

Компьютерная Mathematica

6 авторов

Введение

MATHEMATICA

— шаг вперед или скачек в будущее?

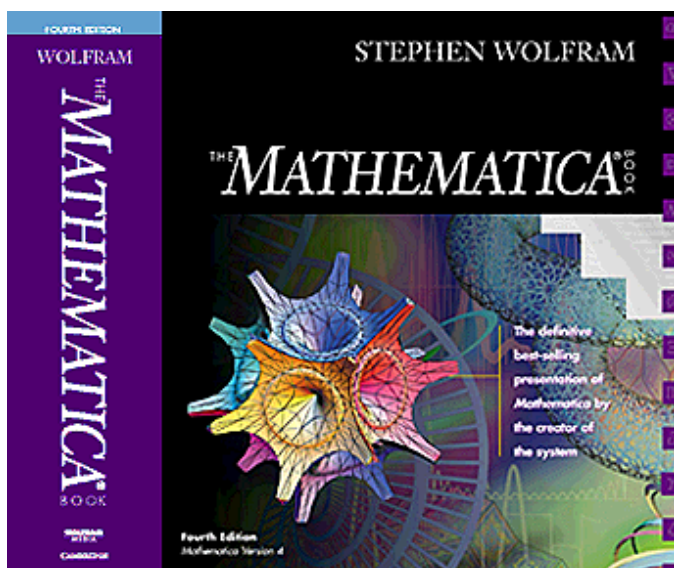
Длительная эволюция применения компьютеров для численных расчетов привела к развитию методов компьютерного моделирования и вычислительного эксперимента. Активное использование компьютеров для проведения символьных и графических вычислений, освобождающее исследователя от проведения рутинных, но трудоемких и чреватых ошибками преобразований, существенно сократило время реализации научных и технических проектов.



В контекст рассмотренных изменений органично вписывается программный продукт *Mathematica* американской фирмы Wolfram Research, Inc (WRI).

[www.wolfram.com]

Что? Где? Когда? (Для кого и зачем?)



Первая версия — 1988 г.
Третья версия — 1996 г.
Четвертая версия — 1999 г.
Пятая версия — 2003 г.

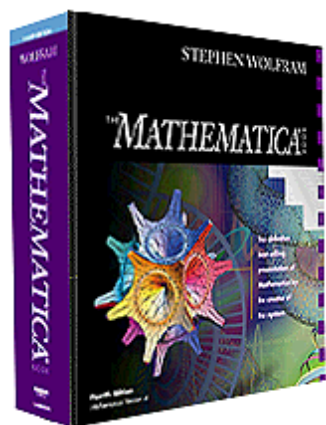
По своей сущности *Mathematica* представляет собой язык программирования высокого уровня, позволяющий реализовать традиционные стили программирования — *процедурный* и *функциональный*, а также стиль *правил преобразований*.

Поскольку рассматриваемый программный продукт обеспечивает также применение разнообразных численных методов, то в совокупности символьные, графические и численные вычисления, выполняемые в одном сеансе использования *Mathematica*, превращают ее в удобный и мощный инструмент математических исследований.

Эта книга предназначена для введения в возможности среды *Mathematica* и может быть использована школьниками, студентами и новичками в символьных вычислениях на начальных этапах работы. Для подробного изучения данной математической системы лучше всего использовать самое полное и фундаментальное руководство по *Mathematica* С.Вольфрама.

Электронный вариант этой книги поставляется вместе с программным продуктом, как дополнение к Help (встроенной справочной системе).

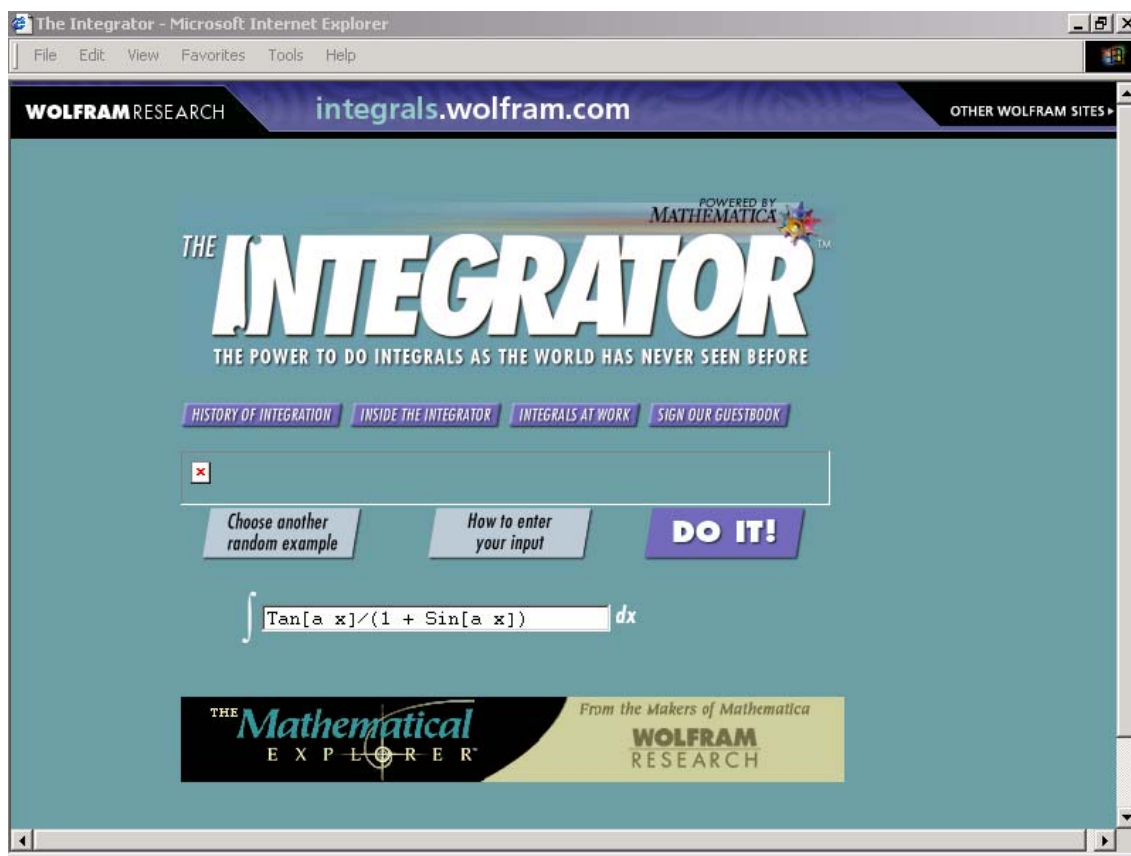
THE **MATHEMATICA** BOOK
STEPHEN WOLFRAM



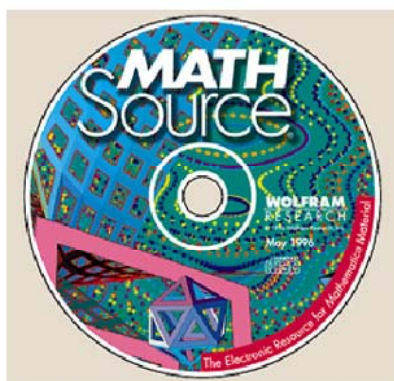
Нет конкуренции — нет прогресса

Основным конкурентом *Mathematica* является канадская программа Maple.

О вкусах не спорят, поэтому отметим лишь, что Maple уступает *Mathematica* в интерфейсе, во внешнем виде представления математических структур, в возможностях объектно-ориентированного программирования, в ряде используемых алгоритмов.



Большое внимание уделяется в последнее время разработке программных средств сопряжения *Mathematica* с Интернет.



[www.integrals.com]

[<http://www.wolfram.com/MathSource/>]

Часто задаваемые вопросы

■ Кто использует *Mathematica*?

Несмотря на название программы, использование *Mathematica* распространяется далеко за границы традиционной математики и математических наук. В действительности, только одну пятую часть ее пользователей составляют математики, как теоретики, так и практики. Фундаментальная подвижность *Mathematica* позволяет применять ее в невероятно широком диапазоне занятий. Можно провести аналогию с текстовым редактором, который одинаково хорош для написания деловых документов, диссертаций или беллетристики.

Программа, созданная для профессионалов, с течением времени преобразилась настолько, что теперь ее могут использовать люди самых разных профессий и возрастов. *Mathematica* представляет собой мощное средство, и более чем миллионную армию ее пользователей составляют исследователи, финансовые аналитики, юристы, преподаватели, ученые-практики и даже художники.

Одной из наиболее быстро растущих областей является проектирование. В этой области все большее количество профессионалов ощущает преимущества универсальной среды для числовых и символьных вычислений, позволяющей к тому же создавать отчеты и другие документы.

Существует несколько разновидностей системы:

- *Mathematica* для студентов (www.wolfram.com/products/student/mathforstudents/index.html);
- *Mathematica* Teacher's Edition (www.wolfram.com/products/teachersedition/index.html);
- *Mathematica* Classroom Packs (www.wolfram.com/products/classroom).

■ К какому классу программ относится *Mathematica*?

Mathematica обладает возможностями системы компьютерной алгебры, вероятно, лучшими из имеющихся, но это только часть того, что представляет собой эта программа.

Можно назвать ее также системой компьютерной математики, но тогда не будет учтено наличие языка программирования, инструментов публикации, разнообразных графических возможностей, а также высокий уровень интеграции между всеми этими компонентами.

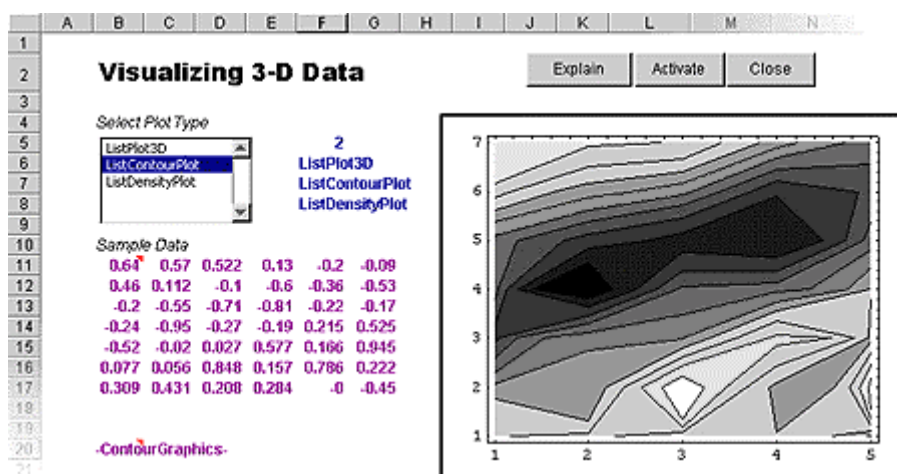
Поэтому, быть может, правильнее называть *Mathematica* универсальной интегрированной компьютерной технической системой, поскольку такой термин наиболее точно отражает масштаб всех возможностей *Mathematica*.

■ Зависит ли *Mathematica* от платформы?

Важным аспектом архитектуры среды *Mathematica* является независимость от платформы, то есть пользователь может запускать ее на необычайно широком кругу операционных систем. *Mathematica* доступна под Windows 95/98/2000/NT/XP, MacOS, Linux, SunOs/Solaris, HP-UX, AIX, Digital Unix и др.

Поскольку формат рабочих документов *Mathematica* — блокнотов, имеющих расширение .nb (от англ. "notebook"), — также независим от платформы, то пользователи любой из перечисленных систем могут обмениваться блокнотами *Mathematica*, просто копируя их или пересылая по электронной почте.

Идеология независимости от платформы привела к тому, что *Mathematica* программно состоит из нескольких отдельных частей: интеллектуального **Ядра**, **интерфейсного процессора** (различного для каждой операционной системы) и связывающей их программы **MathLink**. Таким образом, работая с *Mathematica* в сети, можно использовать интерфейсный процессор на одной машине, а производить вычисления — с помощью Ядра, расположенного на другом, более мощном компьютере.



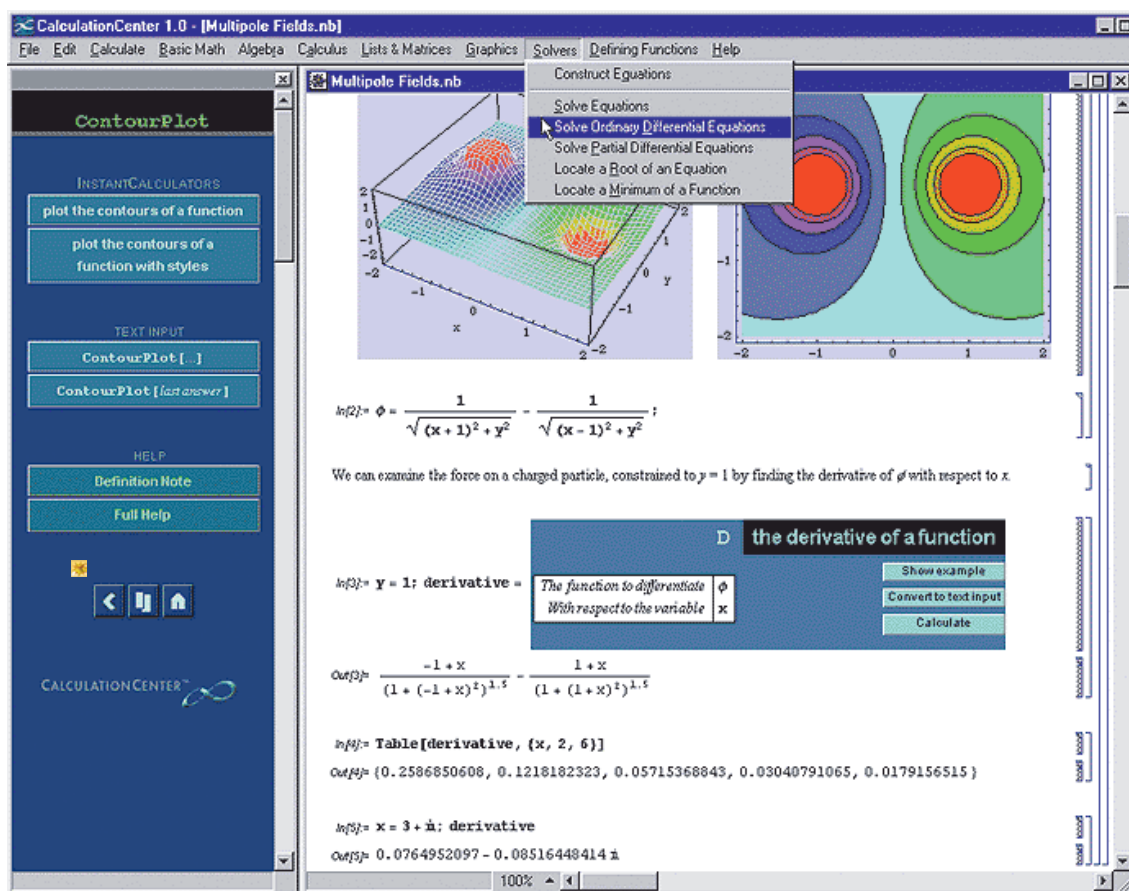
Замена интерфейсного процессора, например, программой Excel и соответствующая корректировка MathLink позволяют использовать символьные, численные и графические возможности *Mathematica* внутри Excel, что существенно расширило круг пользователей системы.

