

مسئله ۱۰

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad \forall i, j$$

(۲۰) الف:

$$E(\mu) = \bar{y} \Rightarrow \hat{\mu} = 17.7$$

$$E(\tau_i) = E(y_{ij} - \mu - \varepsilon_{ij}) = \bar{y}_{i.} - \bar{y} \Rightarrow \begin{cases} \tau_1 = -1.3 \\ \tau_2 = -0.1 \\ \tau_3 = 1.3 \\ \tau_4 = 0.1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 & \quad SS_T = \sum y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{n} = 1090.2 \quad SS_{Tr} = \frac{1}{n} \sum y_{i.}^2 - \frac{y_{..}^2}{n} = 190 \\ H_1: & \text{در برابر } H_0 \quad SS_E = SS_T - SS_{Tr} = 899.8 \end{aligned}$$

	df	SS	MS	F <sub>0</sub>	P-value
Tr	3	190	63.33	10.49	0
E	14	899.8	64.27		
T	17	1090.2			

$$F_{0.01, 3, 14} = 10.15 \Rightarrow F_0 > 10.15 \Rightarrow \text{فرض } H_0 \text{ را رد می‌کنیم و می‌گوییم تفاوت معنی‌دار وجود دارد}$$

$$P\text{-value} \ll 0.01 \Leftrightarrow F_{0.01, 3, 14} = 10.15 \Rightarrow P\text{-value} < 0.01$$





اثبات اعداد، ترتیبی کردن و به جدول زیر انتقال می دهیم:

ردیف	ردیف	$R_{ij}$	$R_{ij}^r$	$R_{ij}$	$R_{ij}^r$
1	qV	۲	۳		
	r1	۵	۲۵		
	q9	۱	۱	۲۳	۵۲۹
	v8	۸	۴۲		
	v۳	۷	۴۹		
۲	qA	۳	۹		
	v9	۹,۵	۹,۲۵		
	v۵	۴	۱۶	۳۳,۵	۱۱۳۲,۵
	v۲	۶	۳۶		
	v۷	۱۱	۱۲۱		
۳	AD	۱۶,۵	۲۷۲,۲۵		
	AW	۱۴,۵	۲۱۰,۲۵		
	v9	۱۲	۱۴۴	۹۵,۵	۹۰۹,۲۵
	AT	۱۳	۱۶۹		
	v9	۹,۵	۹۰,۲۵		
۴	q۳	۲۰	۴۰۰		
	AY	۱۸	۳۲۴	۸۸	۷۷۴۴
	AW	۱۴,۵	۲۱۰		
	AO	۱۳,۵	۲۰۲,۲۵		
	AV	۱۹	۳۶۱		
			۲۸۹۸,۵		
				۱۳۴۸,۵	

$$S^r = \frac{1}{N-1} \left[ \sum \sum R_{ij}^r - \frac{N(N+1)^r}{r} \right] = \frac{1}{19} \left[ 2898,5 - \frac{2 \times 21}{2} \right] = \frac{2876,5}{19} = 151,4$$

$$H = \frac{1}{S^r} \left[ \sum \frac{R_{ij}^r}{n_i} - \frac{N(N+1)^r}{r} \right] = \frac{1}{151,4} \left[ \frac{2898,5}{5} - \frac{2 \times 21}{2} \right] = \frac{577,7}{151,4} = 3,81$$

$$H_{q,q-1}^r = H_{1,1}^r = 3,81 \Rightarrow H_{1,1}^r = 3,81$$

فرض می‌کنیم که  $H_{1,1}^r$  و  $H_{1,1}^r$  در  $(B)$  است

$$\phi = \sqrt{(1 + 0.1(1.1)^2 + 15n} = \sqrt{(1 + 0.1(1.1)^2 - 15n} = 1.19$$

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \text{ then } V_1 = N - q = 14 \text{ و } V_2 = q - 1 = 3 \text{ و } OC \text{ و } \hat{\beta}_1 \approx 1.19$$

$$\rho = 1.19 = 1.19$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$

$$b = (X'X)^{-1} X'Y = \begin{bmatrix} 14.1 \\ -14.1 \\ -14.1 \\ -0.1 \end{bmatrix} \Rightarrow Y = 14.1V - 14.1X_1 - 14.1X_2 - 0.1X_3$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \\ 1.1 \end{bmatrix}$$