

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

## **ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ ПО ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДАМ: ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ И ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ**

Часть II. Индивидуальные задания

Учебно-методическое пособие

Составители:  
В. В. Корзунина,  
К. П. Лазарев,  
З. А. Шабунина

Воронеж  
Издательский дом ВГУ  
2014

Утверждено научно-методическим советом факультета прикладной математики, информатики и механики 20 марта 2014 г., протокол №7

Рецензент: доцент кафедры математического обеспечения ЭВМ Воронежского госуниверситета Горбенко О.Д.

Учебное пособие подготовлено на кафедре вычислительной математики и прикладных информационных технологий факультета прикладной математики информатики и механики Воронежского государственного университета.

Для направлений: 010500 – Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, 010300 – Фундаментальная информатика и информационные технологии, 010800 – Механика и математическое моделирование

## Содержание

Задание 1 .....	4
Задание 2 .....	4
Задание 3 .....	5
Задание 4 .....	5
Задание 5 .....	6
Задание 6 .....	7
Задание 7 .....	7
Задание 8 .....	8
Задание 9 .....	9
Задание 10 .....	9
Задание 11 .....	10
Задание 12 .....	10
Задание 13 .....	11
Задание 14 .....	11
Задание 15 .....	12
Задание 16 .....	12
Задание 17 .....	13
Задание 18 .....	14
Задание 19 .....	14
Задание 20 .....	14
Задание 21 .....	15
Задание 22 .....	15
Задание 23 .....	16
Задание 24 .....	16
Задание 25 .....	17
Задание 26 .....	17
Задание 27 .....	18
Задание 28 .....	19

Данное учебное пособие является продолжением работы [1] и содержит индивидуальные задания для выполнения лабораторных работ. Задания разделены по уровням сложности, что отмечено символом (\*):

- а) (\*) – низкий уровень сложности;
- б) (\*\*) – средний уровень сложности;
- с) (\*\*\*) – повышенный уровень сложности.

### ЗАДАНИЕ 1 (\*)

**Назначение.** Вычисление интерполяционного значения функции и оценка точности полученного значения с использованием многочленов Лагранжа второй и третьей степеней.

**Входные параметры:**

$X_1, X_2, X_3, X_4$  – значения аргументов функции  $f(x)$ ;

$Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$  – значения функции в точках  $X_1, X_2, X_3, X_4$ ;

$XX$  – значение аргумента, при котором будет вычисляться интерполяционное значение функции.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вычисленное интерполяционное значение функции в точке  $XX$ ;

$EPS\_YY$  – точность полученного интерполяционного значения;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки;

$IER = 1$  – среди значений аргумента есть равные.

**Метод.** Выбираются три ближайших к  $XX$  точки, строится интерполяционный многочлен Лагранжа второй степени и вычисляется его значение  $YY$  в точке  $XX$ . По четырём исходным точкам строится интерполяционный многочлен Лагранжа третьей степени, вычисляется его значение  $YY_3$  в точке  $XX$ . Модуль разности  $YY$  и  $YY_3$  принимается за оценку точности  $EPS\_YY$  полученного интерполяционного значения  $YY$ .

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 2 (\*)

**Назначение.** Вычисление интерполяционного значения функции и оценка точности полученного значения с использованием «барицентрических» многочленов Лагранжа второй и третьей степеней.

**Входные параметры:**

$X_1, X_2, X_3, X_4$  – значения аргументов функции  $f(x)$ ;

$Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$  – значения функции в точках  $X_1, X_2, X_3, X_4$ ;

$XX$  – значение аргумента, при котором будет вычисляться интерполяционное значение функции.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вычисленное интерполяционное значение функции в точке  $XX$ ;

$EPS\_YY$  – точность полученного интерполяционного значения;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки;

$IER = 1$  – среди значений аргумента есть равные.

