

Tema: Probabilitate clasica cu aplicatii ale analizei combinatorii.

1. Intr-o grupă de studenți, de la Universitatea Tehnică din Moldova, din care face parte și studentul Pacală, fiecare student este *sau* de sex feminin *sau* are părul blond *sau* îndrăgește disciplina Matematica. În grupă sunt 20 de studenți din care 12 au părul blond și doar una din studențele cu părul blond au îndrăgit Matematica. Numarul total de studenți/studențe cu părul blond este egal cu 24, din care doar 12 îndrăgesc Matematica. Numarul total de studenți/studențe care îndrăgesc Matematica este egal cu 17, din care 6 sunt studențe. Cu ce este egală probabilitatea ca, alegând la întâmplare un student din aceasta grupă, acesta va chiar Pacală?

2. Intr-un microbuz cu 17 locuri, inclusiv locul șoferului, au urcat 17 persoane, din care 4 persoane posedă permis de conducere al unui vehicul de acest tip. Cu ce este egală probabilitatea ca microbuzul va putea pleca, dacă știm ca fiecare persoană ocupă, la întâmplare, unul din aceste 17 locuri?

3. O grupă de studenți enumara 35 de studenți. Dintr-aceștea, 20 de studenți s-au înscris în clubul sportiv UTM, 10 studenți s-au înscris în cercul de dansatori al UTM, iar 10 studenți nu s-au înscris la nicio activitate. Din aceasta grupă este ales la întâmplare un student. Calculati probabilitatea ca:

- a) acesta va fi unul înscris la ambele activități;
- b) acesta va fi unul înscris numai în clubul sportiv UTM;
- c) acesta va fi unul înscris numai la cercul de dans al UTM.

4. Dintr-o sută de studenți, 28 de studenți cunosc limba engleza, 30-germana, 42-franceza, 8-engleza și germana, 10-engleza și franceza, 5-germana și franceza, 2-toate trei limbi. Este ales la întâmplare un student. Cu ce este egală probabilitatea ca acesta nu cunoaste niciuna din aceste trei limbi.

5. Presupunem ca un zar "perfect" este aruncat o singura data. Calculati probabilitățile următoarelor evenimente: $A = \{\text{numarul de puncte aparute va fi egal cu } 6\}$; $B = \{\text{numarul de puncte aparute va fi multiplu lui } 3\}$; $C = \{\text{numarul de puncte va fi par și, totodata, mai mare decat } 2\}$.

6. Considerăm aruncarea unui zar "perfect" de două ori succesiv. Calculati probabilitățile următoarelor evenimente: $A = \{\text{la ambele aruncări va apare același numar de puncte}\}$; $B = \{\text{numarul de puncte aparute la prima aruncare va fi mai mare decat numarul de puncte apărute la aruncarea a doua}\}$; $C = \{\text{suma punctelor aparute la ambele aruncări va fi pară}\}$; $D = \{\text{produsul punctelor apărute la ambele aruncări va fi egală cu } 6\}$.

7. Se alege la întâmplare un număr natural format din 5 cifre. Calculati probabilitățile următoarelor evenimente: $A = \{\text{numărul citit de la stanga la dreapta sau invers, va ramâne neschimbat, ca de exemplu } 13531\}$ $B = \{\text{numărul va fi multiplu lui } 5\}$; $C = \{\text{numărul va fi format numai din cifre pare}\}$.

8. Considerăm o mulțime formata din primele 10 litere ale alfabetului latin. Cate alfabet formate din 3 litere putem alcătui din aceasta mulțime de litere. Cu ce este egală probabilitatea că un alfabet de acest fel ales la întâmplare va conține litera A?

9. Dintr-un lot de 10 calculatoare, din care 3 calculatoare sunt cu defecte, sunt alese la întâmplare 3. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente: $A = \{\text{dintre cele 3 calculatoare alese, cel puțin unul, va avea defecte}\}$ $B = \{\text{toate calculatoarele alese vor avea defecte}\}$; $C = \{\text{dintre cele 3 calculatoare alese exact 2 vor avea defecte}\}$.

10. Un cub, ale cărui fețe sunt vopsite, a fost tăiat într-o mie de cubulețe de aceeași dimensiune. Cu ce este egală probabilitatea că un cubuleț extras la întâmplare va avea exact două fețe vopsite?

11. Un grup de 8 persoane ocupa fiecare, la întâmplare, unul din cele 8 scaune așezate în jurul unei mese rotunde. Cu ce este probabilitatea că 2 persoane anume vor numeri alături.

12. Un grup de 8 persoane ocupă fiecare, la întâmplare, unul din cele 8 scaune așezate într-un rand de 8 locuri. Cu ce este probabilitatea că 2 persoane anume vor numeri alături.

13. Pe 5 cartonase sunt scrise cifrele de la 1 pana la 5. Se aleg la întâmplare, fara intoarcere, unul dupa altul, 3 cartoanase, acestea fiind puse alaturi de la stanga la dreapta in ordinea extragerii. Calculati probabilitățile următoarelor evenimente: $A = \{\text{va apare numărul 123}\}$, $B = \{\text{nu va apare cifra 3}\}$, $C = \{\text{va apare un numar par}\}$.

