

Математическая индукция

1. Найдите в последовательности 2, 6, 12, 20, 30, ... число, стоящее а) на 6-м; б) на 1994-м месте
2. Докажите тождество: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$
3. Несколько прямых делят плоскость на части. Докажите, что эти части можно раскрасить в 2 цвета так, что граничащие части будут иметь разный цвет.
4. Любую ли сумму из целого числа рублей больше семи, можно уплатить без сдачи денежными купюрами по 3 и 5 рублей?
5. В прямоугольнике $3 \times n$ стоят фишки трёх цветов, по n штук каждого цвета. Доказать, что можно переставить фишки в каждой строке так, чтобы в каждом столбце были фишки всех цветов.
6. Требуется вычислить количество N -значных чисел в системе счисления с основанием K , таких что их запись не содержит двух подряд идущих нулей.

Входные данные Во входном файле INPUT.TXT записаны два натуральных числа N и K в десятичной системе счисления ($2 \leq K \leq 10$; $2 \leq N$; $4 \leq N + K \leq 18$).

Выходные данные В выходной файл OUTPUT.TXT необходимо вывести целое число в десятичной записи – ответ на задачу.

7. Пицца – любимое лакомство Васи, он постоянно покупает и с удовольствием употребляет различные сорта этого великолепного блюда. Однажды, в очередной раз, разрезая круглую пиццу на несколько частей, Вася задумался: на какое максимальное количество частей можно разрезать пиццу за N прямых разрезов?

Помогите Васе решить эту задачу, определив максимальное число не обязательно равных кусков, которые может получить Вася, разрезая пиццу таким образом.

Входные данные Входной файл INPUT.TXT содержит натуральное число N – число прямых разрезов пиццы ($N \leq 1000$).

Выходные данные В выходной файл OUTPUT.TXT выведите ответ на задачу.

8. На прямой ветке железной дороги расположено несколько станций. Задана стоимость проезда между любыми двумя станциями.

Требуется написать программу нахождения минимальной стоимости проезда между крайними станциями. Двигаться по железной дороге можно только в одном направлении (от станции с меньшим номером до станции с большим номером.).

Входные данные Входной файл INPUT.TXT содержит в первой строке натуральное число N , не большее 250. Всего на дороге расположено $N+1$ станций, пронумерованных от 0 до N . В следующих строках записано $N(N+1)/2$ чисел, задающих стоимости проезда между станциями: сначала стоимость проезда от станции 0 до станций 1, 2, 3, ..., N , затем от станции 1 до станций 2, 3, ..., N , ..., от станции $N-1$ до станции N . Все стоимости проезда – неотрицательные целые числа, не превосходящие 10000.

Выходные данные Выходной файл OUTPUT.TXT должен содержать одно число – минимальную стоимость проезда от станции 0 до станции N с возможными пересадками.

9. На вершине лесенки, содержащей N ступенек, находится мячик, который начинает прыгать по ним вниз, к основанию. Мячик может прыгнуть на следующую ступеньку, на ступеньку через одну или через две. То есть, если мячик лежит на 8-ой ступеньке, то он может переместиться на 5-ую, 6-ую или 7-ую. Требуется написать программу, которая определит число всевозможных "маршрутов" мячика с вершины на землю.

Входные данные Входной файл INPUT.TXT содержит число N ($0 < N \leq 70$).

Выходные данные Выходной файл OUTPUT.TXT должен содержать искомое число.

10. Садовник посадил N деревьев в один ряд. После посадки деревьев садовнику нужно их покрасить. В его распоряжении есть краска трех цветов: белая, синяя и оранжевая. Сколько способов покраски деревьев есть у него, если никакие два соседних дерева нельзя красить в одинаковый цвет?

Входные данные В единственной строке входного файла INPUT.TXT записано одно натуральное число - количество деревьев N ($1 \leq N \leq 50$).

Выходные данные В единственную строку выходного файла OUTPUT.TXT нужно вывести одно число - количество способов покраски.