**Метод.** Выбираются три ближайших к  $XX$  точки, строится интерполяционный «барицентрический» многочлен Лагранжа второй степени и вычисляется его значение  $YY$  в точке  $XX$ . По четырём исходным точкам строится интерполяционный «барицентрический» многочлен Лагранжа третьей степени, вычисляется его значение  $YY3$  в точке  $XX$ . Модуль разности  $YY$  и  $YY3$  принимается за оценку точности  $EPS\_YY$  полученного интерполяционного значения  $YY$ .

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 3 (\*)

**Назначение.** Вычисление интерполяционного значения функции и оценка точности полученного значения с использованием многочленов Ньютона второй и третьей степеней.

**Входные параметры:**

$X1, X2, X3, X4$  – значения аргументов функции  $f(x)$ ;

$Y1, Y2, Y3, Y4$  – значения функции в точках  $X1, X2, X3, X4$ ;

$XX$  – значение аргумента, при котором будет вычисляться интерполяционное значение функции;

**Выходные параметры:**

$YY$  – вычисленное интерполяционное значение функции в точке  $XX$ ;

$EPS\_YY$  – точность полученного интерполяционного значения;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки;

$IER = 1$  – среди значений аргумента есть равные.

**Метод.** Выбираются три ближайших к  $XX$  точки, строится интерполяционный многочлен Ньютона второй степени и вычисляется его значение  $YY$  в точке  $XX$ . По четырём исходным точкам строится следующее четвёртое слагаемое интерполяционного многочлена Ньютона третьей степени, которое, фактически, является оценкой точности  $EPS\_YY$  в точке  $XX$  полученного интерполяционного значения  $YY$ .

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 4 (\*)

**Назначение.** Интерполирование функции с помощью многочлена Лагранжа степени  $m$  на неравномерной сетке узлов.

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания (вектор узлов интерполяции);

$Y$  – вектор значений функции в узлах интерполяции;

$N$  – количество узлов интерполяции, в которых заданы значения функций;

$XX$  – значение аргумента, при котором будет вычисляться интерполяционное значение функции;

$m$  – степень многочлена Лагранжа, с помощью которого будет вычисляться значение функции в точке  $XX$ .

**Выходные параметры:**

$YY$  – вычисленное интерполяционное значение функции в точке  $XX$ ;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки;

$IER = 1$  – интерполяционный многочлен степени  $m$  не может быть построен ( $N < m + 1$ );

$IER = 2$  – нарушен порядок возрастания аргумента в входном векторе  $X$ .

**Метод.** *Вычисляется значение интерполяционного многочлена Лагранжа в точке  $XX$  по значению функции в точках, наименее удалённых от точки  $XX$ .*

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 5 (\*)

**Назначение.** Интерполирование функции с помощью многочлена Ньютона степени  $m$  на равномерной сетке узлов.

**Входные параметры:**

$x_0$  – начальная точка интервала интерполяции;

$h$  – шаг узлов интерполяции;

$N$  – количество узлов интерполяции;

$Y$  – вектор значений функции в равноотстоящих узлах интерполяции;

$XX$  – значение аргумента, при котором будет вычисляться интерполяционное значение функции;

$m$  – степень многочлена Ньютона, с помощью которого будет вычисляться значение функции в точке  $XX$ .

**Выходные параметры:**

$YY$  – вычисленное интерполяционное значение функции в точке  $XX$ ;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки;

$IER = 1$  – интерполяционный многочлен степени  $m$  не может быть построен ( $N < m + 1$ );

$IER = 2$  – точка  $XX$  не принадлежит отрезку интерполирования.

**Метод.** *Вычисляется значение интерполяционного многочлена Ньютона по формуле (26) с коэффициентами (28) по значениям функции в узлах, наименее удалённых от точки  $XX$ .*

**Указание.** См. [1].

## ЗАДАНИЕ 6 (\*\*)

**Назначение.** Вычисление интерполяционного значения функции с использованием «барицентрического» многочлена Лагранжа степени  $m$ .