■ Для чего в *Mathematica* включена система создания технических документов?

Процесс создания профессионально выглядящих документов или презентаций, содержащих изображения, выкладки и формулы, часто требует постоянных переключений из одной программы в другую. Специалисты отлично осознают, что такое перемещение требует больше времени, и, следовательно, увеличивает затраты. Кроме того, такой метод утомителен и может привести к появлению дополнительных ошибок. *Mathematica* позволяет создавать отчеты и другие документы только своими естественными средствами, без всяких вырезаний и вставок. В одном и том же окне можно создать документ для печати, презентацию и, используя средство SaveToHTML, гипертекстовый документ для размещения на Web-сайте.

Возможности *Mathematica* по оформлению рабочих документов могут быть использованы не только для подготовки блокнотов к публикации в различных изданиях и Internet. Применяя гипертекстовые ссылки, кнопки и кнопочные палитры, скрытые программные модули и др. можно разрабатывать целые самостоятельные приложения "под *Mathematica*". Это могут быть **программные комплексы**, полностью написанные на внутреннем языке Mathematica, — от сложных математических алгоритмов, до элементов интерфейса.

Примером такого приложения является *CalculationCenter* — программный продукт, официальную продажу которого компания Wolfram Research начала с марта 2001 года. Это суперкалькулятор для "занятых людей", которые могут с его помощью выполнять все основные расчеты, построения графиков и подготовку статей не имея совершенно никаких знаний о структуре, идеологии и языке *Mathematica*. Пользователю нужно лишь давать системе необходимые команды, выбирая их из многочисленных меню.



Вообще говоря, среда системы *Mathematica* позволяет также создавать электронные учебники по предметам, далеким от математики и ее приложений.

При разработке такого рода продуктов оказываются полезными разные уровни защиты документов, которые допускают как произвольное изменение и дополнение любым пользователем, так и различные ограничения в работе с документом, вплоть до запрета сохранения на свой компьютер или копирования отдельных фрагментов.

■ Каковы преимущества языка программирования *Mathematica* по сравнению с Фортраном или C++?

Mathematica располагает встроенным языком программирования высокого уровня. Это позволяет использовать ее в качестве базового программного продукта при изучении основных понятий программирования и информатики.

Общий недостаток множества важнейших технических программных продуктов — это сравнительно ограниченные возможности в программировании. Так как эти системы часто используются интерактивно, языку программирования, позволяющему автоматизировать сложные вычисления, часто придают второстепенное значение. Такая система зачастую лишена возможности расширять свои функции сверх встроенных.

В *Mathematica* язык программирования является действительно законченным и элегантным языком, и он с самого начала играл центральную роль в разработке *Mathematica*. Этот язык программирования позволяет манипулировать с широким диапазоном составляющих технического программирования, используя лишь небольшое число основных примитивов.

Язык *Mathematica* разрабатывался очень тщательно, поэтому в нем выполняются все основные принципы программирования. Среди многочисленных принципов программирования, поддерживаемых *Mathematica*, всегда можно выбрать подход, наиболее соответствующий обсуждаемой теме или задаче. При этом в каждом случае будет использоваться один и тот же унифицированный синтаксис *Mathematica*.

На несложных примерах в *Mathematica* могут быть продемонстрированы отличия и преимущества разных стилей программирования: процедурного, объектно-ориентированного, строкового, функционального. При этом, как правило, результат работы даже простейших процедур, состоящих из нескольких строк, если и может быть достигнут с помощью традиционных языков программирования (C, Pascal), то с гораздо большими затратами времени и сил. Студент или исследователь сам может моделировать и иллюстрировать понятия и явления, изучаемые в высшей школе, что позволяет глубже исследовать отдельные темы и повышает интерес к предметам в целом.

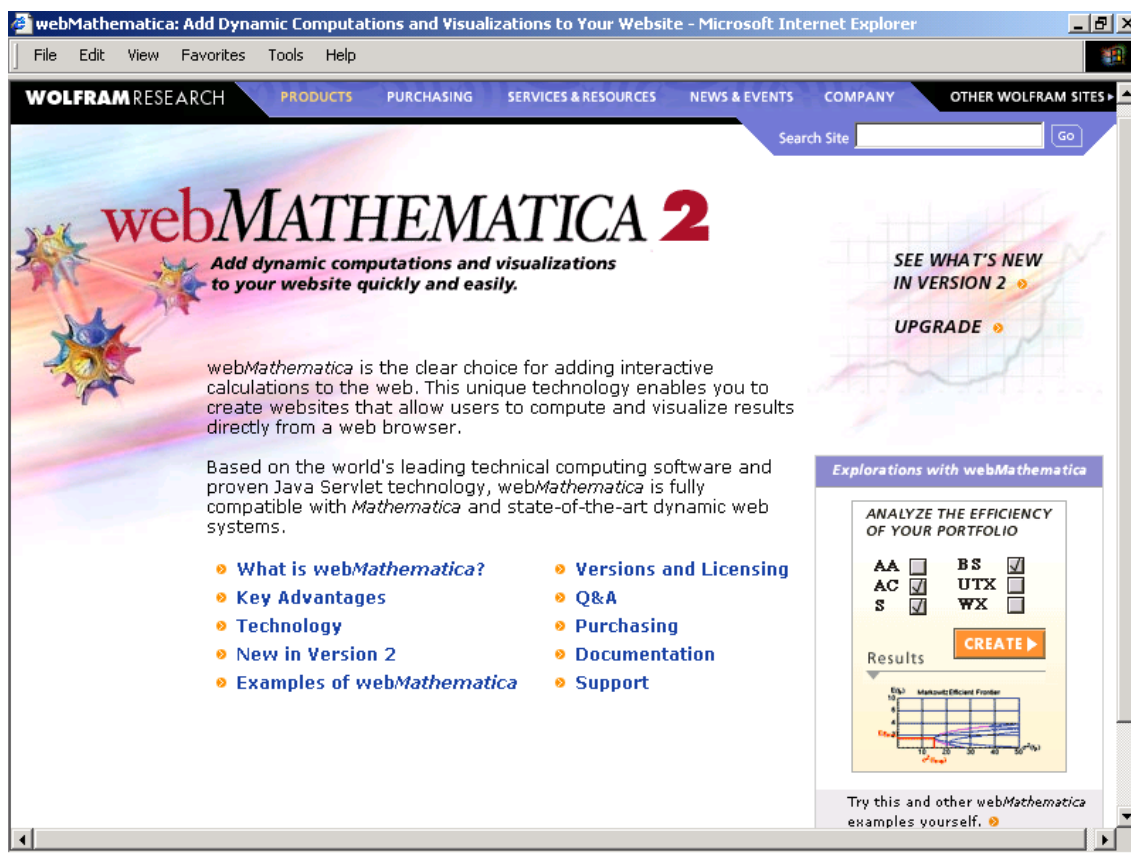
Одновременно, поскольку *Mathematica* все-таки является мощным высокотехнологичным инструментом, приобретаются навыки эффективного использования компьютера в последующей профессиональной деятельности.

Синтаксис *Mathematica* построен с использованием небольшого, но последовательного набора принципов. Простой пример такого принципа — название встроенных функций. Каждой функции присвоено имя, начинающееся с заглавной буквы, каждое слово внутри имени также пишется с заглавной буквы, избегаются аббревиатуры. Присваиванием похожим функциям похожих имен, *Mathematica* избегает нагрузки на память пользователя. Пользователи могут быстро запомнить значение целых семейств функций. Поскольку аналогичным функциям присвоены аналогичные имена, лучше видна связь не только между функциями *Mathematica*, но и между математическими понятиями, которые представляют эти функции. Очевидно, что неаккуратно продуманное построение программного обеспечения может действительно скрыть родство между математическими понятиями, лишая учащихся возможности строить аналогии.

В отличие от традиционных языков, *Mathematica* позволяет выбрать лучший подход, основываясь на самой задаче, а не ограничениях языка.

■ Как взаимодействуют *Mathematica* и Internet?

Существует приложение, которое делает доступными в сети возможности системы *Mathematica*. Это – *WebMathematica*.



<http://www.wolfram.com/products/webmathematica/index.html>

Интерфейс этого приложения обеспечивает механизм работы с ядром *Mathematica*. Преимущества веб интерфейса включают в себя:

- работа в привычной среде, т.к. веб-браузер распространённый тип программного обеспечения;
- нет необходимости в установке специального программного обеспечения на локальных машинах;
- совместное использование множества веб технологий;
- документы генерируются на сервере, затем посылаются клиенту.

WebMathematica открывает широкий спектр возможностей:

- Организация вычислений при помощи ядра *Mathematica* в сети
Можно создавать веб сайты, использующие *webMathematica*, для обеспечения специализированных вычислений или предоставления интерактивного доступа к функциям и пакетам, написанным в *Mathematica* в научной, коммерческой и других средах. Такие сайты могут содержать общедоступные технические вычисления для профессионалов, инженеров, студентов и всех, кому нужны вычислительные возможности.

- Компьютерные обучающие программы и публикации в сети
WebMathematica добавляет новые грани в процесс публикации технических текстов в сети. Школы, университеты, и другие образовательные учреждения могут оказывать услуги дистанционного обучения и курсов, которые предоставляют интерактивный материал. Впервые интерактивные вычисления,

сложные визуализации и специальные символы можно добавить в веб документ. Исследователи, ученые могут создать интерактивный веб сайт для представления своих работ. В то же время, они могут предложить проверять или использовать свои результаты коллегам по всему миру. Авторы и издатели могут создавать живые, интерактивные технические книги и журналы в сети, которые позволяют моделировать.

■ Что включил в себя процесс обновления *Mathematica 5*?

Процесс обновления *Mathematica* быстр и автоматизирован. И что самое замечательное, этот процесс осуществляется не только за счет расширения Ядра (которое изначально создавалось на языке C), но в основном за счет введения новых, более быстрых алгоритмов, написанных на внутреннем языке *Mathematica*. Так что любой специалист сам может принять участие в этом процессе, присылая свои разработки по адресу suggestions@wolfram.com.

Кроме того, *Mathematica 5* имеет высокую степень совмещения с предыдущими версиями; все основные документы *Mathematica 3* можно открывать без каких-либо изменений. На самом деле, *Mathematica 5* позволяет работать практически с любой программой для *Mathematica*, написанной с момента выпуска первой версии пятнадцать лет назад.

В плане численных расчетов: существенно оптимизирована линейная алгебра плотных и разреженных матриц; разработана поддержка крупномасштабного линейного программирования методами внутренней точки; имеются новые методы и поддержка массивов переменных в командах FindRoot и FindMinimum; работают команда FindFit для нелинейной аппроксимации кривыми и команда глобальной оптимизации Nminimize; поддерживаются решение n -мерных уравнений с частными производными, векторов и массивов, широкий набор автоматически вызываемых алгоритмов в команде NDSolve; напрямую поддерживаются высокопроизводительные основные статистические функции.

В плане символьных расчетов осуществляются: решение смешанных систем уравнений и неравенств командой Reduce; полное решение полиномиальных систем в поле действительных и комплексных чисел; решение широкого класса Диофантовых уравнений; представление дискретных и непрерывных алгебраических и трансцендентных множеств решений; точная минимизация в полях целых и действительных чисел; интегрированная поддержка допущений с помощью функций Assuming и Refine; вызов RSolve для решения рекуррентных уравнений; поддержка нелинейных и разностных уравнений и систем; полное решение рациональных систем обыкновенных дифференциальных уравнений; поддержка дифференциальных алгебраических уравнений; конвертирование систем уравнений в тензоры командой CoefficientArrays.

В плане программирования и системного ядра осуществлены: интегрированная языковая поддержка разреженных массивов; новые методы программирования списков с использованием Sow и Reap; EvaluationMonitor и StepMonitor для наблюдения за работой алгоритмов; улучшенная система временных измерений, включающая функцию AbsoluteTiming; увеличение производительности для MathLink; новый модуль .NET/Link, позволяющий интегрировать Mathematica с приложениями, использующими технологическую платформу Microsoft .NET Framework; оптимизация под 64-битные операционные

системы и архитектуры; поддержка вычислений в 64-битных адресных пространствах.

В плане интерфейса осуществлены: поддержка более 50 форматов экспорта и импорта; высокоэффективный экспорт и импорт табличных данных; PNG, SVG и DICOM графики и форматы изображений; импорт и экспорт форматов разреженных матриц; MPS формат линейного программирования; XHTML формат для экспорта рабочих документов; улучшенный браузер подсказки; улучшенная поддержка слайд-шоу презентаций; улучшенная поддержка инструментов опубликования (AuthorTools).

В систему Mathematica 5 дополнительно включены стандартные дополнительные пакеты Statistical plots and graphics и Algebraic number fields.

■ Что такое стандарт документов .nb и как он связан с Mathematica?

Тип документов .nb, используемый системой Mathematica и другими продуктами Wolfram Research, позволяет совмещать тексты, графики, формулы, алгоритмы, гипертекстовые ссылки и кнопки в одном, не зависящем от платформы документе. Если пользователь Windows пошлет .nb-документ пользователю Macintosh, или Linux, или Unix, документ будет всегда обладать одинаковыми свойствами. Бесплатное приложение MathReader разрешает просмотр и печать .nb-документа, запуск анимации и т.д. Это делает .nb-стандарт идеальным информационным каналом, общим средством общения среди профессионалов всего мира.