14. Numerele 1, 2, ..., 9 sunt scrise in ordine aleatoare. Calculati probabilitățile următoarelor evenimente: $A = \{\text{numerele vor apare în ordinea lor crescătoare}\}$ $B = \{\text{numerele 1 și 2 vor nimeri alături în ordine crescătoare}\}$; $C = \{\text{pe locuri pare vor nimeri numere pare}\}$.

15. Consideram un alfabet format din literele a, b, c, d, m . Alegem la întâmplare, succesiv, cu intoarcere, 4 litere, scriindu-le în ordinea extragerii lor. Cu ceste egală probabilitatea ca vom obtine cuvântul *mama*?

16. Considerăm aruncarea unui zar "perfect" de 10 ori succesiv. Calculati probabilitatile următoarelor evenimente: $A = \{\text{la nici o aruncare nu va apare fața 6}\}$ $B = \{\text{la cel puțin o aruncare va apare fața 6}\}$; $C = \{\text{exact la 3 aruncari va apare fața 6}\}$.

17. Într-un lift al unei case cu 7 nivele, la nivelul de jos, au urcat 6 pasageri. Stiind ca fiecare pasager poate iesi la întâmplare la oricare din cele 6 nivele, calculati probabilitatile următoarelor evenimente: $A = \{\text{toti pasagerii vor iesi la nivele diferite}\}$ $B = \{\text{toti pasagerii vor iesi la acelasi nivel}\}$; $C = \{\text{la nivelele 4, 5 și 6 vor iesi cate 2 pasageri}\}$.

18. Un copil se joacă cu 11 cartonase pe care sunt imprimate literele $I, N, F, O, R, M, A, T, I, C, A$, aranjându-le la întâmplare unul langa altul. Cu ce este egala probabilitatea că acesta va obține, astfel, cuvântul *INFORMATICA*.

19. Consideram aruncarea unui zar "perfect" de 6 ori succesiv. Calculati probabilitatile următoarelor evenimente: $A = \{\text{de trei ori va apare fata 1, de doua ori fata 3 și o data fata 6}\}$; $B = \{\text{vor apare fete diferite}\}$; $C = \{\text{de 3 ori va apare aceeasi fata}\}$.

20. Care este probabilitatea ca, jucând cu o singura variantă la LOTOSPORT "5 din 35", nu vom fi în pierdere, adica vom castiga ceva?

21. Într-un tren cu 3 vagoane se urcă la întâmplare 7 persoane. Care este probabilitatea că în primul vagon vor urca 4 persoane?

22. La examenul de TPI, la o grupă de 24 de studenți, au fost propuse 24 de bilete de examinare din care 20 de bilete sunt "norocoase", iar 4 bilete "nenorocoase". Fiecare student extrage, pe rand, la intamplare, *fara repetare*, câte un bilet. Care dintre studenți are probabilitatea cea mai mare de a extrage un bilet "norocos", primul, al doilea,...,sau ultimul?

23.**Problema cavalerului De Mere:** De câte ori trebuie să aruncăm un zar "perfect" pentru ca probabilitatea apariției feței 6, cel puțin o dată, să fie mai mare decât $1/2$?

24. O grupă este formată din 23 de studenți. Calculati probabilitatile următoarelor evenimente: $A = \{\text{toti studentii vor avea zile de nastere diferite}\}$; $B = \{\text{se vor gasi, cel puțin doi studenți care au aceeași zi de nastere}\}$.**Nota.** Excludem cazul cand in grupa sunt studenți genmeni.

25.Să se arate că probabilitatea de a obține în urma aruncării a 4 zaruri, cel puțin o singură dată fața 1, este mai mare decât probabilitatea de a obține după 24 de aruncări a unei perechi de zaruri cel puțin o singură dată două fețe 1. (Răspunsul explică **paradoxul cavalerului de Mere**, care considera aceste probabilități egale, fapt ce nu corespunde observărilor empirice).

26. $2n$ echipe de fotbal, printre care echipele Dacia și Zimbru, au fost împartite, prin tragere la sorti, în 2 subgrupe a câte n echipe. Deduceți formulele de calcul pentru probabilitatile următoarelor evenimente: $A = \{\text{Dacia și Zimbru vor nimeri în grupe diferite}\}$, $B = \{\text{Dacia și Zimbru vor nimeri în aceeași grupa}\}$. Calculati aceste probabilitati pentru $n = 20$.

27.O urnă conține m bile albe și n bile negre. Din această urnă făcându-se extracții cu întoarcere, să se determine formula de calcul pentru:

- (a) Probabilitatea ca primele k bile extrase să fie negre.
- (b) Probabilitatea ca prima bilă albă să apară la a k -a extracție.
- (c) Probabilitatea ca printre primele k bile extrase vor fi i bile albe.

Calculati aceste probabilitati pentru $m = 5$, $n = 4$.

28. Primul rand al unei sali de Cinema are $2n$ locuri. n barbati și n femei ocupa la intamplare, fiecare, cate un loc. Deduceți formulele de calcul pentru probabilitatile următoarelor evenimente: $A = \{\text{niciun barbat nu va nimeri alaturi de barbat}\}$, $B = \{\text{toti barbati vor nimeri alturi}\}$.Calculati aceste probabilitati pentru $n = 10$.

29. La un turneu de tenis s-au inscris 40 de sportivi. Prin tragere la sorti acestia au fost impartiti în 4 subgrupe a câte 10 sportivi. Cu ce este egala probabilitatea ca 4 din cei mai puternici tenismeni vor nimeri în grupe diferite.