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания (вектор узлов интерполяции);

$Y$  – вектор значений функции в узлах интерполяции;

$N$  – количество узлов интерполяции, в которых заданы значения функций;

$XX$  – значение аргумента, при котором будет вычисляться интерполяционное значение функции;

$m$  – степень «барицентрического» многочлена Лагранжа, с помощью которого будет вычисляться значение функции в точке  $XX$ .

**Выходные параметры:**

$YY$  – вычисленное интерполяционное значение функции в точке  $XX$ ;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки;

$IER = 1$  – интерполяционный многочлен степени  $m$  не может быть построен ( $N < m + 1$ );

$IER = 2$  – нарушен порядок возрастания аргумента в входном векторе  $X$ .

**Метод.** Вычисляется значение «барицентрического» интерполяционного многочлена Лагранжа в точке  $XX$  по значению функции в точках, наименее удалённых от точки  $XX$ .

**Указание.** См. [1].

## ЗАДАНИЕ 7 (\*)

**Назначение.** Интерполирование функции с помощью многочленов Эрмита по  $m$  точкам, в которых заданы значения функции и производных.

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания (вектор узлов интерполяции);

$Y$  – вектор значений функции в узлах интерполяции;

$DY$  – вектор значений производной функции в узлах интерполяции;

$N$  – количество узлов интерполяции, в которых заданы значения функций;

$XX$  – значение аргумента, при котором будет вычисляться интерполяционное значение функции;

$m$  – количество точек, по которым строится многочлен Эрмита.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вычисленное интерполяционное значение функции в точке  $XX$ ;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки;

$IER = 1$  – интерполяционный многочлен степени  $m$  не может быть построен ( $N < m$ );

$IER = 2$  – нарушен порядок возрастания аргумента в входном векторе  $X$ .

**Метод.** Вычисляется значение интерполяционного многочлена Эрмита в точке  $XX$  по значениям функции и её производных в точках, наименее удалённых от точки  $XX$ .

**Указание.** См. [1].

## ЗАДАНИЕ 8 (\*\*)

**Назначение.** Полиномиальное интерполирование значений функции с заданным аргументом.

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания (вектор узлов интерполяции);

$Y$  – вектор значений функции в узлах интерполяции;

$N$  – количество узлов интерполяции, в которых заданы значения функций;

$XX$  – значение аргумента, при котором будет вычисляться интерполяционное значение функции;

$EPS$  – значение верхней границы абсолютной погрешности.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вычисленное интерполяционное значение функции в точке  $XX$ ;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки, требуемая точность достигнута;

$IER = 1$  – требуемая точность не достигнута ( $N$  мало).

$IER = 2$  – требуемая точность не достигается. Модуль разности между двумя последовательными интерполяционными значениями перестаёт уменьшаться.

$IER = 3$  – в векторе  $X$  нарушен порядок возрастания аргументов.

$IER = 4$  – значение аргумента  $XX$  не принадлежит отрезку  $[X_1, X_N]$ .

**Замечания.** Интерполирование прекращается, если

- модуль разности между двумя последовательными интерполяционными значениями меньше  $EPS$ ;

- модуль этой разности перестаёт уменьшаться;

- вычислено значение интерполяционного многочлена в степени  $(N-1)$ .

**Метод.** Вычисляются значения интерполяционного многочлена Лагранжа по значениям функции в точках, наименее удалённых от точки  $XX$ . При выходе из подпрограммы значение  $YY$  совпадает с оптимальным в смысле **Замечания**.

**Указание.** См. [1].



## ЗАДАНИЕ 9 (\*\*)

**Назначение.** Полиномиальное интерполирование значений функции с заданным аргументом.

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания (вектор узлов интерполяции);

$Y$  – вектор значений функции в узлах интерполяции;

$N$  – количество узлов интерполяции, в которых заданы значения функций;

$XX$  – значение аргумента, при котором будет вычисляться интерполяционное значение функции;

$EPS$  – значение верхней границы абсолютной погрешности.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вычисленное интерполяционное значение функции в точке  $XX$ ;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки, требуемая точность достигнута;

$IER = 1$  – требуемая точность не достигнута ( $N$  мало).

