightarrow{6} 2 \xrightarrow{6} 3 \xrightarrow{5} 5 \xrightarrow{4} 6 \xrightarrow{5} 8 \xrightarrow{4} 9$ является длиннейшим, длина которого равна 30. На рис. 5.1 этот путь изображен на графе.

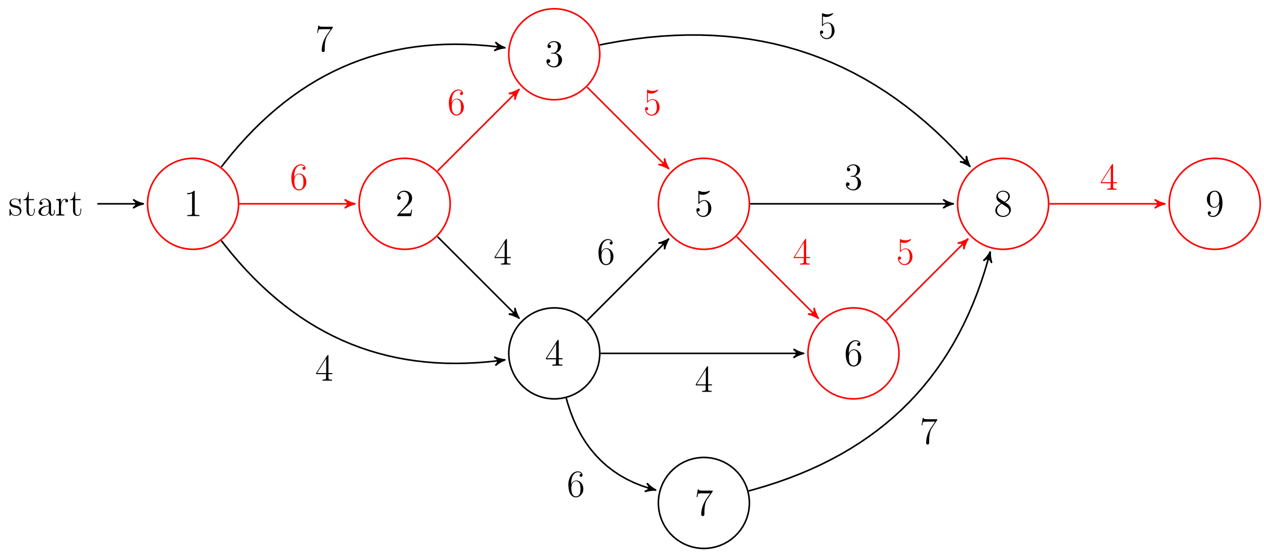

Рис. 5.1: Длиннейший путь