Tema: Probabilități discrete.

30. Consideram aruncarea o singură dată a unui tetraedru regulat, ale cărui fețe sunt numerotate cu numerele de la 1 până la 4, iar centrul sau de greutate este deplasat astfel încât probabilitatile apariției fiecărei fețe se raportează ca $\mathbf{P}\{1\}:\mathbf{P}\{2\}:\dots:\mathbf{P}\{4\} = 1:2:\dots:4$. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente: $A_k = \{\text{va apare fața } k\}$, $k = \overline{1,4}$; $B = \{\text{va apare o față pară}\}$; $C = \{\text{va apare o față numerotată cu un număr prim}\}$.

31. Consideram aruncarea o singură dată a unui zar al cărui centru de greutate este deplasat astfel încât, probabilitatile apariției fiecărei dintre fețele $k = \overline{1,5}$ coincid între ele, iar probabilitatea apariției feței 6 coincide cu suma

probabilitatilor anterioare. Aflati probabilitatile aparitiei pentru fiecare fata in parte, dar si probabilitatile evenimentelor $B = \{\text{va apare un număr par de puncte}\}$; $C = \{\text{va apare un număr prim de puncte}\}$.

32. Consideram aruncarea o singură dată a unui tetraedru regulat, ale cărui fețe sunt numerotate cu numerele de la 1 până la 4, iar centrul sau de greutate este deplasat astfel încât probabilitatile $\mathbf{P}\{k\}$ ale apariției fiecărei fețe k , $k = \overline{1,4}$, sunt legate între ele astfel: $\mathbf{P}\{1\} : \mathbf{P}\{2\} : \mathbf{P}\{3\} = 1 : 2 : 3$, iar $\mathbf{P}\{4\} = \mathbf{P}\{1\} + \mathbf{P}\{2\} + \mathbf{P}\{3\}$. Calculați probabilitățile $\mathbf{P}\{k\}$, $k = \overline{1,4}$, dar si probabilitatile următoarelor evenimente: $B = \{\text{va apare o fată pară}\}$; $C = \{\text{va apare o față numerotată cu un număr prim}\}$.

33. Presupunem că alegem la întâmplare câte o literă din cuvintele *mama* si *vama*. Descrieti spatiul de evenimente elementare si calculați probabilitatea că literele extrase vor fi aceleași.

34. Doi jucători, *Ion* si *Petru*, practica următorul joc de noroc: primul arunca moneda *Ion*; dacă apare "stema", acesta este declarat castigator; dacă nu, arunca *Petru*; dacă apare "stema", acesta este declarat castigator; dacă nu, din nou arunca moneda *Ion*; etc., etc., jocul se termina atunci cand unul din jucatori inregistreaza, primul, aparitia stemei. Pentru fiecare jucator aparte, aflati probabilitatea ca acesta va castiga jocul, stiind ca moneda este deformata astfel, incat "stema" apare cu probabilitatea p , $0 < p < 1$? Exista oare vre-o valoare a lui p , $0 < p < 1$ astfel incat *Ion* si *Petru* sa aibă șanse egale de castigare a jocului?

Indicatie: Sa se considere că probabilitatea că jocul se va termina la aruncarea k , $k = 1, 2, \dots$, este egala cu $p(1 - p)^{k-1}$.

35. Trei jucători, *Ion*, *Petru* si *Mihai*, practica următorul joc de noroc: primul arunca moneda *Ion*; dacă apare "stema", acesta este declarat castigator; dacă nu, arunca *Petru*; dacă apare "stema", acesta este declarat castigator; dacă nu, arunca moneda *Mihai*; dacă apare "stema", acesta este declarat castigator; dacă nu, atunci din nou arunca moneda *Ion*; etc., etc., jocul se termina atunci, cand unul din jucatori inregistreaza, primul, aparitia stemei. Pentru fiecare jucator aparte, aflati probabilitatea ca acesta va castiga jocul, stiind ca moneda este simetrica.

Tema: Probabilitati conditionate. Formula inmultirii probabilitatilor. Independenta evenimentelor aleatoare.

36. Presupunem ca un PC consta din n blocuri, calculatorul iesind din functiune de îndată ce iese din functiune unul din blocuri, iesirea simultana din functiune a 2 sau mai multe calculatoare fiind exclusa. Depanatorul de calculatoare verifica, luand la intamplare, unul dupa altul cate un bloc, pana cand va depista blocul defectat. Cu ce este egala probabilitatea ca depanatorul va depista blocul defectat la incercarea cu numărul de ordine k , $k = 1, 2, \dots, n$.

37. Consideram aruncarea unei monede "perfecte" sau pana cand apare "stema" sau pana cand "banul" apare de 3 ori succesiv. Cu ce este egala probabilitatea ca "banul" va apare de 3 ori succesiv daca se stie ca la prima aruncare a aparut "banul".

38. Juriul unui concurs consta din 3 persoane care iau decizie corecta independent unul de altul. Prima si a doua persoana iau decizie corecta cu una si

aceeasi probabilitate $p, 0 < p < 1$, iar cea de a treia, pentru a lua decizie, arunca o moneda "perfecta". Decizia finala se ia cu majoritate de voturi. Cu ce este egala probabilitatea ca Juriul va lua o decizie corecta.

