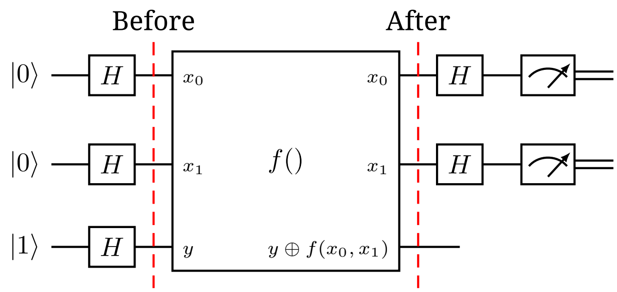

Figure 1: Two-input Deutsch-Joza algorithm

Задача Дойча, продолжение

Before the gate:

$$(|0\rangle + |1\rangle)_{x_0} \otimes (|0\rangle + |1\rangle)_{x_1} \otimes (|0\rangle - |1\rangle)_y = \tag{1}$$
$$(|000\rangle + |100\rangle + |010\rangle + |110\rangle) - (|001\rangle + |101\rangle + |011\rangle + |111\rangle) \tag{2}$$

After the gate:

$$(|00, f(00)\rangle + |10, f(10)\rangle + |01, f(01)\rangle + |11, f(11)\rangle) - \tag{3}$$
$$(\left|00, \overline{f(00)}\right\rangle + \left|10, \overline{f(10)}\right\rangle + \left|01, \overline{f(01)}\right\rangle + \left|11, \overline{f(11)}\right\rangle) = \tag{4}$$
$$(|00, f(00)\rangle - \left|00, \overline{f(00)}\right\rangle) + \tag{5}$$
$$(|10, f(10)\rangle - \left|10, \overline{f(10)}\right\rangle) + \tag{6}$$
$$(|01, f(01)\rangle - \left|01, \overline{f(01)}\right\rangle) + \tag{7}$$
$$(|11, f(11)\rangle - \left|11, \overline{f(11)}\right\rangle) \tag{8}$$

Пусть $f()$ является константной, $f(00) = f(10) = f(01) = f(11) = f_c$:

$$(|00\rangle + |10\rangle + |01\rangle + |11\rangle) \otimes (|f_c\rangle - |\overline{f_c}\rangle) = \tag{9}$$
$$(|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|f_c\rangle - |\overline{f_c}\rangle) \tag{10}$$

Пусть $f()$ сбалансирована, $f(a_1, b_1) = f(a_2, b_2) = f_c$ для каких-то индексов a_1, b_1, a_2, b_2 и $f(a_3, b_3) = f(a_4, b_4) = \overline{f_c}$ для остальных индексов a_3, b_3, a_4, b_4:

$$(|a_1, b_1, f_c\rangle - |a_1, b_1, \overline{f_c}\rangle) + \tag{11}$$
$$(|a_2, b_2, f_c\rangle - |a_2, b_2, \overline{f_c}\rangle) + \tag{12}$$
$$(|a_3, b_3, \overline{f_c}\rangle - |a_3, b_3, f_c\rangle) + \tag{13}$$
$$(|a_4, b_4, \overline{f_c}\rangle - |a_4, b_4, f_c\rangle) = \tag{14}$$
$$(|a_1, b_1\rangle + |a_2, b_2\rangle - |a_3, b_3\rangle - |a_4, b_4\rangle) \otimes (|f_c\rangle - |\overline{f_c}\rangle) \tag{15}$$

Вероятность измерить два нулевых состояния: 1 для константной функции, и 0 для сбалансированной.