$IER = 2$  – требуемая точность не достигается. Модуль разности между двумя последовательными интерполяционными значениями перестаёт уменьшаться.

$IER = 3$  – в векторе  $X$  нарушен порядок возрастания аргументов.

$IER = 4$  – значение аргумента  $XX$  не принадлежит отрезку  $[X_1, X_N]$ .

**Замечания.**

1. Интерполирование прекращается, если

- модуль разности между двумя последовательными интерполяционными значениями меньше  $EPS$ ;
- модуль этой разности перестаёт уменьшаться;
- вычислено значение интерполяционного многочлена в степени  $(N - 1)$ .

2. Для экономии памяти нельзя пользоваться двумерными массивами.

**Метод.** *Вычисляются значения интерполяционного многочлена Ньютона с разделёнными разностями по значениям функции в точках, наименее удалённых от точки  $XX$ . При выходе из подпрограммы значение  $YY$  совпадает с оптимальным в смысле Замечания (1).*

**Указание.** См. [1].

## ЗАДАНИЕ 10 (\*\*)

**Назначение.** Численные исследования сходимости глобальных интерполяционных процессов.

**Метод.** *Для визуального исследования сходимости интерполяционных процессов разработать процедуру, которая выводит на экран компьютера*

два графика на заданном отрезке – график заданной функции  $f(x)$  и график глобального интерполяционного многочлена, построенного для этой функции по значениям в  $N$  равноотстоящих узлах этого отрезка. Входными параметрами этой процедуры являются значения  $a, b$  концов отрезка интерполирования, количество равноотстоящих точек на отрезке  $[a, b]$ , аналитическая функция одного аргумента  $f(x)$ . Интерполяционный многочлен строится в виде интерполяционного многочлена Ньютона (26):  $P_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + b_n(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{n-1})$ , где коэффициенты  $b_k$  определяются согласно (29).

**Замечания об обязательных вычислительных экспериментах.**

1. Подобрать примеры хорошей сходимости интерполяционных процессов.

2. Показать примеры расходимости интерполяционных процессов.

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 11 (\*\*\*)

**Назначение.** Численные исследования сходимости интерполяционных процессов.

**Метод.** Для визуального исследования сходимости интерполяционных процессов разработать процедуру, которая выводит на экран компьютера три графика на заданном отрезке – график заданной функции  $f(x)$ , график глобального интерполяционного многочлена степени  $m$ , построенного для этой функции на равномерной сетке узлов и график глобального интерполяционного многочлена степени  $m$ , построенного для этой функции на чебышевской сетке узлов. Входными параметрами этой процедуры являются концы отрезка интерполирования, степень многочленов  $m$  и функция  $f(x)$ .

**Замечания.**

1. Интерполяционные многочлены строятся в виде интерполяционных многочленов Ньютона.

2. Необходимо подобрать примеры, когда имеет место сходимость интерполяционных процессов на обеих сетках узлов и примеры, когда сходимость имеет место только на чебышевской сетке узлов.

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 12 (\*\*)

**Назначение.** Численные исследования сходимости глобальных интерполяционных процессов для непрерывных на отрезке функций.

**Метод.** Для визуального исследования сходимости интерполяционных процессов разработать процедуру, которая выводит на экран компьютера два графика на заданном отрезке – график заданной функции  $f(x)$  и график глобального интерполяционного многочлена Файера, построенного для

этой функции на сетке чебышевских узлов. Входными параметрами этой процедуры являются концы отрезка интерполирования, количество чебышевских узлов на этом отрезке, непрерывная функция  $f(x)$ .

**Замечание.**

Вычислительные эксперименты должны быть проведены в том числе для функций  $1/(1 + 25x^2)$ ,  $|x|$ .