49. **Contraexemplu** care arata ca independenta a doua cate doua evenimente nu implica independenta (in totalitate). Consideram aruncarea o singura data a unui tetraedru "perfect", fetele caruia sunt vopsite astfel: fata 1-in albastru, fata 2-in galben, fata 3- in rosu si fata 4-in albastru, galben si rosu. Introducem urmatoarele evenimente: $A = \{\text{va apare culoarea albastra}\}$, $G = \{\text{va apare culoarea galbena}\}$, $R = \{\text{va apare culoarea rosie}\}$. Aratati ca evenimentele A, G si R sunt independente doua cate doua, dar nu si independente (in totalitate).

40. Considerăm că 3% din producția de procesoare pentru telefoanele mobile **iPhone 6s**, produse de firma asociata, au defecte. Controlului sunt supuse 20 de procesoare luate la întâmplare. Cu ce este egala probabilitatea că printre ele se va depista, cel puțin, un procesor cu defecte? **Indicatie:** *Să se aplice formula lui Poisson.*

41. Un lot de 100 de calculatoare este supus controlului calității, selectând la întâmplare 5 calculatoare. Dacă se depistează ca , cel puțin, unul din aceste calculatoare este defect, atunci întreg lotul este respins. Cu ce este egala probabilitatea ca lotul de calculatoare supus controlului va fi respins, daca se stie ca 5% de calculatoare din lot sunt cu defecte? **Indicatie:** *Aplicati Formula inmultirii probabilitatilor. este de calitate*

42. Care este numarul minim de numere aleatoare din multimea de numere $\{1,2,...,9\}$, care te trebuie generate pe calculator, pentru a fi siguri cu probabilitatea nu mai mica decât 0.9, ca printre ele se va întâlni, cel puțin un număr par? **Indicatie:***Să se aplice formula lui Poisson.*

43. Presupunem cunoscut faptul ca într-un experiment aleator \mathcal{E} probabilitatea aparitiei, cel puțin o data, a evenimentului A in patru probe independente \mathcal{E} este egala cu $1/2$. Cu ce este egala probabilitatea evenimentului A daca aceasta este aceeași in fiecare proba \mathcal{E} . **Indicatie:** *Aplicati formula lui Poisson.*

44. Presupunem cunoscut faptul ca un PC marca DELL produs in China este de calitate superioara cu probabilitatea 0.7, iar acelasi calculator produs in Honkong este de calitate superioara cu probabilitatea 0.8. Sunt luate la întâmplare 3 PC-uri produse in China si 4 PC-uri produse in Honkong. Cu ce este egala probabilitatea ca toate calculatoare vor fi de calitate superioara.

Formula Probabilitatii Totale si Formula lui Bayes.

45. Un lot de PC-uri, din care 10% sunt cu defecte, este supus controlului calitatii. Schema controlului este de asa natura, incat defectul (daca acesta exista) este depistat cu probabilitatea 0.95, iar probabilitatea ca un calculator fara defecte va fi declarat defect este egala cu 0.03. Cu ce este egala probabilitatea ca un calculator ales la întâmplare din lot va fi declarat defect? Cu ce este egala probabilitatea ca PC-ul ales la întâmplare într-adevar este defect daca se stie ca acest PC a fost, in urma controlului, declarat a fi defect?

46. Consideram ca la un magazin de calculatoare au fost aduse un lot de PC-uri marca HP, din care 30% sunt produse in China, 20%-in Singapore si 50%-in Honkong. Cu ce este egala probabilitatea ca un PC cumparat la întâmplare are

defecte ascunse daca astfel de defecte au 20% de calculatoare produse in China, 10%-cele produse in Singapore si 5%-cele produse in Honkong? Cu ce este egala probabilitatea ca PC-ul cumparat la intamplare este produs in China, daca se stie ca acesta s-a dovedit a avea defecte ascunse?

47. Intr-o cutie sunt 20 de mingi de tenis, din care 15 sunt noi noute, iar 5 sunt folosite la joc. Pentru primul joc sunt alese la intamplare doua mingi, dupa care sunt puse la loc in cutie. Pentru jocul urmator sunt alese, la fel, doua mingi. Cu ce este egala probabilitatea ca ambele mingi alese pentru cel de al doilea joc vor fi noi noute? Cu ce este egala probabilitatea ca pentru primul joc au fost extrase 2 mingi noi noute daca se stie ca mingiile extrase pentru cel de al doilea joc s-au dovedit a fi noi noute?

48. Avem doua cutii, astfel incat in prima cutie se afla 6 bile albe si 4 bile negre, iar intr-a doua cutie se afla 3 bile albe si 2 bile negre. Din prima cutie este extrasa la intamplare o bila si pusa intr-a doua cutie. dupa care dintr-a doua cutie este extrasa la intamplare o bila. Cu ce este egala probabilitatea ca aceasta va fi de culoare alba? Cu ce este egala probabilitatea ca din prima cutia a fost extrasa o bila alba daca se stie ca din cutia a doua a fost extrasa o bila alba?

49. *Problema lui Lewis Carrol.* Intr-o cutie se afla o bila, despre culoarea careia se stie ca este alba sau neagra cu una si aceeasi probabilitate. Introducem in aceasta cutie o bila alba, dupa care extragem la intamplare o bila, care se dovedeste a fi de culoare alba. Cu ce este egala probabilitatea ca bila initiala era de culoare alba.

