Информатика. Теория игр. Задание 19 - 21.

Задача 1.1

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может убрать из одной из куч один камень или уменьшить количество камней в куче в два раза (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень больше, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (5, 9), (3, 9), (6, 8), (6, 5).

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 40. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 40 или меньше камней.

В начальный момент в первой куче было 20 камней, во второй куче —- S камней, $S > 20$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока —- значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Известно, что Петя выигрывает в первый ход. Укажите максимальное значение S, когда такая ситуация возможна.

Задача 1.2

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть за один ход и Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. В ответе запишите числа в порядке возрастания без пробелов и знаков препинаний.

Задача 1.3

Для игры, описанной в задании 1.1, найдите любое значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задача 2.1

Два игрока, Павел и Виктор, играют в игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди. Первым ходит Павел. За один ход игрок может добавить в первую кучу 5 камней, добавить во вторую кучу 7 камней или удвоить колличество камней в обеих кучах. Например, имея две кучи из 4 и 6 камней, за один ход можно получить кучи (11,6), (4,11) или (8, 12). У каждого игрока имеется неограниченный запас камней. Игра завершается, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 61. Победителем считааеться игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший в сумме 61 камнень и более.

В начале игры в первой куче было 10 камней, а во второй $1 \leq S \leq 50$ камней.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Известно, что Павел выигрывает одним ходом, причём он не может выиграть двумя различными способами. Укажите минимальное значение S, когда такая ситуация возможна.

Задача 2.2

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите два таких значения S, при которых у Павла есть выигрышная стратегия, причём Павел не может выиграть за один ход и Павел может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Виктор.

Найденные значения запишите в порядке возрастания без разделительных знаков.

Задача 2.3

Для игры, описанной в задании 2.1, найдите любое значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Виктора есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Павла;

– у Виктора нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задача 3.1

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (7, 9), (12, 9), (6, 10), (6, 18). Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 74. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 74 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 12 камней, во второй куче – S камней, $1 \le S \le 61$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Известно, что Петя выигрывает одним ходом, причём он не может выиграть двумя различными способами. Укажите минимальное значение S, когда такая ситуация возможна.

Задача 3.2

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть за один ход и Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в порядке возрастания без разделительных знаков.

Задача 3.3

Для игры, описанной в задании 3.1, найдите любое значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задача 4.1

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 65. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 65 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 5 камней, во второй куче – S камней, $1 \leq S \leq 59$. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.

Задача 4.2

Укажите минимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Задача 4.3

Найдите такое значение S, при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задача 5.1

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, пусть в одной куче 7 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(7, 9)$. За один ход из позиции $(7, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(8, 9)$, $(21, 9)$, $(7, 10)$, $(7, 27)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 49. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 49 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 5 камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 43$.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S, когда такая ситуация возможна.

Задача 5.2

Найдите два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;

– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

Задача 5.3

Найдите минимальное значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задача 6.1

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 78. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 78 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 7 камней, во второй куче – S камней, $1 \leq S \leq 70$. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.

Задача 6.2

Укажите минимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Задача 6.3

Найдите два значения S, при которых у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания и без разделителей.

Задача 7.1

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 73. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 73 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче – S камней, $1 \leq S \leq 63$. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.

Задача 7.2

Укажите минимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Задача 7.3

Найдите два значения S, при которых у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания и без разделителей.

Задача 8.1

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Дан набор слов, составленных из букв русского алфавита, при этом ни одно из заданных слов не является началом другого. Слова в этой игре – это просто цепочки букв, они не обязаны быть осмысленными словами русского языка. Игра состоит в том, что игроки составляют слово из набора, приписывая по очереди буквы к концу составляемого слова, т.е. справа. При этом каждое промежуточное слово должно быть началом одного из заданных слов. Выигрывает тот, кто получит одно из заданных слов целиком. Первый ход делает Петя, т.е. Петя пишет первую букву составляемого слова.

Пример. Заданный набор слов: АНТАРКТИДА, АНТРАЦИТ, АБАРА, АБАЖУР, БББ, БАОБАБ, БАР. Первым ходом Петя пишет Б (он мог написать Б или А).

Вова в ответ дописывает А и получает БА (он мог ещё получить ББ). Вторым ходом Петя получает БАР и выигрывает.

Укажите, у кого есть выигрышная стратегия при исходном наборе слов {ГДЕЖЗИКЛ, КЛМНБВГ}.

В ответе укажите букву П, если у Пети, и букву В в противном случае.

Задача 8.2

Укажите, у кого есть выигрышная стратегия при исходном наборе слов {ТРИТРИТРИ, СТОПСТОПСТОПСТОП}.

В ответе укажите букву П, если у Пети, и букву В в противном случае.

Задача 8.3

Укажите, у кого есть выигрышная стратегия при исходном наборе слов {ДВАДВА...ДВА, ПОРАПОРА...ПОРА}. Если известно, что первое слово будет иметь длину $4n^2 + 1$ слов «ДВА» слитно, где $n \in \mathbb{N}$, а второе слово будет иметь длину 2^n слов «ПОРА» слитно, где $n \in \mathbb{N}$.

