1)

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+4 & -2+(-1) \\ 3+0 & 0+5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

2)

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 4+(-2)\cdot 0 & 1\cdot(-1)+(-2)\cdot \\ 3\cdot 4+0\cdot 0 & 3\cdot(-1)+0\cdot 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$$

Задание 3

$$3A \rightarrow 3\cdot\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 1 & 3\cdot 7 \\ 3\cdot 3 & 3\cdot(-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix}$$

$$2B = 2\cdot\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 0 & 2\cdot 5 \\ 2\cdot 2 & 2\cdot(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$4C = 4\cdot\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\cdot 2 & 4\cdot(-4) \\ 4\cdot 1 & 4\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3A - 2B + 4C = \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3-0+8 & 21-10+(-16) \\ 9-4+4 & -18-(-2)+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ 9 & -12 \end{pmatrix}$$

Задание 4

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 17 & 18 & 11 \\ 18 & 29 & 4 \\ 11 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

$$A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

Задание 6

$$\det \begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix} = \sin x \cdot \sin x - (-\cos x$$

$$\times \cos x = (\sin(x))^2 - (-\cos(x))^2 =$$

$$= \sin(2x) - (\sin(2x)) = 0$$

$$\det\begin{vmatrix} 8 & 4 & 6 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} = 8\cdot5\cdot9 - 4\cdot0\cdot9 +$$

$$+ 4\cdot1\cdot0 - 6\cdot5\cdot0 + 0\cdot0\cdot6 -$$

$$- 1\cdot0\cdot8 = 360$$

$$\det\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \end{vmatrix} = 2\cdot6\cdot10 - 4\cdot6\cdot8 +$$

$$3\cdot7\cdot8 - 2\cdot7\cdot9 + 4\cdot5\cdot9 - 3\cdot5\cdot10 = 0$$

Задача 7

По свойствам детерминантов:

$\det(A^2) = \det(A\cdot A) = \det A \cdot$

$\cdot \det A = 4\cdot4 = 16$

$\det(A^T) = \det(A) = 4$

$\det(2A) = 2^n \det(A) = 2^n\cdot4 =$

$= 2^n\cdot2^2 = 2^{2+n}$

Задача 8

В вырожденной матрице детерминант = 0 и наоборот.

Найдем $\det\begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix} =$

$= (-2)(-14)(13) + 7\cdot 6\cdot(-3) + (-3)\cdot 4\cdot 7$
$-(-3)(-14)(-3) - (-2)\cdot 6\cdot 7 - 7\cdot 4\cdot 13 =$
$= 0$. Матрица вырожденная

Задача 9

$\operatorname{rang} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ метод окаймляющих миноров.

$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = -1 \neq 0$ идем к минору третьего порядка

$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = 0$

Других миноров нет, т.е. ранг нашей матрицы $\underline{= 2}$

Задача 9

Метод окаймляющих миноров

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = -2 \neq 0$$

$$\det\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 6 & 5 & 2 \end{pmatrix} = 4 \neq 0$$

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix} = 0,$$ других det 4-го порядка нет

Ранг нашей матрицы $= 3$