50. Presupunem ca o moneda din 10 000 000 de monede perfecte are imprimata Stema pe ambele parti ale ei. Cu ce este egala probabilitatea ca este aleasa moneda cu ambele fete marcate cu Stema daca se stie ca in urma aruncarii ei de 10 ori succesiv a aparut Stema?

51. Se stie ca mesajele scurte (SMS-urile) transmise prin intermediul telefoniei mobile sunt codificate cu ajutorul cifrelor/semnalelor 0 sau 1. Presupunem ca transmiterea semnalelor este supusa bruiajelor, astfel incat sunt deformate $2/5$ semnale 0 si $1/3$ semnale 1. Presupunem ca ponderea semnalului 0 in mesajul transmis este egala cu $5/8$ iar ponderea semnalului 1 este egala cu $3/8$. Cu ce este egala probabilitatea receptionarii corecte a primului semnal din mesaj daca se stie ca a fost receptionat: a) semnalul 0; b) semnalul 1.

52. Presupunem ca avem un lot de 5 PC-uri despre care se stie, doar, ca este echipabila orice ipoteza H_k despre numarul k de PC-uri defecte in acest lot, $k = 0, 1, 2, \dots, 5$. Care ipoteza are probabilitatea cea mai mare daca se stie ca, alegand la intamplare un PC, acesta s-a dovedit a fi cu defecte?

53. Sa se determine probabilitatea ca intr-un lot de 1000 de calculatoare nu exista niciunul cu defecte, daca se stie ca 100 de calculatoare din acest lot, supuse controlului, s-au dovedit a fi fara defecte, presupunand ca sunt valabile, cu una si aceeasi probabilitate, oricare din ipotezele $H_k = \{\text{numarul de calculatoare defecte, printre cele 1000 de calculatoare din lot, este egal cu } k\}$, $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

54. Intr-o cutie sunt 7 bile albe si 3 bile negre. Sunt extrase la intamplare, fara intoarcere, doua bile, din care una s-a dovedit a fi de culoare neagra. Cu

ce este egala probabilitatea ca cealalta bila extrasa este alba.

Experimente independente (Probe Bernoulli). Repartitia (Schema) Binomiala.

55. Datele statistice arată ca probabilitatea naşterii unui baietel si probabilitatea naşterii unei fetiţe sunt, aproximativ, egale între ele. Alegeam, la întâmplare, $2n$ nou născuţi. Calculaţi probabilităţile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{printre nou născuţii aleşi vom înregistra, cel puţin, un baietel}\}$, $B = \{\text{numărul baietelor si fetiţelor va fi acelaşi}\}$, $C = \{\text{numărul baietelor va fi mai mare decât cel al fetiţelor}\}$. Considerăm că $n = 25$.

56. Considerăm aruncarea unei perechi de zaruri "perfecte" de 7 ori. Calculaţi probabilităţile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{suma punctelor egală cu 12 va apare de 2 ori}\}$, $B = \{\text{suma punctelor egală cu 12 va apare, cel puţin, o dată}\}$, $C = \{\text{suma punctelor apărute va fi, de fiecare dată, mai mică decât 12}\}$, $D = \{\text{suma punctelor apărute va fi, de fiecare dată, mai mare decât 12}\}$.

57. Un sportiv, ce practică tirul sportiv, are performanţa de a nimeri în ţinta cu probabilitatea de 0.95. Acesta trage 20 de focuri. Calculaţi probabilităţile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{din 20 de încercări sportivul nu va nimeri, cel puţin, o dată, în ţinta}\}$, $B = \{\text{toate încercările sportivului se vor solda cu nimerire în ţinta}\}$.

58. Doi şahişti, care ocupă locurile 1 si 2 în ierarhia mondială, având acelaşi rating, au convenit, pentru disputarea supremaţiei, să joace un meci din $2n$ partide de şah rezultative (adică în care remizele nu se iau în calcul). În ce variantă de meci fiecare şahist are şanse mai mari de câştigare a meciului, atunci când $n = 4$ sau atunci când $n = 6$?

59. Dintr-un lot de PC-uri, din care 5% au defecte ascunse, sunt alese la întâmplare, spre a fi supuse controlului, 100 de calculatoare. Calculaţi probabilităţile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{niciun calculator nu va avea defecte}\}$, $B = \{\text{vor fi depistate, cel mult, 5 calculatoare defecte}\}$, $C = \{\text{toate calculatoarele vor avea defecte}\}$.

60. Dintr-o cutie, ce conţine 50 de bile albe şi 50 de bile negre sunt extrase, la întâmplare, cu întoarcere (repetare), 50 de bile. Calculaţi probabilităţile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{printre bilele extrase vom înregistra, cel puţin, o bilă albă}\}$, $B = \{\text{vor fi extrase bile albe şi bile negre într-un număr egal}\}$, $C = \{\text{numărul bilelor albe extrase va fi mai mare decât numărul bilelor negre}\}$.

61. Considerăm experimentul aleator, ce constă în aruncarea unei monede "perfecte" de 1000 de ori. Calculaţi probabilităţile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{exact în jumătate de aruncări se va înregistra apariţia "stemei"}\}$, $B = \{\text{numărul "stemelor" înregistrate va varia între 440 şi 510}\}$, $C = \{\text{numărul "stemelor" va întrece 500}\}$.