В ответе укажите букву П, если у Пети, и букву В в противном случае.

Задача 8.4

ДоПоЛнИтЕлЬнАя ЗаДаЧкА на твой мизинчик: Рассмотрим набор слов {СТОЛИК, СТОЛЕТИЕ, СПОРТ, КОЛЕСО, КОЛБА, КАК}. У кого из игроков есть выигрышная стратегия для этого набора?

Задача 9.1

Два игрока Павел и Виктор играют в следующую игру: перед игроками лежит картонная табличка с парой целых неотрицательных чисел. За один ход игрок может заменить одно из чисел на их произведение, первым ходит Павел. Например если на табличке были числа (23; 4), то игрок может сходить в позиции (92;4) или (23;92). Игра завершается в тот момент, когда произведение чисел на табличке становится больше или равным 256.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Известно, что изначально на табличке были числа (10; S). Найдите наименьшее значение S, при котором Павел выиграет первым ходом.

Задача 9.2

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите победителя при числах (2;4) при любых ходах соперника.

В качестве ответа укажите букву П для Павла или В для Виктора.

Задача 9.3

Для игры, описанной в задании 9.1, найдите победителя при числах (2;3) при любых ходах соперника.

В качестве ответа укажите букву П для Павла или В для Виктора.

Задача 10.1

Два игрока, Панкрат и Вениамин, играют в следующую игру: перед игроками лежит картонная табличка с парой целых неотрицательных чисел. За один ход игрок может заменить одно из чисел на их сумму, первым ходит Панкрат. Например, если на табличке были числа (25; 10), то игрок может сходить в позиции (5;10) или (25;35). Игра завершается в тот момент, когда сумма чисел на табличке становится больше или равным 34.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Известно, что изначально на табличке были числа (5; S). Найдите наименьшее значение S, при котором Панкрат выиграет первым ходом.

Задача 10.2

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите победителя при числах (9;2) при любых ходах соперника.

В качестве ответа укажите букву П для Панкрата или В для Вениамина.

Задача 10.3

Для игры, описанной в задании 10.1, найдите победителя при числах (1;6) при любых ходах соперника.

В качестве ответа укажите букву П для Панкрата или В для Вениамина.

Задача 11

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 4, а во второй 3 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. Ход состоит в том, что игрок или утраивает число камней в какой-либо куче, или добавляет 2 камня в какую-либо кучу. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в одной из куч становится не менее 19. Если в момент завершения игры общее число камней в двух кучах не менее 35, то выиграл Ваня, в противном случае – Петя. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков?

Задача 12

Петя и Миша играют в такую игру. Петя берёт в каждую руку по монетке: в одну — 10 коп., а в другую – 15. После этого содержимое левой руки он умножает на 4, 10, 12 или 26, а содержимое правой руки -– на 7, 13, 21 или 35. Затем Петя складывает два получившихся произведения и называет Мише результат. Петя назвал число 155, помогите Мише определить какая монета была в левой руке Пети?

Задача 13

В одной куче 18 конфет, а в другой -– 23. Двое играют в игру: одним ходом можно съесть одну кучу конфет, а другую разделить на две кучи. Проигравшим считается тот, кто не может сделать ход, то есть перед ходом которого имеются две кучи из одной конфеты. Кто выиграет при правильной игре?

Задача 14

Под ёлкой лежат 2012 шишек. Винни-Пух и ослик Иа-Иа играют в игру: по очереди берут себе шишки. Своим ходом Винни-Пух берёт одну или четыре шишки, а Иа-Иа — одну или три. Первым ходит Пух. Проигравшим считается тот, у кого нет хода. Кто из игроков сможет гарантированно победить, как бы ни играл соперник?

Задача 15

Буратино выложил на стол 2016 спичек и предложил Арлекино и Пьеро сыграть в игру, беря по очереди спички со стола: Арлекино может своим ходом брать либо 5 спичек, либо 26, а Пьеро — либо 9, либо 23. Не дождавшись начала игры, Буратино ушел, а когда он вернулся, партия уже закончилась. На столе осталось две спички, а проиграл тот, кто не смог сделать очередной ход. Кто ходил первым и кто выиграл?

Ответы.

1.1 – 40

1.2 – Любые два числа из чисел: 42, 43, 61, 81, 82

1.3 – 44

2.1 – 21

2.2 – Любые два числа из чисел: 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.

2.3 – 6, 7 или 8

3.1 – 31

3.2 – 2430

3.3 – 29

4.1 – 15

4.2 – 27

4.3 – 25 или 26

5.1 – 4

5.2 – 314

5.3 – 13

6.1 – 18

6.2 – 17

6.3 – 2830

7.1 – 16

7.2 – 27

7.3 – 2528

8.1 – П

8.2 – П

8.3 – П

8.4 – В

9.1 – 3

9.2 – П

9.3 – П

10.1 – 15

10.2 – П

10.3 – В

11 – Петя

12 – 10

13 – Первый

14 – Винни Пух

15 – Арлекино