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 13 (\*\*)

**Назначение.** Обнаружение ошибки в таблице значений многочлена третьей степени.

Дана таблица значений  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 0 \div N$  многочлена третьей степени. Известно, что в этой таблице может быть допущена одна ошибка. Обнаружить ошибку, исправить её.

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания (вектор узлов интерполяции);

$Y$  – вектор значений многочлена третьей степени;

$N$  – количество узлов интерполяции, в которых заданы значения функций.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вектор значений многочлена третьей степени с исправленной ошибкой;

$C0, C1, C2, C3$  – коэффициенты данного многочлена  
 $P_3 = C0 + C1 \cdot x + C2 \cdot x^2 + C3 \cdot x^3$

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – ошибка обнаружена;

$IER = 1$  – ошибки нет;

$IER = 2$  – ошибку обнаружить нельзя (мало точек);

$IER = 3$  – нарушен порядок возрастания аргумента в векторе  $X$ .

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 14 (\*)

**Назначение.** Уплотнение в два раза таблицы значений функции с равноотстоящими значениями аргумента.

**Входные параметры:**

$Y$  – вектор значений функции в порядке возрастания аргумента;

$N$  – количество значений функции.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вектор уплотнённых значений функции;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки;

$IER = 1$  – уплотнённый вектор не может быть построен из-за малости  $N$  ( $N < 3$ ).

**Метод.** Значения в новых точках уплотнённой таблицы вычисляются по интерполяционному многочлену Лагранжа второй степени. Интерполяционный многочлен строится по значениям в наименее удалённых точках исходной таблицы.

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 15 (\*\*)

**Назначение.** Уплотнение в три раза таблицы значений функции с равноотстоящими значениями аргумента.

**Входные параметры:**

$Y$  – вектор значений функции в порядке возрастания аргумента;

$N$  – количество значений функции.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вектор уплотнённых значений функции;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки;

$IER = 1$  – уплотнённый вектор не может быть построен из-за малости  $N$  ( $N < 3$ );

**Метод.** Значения в новых точках уплотнённой таблицы вычисляются по интерполяционному многочлену Лагранжа второй степени. Интерполяционный многочлен строится по значениям в наименее удалённых точках исходной таблицы.

**Указание.** См. [1].

### Задание 16 (\*\*)

**Назначение.** Уплотнение в два раза таблицы значений функции с равноотстоящими значениями аргумента.

**Входные параметры:**

$Y$  – вектор значений функции в порядке возрастания аргумента;

$N$  – количество значений функции.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вектор уплотнённых значений функции;

$EPS\_YY$  – вектор погрешности уплотнённых значений функции;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки;

$IER = 1$  – уплотнённый вектор не может быть построен из-за малости  $N$  ( $N < 4$ );

**Метод.** Значения в новых точках уплотнённой таблицы вычисляются по интерполяционному многочлену Лагранжа второй степени. Интерполя-

ционный многочлен строится по значениям в наименее удалённых точках исходной таблицы. Для оценки погрешности интерполирования для каждой новой точки строится интерполяционный многочлен третьей степени. Модуль разности значений многочленов третьей и второй степени принимается за оценку погрешности. Погрешности задания входных данных не учитываются.

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию полученных результатов.

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 17 (\*\*\*)

**Назначение.** Уплотнение в два раза таблицы значений функции с равноотстоящими значениями аргумента.

**Входные параметры:**

$Y$  – вектор значений функции в порядке возрастания аргумента;

$N$  – количество значений функции;

$EPS\_Y$  – абсолютная погрешность данных значений функции;

$EPS\_YY$  – абсолютная погрешность уплотнённых значений функции.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вектор уплотнённых значений функции;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – нет ошибки, требуемая точность достигнута;

$IER = 1$  – точность не достигнута (большая погрешность входных данных);

$IER = 2$  – точность не достигнута (большая погрешность метода интерполяции);

$IER = 3$  – уплотнённый вектор не может быть построен из-за малости  $N$ .