Есть еще также формат .m, которым обладают все дополнительные (специализированные) пакеты Mathematica. Такие пакеты может создавать каждый пользователь Mathematica в нужных ему количествах, самостоятельно наделяя их при этом текстовой информацией, которая при правильной организации внедряется в основную справочную систему (Help) после ее автоматической перестройки:

Help > Rebuild Help Index.

Уже существует более сорока больших специализированных пакетов, написанных для решения задач из разных областей знания. Разработчиками таких пакетов, помимо Wolfram Research, являются десятки компаний из разных стран. Таким образом, в процессе развития Mathematica участвуют люди по всему земному шару.

■ В чем практическая польза символьных вычислений?

Буквенный результат часто позволяет проникнуть в ход решения, который при нагромождении чисел может быть не очевиден. Раньше разработчики большинство своих вычислений проводили алгебраически и только в конце выполняли подстановку чисел. После распространения компьютеров, которые были намного более искусны в числовых, нежели в символьных вычислениях, конструкторы целиком положились на числовые расчеты, а символьные просто исчезли из списка их основных инструментов.

Mathematica позволяет комбинировать лучшее из этих двух подходов: точные числовые результаты и глубокое понимание, обеспеченное символьными вычислениями. Такое соединение методов уже встречается: конструирование и финансы — две области, где комбинация символьных и числовых расчетов снова

становится стандартной практикой. Нетрудно заметить, что по сравнению с вычислением для конкретного фиксированного значения, символьный результат может считаться вычислением для *всех* значений одновременно.

Половина зарегистрированных пользователей *Mathematica* — это коммерческие и правительственные организации, другая половина — научные и образовательные учреждения. *Mathematica* сегодня используется, в частности,

- в 50 важнейших университетах США, предоставляющих степень доктора физико-математических наук;
- в патентной службе США (в качестве единого средства для представления математических формул);
- в 10 ведущих университетах Австрии в качестве базовой системы;
- министерством образования Дании для создания в Internet учебных курсов нового поколения с использованием web*Mathematica*.

Учебные учреждения всего мира используют систему *Mathematica* в пост-университетском образовании. Научные издательства используют технологии *Mathematica* для создания сетевых версий традиционных текстов, например, с помощью *Mathematica* популярный учебник арифметики был полностью переведен в интерактивную электронную версию.

Существуют и поддерживаются версии *Mathematica* на немецком, французском и японском языках (с цельным интерфейсом, включающим в себя меню, палитры, окна диалога, сообщения и предупреждения об ошибках, и более тысячи страниц помощи).

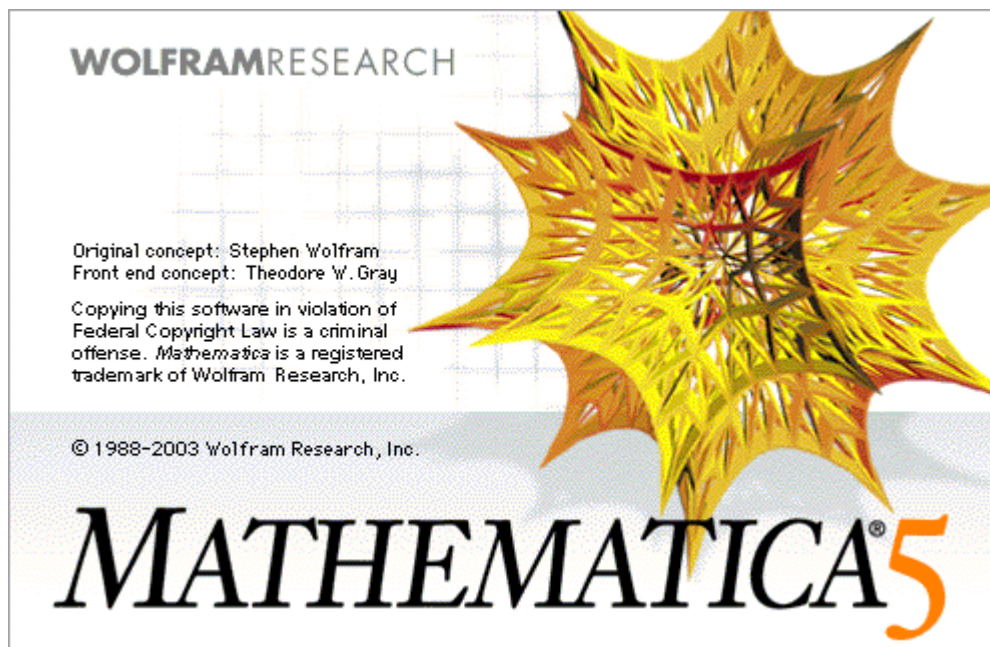
■ Как поддерживается разработка и применение *Mathematica*?

Спонсорскую поддержку Wolfram Research осуществляют как научные, так и общественные организации, вкладывая деньги непосредственно в проекты, связанные с образованием и научными исследованиями. Диапазон проектов простирается от High School Grant Program, программы, поощряющей изучение учителями новых методов преподавания и разработку учебных пособий с использованием *Mathematica*, до Visiting Scholar Grant Program, созданной для поддержки профессионалов, работающих над проектами, имеющими огромное значение в определенных областях. Программа Student Intern Program занимается набором талантливых студентов, желающих приобрести опыт работы, и каждое лето предлагает стажировку во всех отделах компании.

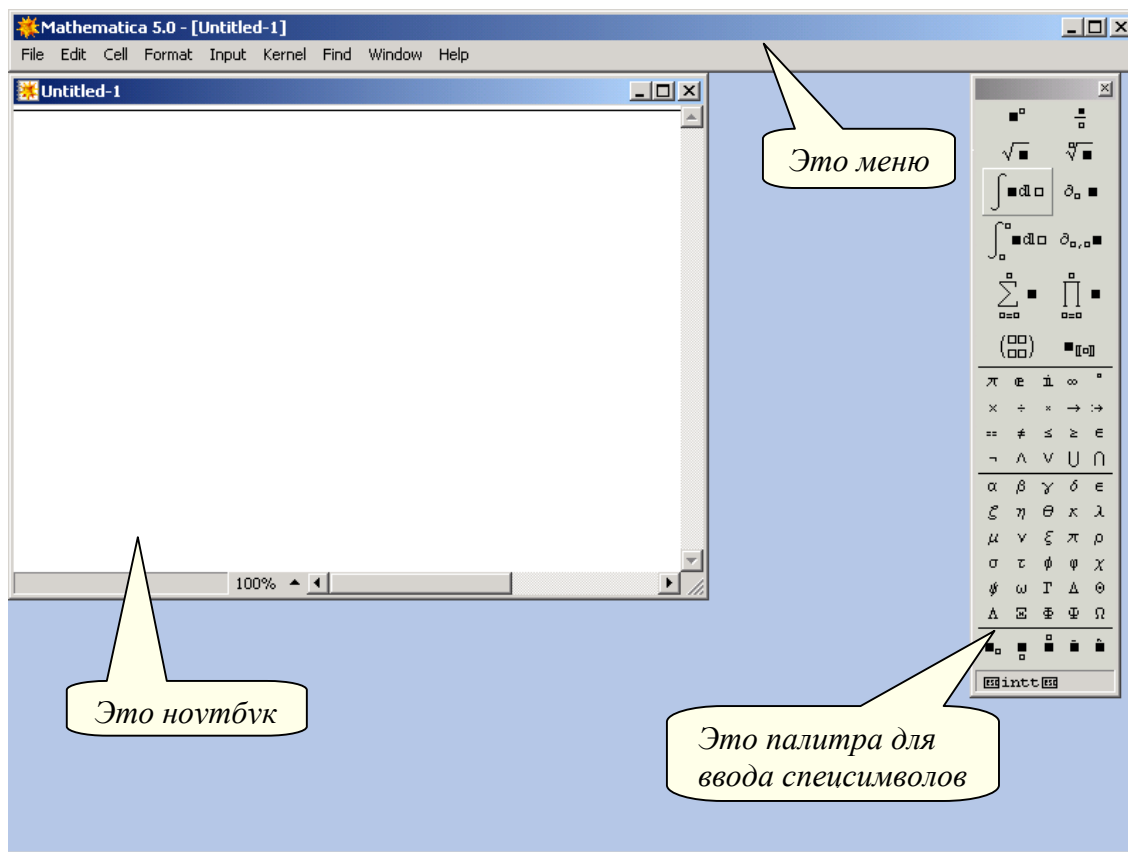
А теперь, продолжим изучение *Mathematica*.

Практическое использование Mathematica

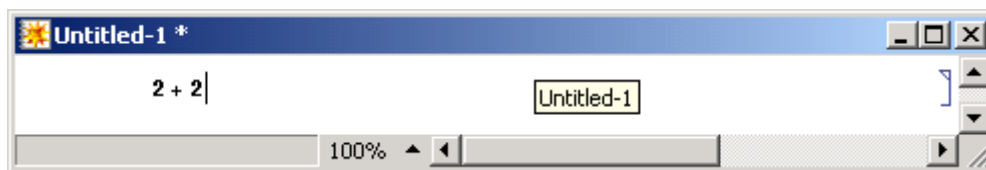
1. Запускаем электронного друга



После нескольких секунд загрузки появляется рабочее окно...

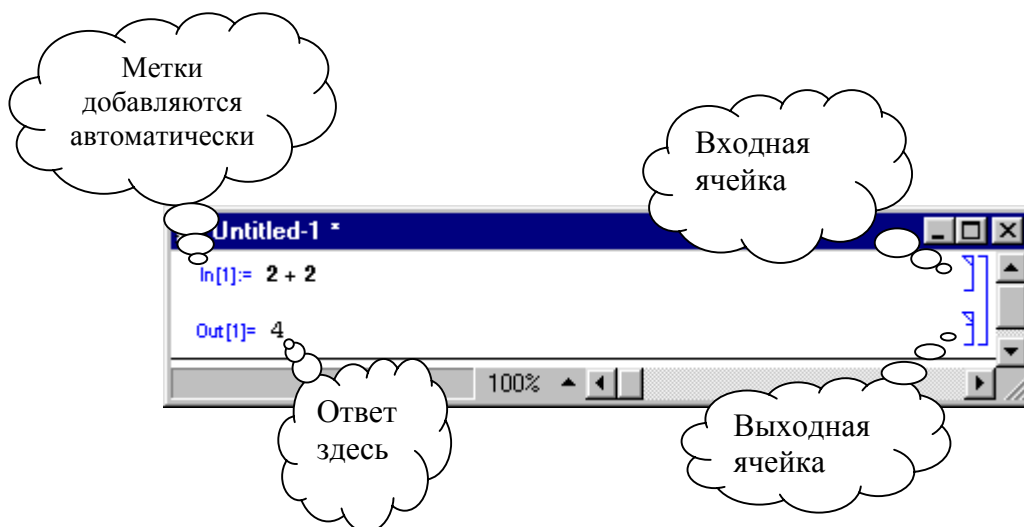


2. С чего начинается школа



Напишите $2+2$ и нажмите **[Shift]+[Return]** или **[Enter]** (на дополнительной клавиатуре), чтобы дать понять *Mathematica*, что вы хотите узнать ответ.

Нажатие **[Return]** на основной клавиатуре приводит к созданию новой

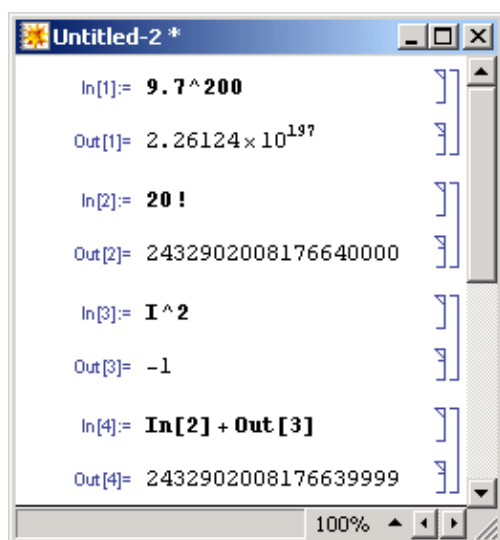


строки в той же ячейке.

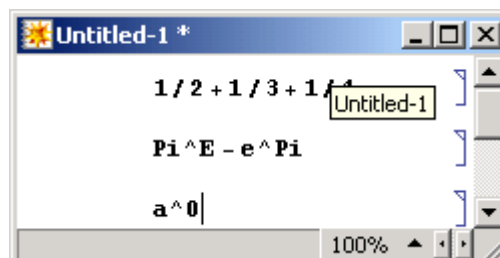
Заметьте:

Первое вычисление выполняется всегда дольше остальных, т.к. подгружается интеллектуальное ядро *Mathematica* (*Mathematica Kernel*).

Еще несколько численных примеров:



☀ Попробуйте самостоятельно произвести указанные ниже расчеты:



3. Начала

Несколько принятых соглашений в *Mathematica*:

Встроенные функции пишутся
с большой буквы

Sin[x]

Аргументы берутся
в квадратные скобки.

Это стандартные
арифметические операции:

$2+3$

$2-3$

$2/3$

$2*3$

2^3

Некоторые виды
представления произведения:

a*b **a_{пробел}b** **a(b+1)**

2x означает 2*x

Большие и маленькие буквы
считаются различными

{a, b, B}

Список заключается
в фигурные скобки

Встроенные константы пишутся с большой буквы

N[Pi, 50];

Запятая разделяет
аргументы функции.