62. Considerăm experimentul aleator, ce constă în aruncarea unei perechi de zaruri "perfecte" de 1000 de ori. Calculaţi probabilităţile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{exact în jumătate de aruncări la ambele zaruri va apare un număr par de puncte}\}$, $B = \{\text{numărul aruncărilor, în care la ambele zaruri va apare un număr par de puncte, va varia între 445 şi 505}\}$, $C = \{\text{la nicio}$

aruncare nu va apare perechea de puncte $(6, 6)$ }.

63. Datele statistice arata că ponderea studenților care obțin note de 9 sau 10 la examenul de TPI este egala cu 0.15. In anul acesta universitar vor fi supusi examinațiilor la TPI 200 de studenți. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{niciun student nu va susține examenul cu nota 9 sau 10}\}$, $B = \{\text{numarul studenților care vor susține examenul cu nota 9 sau 10 va varia între 25 și 35}\}$, $C = \{\text{toți studenții vor susține examenul cu nota 9 sau 10}\}$.

64. Datele statistice arată, că ponderea zilelor cu depuneri atmosferice in luna Septembrie este egala cu $1/10$. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{în anul următor, în luna Septembrie nu vor fi zile cu depuneri atmosferice}\}$, $B = \{\text{numarul zilelor cu depuneri atmosferice, în anul următor, în luna Septembrie, va varia între 2 și 4 zile}\}$, $C = \{\text{numarul zilelor cu depuneri atmosferice, în anul următor, în luna Septembrie, nu va întrece 3}\}$.

Repartiția (schema) multinomială (polinomială).

65. Într-o cutie sunt 8 bile albe, 5-roșii și 2 bile negre. Alegem la întâmplare, succesiv, **cu întoarcere**, 5 bile. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{vor fi extrase 3 bile albe și cate o bilă de restul culorilor}\}$, $B = \{\text{vor fi extrase exact 3 bile albe}\}$, $C = \{\text{vor fi extrase 3 bile albe și cate o bilă de celelalte culori, numai ca bilele albe vor apare una după alta}\}$.

66. Un sportiv trage, independent unul de altul și în condiții identice, 3 focuri de armă asupra unei ținte marcate cu 10 cercuri concentrice numerotate de la 1 până la 10. Probabilitatea de a nimeri, dintr-un singur foc de arma în "zece" este egală cu $p_{10} = 0.3$ iar probabilitatea de a nimeri în "nouă" este egala cu $p_9 = 0.4$, probabilitatea de a nu nimeri nici în "noua" nici în "zece" fiind egală cu $p_0 = 1 - p_{10} - p_9 = 0.7$. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{drept rezultat a 3 focuri de arma sportivul va acumula 29 de puncte}\}$, $B = \{\text{din cele 3 încercări ale sportivului exact 2 se vor solda cu a nimeri în "zece"}\}$, $C = \{\text{din cele 3 încercări sportivul va nimeri, exact o data în "zece" și o dată în "noua"}\}$.

67. Doi șahiști, care au același rating în ierarhia mondială a șahiștilor, au convenit, pentru disputarea supremației, sa joace un meci din 12 partide. Presupunem ca fiecare partidă are 3 rezultate posibile: $\omega_1 = \{\text{va învinge primul șahist}\}$, $\omega_2 = \{\text{va învinge al doilea șahist}\}$, $\omega_3 = \{\text{remiză}\}$ și probabilitățile respective $\mathbf{P}\{\omega_1\} = \mathbf{P}\{\omega_2\} = 0.2$, $\mathbf{P}\{\omega_3\} = 1 - \mathbf{P}\{\omega_1\} - \mathbf{P}\{\omega_2\} = 0.6$. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{primul șahist a câștigat 3 partide, a pierdut 3, iar în 6 partide a făcut remiză}\}$, $B = \{\text{unul din șahiști va câștiga 4 și va pierde 3 partide}\}$, $C = \{\text{din 12 partide jucate doar 6 partide vor fi rezultative}\}$.

68. Fiecare din cei 25 de studenți a unei grupe de studenți de la Universitatea Tehnica a Moldovei (UTM) alege, la întâmplare și independent unul de altul, să lucreze la Sala de Lectura a Bibliotecii UTM în una din zilele de Luni, Marți, Miercuri sau Joi. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{Luni la Sala de Lectura vor lucra 4 studenți, Marți-5, Miercuri -10 iar Joi-6 studenți}\}$, $B = \{\text{toți cei 25 de studenți vor veni la Sala de Lectură Joi}\}$, $C = \{\text{în primele 2 zile vor lucra la Sala de Lectura 15 studenți, restul vor lucra}$

la Sala de Lectura in celelalte 2 zile}, $D = \{Luni\text{ vor lucra la Sala de lectura doar 2 studenti}\}$.ă

69. Un dispozitiv automat, pe bază de Calculator, produce rulmenti de diametrul dat, astfel incat $P\{\text{rulmentul va avea diametrul mai mic decât cel dat}\} = 0.05$, $P\{\text{rulmentul va avea diametrul mai mare decât cel dat}\} = 0.10$, $P\{\text{rulmentul va avea diametrul dat}\} = 0.85$. Alegem la întâmplare 100 de rulmenți. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{exact 5 rulmenți vor avea diametrul mai mic și alți 5 rulmenți - mai mare decât diametrul dat}\}$, $B = \{\text{exact 85 de rulmenți vor avea diametrul dat}\}$, $C = \{\text{exact 15 rulmenți vor avea diametrul necorespunzător celui dat}\}$.