**Метод.** Вычисляются значения интерполяционного многочлена Лагранжа третьей степени по значениям функции в точках, наименее удалённых от точки, в которой определяется значение функции. Главная часть погрешности интерполяции определяется путём сравнения значений, вычисленных по интерполяционным многочленам Лагранжа третьей и четвёртой степеней.

**Замечания.**

1. Верхняя граница абсолютной погрешности метода интерполирования не может быть больше  $EPS\_YY/2$ .

2. Верхняя граница абсолютной погрешности значений уплотнённой таблицы, возникающая за счёт погрешности входных значений функции, не может быть больше  $EPS\_YY/2$ .

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 18 (\*)

**Назначение.** Сглаживание функции, заданной таблицей значений в равноотстоящих точках, с помощью многочлена первой степени, построенного по трём последовательным точкам методом наименьших квадратов.

**Входные параметры:**

$Y$  – вектор значений функции в порядке возрастания аргумента;

$N$  – количество значений функции.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вектор сглаженных значений функции;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – сглаженные значения отличаются от исходных;

$IER = 1$  – сглаженные значения совпадают с исходными.

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию полученных результатов.

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 19 (\*)

**Назначение.** Сглаживание функции, заданной таблицей значений в неравноотстоящих точках, с помощью многочлена первой степени, построенного по трём ближайшим точкам методом наименьших квадратов.

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания;

$Y$  – вектор значений функции в порядке возрастания аргумента;

$N$  – количество значений функции.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вектор сглаженных значений функции;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – сглаженные значения отличаются от исходных;

$IER = 1$  – сглаженные значения совпадают с исходными;

$IER = 2$  – в входном векторе  $X$  нарушен порядок возрастания.

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию полученных результатов.

**Указание.** См. [1].

### Задание 20 (\*\*)

**Назначение.** Сглаживание функции, заданной таблицей значений в равноотстоящих точках, с помощью многочлена первой степени, построенного по пяти последовательным точкам методом наименьших квадратов.

**Входные параметры:**

$Y$  – вектор значений функции в порядке возрастания аргумента;

$N$  – количество значений функции;

**Выходные параметры:**

$YU$  – вектор сглаженных значений функции;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – сглаженные значения отличаются от исходных;

$IER = 1$  – сглаженные значения совпадают с исходными.

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию полученных результатов.

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 21 (\*\*)

**Назначение.** Сглаживание функции, заданной таблицей значений в равноотстоящих точках, с помощью многочлена второй степени, построенного по пяти последовательным точкам методом наименьших квадратов.

**Входные параметры:**

$Y$  – вектор значений функции в порядке возрастания аргумента;

$N$  – количество значений функции.

**Выходные параметры:**

$YU$  – вектор сглаженных значений функции;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – сглаженные значения отличаются от исходных;

$IER = 1$  – сглаженные значения совпадают с исходными.

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию полученных результатов.

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 22 (\*\*\*)

**Назначение.** Сглаживание функции, заданной таблицей значений в неравноотстоящих точках, с помощью многочлена второй степени, построенного по пяти ближайшим точкам методом наименьших квадратов.

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания;

$Y$  – вектор значений функции в порядке возрастания аргумента;

$N$  – количество значений функции.

**Выходные параметры:**

$YU$  – вектор сглаженных значений функции;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – ошибки нет;

$IER = 1$  – нарушен порядок возрастания аргумента в векторе  $X$ ;

$IER = 2$  – сглаживание невозможно, во входном векторе  $X$  меньше пяти значений.

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию полученных результатов.

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 23 (\*\*\*)

**Назначение.** Сглаживание функции, заданной таблицей значений в равноотстоящих точках, с помощью многочлена третьей степени, построенного по пяти последовательным точкам методом наименьших квадратов.

**Входные параметры:**

$Y$  – вектор значений функции в порядке возрастания аргумента;

$N$  – количество значений функции.

**Выходные параметры:**

$YY$  – вектор сглаженных значений функции;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – сглаженные значения отличаются от исходных;

$IER = 1$  – сглаженные значения совпадают с исходными.