Точка с запятой
предотвращает вывод,
но команда выполняется

Вычислите значение
выражения **N[Pi, 50]** ,
поставив в конце ";",
а потом без ";"

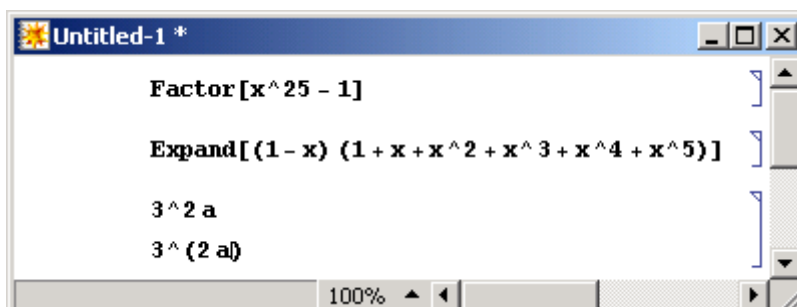
x=5

Переменные обозначаются обычно
маленькими буквами.

xvalue=3

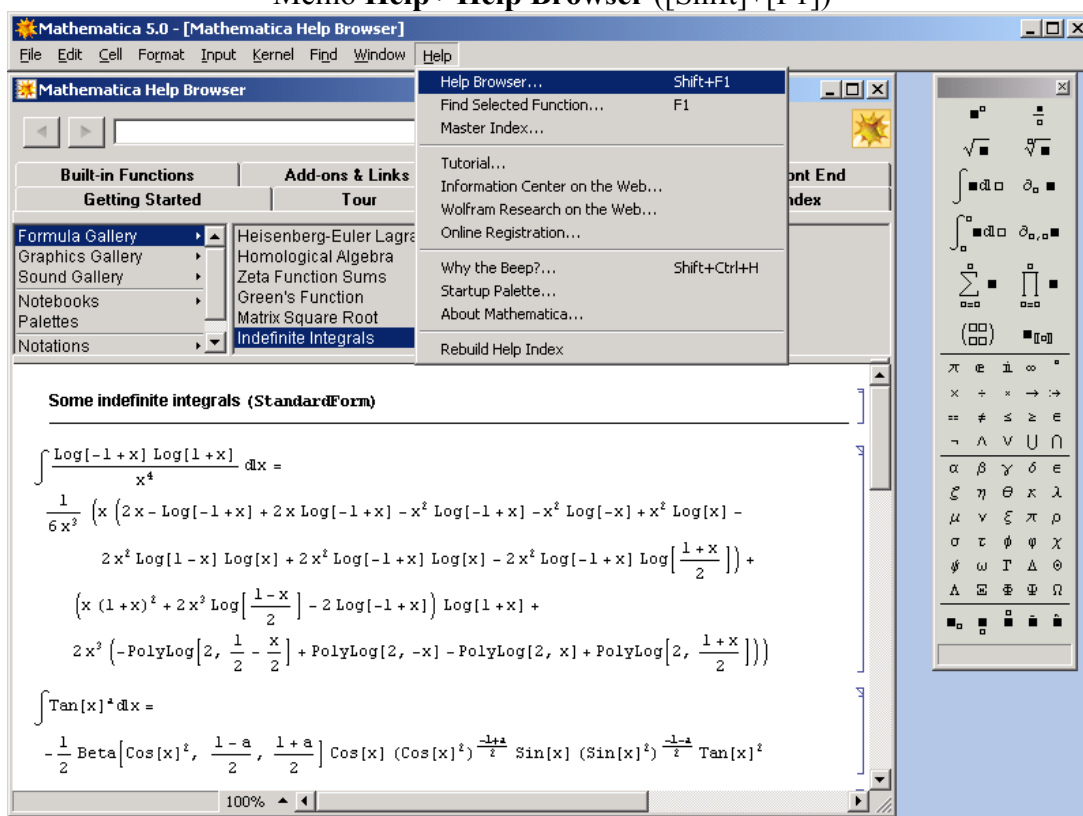
В качестве имени переменной может
использоваться комбинация символов.

☀ Для закрепления ма-
териала вычислите при по-
мощи компьютера:

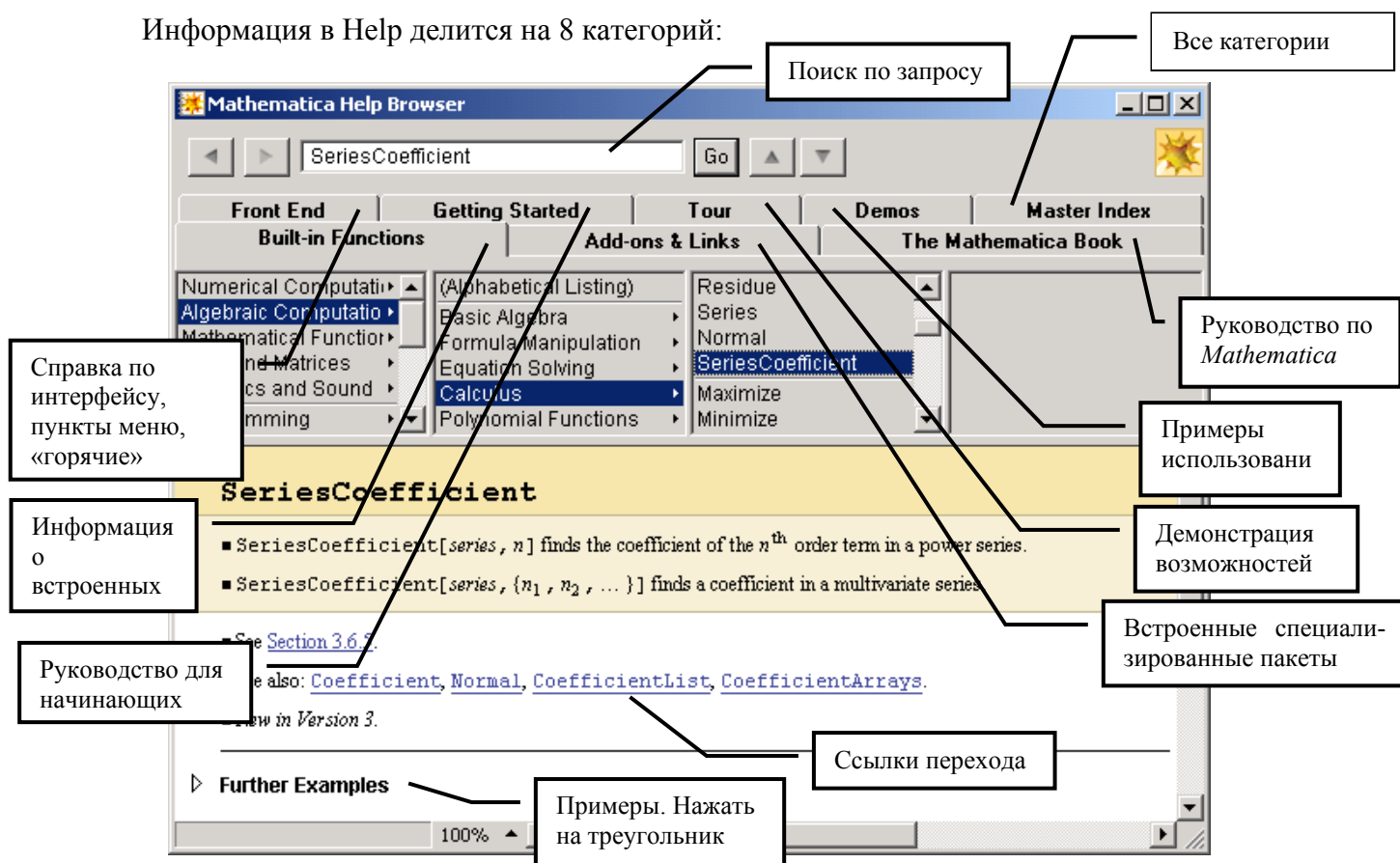


4. Библиотека знаний Mathematica

Меню Help > Help Browser ([Shift]+[F1])



Информация в Help делится на 8 категорий:



5. Полезные ознакомительные ссылки

Help ► Demos ► Graphics Gallery

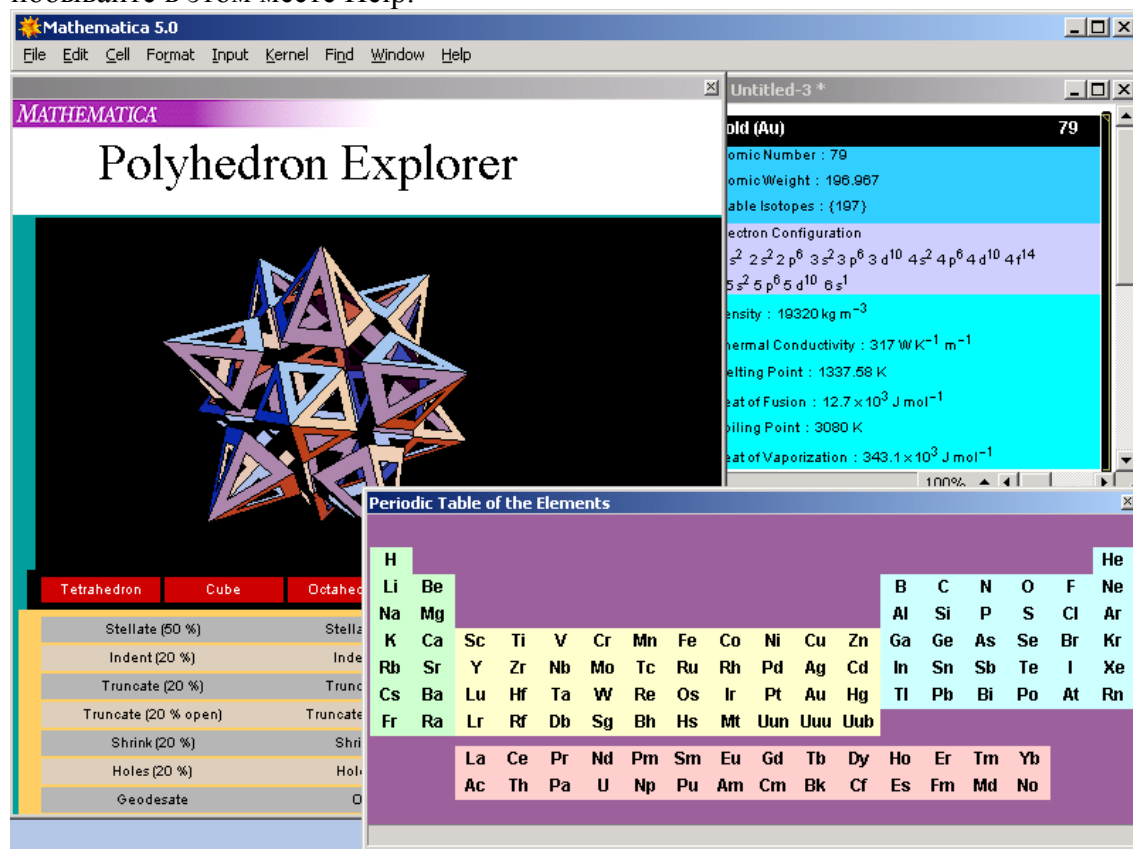
Здесь вы сможете найти наиболее привлекательные и содержательные примеры о возможностях *Mathematica*, которые полезно просмотреть при первом знакомстве.

В этом разделе справочной системы находятся достаточно красивые и интересные примеры палитр (что это такое, смотрите ниже) и ноутбуков, т.е.

Help ► Demos ► Palettes

учебников, раскрывающих подробно ту или иную конкретную тему.

Одно из преимуществ системы *Mathematica* над Maple и другими программами такого рода заключается как раз в том, что *Mathematica* является мощным инструментом для создания презентаций и электронных учебников нового поколения, для оформления научных и дипломных работ. Обязательно побывайте в этом месте Help.



The screenshot displays the Mathematica 5.0 interface. The main window is titled "Polyhedron Explorer" and shows a 3D model of a complex polyhedron. Below the model are buttons for "Tetrahedron", "Cube", and "Octahedron". To the right of the model is a "Periodic Table of the Elements". Below the periodic table are buttons for "Stellate (50 %)", "Inde", "Truncate (20 %)", "Trunc", "Shrink (20 %)", "Hole", and "Geodesate". On the far right, a window titled "Untitled-3 *" displays the properties of Gold (Au), including its atomic number (79), atomic weight (196.967), and various physical and chemical properties.

Periodic Table of the Elements																	
H															He		
Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
Cs	Ba	Lu	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
Fr	Ra	Lr	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Uun	Uuu	Uub						
La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb				
Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No				

Имейте в виду, что вы сами можете создавать такого рода палитры для работы в своей конкретной области или для выполнения тех или иных заказов, требующих визуализации и моделирования различных процессов.

6. Палитра математических самоцветов

Меню **File > Palettes > BasicInput**

The image shows the Mathematica 5.0 interface with several windows and palettes. The main window displays the input $\alpha + \int \square d\square$ and the output $\alpha - \text{Log}[\text{Cos}[x]]$. The **BasicInput** palette is open, showing various mathematical functions like **Expand**, **Factor**, **Together**, **Apart**, **Cancel**, **Simplify**, **FullSimplify**, **TrigExpand**, **TrigFactor**, **TrigReduce**, **ExpToTrig**, **TrigToExp**, **PowerExpand**, and **ComplexExpand**. The **AuthorTools** palette is also visible, showing options like **MakeProject**, **MakeIndex**, **MakeContents**, **MakeCategories**, **MakeBilateralCells**, **NotebookDiff**, and **NotebookRestore**. The **Slide Show** palette is also present, showing options like **New Template**, **New Slide**, **Table of Contents**, **View Environment**, **Normal**, **Slide Show**, and **Style Sheet ...**.

Палитры в *Mathematica* можно создавать самостоятельно

Ячейка, в процессе вычисления, принимает желтый цвет, а в заголовке окна появляется **Running**

Mathematica 5.0

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

New Ctrl+N
Open... Ctrl+O
Close Ctrl+F4
Save Ctrl+S
Save As... Shift+Ctrl+S
Save As Special...
Revert...
Open Special...
Import...
Send To...
Send Selection...

Palettes
Generate Palette from Selection
Generate Notebook from Palette

Printing Settings
Print... Ctrl+P
Print Selection... Shift+Ctrl+P

1 IStart.nb
2 SearchRes.nb
3 Glossary.nb
4 ScrollMenuNb.nb
5 ContentsNb.nb

Exit

Arithmetic and Numbers
Algebra
Solving Equations
Enter an equation of the form $lhs == rhs$, or solve an equation or system of equations.
 $Solve[== \square, \square]$
 $Solve[== \square, == \square, \square]$

Lists and Matrices
Arithmetic and Numbers
Letter-like Forms
Operators
Put your pointer over a character to see its alias or name.

Expand[\square]
Factor[\square]
Together[\square]
Apart[\square]
Cancel[\square]
Simplify[\square]
FullSimplify[\square]
TrigExpand[\square]
TrigFactor[\square]
TrigReduce[\square]
ExpToTrig[\square]
TrigToExp[\square]
PowerExpand[\square]
ComplexExpand[\square]

AuthorTools
Palettes ?
MakeProject
MakeIndex
MakeContents
MakeCategories
MakeBilateralCells
NotebookDiff
NotebookRestore

Slide Show ?
New Template
New Slide
Table of Contents
View Environment
Normal
Slide Show
Style Sheet ...

