

Информатика. Алгебра логики.

Easy

Задача 1

Сколько существует функций от 2-х переменных?

Задача 2

Сколько существует функций от 3-х переменных?

Задача 3

Сколько существует функций от n переменных?

Задача 4

Логическая функция F задаётся выражением:

$$\overline{x}$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите количество строк, в которых $F = 1$.

Задача 5

Логическая функция F задаётся выражением:

$$x \wedge y$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите количество строк, в которых $F = 1$.

Задача 6

Логическая функция F задаётся выражением:

$$x \vee y$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите количество строк, в которых $F = 1$.

Задача 7

Логическая функция F задаётся выражением:

$$x \rightarrow y$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите количество строк, в которых $F = 0$.

Задача 8

Логическая функция F задаётся выражением:

$$x \equiv y$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите количество строк, в которых $F = 0$.

Задача 9

Логическая функция F задаётся выражением:

$$x \oplus y$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите количество строк, в которых $F = 1$.

Задача 10

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(\bar{x} \wedge y) \equiv z$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите количество строк, в которых $F = 1$.

Normal

Задача 11

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(y \wedge x \wedge \bar{z}) \vee (y \wedge \bar{x} \wedge z) \vee (\bar{y} \wedge x \wedge z)$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите сумму значений z в тех строчках, в которых $F = 0$.

Задача 12

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(x \rightarrow y) \wedge (\bar{y} \equiv z) \wedge (z \rightarrow x)$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите количество строк, в которых $F = 1$.

Задача 13

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(y \equiv z) \vee (\bar{x} \wedge y)$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите количество строк, в которых $F = 0$.

Задача 14

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(x \wedge \bar{y}) \equiv (x \vee \bar{y} \vee \bar{z})$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите сумму значений x , при которых $F = 0$.

Задача 15

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(x \vee \bar{y}) \rightarrow (z \equiv (x \wedge y))$$

Составьте таблицу истинности. В качестве ответа введите сумму значений y , при которых $F = 0$.

Задача 16

Логическая функция F задаётся выражением:

$$x \rightarrow y$$

Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F .

???	???	F
0	1	1

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y .

Задача 17

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(x \rightarrow y) \vee (y \vee x)$$

Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F .

???	???	F
0	1	1

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y . Если однозначного соответствия нет (существует несколько способов расставить переменные), то так и напишите.

Задача 18

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)$$

Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F .

???	???	???	F
0	0	1	1
1	0	1	1
0	0	0	1

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z .

Задача 19

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(x \rightarrow \bar{y}) \rightarrow (\bar{x} \equiv \bar{z})$$

Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F .

???	???	???	F
1	0	0	0
1	1	0	0
0	0	1	0

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z .

Задача 20

Логическая функция F задаётся выражением:

$$\overline{(z \vee (\bar{x} \wedge y))}$$

Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F .

???	???	???	F
0	0	0	1
1	0	0	1
1	0	1	1

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z .

Hard

Задача 21

Логическая функция F задаётся выражением:

$$z \equiv (y \wedge \bar{x})$$

Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F .

???	???	???	F
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	1	0

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z .

Задача 22

Логическая функция F задаётся выражением:

$$((x \rightarrow y) \rightarrow \bar{z}) \rightarrow \bar{y}$$

Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F .

???	???	???	F
1	0	0	0
1	1	0	0

Определите, какому столбцу истинности функции F соответствует каждая переменная x, y, z .

Сюжет для последующих задач про эльфов и троллей.

На далеком острове живут благородные эльфы и хитрые тролли. Каждый эльф всегда говорит только правду, а каждый тролль всегда лжет. К сожалению, выглядят эльфы и тролли совершенно одинаково, и никогда на первый взгляд не определишь, кто перед тобой. Друг про друга все островитяне знают, кто кем является — эльфом или троллем.

Задача 23

Однажды на остров проник вражеский шпион. Чтобы найти его, на всеобщем собрании каждый житель сказал, кем он является — эльфом или троллем. После того, как шпион произнес «<Я тролль!>» его и вычислили. Как жителям острова это удалось?

Задача 24

Встретились два жителя острова. Первый сказал: «По крайней мере один из нас эльф». Второй ответил: «Ты тролль!» Кто из них кто?

Задача 25

В компании из нескольких островитян каждый заявил остальным: «Вы все тролли!» Сколько эльфов могло быть среди них?

Задача 26

Первый островитянин говорит второму: «Я тролль или ты эльф». Кто из островитян кто?

Задача 27

В круг встали 10 островитян. Каждый из них заявил, что следующие четверо после него — тролли. Сколько всего троллей среди них?

Задача 28

В течение одного вечера в дом заходили 20 жителей острова, и каждый из них (кроме первого) записал на специальном листе бумаги, кто вошел в дом перед ним — эльф или тролль. Если верить всем записям, то в дом входили только тролли. Сколько на самом деле троллей входили в этот дом?

Задача 29

Все жители острова прошли социальный опрос. Некоторые из них заявили, что на острове четное число эльфов, а остальные — что на острове нечетное число троллей. Может ли число жителей острова быть равно 2019? Известно, что хотя бы один эльф и хотя бы один тролль на острове есть.

Задача 30

20 островитян приехали на турнир по настольным играм. В первый день турнира все собравшиеся сели за круглый стол, и перед началом каждый заявил: “Оба моих соседа тролли”. Во второй день один островитянин заболел, и за круглый стол сели только 19 игроков. На этот раз каждый сказал: “Раса обоих моих соседей отличается от моей”. Кто заболел: эльф или тролль?

Ответы.

1. 16
2. 256
3. 2^{2^n}
4. 1
5. 1
6. 3
7. 1
8. 2
9. 2
10. 4
11. 2
12. 2
13. 3
14. 2
15. 1
16. xy
17. Однозначного соответствия нет.
18. yxz
19. zyx
20. xzy
21. xyz
22. yxz

23. Никакой житель острова не может произнести фразу “Я тролль!”: эльф в таком случае солгал бы, а тролль, наоборот, сказал бы правду, чего не может быть. Значит, именно вражеский лазутчик сказал “Я тролль!”

24. Первый — эльф, второй — тролль.

25. 1

26. Оба эльфы.

27. 8 троллей.

28. 10

29. Нет, не может.

30. Эльф.