70. Într-o cutie sunt 3 bile. Una de culoare alba, una-roșie și una-neagra. Extragem la întâmplare, succesiv, una cate una, **cu întoarcere**, 5 bile. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{printe cele 5 bile extrase vom avea, cel puțin 2 bile albe și 2 bile roșii}\}$, $B = \{\text{vor fi extrase exact 3 bile albe}\}$, $C = \{\text{vor fi extrase 1 bila alba, 2 roșii și 2 negre}\}$.

71. Considerăm experimentul ce constă în plasarea la întâmplare a 9 bile identice in trei cutii numerotate 1,2,3. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{în fiecare cutie vor nimeri câte 3 bile}\}$, $B = \{\text{în una din cutii (nu conteaza care) va nimeri o singura bila}\}$, $C = \{\text{în una din cutii (nu conteaza care) va nimeri o singura bila, în alta 5 iar în cealalta 3}\}$.

72. În trenul de pasageri cu 6 vagoane Chișinău - Ocnița urcă 12 pasageri, fiecare pasager, independent unul de altul, alegând la întâmplare unul din vagoane. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{în fiecare vagon vor urca câte 2 pasageri}\}$, $B = \{\text{în unul din vagoane (nu conteaza care) nu va urca niciun pasager}\}$, $C = \{\text{într-un vagon (nu conteaza care) nu va urca niciun pasager, în altul va urca un singur pasager, în 2 vagoane vor urca cate 2 pasageri iar în vagoanele ramase vor urca , respectiv, cate 3 și 4 pasageri}\}$

73. Considerăm aruncarea unui zar perfect de 50 de ori succesiv. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{fața 1 va apare de 5 ori, fața 2 - de 5 ori, iar celelalte fețe - de 10 ori fiecare}\}$, $B = \{\text{exact de 20 de ori vor apare fețe care au marcate pe ele un număr par de puncte}\}$, $C = \{\text{exact de 10 de ori va apare fața 6 și de 20 de ori fețe care au marcate pe ele un număr prim de puncte}\}$.

74. Considerăm aruncarea de 10 ori succesiv a unui tetraedru "perfect" ale cărui fețe sunt vopsite, respectiv, in culorile roșie, galbenă, verde și albastru. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{de 5 ori tetraedrul va cade pe fața roșie și de 5 ori pe fața verde}\}$, $B = \{\text{fața verde nu va cade niciodata}\}$, $C = \{\text{fața roșie va apare o singura dată iar celelate vor apare de 3 ori fiecare}\}$.

75. Într-o cutie sunt 8 bile albe, 5-roșii și 2 bile negre. Alegem la întâmplare, succesiv, **fără întoarcere**, 5 bile. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{vor fi extrase 3 bile albe și câte o bilă de restul culorilor}\}$, $B = \{\text{vor fi extrase exact 3 bile albe}\}$, $C = \{\text{vor fi extrase 3 bile albe și cate o bilă de celelalte culori, numai ca bilele albe vor apare una după alta}\}$.

76. Într-o cutie avem 10 bile, din care, 2 de culoare alba, 3-roșie și 5-

neagră. Extragem la întâmplare, succesiv, una cate una, **fără întoarcere**, 5 bile. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{printe cele 5 bile extrase vom avea 2 bile albe, 2 bile rosii si 1 neagră}\}$, $B = \{\text{vor fi extrase exact 3 bile albe}\}$, $C = \{\text{vor fi extrase 3 bile albe și 2 roșii}\}$.

77. Într-o cutie avem 15 bile, din care, una numerotată cu numărul 1, 2-cu numărul 2, 3-cu numărul 3, 4-cu numărul 4, și 5-numerotate cu numărul 5. Extragem la întâmplare, succesiv, una cate una, **fără întoarcere**, 5 bile. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{printe cele 5 bile extrase vom avea, exact 2 bile cu numere pare}\}$, $B = \{\text{vor apare numere diferite}\}$, $C = \{\text{suma punctelor apărute va fi egala cu 25}\}$.

78. Un baietel, mare amator de creștere a peștișorilor în acvarium, împreună cu părintii săi, a cumpărat, alegând la întâmplare, 10 peștișori din cei 5 peștișori aurii. 15 peștișori argintii și 10 peștișori roșii expuși în vitrina unui Zoomagazin. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{printe cei 10 peștișori aleși, se vor regăsi exact 2 peștișori aurii și 6 argintii}\}$, $B = \{\text{vor fi aleși exact 3 peștișori aurii}\}$, $C = \{\text{nu va fi ales niciun peștișor roșu}\}$.

79. O firmă de IT a cumpărat, alegând la întâmplare, 5 PC-uri din cele 25 de calculatoare aduse la magazin, din care, 10 PC-uri produse în China, 10 PC-uri produse în Honkong și 5 PC-uri produse de firma IBM. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{printe cele 5 calculatoare alese se vor regăsi, exact 2 calculatoare produse de firma IBM}\}$, $B = \{\text{vor fi alese numai calculatoare produse de firma IBM}\}$, $C = \{\text{printe cele 5 calculatoare alese se vor regăsi exact 2 produse în China și 2 în Honkong}\}$.