Для ввода объекта с палитры, необходимо нажать на соответствующую кнопку. После нажатия клавиши палитры слева, вычисления произведутся автоматически.

7. Урок математического правописания

Операция	Комбинация клавиш	Результат
Степень	x [Ctrl+6] 3	x^3
Дробь	x [Ctrl+/] 3	$\frac{x}{3}$
Корень квадратный	[Ctrl+2] x	\sqrt{x}
Радикал	[Ctrl+2] x [Ctrl+5] 3	$\sqrt[3]{x}$
Индекс	x [Ctrl+_] 1	x_1
Верхний индекс	x [Ctrl+7] –	\bar{x}
Подиндекс	x [Ctrl+ +] i	\mathcal{X}_i
$\alpha, \beta, \pi, \dots$	[Esc] a [Esc] [Esc] b [Esc] [Esc] Pi [Esc]	$\alpha\beta\pi$
Дифференциал	[Esc] dd [Esc] x	dx
Интеграл	[Esc] Int [Esc] x [Ctrl+6] a [Ctrl+Пробел] [Esc] dd [Esc] x	$\int x^2 dx$
Частная производная	[Esc] pd [Esc][Ctrl+_] x [Ctrl+Пробел] x^y	$\partial_x x^y$
Следовательно, равносильно	[Esc]=>[Esc] [Esc]<=>[Esc]	$\Rightarrow \Leftrightarrow$
Стрелки	[Esc] -> [Esc]	\rightarrow
Неравно	[Esc] != [Esc]	\neq
Нестрогие неравенства	[Esc] >= [Esc] [Esc] <= [Esc]	\gtrless
Движение курсора за пределы структуры	[Ctrl+Пробел]	

Выделять выражение можно с помощью [Shift]+[Стрелки].

8. Матрица и компания

Ctrl+Enter добавить строку
Ctrl+[,] добавить столбец

Меню Input.
Быстрый вызов:
Shift+Ctrl+C

Создание:
- Таблицы
- Матрицы
- Палитры

Размерность:
число строк
число столбцов

Рисование линий и рамок таблицы

Автоматическое заполнение
всей матрицы или
ее диагонали.

Данные вводятся
в пустые клетки

Матрица хранится в
памяти как список

Det[] — определитель матрицы
Eigenvalues[] —
собственные значения матрицы
Eigenvectors[] —
собственные вектора матрицы
Dot[A, B] —
произведение матриц A и B
Inverse[] — обратная матрица
Transpose[] —
транспонирование матрицы
Minors[] —
список всех миноров матрицы

Подробнее в Help:
Built-in Functions ► List and Matrices ► Matrix Operations

9. Калейдоскоп выражений

Factor[□]	Разложение на множители.
Factor[□,Extension→{□}]	Разложение на множители с указанием алгебраического расширения.
Expand[□]	Раскрытие скобок.
Simplify[□]	Упрощение выражений.
Simplify[□,□]	Упрощение выражений с условием.
FullSimplify[□]	Полное упрощение (работает со спец. функциями).

nabor.nb *

```

In[1]:= Factor[x5 + x4 + x + 1]
Out[1]:= (1 + x) (1 + x4)

In[2]:= Factor[x4 - 3]
Out[2]:= -3 + x4

In[3]:= Factor[x4 - 3, Extension -> {4√3}]
Out[3]:= -(31/4 - x) (31/4 + x) (√3 + x2)

In[4]:= Factor[x16 - 1]
Out[4]:= (-1 + x) (1 + x) (1 + x2) (1 + x4) (1 + x8)

```

nabor.nb *

```

In[33]:= Simplify[x (1 + x) Gamma[x]]
Out[33]:= x (1 + x) Gamma[x]

In[34]:= FullSimplify[x (1 + x) Gamma[x]]
Out[34]:= Gamma[2 + x]

In[36]:= FullSimplify[ArcCos[√(1 - x)]]
Out[36]:= ArcSin[√x]

```

nabor.nb *

```

In[21]:= Expand[(a + b + c)3]
Out[21]:= a3 + 3 a2 b + 3 a b2 + b3 + 3 a2 c + 6 a b c + 3 b2 c + 3 a c2 + 3 b c2 + c3

In[22]:= Expand[(1 + x)3 + (2 + x)4 + (1 + y)2, 1 + x]
Out[22]:= 1 + 3 x + 3 x2 + x3 + (2 + x)4 + (1 + y)2

```

nabor.nb *

```

In[27]:= Expand[(2 + x)4 (1 + x)4]
Out[27]:= 16 + 96 x + 248 x2 + 360 x3 + 321 x4 + 180 x5 + 62 x6 + 12 x7 + x8

In[29]:= Simplify[16 + 96 x + 248 x2 + 360 x3 + 321 x4 + 180 x5 + 62 x6 + 12 x7 + x8]
Out[29]:= (2 + 3 x + x2)4

In[32]:= Simplify[√x2, x < 0]
Out[32]:= -x

In[30]:= Simplify[a3 + b3 + c3 - 3 a b c, a + b + c == 0]
Out[30]:= 0

```

Help ► Built-in Functions ► Algebraic Computation ► Basic Algebra

10. Списки, векторы, матрицы.

<code>{□,□,□,□}</code>	Непосредственное задание списка.
<code>Table[expr,{i, min, max, шаг}]</code>	Список значений выражения expr для каждого i .
<code>Table[expr,{i, imin, imax, шаг}, {j, jmin, jmax, шаг}]</code>	Задание двумерного списка imax×jmax .
<code>Array[f,{max}]</code>	Задание списка вида f[1], f[2],...f[max] .
<code>Range[min ,max, шаг]</code>	{min, min+шаг,..., max} .

Иногда **min** и **шаг** можно опускать. По умолчанию они равны 1.

nabor.nb *

```

In[10]:= a = {1, 2, 3};
          b = {x1, x2, x3};

In[12]:= a.b
Out[12]= x1 + 2 x2 + 3 x3

In[13]:= a + b
Out[13]= {1 + x1, 2 + x2, 3 + x3}

In[14]:= a * b
Out[14]= {x1, 2 x2, 3 x3}

In[15]:= Cross[a, b]
Out[15]= {-3 x2 + 2 x3, 3 x1 - x3, -2 x1 + x2}

```

nabor.nb *

```

In[16]:= Table[xi, {i, 1, 5}]
Out[16]= {x, x2, x3, x4, x5}

In[38]:= a = Table[i + j,
                  {i, 1, 3}, {j, -1, 1, .5}]
Out[38]= {{0, 0.5, 1., 1.5, 2.},
          {1, 1.5, 2., 2.5, 3.},
          {2, 2.5, 3., 3.5, 4.}}

In[39]:= a // MatrixForm
Out[39]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 1. & 1.5 & 2. \\ 1 & 1.5 & 2. & 2.5 & 3. \\ 2 & 2.5 & 3. & 3.5 & 4. \end{pmatrix}$$


In[41]:= a[[1, 2]]
Out[41]= 0.5

In[47]:= M = Array[m, {2, 3}]
Out[47]= {{m[1, 1], m[1, 2], m[1, 3]},
          {m[2, 1], m[2, 2], m[2, 3]}}

In[50]:= M[[2, 3]]
Out[50]= m[2, 3]

In[51]:= M // MatrixForm
Out[51]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} m[1, 1] & m[1, 2] & m[1, 3] \\ m[2, 1] & m[2, 2] & m[2, 3] \end{pmatrix}$$


In[54]:= Range[5, 10]
Out[54]= {5, 6, 7, 8, 9, 10}

```

Список как вектор

Скалярное умножение

Позлементное умножение

Векторное умножение

Шаг 0.5

Двумерный список можно представить как матрицу

Доступ к элементам списка через [[]]

Задание массива

Range[min, max, step] эквивалентно Table[i, {i, min, max, step}]

// используется для постфиксного задания функции. То же самое, что и MatrixForm[M]. MatrixForm[□] — вывод в матричном виде

11. Давайте решим уравнение

Solve [$\square == \square$, var]	Решить уравнение относительно переменной var.
Solve [$\{\square == \square, \square == \square\}$, {var1, var2}]	Решить систему уравнений относительно var1 и var2.
NSolve [$\square == \square$, var]	Численное решение уравнения.
SolveAlways [$\square == \square$, var]	Нахождение условия, при котором уравнение переходит в тождество, относительно переменной var.
Reduce [$\square == \square$, var]	Решение уравнений с параметрами.
Eliminate [{syst},{vars}]	Упрощение системы путем исключения неизвестных.

paradox.nb * Уравнение формируется двумя знаками равенства ==

```

In[1]:= Solve[a x^2 + b x + c == 0, x]
Out[1]= {{x -> (-b - Sqrt[b^2 - 4 a c])/2 a}, {x -> (-b + Sqrt[b^2 - 4 a c])/2 a}}

In[2]:= Reduce[a x^2 + b x + c == 0, x]
Out[2]= x == (-b - Sqrt[b^2 - 4 a c])/2 a && a != 0 || x == (-b + Sqrt[b^2 - 4 a c])/2 a && a != 0 ||
a == 0 && b == 0 && c == 0 || a == 0 && x == -c/b && b != 0

In[3]:= Solve[{1 + x^2 == 0, y^2 == x^2, z == x}, {x, y, z}]
Out[3]= {{y -> -I, z -> -I, x -> -I}, {y -> -I, z -> I, x -> I},
{y -> I, z -> -I, x -> -I}, {y -> I, z -> I, x -> I}}

In[9]:= Solve[x^2 + y^2 + 1 == 0, x]
Out[9]= {{x -> -Sqrt[-1 - y^2]}, {x -> Sqrt[-1 - y^2]}}

In[10]:= Solve[E^(2 - x^2) == E^-x, x]
Solve::ifun: Inverse functions are being
used by Solve, so some solutions may not be found.
Out[10]= {{x -> -1}, {x -> 2}}

In[15]:= SolveAlways[x^3 + b x^2 + c x + d == (x - x1) (x - x2) (x - x3), x]
Out[15]= {{b -> -x1 - x2 - x3, c -> x1 x2 + x1 x3 + x2 x3, d -> -x1 x2 x3}}

In[19]:= Eliminate[{a x^2 + b x y + c y^2 == 0, x + y == 0}, x]
Out[19]= c y^2 == (-a + b) y^2

```

Решение квадратного уравнения с параметрами a, b, c.

&& —
операция логического И
|| —
операция логического ИЛИ

Решения ищутся в комплексной плоскости.

Предупреждение о том, что могут
быть найдены НЕ ВСЕ решения.

Теорема Виета для полинома 3 степени.

Система уравнений записывается
как список уравнений.

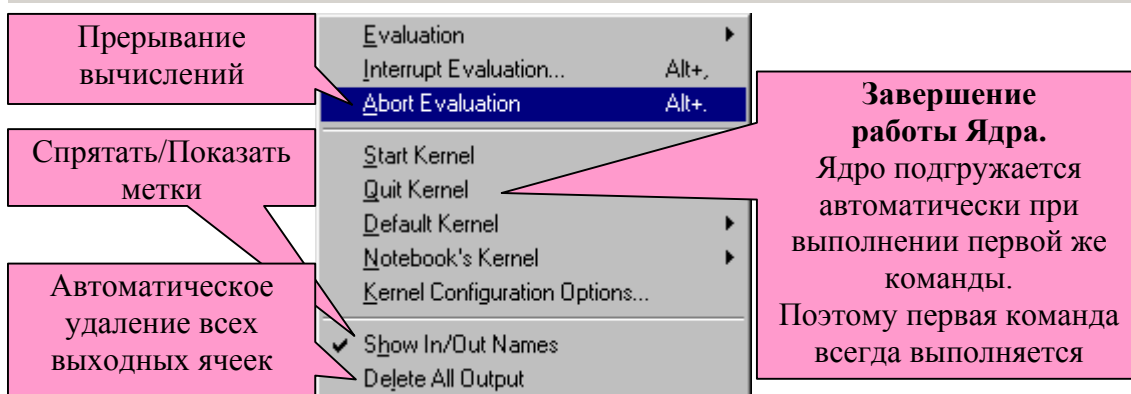
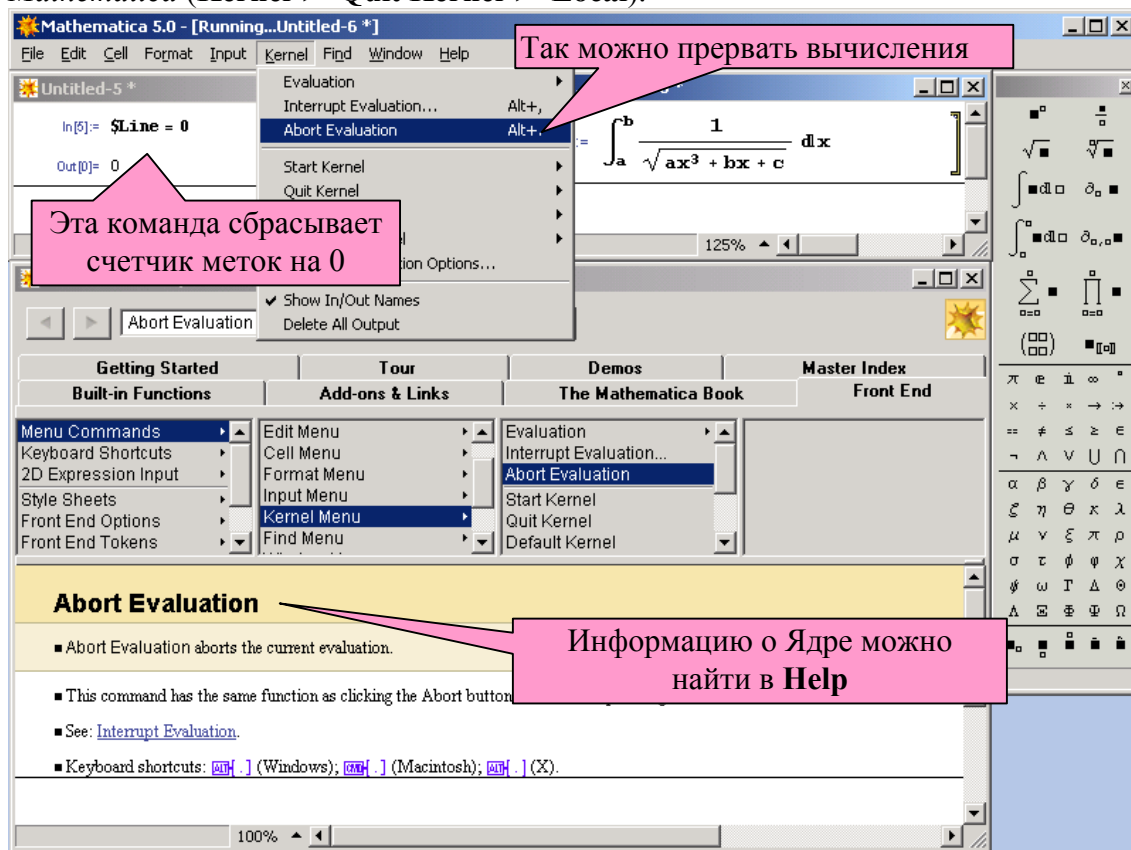
Переменная x исключена.