$IER = 2$  – сглаживание невозможно, во входном векторе  $Y$  меньше пяти значений.

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию полученных результатов.

**Указание.** См. [1] настоящего пособия.

### ЗАДАНИЕ 24 (\*)

**Назначение.** Вычисление параметров эмпирической формулы

$$y = \alpha + \frac{\beta}{x}.$$

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания;

$Y$  – вектор экспериментальных значений функции;

$N$  – количество экспериментальных точек.

**Выходные параметры:**

$\alpha, \beta$  – параметры эмпирической формулы;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – ошибки нет;

$IER = i$  – параметры не получены,  $x_i = 0$ .

**Метод.** Для выравнивания экспериментальных данных ввести новые переменные согласно формулам из первой строки таблицы 1[1]. Для определения параметров  $\alpha, \beta$  решается система уравнений аналогичная (58).

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию исходных данных и полученных результатов.

**Указание.** См. [1].



### ЗАДАНИЕ 25 (\*)

**Назначение.** Вычисление параметров эмпирической формулы

$$y = \frac{1}{\alpha x + \beta}.$$

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания;

$Y$  – вектор экспериментальных значений функции;

$N$  – количество экспериментальных точек.

**Выходные параметры:**

$\alpha, \beta$  – параметры эмпирической формулы;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – ошибки нет;

$IER = i$  – параметры не получены,  $y_i = 0$ .

**Метод.** Для выравнивания экспериментальных данных ввести новые переменные согласно формулам из второй строки таблицы 1[1]. Для определения параметров  $\alpha, \beta$  решается система уравнений аналогичная (58).

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию исходных данных и полученных результатов.

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 26 (\*)

**Назначение.** Вычисление параметров эмпирической формулы

$$y = \frac{x}{\alpha x + \beta}.$$

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания;

$Y$  – вектор экспериментальных значений функции;

$N$  – количество экспериментальных точек.

**Выходные параметры:**

$\alpha, \beta$  – параметры эмпирической формулы;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – ошибки нет;

$IER = i$  – параметры не получены,  $y_i = 0$ .

**Метод.** Для выравнивания экспериментальных данных ввести новые переменные согласно формулам из третьей строки таблицы 1[1]. Для определения параметров  $\alpha, \beta$  решается система уравнений аналогичная (58) [1].

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию исходных данных и полученных результатов.

**Указание.** См. [1].

### ЗАДАНИЕ 27 (\*\*\*)

**Назначение.** Определение дробно-линейной эмпирической формулы с двумя параметрами.

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания;

$Y$  – вектор экспериментальных значений функции;

$N$  – количество экспериментальных точек.

**Выходные параметры:**

$form$  – вид полученной эмпирической формулы:

$form = 1$  – линейная формула  $y = \alpha x + \beta$ ;

$form = 2$  – формула обратной пропорциональности  $y = \alpha + \frac{\beta}{x}$ ;

$form = 3$  – формула обратной пропорциональности  $y = \frac{1}{\alpha x + \beta}$ ;

$form = 4$  – дробно-линейная формула  $y = \frac{x}{\alpha x + \beta}$ ;

$max\_div$  – максимальное по модулю отклонение исходных данных от построенной функциональной зависимости;

$\alpha, \beta$  – параметры эмпирической формулы;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – все формулы проанализированы, ошибки нет;

$IER = 1$  – формула обратной пропорциональности ( $form = 2$ ) не анализировалась, так как в исходной таблице есть аргумента, равное нулю.

$IER = 2$  – формулы  $y = \frac{1}{\alpha x + \beta}$ ,  $y = \frac{x}{\alpha x + \beta}$  ( $form = 2$ ,  $form = 4$ ) не анализировались, так как в исходной таблице есть значения функции, равные нулю.

