

Дисциплина: Численные методы  
Лабораторное задание №4  
Вариант №13

Отчет  
Тема: Интерполирование и приближение  
функций

Выполнили:  
студент 3 курса 62 группы  
Подольский И.А.  
студент 3 курса 61 группы  
Вафин А.Р.

Проверила:  
старший преподаватель  
Фролова О.А.

## 1. Постановка задачи

Обнаружение ошибки в таблице значений многочлена третьей степени.

Дана таблица значений  $(x_i, y_i), i = 0 \dots N$  многочлена третьей степени.

Известно, что в этой таблице может быть допущена одна ошибка.

Обнаружить ошибку, исправить ее.

Входные параметры:

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания (вектор узлов интерполяции);

$Y$  – вектор значений многочлена третьей степени;

$N$  – количество узлов интерполяции, в которых заданы значения функций.

Выходные параметры:

$YU$  – вектор значений многочлена третьей степени с исправленной ошибкой;

$C0, C1, C2, C3$  – коэффициенты данного многочлена  $P = C0 + C1 * x + C2 * x^2 + C3 * x^3$

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – ошибка обнаружена;

$IER = 1$  – ошибки нет;

$IER = 2$  – ошибку обнаружить нельзя (мало точек);

$IER = 3$  – нарушен порядок возрастания аргумента в векторе  $X$ .

## 2. Алгоритм решения

Цель программы — обнаружить и исправить одну ошибку в таблице значений многочлена третьей степени, используя свойство **постоянства третьих разностей**. Основные этапы алгоритма:

### 1. Проверка входных данных:

- Убедиться, что значения аргументов  $X$  строго возрастают ( $IER = 3$  при нарушении).
- Проверить, что количество точек  $N \geq 4$  ( $IER = 2$  при недостатке точек).

### 2. Вычисление третьих разностей:

- Для каждой последовательности из 4 точек вычисляется третья разность:

$$\Delta^3 y_k = y_{k+3} - 3y_{k+2} + 3y_{k+1} - y_k$$

- Для корректного многочлена третьей степени все третьи разности должны быть равны.

### 3. Поиск аномалий:

- Найти наиболее часто встречающееся значение третьей разности — эталонную константу.
- Если все разности совпадают с константой, ошибок нет ( $IER = 1$ ).

### 4. Исправление ошибки:

- Для групп точек, где разность отличается от эталона, перебрать каждую из 4 точек в группе.
- Вычислить предполагаемое корректное значение для каждой точки по формулам.
- Проверить, восстановились ли все третьи разности после исправления. Если да — сохранить результат.

### 5. Построение многочлена:

- Используя первые 4 исправленные точки, решить систему уравнений методом Гаусса и найти коэффициенты многочлена.

## 3. Используемые формулы

**Третья разность** для точек  $y_i, y_{i+1}, y_{i+2}, y_{i+3}$ :

$$\Delta^3 y_i = y_{i+3} - 3y_{i+2} + 3y_{i+1} - y_i$$

Формула выводится следующим образом из формулы конечной разницы 1-го порядка:

$$\Delta y_k = y_{k+1} - y_k;$$

$$\Delta^2 y_k = \Delta y_{k+1} - \Delta y_k = y_{k+2} - y_{k+1} - (y_{k+1} - y_k) = y_{k+2} - 2y_{k+1} + y_k;$$

$$\begin{aligned} \Delta^3 y_k &= \Delta^2 y_{k+1} - \Delta^2 y_k = y_{k+3} - 2y_{k+2} + y_{k+1} - (y_{k+2} - 2y_{k+1} + y_k) \\ &= y_{k+3} - 3y_{k+2} + 3y_{k+1} - y_k \end{aligned}$$

**Формулы для исправления значения  $y_k$**  (в зависимости от позиции ошибки в группе из 4 точек):

- Ошибка в  $y_i$ :  $y_i = y_{i+3} - 3y_{i+2} + 3y_{i+1} - \Delta^3 y$

- Ошибка в  $y_{i+1}$ :  $y_{i+1} = (\Delta^3 y - y_{i+3} + 3y_{i+2} + y_i)/3$
- Ошибка в  $y_{i+2}$ :  $y_{i+2} = (-\Delta^3 y + y_{i+3} + 3y_{i+1} - y_i)/3$
- Ошибка в  $y_{i+3}$ :  $y_{i+3} = \Delta^3 y + 3y_{i+2} - 3y_{i+1} + y_i$

#### 4. Основные процедуры

**Класс Table:**

- **Поля:**
  - X, Y — исходные данные.
  - YY — исправленные данные.
  - coeff — коэффициенты многочлена C0, C1, C2, C3.
  - IER — код ошибки.
- **Методы:**
  - checkAscending(): Проверка порядка аргументов.
  - calcThirdDifferences(): Вычисление третьих разностей.
  - gaussSolve(): Решение СЛАУ методом Гаусса.
  - calculateCoeff(): Вычисление коэффициентов многочлена.
  - findAndFixError(): Основная логика поиска и исправления ошибки.

#### 5. Результаты вычислительных экспериментов

**Тест 1:**

X: 0,0000 1,0000 2,0000 3,0000 4,0000

Y: 0,0000 1,0000 8,0000 27,0000 64,0000

IER: 1 (ошибки нет)

X: 0,0000 1,0000 2,0000 3,0000 4,0000

YY: 0,0000 1,0000 8,0000 27,0000 64,0000

Коэффициенты многочлена:

C0 = 0

C1 = 0

C2 = 0

C3 = 1

**Тест 2:**

X: 0,0000 1,0000 2,0000 3,0000 4,0000 5,0000

Y: 0,0000 1,0000 8,0000 27,0000 60,0000 125,0000

IER: 0 (ошибка обнаружена)

X: 0,0000 1,0000 2,0000 3,0000 4,0000 5,0000

YY: 0,0000 1,0000 8,0000 27,0000 64,0000 125,0000

Коэффициенты многочлена:

C0 = 0

C1 = 0

C2 = 0

C3 = 1

**Тест 3:**

X: 0,0000 1,0000 2,0000 3,0000 4,0000

Y: 0,0000 1,0000 8,0000 25,0000 64,0000

Конфликт исправлений:

YY[4]: 56

YY[0]: -8

IER: 2 (мало точек)

X: 0,0000 1,0000 2,0000 3,0000 4,0000

YY: 0,0000 1,0000 8,0000 25,0000 64,0000

**Тест 4:**

X: 0,0000 4,0000 2,0000 3,0000 4,0000

Y: 0,0000 1,0000 8,0000 25,0000 64,0000

IER: 3 (нарушен порядок возрастания аргумента в векторе X)

X: 0,0000 4,0000 2,0000 3,0000 4,0000

YY: 0,0000 1,0000 8,0000 25,0000 64,0000