Help ► Built-in Functions ► Algebraic Computation ► Equation Solving

12. Ядро (Kernel) системы Mathematica

Если вычисления длятся достаточно долго, и вы их хотите прервать, то воспользуйтесь комбинацией клавиш [Alt]+[.] или осуществите прерывание из меню **Kernel**.

Если же ничего не выходит, то попробуйте завершить работу Ядра системы *Mathematica* (**Kernel** ► **Quit Kernel** ► **Local**).



Ядро *Mathematica* — мозг системы.

Именно в интеллектуальном Ядре заложены все алгоритмы. Можно запускать несколько ядер на одной или нескольких (связанных по сети) машинах, добиваясь при этом ускорения выполнения сложных математических расчетов. Алгоритмы, заложенные в Ядре, можно использовать посредством MathLink в других языках программирования (C++, Java, VBasic, VisualC), а также при работе в Word и Excel. Правда, перечисленные возможности MathLink предоставляются за дополнительную плату.

Об этом и другом смотри в **Help** ► **Add-ons** ► **MathLink**

13. Подгрузка дополнительных пакетов

<code><<package` Needs["package`"]</code>	Подключение пакета package . (2 эквивалентные команды). В конце обязателен знак ` (запятая в верхнем регистре).
<code>Names["package`*"]</code>	Названия новых доступных команд.
<code>?name</code> или <code>??name</code>	Информация (или полная информация) о переменной (или команде) name .
<code>Remove[name]</code>	Удаление из памяти Ядра ссылки на переменную (или команду) name .

Если вы вызвали команду из какого-либо **дополнительного пакета** до подключения самого пакета, то команда дублируется в выходной ячейке без изменений (Ядро не знает такой команды).

Более того, Ядро будет воспринимать эту команду как переменную даже после подключения пакета.

Поэтому, Вам следует:

- либо **перезагрузить Ядро** (и уже *сначала подключить нужный пакет, а потом выполнить команду из этого пакета*),
- либо воспользоваться командой **Remove[name]**, указав в квадратных скобках имя преждевременной команды.

The screenshot shows a Mathematica notebook titled "paradox.nb" with several input and output cells. Callouts explain the behavior of the kernel.

Input 6: `<< Graphics`Arrow``
Output 7: `{Absolute, Arrow, HeadCenter, HeadLength, HeadScaling, HeadShape, HeadWidth, Relative, ZeroShape}`

Input 8: `Needs["DiscreteMath`Combinatorica`"]`
Output 10: `{AcyclicQ, AddEdge, AddVertex, AllPairsShortestPath, ArticulationVertices, ...}`

Input 11: `a = E // N`
Output 11: `2.7182818`

Input 13: `?a`
Output: `Global`a
a = 2.7182818`

Input 16: `?? N`
Output: `N[expr] gives the numerical value of expr. N[expr, n] attempts to give a result with n-digit precision.
Attributes[N] = {Protected}`

Callouts:

- При подключении пакета *Mathematica* не выдает никаких сообщений.
- Если выдано сообщение **Cannot open...**, значит неправильно указан путь (проверьте синтаксис) или данного пакета у вас нет.
- Постфиксный вызов команды `N[]`
- Что знает Ядро о переменной `a`?
- Что знает Ядро о команде `N`?

14. От уравнений к неравенствам

<code><<Algebra`InequalitySolve`</code>	Подключение пакета InequalitySolve для решения неравенств
<code>InequalitySolve[□<□, var]</code>	Решение неравенства
<code>InequalitySolve[{□<□, □>=□}, {var1, var2}]</code>	Решение системы неравенств

Не забывайте вставлять символ ` (под [ESC])

```

In[1]:= << Algebra`InequalitySolve`

In[2]:= InequalitySolve[Abs[x] + Abs[1/x] < 3, x]

Out[2]:= 1/2 (-3 - Sqrt[5]) < x < 1/2 (-3 + Sqrt[5]) || 1/2 (3 - Sqrt[5]) < x < 1/2 (3 + Sqrt[5])

In[3]:= InequalitySolve[Abs[x] + Abs[y] ≥ 1, {x, y}]

Out[3]:= x ≤ -1 || -1 < x ≤ 0 && (y ≤ -1 - x || y ≥ 1 + x) ||
0 < x < 1 && (y ≤ -1 + x || y ≥ 1 - x) || x ≥ 1

In[4]:= InequalitySolve[{x^2 + y^2 < 1, x + y ≥ -1}, {x, y}]

Out[4]:= -1 < x < 0 && -1 - x ≤ y < Sqrt[1 - x^2] ||
0 ≤ x < 1 && -Sqrt[1 - x^2] < y < Sqrt[1 - x^2]

In[5]:= InequalitySolve[
  {x^2 + y^2 + z^2 < 1, x^2 + (y - 1)^2 + z^2 < 2},
  {x, y, z}] // Timing

Out[5]:= {0.931 Second, -1 < x < 1 && (1 - Sqrt[2 - x^2] < y ≤ 0 &&
  -Sqrt[1 - x^2] + 2 y - y^2 < z < Sqrt[1 - x^2] + 2 y - y^2 ||
  0 < y < Sqrt[1 - x^2] && -Sqrt[1 - x^2] - y^2 < z < Sqrt[1 - x^2] - y^2)}
  
```

Команда **Timing**, использованная здесь в постфиксной форме, используется для выяснения времени выполнения команды интеллектуальным ядром *Mathematica*.

```

In[7]:= InequalitySolve[Abs[x + 1/x] < 2, x]

Out[7]:= False

In[10]:= InequalitySolve[a^2 + b^2 ≥ 2 a b, {a, b}]

Out[10]:= True
  
```

[Help](#) ► [Add-ons & Links](#) ► [Standard Packages](#) ► [Algebra](#) ► [Inequality Solve](#)

15. Будем все дифференцировать

D[f, x]	Первая производная по x .
D[f, {x, n}]	n -ая производная по x .
f'[x]	Первая производная по x (второй вариант).
$\partial_{xy} f[x, y]$	Частная производная 2-го порядка.
DSolve[□==□, y, x]	Дифференциальное уравнение (ДУ)
DSolve[{□==□, □==□}, {y1, y2,}, x]	Система ДУ
DSolve[{□==□, □==□}, y, {x1, x2}]	ДУ в частных производных
<<Calculus`DSolveIntegrals`	Подключение пакета для решения ДУ в частных производных
CompleteIntegral[□==□, h[x, y], {x, y}]	Новая команда для ДУ в частных производных

```

paradox.nb *
In[1]:= D[x^x, x]
Out[1]= x^x (1 + Log[x])

In[2]:= D[Sin[x]^n, {x, 2}]
Out[2]= (-1 + n) n Cos[x]^2 Sin[x]^-2+n - n Sin[x]^n

In[3]:= ∂xf[g[x]]
Out[3]= f'[g[x]] g'[x]

In[4]:= f[x_] := E^Tan[x]
In[5]:= f''[s]
Out[5]= e^Tan[s] Sec[s]^4 + 2 e^Tan[s] Sec[s]^2 Tan[s]

In[6]:= DSolve[y''[x] == a y'[x] + y[x], y, x]
Out[6]= {{y → (e^(1/2 (2 - sqrt(4 + a^2))) #1 C[1] + e^(1/2 (2 + sqrt(4 + a^2))) #1 C[2] &)} }

In[7]:= DSolve[{y'[x] == a y[x], y[0] == 5}, y[x], x]
Out[7]= {{y[x] → 5 e^a x}}

In[8]:= <<Calculus`DSolveIntegrals`

In[9]:= CompleteIntegral[h[x, y] ∂xh[x, y] == a ∂xh[x, y],
h[x, y], {x, y}]
Out[9]= {{h[x, y] → (a B[1] - sqrt(a^2 B[1]^2 - B[2] C[1]) / B[2]},
{h[x, y] → (a B[1] + sqrt(a^2 B[1]^2 - B[2] C[1]) / B[2]}}
```

Степень функции вводится после аргумента.
Равносильно: (Sin[x])^n

Частная производная вводится как
[Esc] pd [Esc] [Ctrl+_] x
[Ctrl+Пробел] f[g[x]]

При определении функции необходимо ввести знак подчеркивания _ после аргумента.
Это означает, что вместо аргумента x может стоять любой другой символ.

#1 здесь то же самое, что переменная x .

Неизвестная константа.

[Help](#) ► [Built-in Functions](#) ► [Algebraic Computation](#) ► [Calculus](#)

16. Лес интегралов

<code>Integrate[f, x]</code>	Интегрирование функции f по переменной x .
<code>Integrate[f, {x, a, b}]</code>	Определенный интеграл.
<code>NIntegrate[f, {x, a, b}]</code>	Численное вычисление определенного интеграла
<code>Integrate[f, {x, a, b}, {y, c, d}]</code>	Двойной интеграл
<code>Integrate[f, {x, a, b}, PrincipalValue->True]</code>	Интегрирование с учетом главных значений
<code>Integrate[f, {x, a, b}, Assumptions->{...}]</code>	Интегрирование с условием на параметры.
<code><<NumericalMath` CauchyPrincipalValue`</code>	Пакет для численного интегрирования в смысле значений Коши.

```

In[2]:= Integrate[x^n a^x dx
Out[2]= -x^(1+n) Gamma[1+n, -x Log[a]] (-x Log[a])^(-1-n)

In[3]:= Integrate[1/(1+x^2) dx
Out[3]= Csc[1]

In[4]:= Integrate[Sin[x]/Sqrt[1-x^2], {x, 0, 1}]
Out[4]= 1/2 Pi StruveH[0, 1]

In[6]:= Integrate[Sqrt[x]/(x-1), {x, 0, 3}, PrincipalValue -> True]
Out[6]= 2 Sqrt[3] + Log[-1+Sqrt[3]] - Log[1+Sqrt[3]]

In[7]:= << NumericalMath`CauchyPrincipalValue`

In[8]:= CauchyPrincipalValue[Sqrt[x]/(x-1), {x, 0, {1}, 3}]
Out[8]= 2.1471437

In[10]:= Integrate[t^(a-1) (1-t)^(b-1), {t, 0, 1},
Assumptions -> {Re[a] > 0, Re[b] > 0}]
Out[10]= Gamma[a] Gamma[b] / Gamma[a+b]

```

Mathematica также может работать со специальными функциями.

Интегрировать можно, вводя символ интеграла непосредственно с палитры **BasicInput**.

Попробуйте проинтегрировать без этой опции. По умолчанию **PrincipalValue**→**False**.

Главные значения указываются в фигурных скобках.

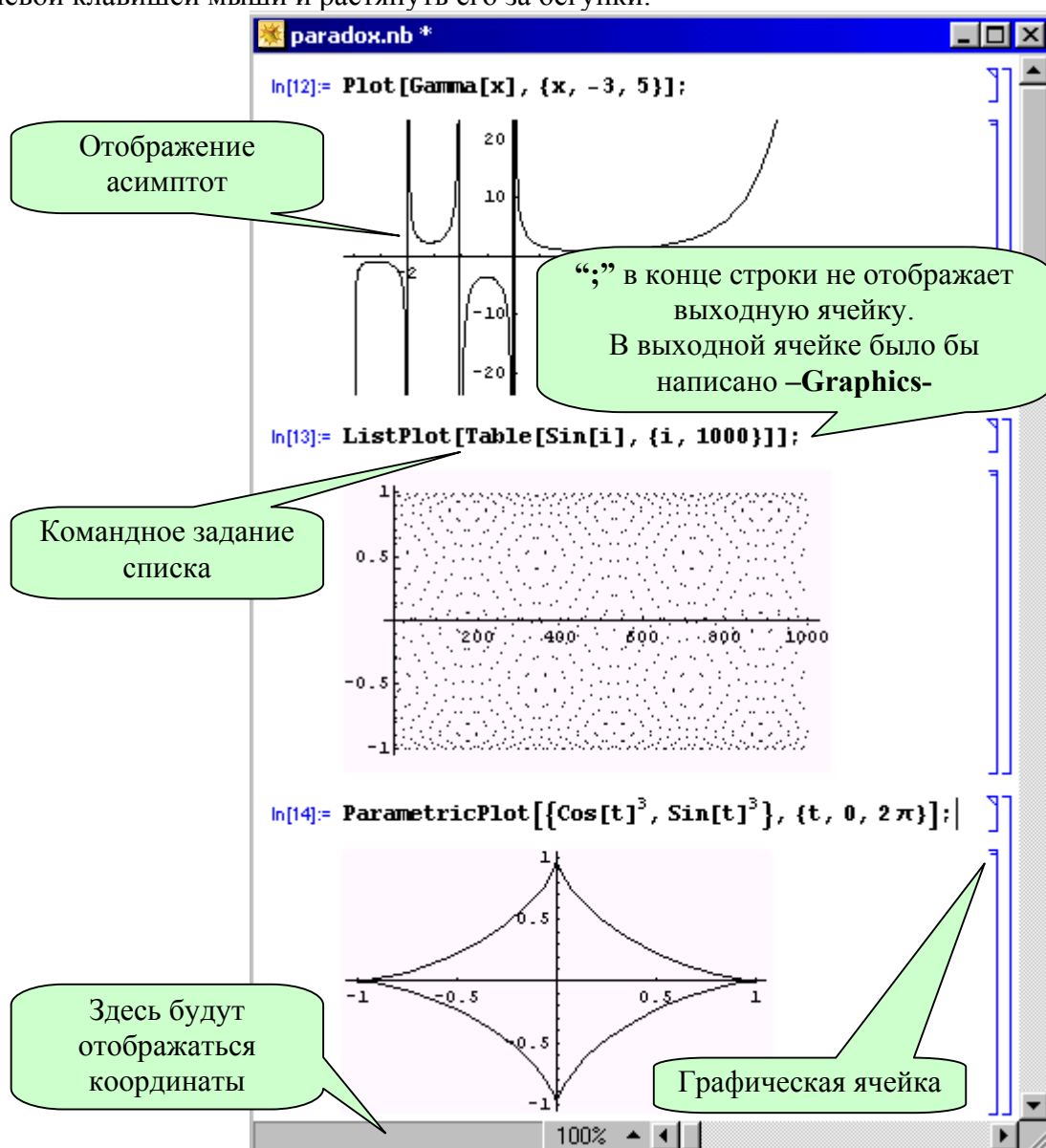
Попробуйте проинтегрировать без **Assumptions**. При этом появится оператор условия **If**.

