1) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$

Составим матрицу из коэфф. перед „x" и максимально „обнулим" их.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -3 & 1 & 4 \end{array}\right)$$

Вычитаем из 2 и 3 строк первой с коэфф. 2 и 1

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 4 \end{array}\right)$$

избавляемся от „-2" в ответе второй строки умножая её на „-1"

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 4 \end{array}\right)$$

от 1 строки отнимем вторую.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 4 \end{array}\right)$$

ко второй строке добавим третью умноженную на „-2"

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -6,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1,5 & -2 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 3x_4 = -2 \\ x_2 - 6,5x_4 = 0 \\ x_3 - 1,5x_4 = -2 \end{cases}$$

больше „0" нет

множество решений.

2) Чтобы проверить систему уравнений на совместимость и найти кол-во решений необходимо составить из коэффиц. уравнении матрицу „A" (только из коэффициентов" и расширенную матрицу $\tilde{A}$ (из коэффициентов и ответов), найти их ранг и сравнить с кол-вом неизвестных „x"

а) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & -5 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\tilde{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 4 \\ 2 & -5 & -3 & -12 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

$rang\, A = 3$; $rang\, \tilde{A} = 3$, кол-во „x" – 3

=> уравнение совместимо и имеет одно решение

б) $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & -6 & 9 \end{pmatrix}$; $\tilde{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 6 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & -2 \\ 3 & -6 & 9 & 5 \end{array}\right)$

$rang\, A = 1$ $rang\, \tilde{A} = 2$

Уравнения не совместимы, решений нет

в) $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 5\\ 3 & 1 & -8\end{pmatrix}$; $\tilde{A}=\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 2 & 5 & 4\\ 3 & 1 & -8 & -2\end{array}\right)$

$\operatorname{rang} A = 2$ ; $\operatorname{rang} \tilde{A} = 2$

число неизвестных „x" = 3, т.е. уравнение совместимое, имеет множество решений

---

1) Функции активации в сетях служат для корректной работы нейросетей. Зачастую в процессе обучение сети приходится оценивать „вес" каждого нейрона на итоговый ответ. Для оценки приходится возвращаться по графику функции „назад". Если функция не дифференцируема то такой возврат не возможен и следовательно не возможно оптимальное обучение сети. Для этого и проверяют на дифференцируемость, что бы подобрать оптимальные функции для обучения. Но имеют место задачи, где недифференцируемые функции более предпочтительны.

(2) а) $f(x) = x$ функция

$d(x) = 1$ производная

$E \in R$ - множество всех действительных чисел

б) $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$

$f'(x) = \begin{cases} 0 & x \neq 0 \\ \text{нет значения,} & x = 0 \end{cases}$ т.к. $(1)' = 0$, а у нас $x > 0$ доопределено до „1"

$\underline{E \in \{0, 1\}}$

в) $f(x) = th(x) = \dfrac{(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})}$

$f'(x) = \left(\dfrac{(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})}\right)' = \dfrac{(e^x - e^{-x})'(e^x + e^{-x}) -}{}$

$\dfrac{- (e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x})'}{(e^x + e^{-x})^2} = \dfrac{(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2}{(e^x + e^{-x})^2} =$

$= 1 - \dfrac{(e^x - e^{-x})^2}{(e^x + e^{-x})^2} = 1 - \left(\dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\right)^2 =$

$= 1 - th^2 x$

$\underline{E \in (-1; 1)}$

г) $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$

$f(x)' = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$ – константа „0" => 0; – константа => 1

$E \in [0, +\infty)$, т.к. функция прямо пропорционально, линейно возрастает

д) $f(x) = \ln(1 + e^x)$

Заменим $1 + e^x = u$. $\ln(1+e^x) = \ln(u)$

из таблицы производных:

$(\ln(u))' = \frac{1}{x} \Rightarrow (\ln(1+e^x))' = \frac{1}{1+e^x}$

$E \in (0, +\infty)$, т.к. "u" всегда больше нуля.

е) $f(x) = \sin(x)$, из таблицы производных

$f'(x) = \cos(x)$

$E \in [-1, 1]$ – границы косинуса