**Метод.** Для четырёх формул  $y = \alpha x + \beta$ ,  $y = \alpha + \frac{\beta}{x}$ ,  $y = \frac{1}{\alpha x + \beta}$ ,  $y = \frac{x}{\alpha x + \beta}$  вычислить, если это возможно, параметры  $\alpha, \beta$ . Для этого для каждого случая предварительно провести выравнивание данных (см. [1], первую, вторую и третью строки таблицы 1), а затем определить параметры  $\alpha, \beta$ , решая системы уравнений, аналогичные (58) [1]. Условием выбора наилучшей эмпирической формулы является наименьшее отклонение исходных данных от построенных функциональных зависимостей. Под отклонением исходных данных от функциональной зависимости  $y(x) = Q(x, \alpha, \beta)$  понимается значение  $\max_{0 \leq i \leq n} |Q(x_i, \alpha, \beta) - y_i|$ .

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию исходных данных и полученных результатов.

**Указание.** См. [1].

## ЗАДАНИЕ 28 (\*\*\*)

**Назначение.** Определение показательных, логарифмических и степенных эмпирических формул с двумя параметрами.

**Входные параметры:**

$X$  – вектор значений аргументов в порядке возрастания;

$Y$  – вектор экспериментальных значений функции;

$N$  – количество экспериментальных точек.

**Выходные параметры:**

$form$  – вид полученной эмпирической формулы:

$form = 1$  – линейная формула  $y = \alpha x + \beta$ ;

$form = 2$  – показательная формула  $y = \alpha \cdot \beta^x$ ;

$form = 3$  – логарифмическая формула  $y = \alpha \ln x + \beta$ ;

$form = 4$  – степенная формула  $y = \alpha \cdot x^\beta$ ;

$max\_div$  – максимальное по модулю отклонение исходных данных от построенной функциональной зависимости;

$\alpha, \beta$  – параметры эмпирической формулы;

$IER$  – индикатор ошибки:

$IER = 0$  – все формулы проанализированы, ошибки нет;

$IER = 1$  – анализировалась только линейная формула.

$IER = 2$  – анализировались линейная и показательная формулы.

$IER = 3$  – анализировались линейная и логарифмическая формулы.

**Метод.** Для четырёх формул  $y = \alpha x + \beta$ ,  $y = \alpha \cdot \beta^x$ ,  $y = \alpha \ln x + \beta$ ,  $y = \alpha \cdot x^\beta$  вычислить, если это возможно, параметры  $\alpha, \beta$ . Для этого для каждого случая предварительно провести выравнивание данных (см. [1] четвертую, пятую и шестую строки таблицы 1), а затем определить параметры  $\alpha, \beta$ , решая системы уравнений, аналогичные (58) [1]. Условием выбора наилучшей эмпирической формулы является наименьшее отклонение исходных данных от построенных функциональных зависимостей. Под отклонением исходных данных от функциональной зависимости  $y(x) = Q(x, \alpha, \beta)$  понимается значение  $\max_{0 \leq i \leq n} |Q(x_i, \alpha, \beta) - y_i|$ .

**Замечание.**

Предусмотреть визуализацию исходных данных и полученных результатов.

**Указание.** См. [1].

## Литература

1. Корзунина В.В. Лабораторные занятия по численным методам: интерполирование и приближение функций. / В.В. Корзунина, К.П. Лазарев, З.А. Шабунина. – Воронеж : Изд. дом ВГУ, 2014. – Ч.1 : Теория. – 39 с.

*Учебное издание*

# ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ ПО ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДАМ: ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ И ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ

Часть II. Индивидуальные задания

Учебно-методическое пособие

Составители:

**Корзунина** Вера Васильевна,  
**Лазарев** Константин Петрович,  
**Шабунина** Зоя Александровна

Редактор В. В. Юргелас  
Компьютерная верстка Н. А. Сегида

Подписано в печать 16.06.14. Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 1,1.

Тираж 25 экз. Заказ 544

Издательский дом ВГУ  
394000, г. Воронеж, пл. Ленина, 10

Отпечатано в типографии Издательского дома ВГУ  
394000, г. Воронеж, ул. Пушкинская, 3