Help ► Built-in Functions ► Algebraic Computation ► Calculus ► Integrate

17. Порисуем?

Plot[f, {x, xmin, xmax}]	График функции одного аргумента
ListPlot[{□}]	Графическое изображение списка чисел
ParametricPlot[{fx, fy}, {t, tmin, tmax}]	График функции, заданной параметрически

Размеры графика можно изменять. Для этого достаточно щелкнуть по графику левой клавишей мыши и растянуть его за бегунки.

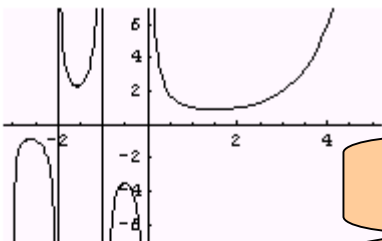


Чтобы узнать координаты на графике, щелкните по нему левой клавишей мыши (появится рамка вокруг графика), далее двигайте по нему мышкой, держа **[Ctrl]**. Внизу окна вы увидите координаты мыши относительно центра координат графика, а курсор примет вид перекрестия.

18. Зададим опции

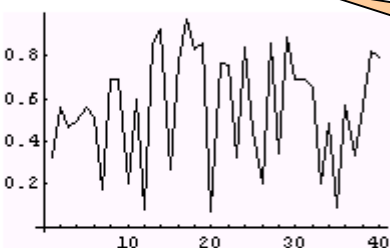
Axes →True, Axes →{True, False}	Отображать оси или нет.
PlotJoined →True	Соединять точки или нет (для ListPlot).
PlotPoints →30	Количество точек для построения графика.
AspectRatio →Automatic	Масштаб 1:1.
PlotRange →{ymin, ymax}	Отображать только часть по оси Y.

```
Plot[Gamma[x], {x, -3, 5}, PlotRange -> {-7, 7}];
```



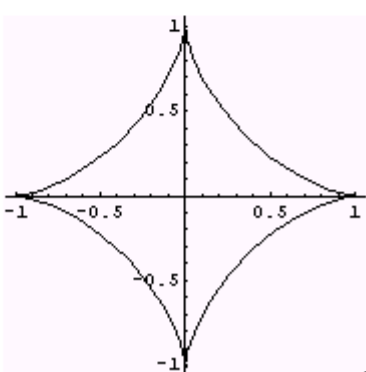
Датчик случайных чисел.
По умолчанию от 0 до 1

```
ListPlot[Table[Random[], {40}], PlotJoined -> True];
```



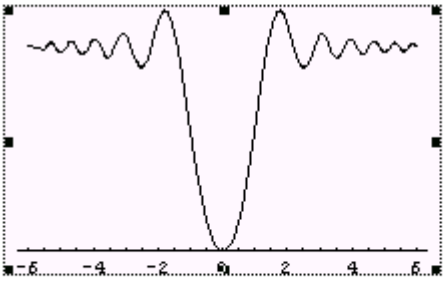
Генерация 40 чисел

```
ParametricPlot[{Cos[t]^3, Sin[t]^3}, {t, 0, 2 Pi}, AspectRatio -> Automatic];
```



Рамка с бегунками

```
Plot[Evaluate[ $\int_0^x \int_0^h \cos[ht] dt dh$ ], {x, -6, 6}, Axes -> {True, False}, PlotRange -> All]
```



Выходная ячейка отображается, т.к. нет ";" в конце ячейки ввода

Команда **Evaluate[]** заставляет Ядро *Mathematica* сначала найти интеграл, а потом изобразить его.
Иначе для каждого конкретного x интеграл будет вычисляться заново.

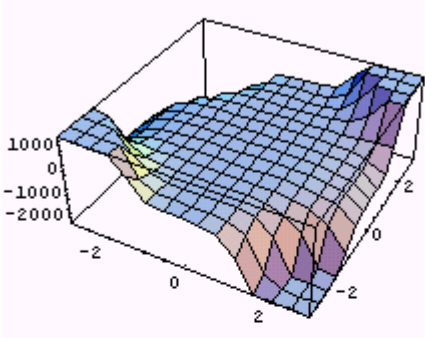
Опции записываются через запятую внутри квадратных скобок команды, к которой относятся эти опции.

19. Выходим в трехмерное пространство

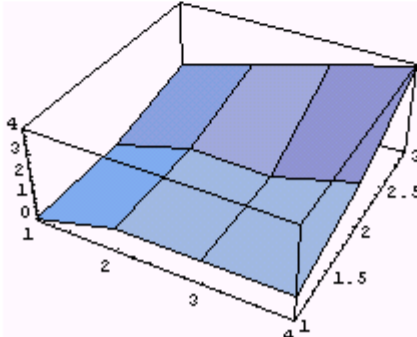
Plot3D [z, {x, xmin, xmax}, {y, ymin, ymax}]	Трехмерный график.
ListPlot3D [{{□,□},...}]	Изображение списка.
ParametricPlot3D [{fx,fy,fz}, {u, umin, umax}, {v, vmin, vmax}]	График параметрически заданной функции.

paradox.nb *

```
In[1]:= Plot3D[x^5 + (y^5 - x), {x, -3, 3}, {y, -3, 3}];
```




```
ListPlot3D[{{0, 1, 1, 1}, {0, 1, 1, 2}, {1, 2, 3, 4}}];
```



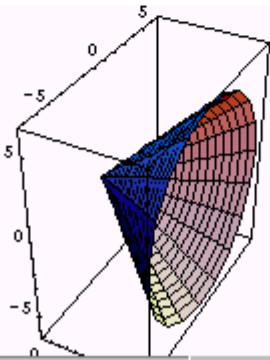
paradox.nb *

```
In[5]:= ParametricPlot3D[{Cos[u], Sin[u], u}, {u, 0, 6 π}, Axes → False];
```



Не забывайте вставлять пробел как знак умножения! Иначе выражение будет восприниматься как единое целое.

```
In[4]:= ParametricPlot3D[{u, u Cos[v], u Sin[v]}, {u, 0, 2 π}, {v, 0, 2 π}];
```



Большое количество графических возможностей *Mathematica* предлагает посредством дополнительных пакетов. Примеры и полезную информацию вы можете найти в следующих областях **Help**.

- Help ► Built-in Functions ► Graphics and Sound ► 3D Plots
- Help ► Add-ons & Links ► Standard Packages ► Graphics
- Help ► Demos ► Graphics Gallery
- Help ► Built-in Functions ► Graphics and Sound ► 3D Options

20. "Трёхмерные" опции

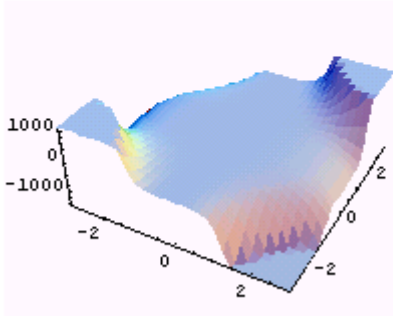
Mesh →False	Не отображать сетку.
ViewPoint →{x, y, z}	Установить точку обзора.
HiddenSurface →False	Отображать только сетку графика.
ClipFill →None	Не раскрашивать места разрывов графика.
Boxed →False	Не отображать графический бокс.

paradox.nb *

```

ln[14]:= Plot3D[x^5 + (y^5 - x), {x, -3, 3},
           {y, -3, 3}, Mesh → False,
           PlotPoints → 30,
           Boxed → False];

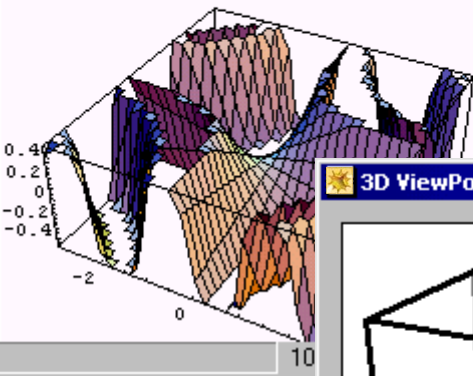
```



```

ln[13]:= Plot3D[Sin[xy], {x, -3, 3},
           {y, -3, 3},
           PlotRange → {-0.5, 0.5},
           PlotPoints → 30,
           [ClipFill → None];

```

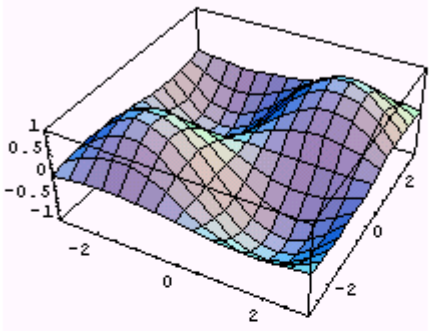


paradox.nb *

```

ln[17]:= Plot3D[Sin[x] Sin[y],
           {x, -3, 3}, {y, -3, 3}];

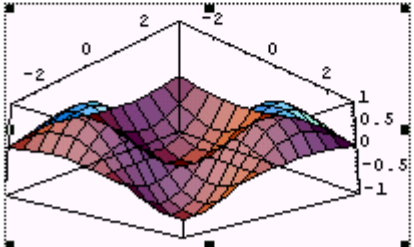
```



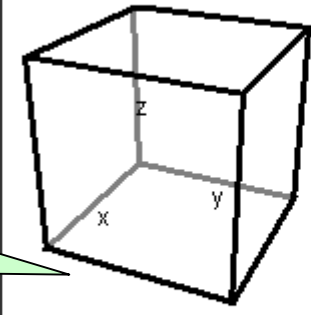
```

ln[19]:= Plot3D[Sin[x] Sin[y],
           {x, -3, 3}, {y, -3, 3},
           ViewPoint ->
           {2.331, -2.280, -1.171};

```



3D ViewPoint Selector



☒ Cartesian
☐ Spherical

Нажать здесь, чтобы вставить опцию ViewPoint

1.405 z
 2.727 x
 1.255 y

Close Dialog

Cancel

Paste

Defaults

Help

Бокс можно вращать либо посредством мышки,...

...либо бегунками

Новые координаты точки обзора

21. Живой график

<<RealTime3D`	Подключение возможности "живого" вращения.
<<Default3D`	Отключение возможности "живого" вращения.

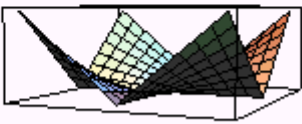
Дополнительный пакет **RealTime3D** внедрен только в четвертой версии *Mathematica* и поэтому носит только экспериментальный характер (ряд графических опций после загрузки данного пакета становятся недоступными). Поэтому иногда приходится возвращаться к стандартной опции **ViewPoint**.

paradox.nb *

```

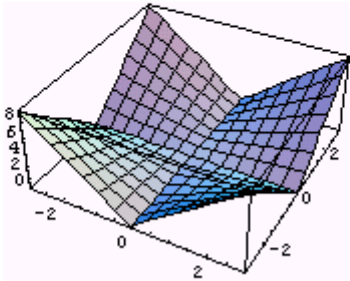
In[1]:= << RealTime3D`
In[2]:= Plot3D[Abs[x y], {x, -3, 3},
               {y, -3, 3}];
        
```

Если попытаться двигать график, не отпуская левую клавишу мыши, то график начнет вращаться в соответствии с движениями мыши



```

In[3]:= << Default3D`
In[4]:= Plot3D[Abs[x y], {x, -3, 3},
               {y, -3, 3}];
        
```

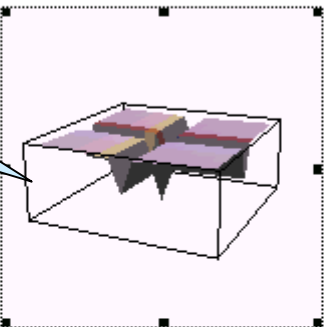


100%

paradox.nb *

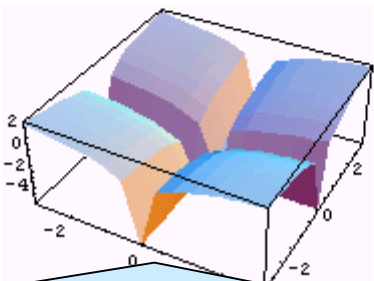
```

In[14]:= << RealTime3D`
In[15]:= Plot3D[Log[Abs[x y]],
                 {x, -3, 3}, {y, -3, 3},
                 Mesh -> False];
        
```



```

In[16]:= << Default3D`
In[17]:= Plot3D[Log[Abs[x y]],
                 {x, -3, 3}, {y, -3, 3},
                 Mesh -> False];
        
```



Этот график не удастся вращать в режиме реального времени, т.к. он был построен после отключения возможности **RealTime3D** (команда <<Default3D`). С помощью мыши можно только поменять его местоположение на экране.

Попробуйте вращать трехмерные графики, созданные командой **ParametricPlot3D**, **ListPlot3D**, а также одновременно несколько графиков, отображенных в одном окне с помощью команды **Show** (см. ниже).

Заметьте, что опции **PlotRange** и **Axes** в **RealTime3D** не работают. Обратите внимание также на то, что 3D-графики, созданные до и после подключения пакета, выглядят по-разному.