80. Un baschetbalist, ale cărui aruncări la coș au o rată de succes de 75%, exersează o serie de aruncări a mingii la coș din punctul aruncărilor de penalizare, care se termină de îndată ce nimereste în coș. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{seria de aruncări la coș se va termina după, cel mult, 4 aruncări}\}$, $B = \{\text{seria de aruncări la coș va fi precedată de, cel mult, 4 insuccese}\}$, $C = \{\text{seria de aruncări la coș va necesita, cel puțin 70, dar nu mai mult de 100 de aruncări la coș}\}$.

81. Doi jucători, *Ion* și *Petru*, practica următorul joc de noroc: primul arunca moneda *Ion*; dacă apare "stema", acesta este declarat castigator; dacă nu, arunca *Petru*; dacă apare "stema", acesta este declarat castigator; dacă nu, din nou arunca moneda *Ion*; etc., etc., jocul se termina atunci când unul din jucători înregistrează, primul, apariția stemei. Presupunem că moneda este deformată astfel, încât "stema" apare cu probabilitatea p , $0 < p < 1$? Pentru $p = 1/3$ calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{jocul se va termina după, cel mult, 10 aruncări}\}$, $B = \{\text{terminarea jocului va fi precedată de apariția "banului" de exact 10 ori}\}$, $C = \{\text{seria de aruncări la coș va necesita, cel puțin 70, dar nu mai mult de 100 de aruncări a monedei}\}$.

82. Una din procedurile de control al calității smartfon-urilor de același tip, produse de firma Samsung, rezidă în alegerea succesivă, la întâmplare, a unui smartfon și verificarea calității lui, procedura terminându-se îndată ce va fi depistat un smartfon defect. În presupunerea că probabilitatea ca produsul ales la întâmplare va fi defect este egală cu p , $0 < p < 1$, deduceți formulele de calcul pentru probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{procedura de control se va termina după mai de 100 de încercări}\}$, $B = \{\text{terminarea procedurii}\}$.

de control va fi precedată de mai mult de 100 de încercări în care smartfonurile verificate nu au defecte}, $C = \{\text{procedura de control va necesita, cel puțin } 70, \text{ dar nu mai mult, de } 100 \text{ de încercări}\}$. Aflați aceste probabilități pentru $p = 0.001$.

83. Considerăm un experiment aleator ce constă în aruncarea a doua zaruri "perfecte", experiment care se termină îndată ce suma punctelor aparute la cele 2 zaruri este egal cu 12. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{seria de aruncări se va termina după, cel mult, } 36 \text{ de aruncări}\}$, $B = \{\text{seria de aruncări va fi precedată de, cel mult, } 35 \text{ de aruncări în care suma punctelor aparute este sub } 12\}$, $C = \{\text{seria de aruncări va necesita, cel puțin } 36, \text{ dar nu mai mult de } 100 \text{ de aruncări}\}$.

84. O firmă de marketing, angajată de Federația de fotbal din Moldova, efectuează un sondaj, alegând la întâmplare, unul câte unul, un amator de fotbal, procedura finalizându-se îndată ce va fi depistat un amator care a fost prezent la ultimul meci jucat de Nationala R. Moldova. În presupunerea că probabilitatea $p = P\{\text{un amator de fotbal ales la întâmplare a fost prezent la meciul în cauză}\} = 0.2$, calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{sondajului vor fi expuși } 36 \text{ de amatori de fotbal}\}$, $B = \{\text{sondajului vor fi expuși, cel puțin, } 36 \text{ de amatori de fotbal}\}$, $C = \{\text{sondajul va cuprinde, cel puțin } 100, \text{ dar nu mai mult de } 200 \text{ de amatori de fotbal}\}$.

85. Testarii este supus un canal de comunicare bazat pe telefonie mobilă, care are proprietatea ca semnalele trimise de forma "0" sau "1" sunt recepționate eronat, independent unul de altul, cu probabilitatea $p = 0.00001$, testarea terminându-se odată cu recepționarea primului semnal eronat. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{testarea va înregistra exact } 10000 \text{ de semnale corecte}\}$, $B = \{\text{vor fi expuse, cel puțin, } 10000 \text{ de semnale}\}$, $C = \{\text{testarea va cuprinde, cel puțin } 10000, \text{ dar nu mai mult de } 20000 \text{ de semnale}\}$.

86. Probabilitatea ca o persoană luată la întâmplare are, într-adevăr, aptitudini paranormale este egală cu $p = 10^{-8}$. Un laborator de cercetare a fenomenelor paranormale se afla în căutarea unei astfel de persoane, testând, unul câte unul, persoanele, care s-au oferit să fie cercetate din acest p. de vedere, până la depistarea persoanei, care posedă, într-adevăr, aceste aptitudini. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente aleatoare: $A = \{\text{testarea va cuprinde exact } 10^6 \text{ de persoane care nu posedă aptitudini paranormale}\}$, $B = \{\text{vor fi expuse testarii } 10^6 \text{ de persoane}\}$, $C = \{\text{testarea va cuprinde, cel puțin } 10^6, \text{ dar nu mai mult de } 2 \cdot 10^6 \text{ de persoane}\}$.

87.