22. Объединяем графики

<code>Show[gr1, gr2]</code>	Совмещение двух графических объектов.
<code>GraphicsArray[{gr1, gr2}]</code>	Отображение массива графических объектов.
<code>DisplayFunction → Identity</code>	График строится, но на экране не отображается.
<code>DisplayFunction → \$DisplayFunction</code>	Возврат к стандартным установкам изображения графика.

paradox.nb *

```

In[1]:= gr1 = Plot3D[Sqrt[Abs[x y]], {x, -3, 3}, {y, -3, 3},
      DisplayFunction → Identity];

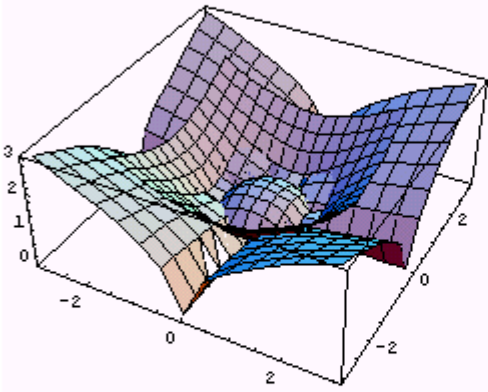
In[2]:= gr2 = Plot3D[Sqrt[Abs[x^2 + y^2 - 1]], {x, -2, 2}, {y, -2, 2},
      DisplayFunction → Identity];

In[3]:= Show[gr1, gr2, DisplayFunction → $DisplayFunction];

```

Данная опция позволяет строить график, не отображая его на экране.

Значением переменной **gr2** будет график



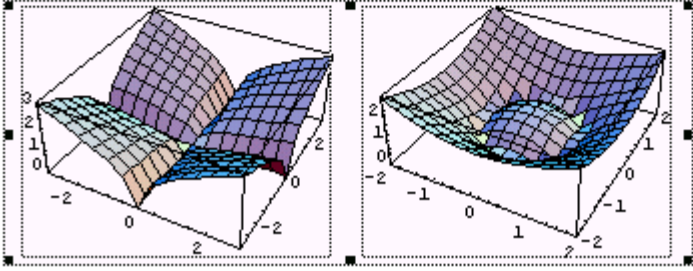
Данная опция возвращает стандартные установки. График изображается на экране

```

In[5]:= Show[GraphicsArray[{gr1, gr2},
      DisplayFunction → $DisplayFunction]];

```

GraphicsArray выводится на экран с помощью команды **Show**



100%

23. Циклы, циклы, циклы...

If [условие, правда, ложь]	Условный оператор.
Do [□, {i, imin, imax}]	Простой цикл.
For [i=1,условие, i++, тело]	Цикл со счетчиком.
While [условие, тело]	Условный цикл.

paradox.nb *

```

In[1]:= If[x == y, True, False, Fail]
Out[1]= Fail

In[2]:= If[(0!) == 1, True, False]
Out[2]= True

In[3]:= Do[Print[i], {i, -3, 1}]
-3
-2
-1
0
1

In[4]:= For[i = 1, i ≤ 5, i++,
  Print[i, " производная Sin[x]=",
    D[Sin[x], {x, i}]]]
1 производная Sin[x]=Cos[x]
2 производная Sin[x]=-Sin[x]
3 производная Sin[x]=-Cos[x]
4 производная Sin[x]=Sin[x]
5 производная Sin[x]=Cos[x]

In[5]:= name = Input["What is your name?"]
Out[5]= Paradox
  
```

Annotations:

- Невозможно сравнить два выражения** (points to `x == y` in In[1])
- При проверке на равенство вводятся два знака: "=="**. Возможны также: `≠`, `≤`, `≥` (points to `(0!) == 1` in In[2])
- Команда **Print[]** – стандартная команда вывода информации** (points to `Print[i]` in In[3])
- Строка вводится в двойных кавычках " "** (points to the string in In[4])
- Команда **Input[]** – стандартная команда ввода информации** (points to `Input["What is your name?"]` in In[5])

Yellow Sidebar Menu:

- Help
- ▼
- Built-in Functions
- ▼
- Programming
- ▼
- Flow Control

Local Kernel Input

What is your name?

Окно ввода. Появляется при инициализации команды **Input[]**.

24. Анимация

Анимация — это быстрая смена рисунков (кадров), в результате которой создается впечатление непрерывности движения.

The image shows a Mathematica notebook window titled "paradox.nb *". The code in the input field is:

```
In[22]:= Do[Plot3D[Sin[x + i] * Cos[y],  
  {x, -4, 4}, {y, -4, 4},  
  PlotPoints -> 20], {i, 1, 2 π,  $\frac{2 \pi - 1}{10}$ }]
```

Below the code are three 3D surface plots of the function $\sin(x+i) \cos(y)$. The first plot is static. The second and third plots are part of an animation sequence, showing the surface at different values of i . The animation is controlled by a slider and buttons at the bottom of the notebook window.

Callouts explain the animation controls:

- Цикл должен содержать переменную, отвечающую за смену кадров.
- Здесь определяется шаг для 10-кадровой анимации
- Дважды щелкните по этой синей скобке (курсор примет вид \leftarrow), чтобы свернуть все кадры в один.
- Дважды щелкните по графику, чтобы увидеть анимацию.
- Появляется при запуске анимации
- Быстрее/Медленнее

Дополнительную информацию о возможностях анимации в системе *Mathematica* читайте в **Help**.

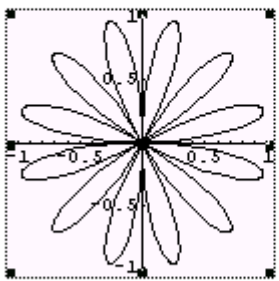
Help ► Add-ons & Links ► Standard Packages ► Graphics ►

25. От графиков к диаграммам

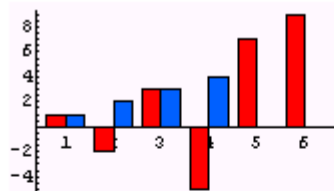
<code><<Graphics`Graphics</code>	Подключение графического подпакета.
<code>PolarPlot[r, {t, tmin, tmax}]</code>	График в полярных координатах.
<code>BarChart[{□}]</code>	Столбиковая диаграмма (1 тип).
<code>StackedBarChart[{□}]</code>	Столбиковая диаграмма (2 тип).
<code>PieChart[{□}]</code>	Круговая диаграмма.
<code>Histogram[{□}]</code>	Обыкновенная гистограмма.
<code>DisplayTogether[□, □]</code>	Аналог команды <code>Show[]</code> .

paradox.nb *

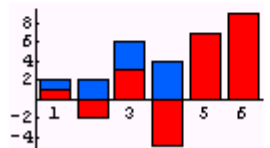
```
<<Graphics`Graphics`
PolarPlot[Sin[6 t],
{t, 0, 2 Pi}];
```



```
BarChart[{1, -2, 3, -5, 7, 9},
{1, 2, 3, 4}];
```

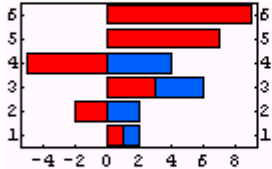


```
StackedBarChart[
{1, -2, 3, -5, 7, 9},
{1, 2, 3, 4}];
```




paradox.nb *

```
StackedBarChart[
{1, -2, 3, -5, 7, 9}, {1, 2, 3, 4},
BarOrientation -> Horizontal,
Axes -> False, Frame -> True];
```

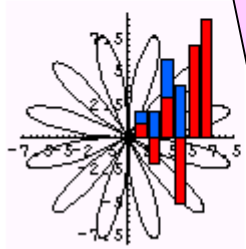


```
PieChart[{2, 3, 1, 4},
PieExploded -> {{1, .2}, {3, .2}}];
```



Номер сектора и
расстояние до
центра диаграммы

```
DisplayTogether[
PolarPlot[8 Sin[6 t], {t, 0, 2 Pi}],
StackedBarChart[{1, -2, 3, -5, 7, 9},
{1, 2, 3, 4}]]];
```



В отличие от `Show[]`,
здесь должны быть
непосредственно
команды, строящие
график, а не
переменные, хранящие
графическое
изображение.

Help ► Add-ons & Links ► Standard Packages ► Graphics ► Graphics

Help ► Add-ons & Links ► Standard Packages ► Graphics ► Graphics 3D

26. Мир случайностей.

<code><<Statistics`NormalDistribution`</code>	Подключение статистического пакета.
<code>NormalDistribution[mu, sigma]</code>	Нормальное распределение.
<code>PDF[□]</code>	Плотность распределения.
<code>CDF[□]</code>	Функция распределения.
<code>Random[]</code>	Генератор случайных чисел (равномерное распределение).
<code>RandomArray[□]</code>	Генератор случайных чисел с заданным распределением.

paradox.nb *

```

<<Graphics`Graphics`

<<Statistics`NormalDistribution`

dist = NormalDistribution[0, 1]

Out[4]= NormalDistribution[0, 1]

PDF[dist, x]

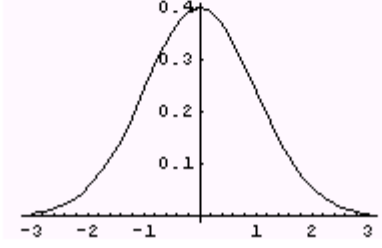
Out[5]= 
$$\frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$$


Simplify[
CDF[dist, x] -  $\int_{-\infty}^x \text{PDF}[dist, x] dx$ 
Out[6]= 0
CharacteristicFunction[dist, x]

Out[7]= 
$$e^{-\frac{x^2}{2}}$$


Plot[PDF[dist, x], {x, -3, 3}];

```



paradox.nb *

```

lst = RandomArray[dist, {200}];

DisplayTogetherArray[
Histogram[lst],
ListPlot[lst, Ticks -> False]];

lst2 =
Table[Random[Complex,
{-5 - I, 5 + I}], {5}]

Out[11]= {4.2037111 - 0.61903388 i,
3.6366859 - 0.71574265 i,
-4.8328746 + 0.92285636 i,
-4.2947382 - 0.8122463 i,
2.4606823 + 0.27201104 i}

Sort[lst2]

Out[12]= {-4.8328746 + 0.92285636 i,
-4.2947382 - 0.8122463 i,
2.4606823 + 0.27201104 i,
3.6366859 - 0.71574265 i,
4.2037111 - 0.61903388 i}

```

Ширина
интервала
МОЖНО
ИЗМЕНЯТЬ

Характеристич.
функция

Поле, над
которым
генерируются
случ. числа

Сортировка

Help ► Add-ons & Links ► Standard Packages ► Statistics

Help ► Built-in Functions ► Mathematical Functions ► Random Numbers

27. Как работать в Mathematica самостоятельно

Как вы уже догадались, почти вся информация о возможностях системы *Mathematica* находится в **Help**. Надо только уметь найти эту информацию. Вот несколько советов:

- Если вы хотите узнать о наличии какого-либо объекта в *Mathematica* (будь то функция (опция) для работы с графикой или какой-то математический объект (граф, преобразование, ряд и т.д.)), вам необходимо перевести название данного объекта на английский язык и ввести это название (или его часть) прямо в ноутбук **?*□***.
- Узнать назначение объекта можно командой **?□**.
- Быстрый способ вызова справки: **Выделить слово и нажать F1**.

Можно непосредственно ввести слово для поиска и нажать клавишу **Go To**.
В данном случае слово **PlotStyle** ищется только в разделе **Built-in Functions**.

Нажмите F1

Активизируйте клавишу **Master Index**, чтобы поиск шел по всему Help.

Внимательно читайте сообщения Ядра. Благодаря его интерактивности, можно быстро найти ошибку или узнать какую-либо информацию.

После подключения пакетов, Ядро становится "умнее".

28. О проекте *gigaNumerics*

Что значит *gigaNumerics* ?

Основным принципом *gigaNumerics*, долгосрочного проекта Wolfram Research, является то, что *Mathematica* должна быть готова к работе не только с большими массивами данных дня сегодняшнего, но и с гораздо большими, которые неминуемо появятся завтра. Проектом *gigaNumerics* компания Wolfram Research закладывает базу для эффективной и быстрой обработки файлов гигабайтного размера без утраты способности осуществлять символьные и численные манипуляции наиболее рациональным способом. Однако проект *gigaNumerics* — не только для будущего; первые результаты *gigaNumerics* уже включены в среду *Mathematica 4* с ее более эффективным использованием памяти и ускоренными числовыми выкладками, оба из которых — результаты новой технологии «**packed array**».

Кому полезен проект *gigaNumerics* ?

Для крупных вычислений в предыдущих версиях *Mathematica* пользователи обходились ускоренным вызовом программы, написанной на Фортране или C++ (что достаточно легко можно сделать в среде *Mathematica*), для запуска кусков окончательных вычислений, что было проще, чем их запуск прямо в среде *Mathematica*. Используя новейшие идеи о представлении данных и числовых алгоритмов, сделаны серьезные улучшения в обработке таких вычислений, увеличивая и скорость, и эффективность использования памяти. Такие улучшения основаны на разработках в рамках *gigaNumerics*.

29. Библиотека приложений

❖ **Dynamic Visualizer**

Трехмерная графика в режиме реального времени.

www.wolfram.com/products/applications/visualizer

❖ **Scientific Astronomer**

Глобальная астрономическая система.

www.wolfram.com/products/applications/astronomer

❖ **Wavelet Explorer**

Анализ изображений и сигналов.

www.wolfram.com/products/applications/wavelet

❖ **Control System Professional**

Всеобъемлющая система для решения задач управления.

www.wolfram.com/products/applications/control

❖ **Optica**

Оптика. Дизайн и анализ.

<http://www.wolfram.com/products/applications/optica>

❖ **Time Series**

Анализ временных рядов.

www.wolfram.com/products/applications/timeseries

❖ **Experimental Data Analyst**

Статистика. Анализ данных.

www.wolfram.com/products/applications/eda

❖ **Signals and Systems**

Инструмент для исследования и анализа сигналов.

www.wolfram.com/products/applications/signals

❖ **Electrical Engineering Examples**

Электрические цепи, Преобразователи, Моделирование Антенн.

www.wolfram.com/products/applications/ee

❖ **Mechanical Systems**

Анализ движения твердых тел

www.wolfram.com/products/applications/mechsystems

❖ **Fuzzy Logic**

Наиболее гибкая среда для исследования образов полей.

www.wolfram.com/products/applications/fuzzylogic

❖ **Technical Trader**

Анализ торгов на бирже.

<http://support.wolfram.com/applicationpacks/unsupported/trader>

❖ **Finance Essentials**

Оригинальная разработка анализа финансовых систем.

www.wolfram.com/products/applications/finance

❖ **MahLink for Word.**

❖ **Mathlink for Excel.**

Использования Ядра *Mathematica* в качестве приложения при создании документов и отчетов в среде Microsoft Office

http://support.wolfram.com/applicationpacks/word_link

www.wolfram.com/products/applications/excel_link