

# Gaps de Kirkwood en REBOUND

Martín Gutiérrez Donoso,<sup>1</sup> Vicente Honorato Rodríguez<sup>1</sup> and Constanza Soto Suárez<sup>1</sup>

Departamento de Física, Universidad Técnica Federico Santa María, Av. Vicuña Mackenna 3939, Santiago, Chile.<sup>1</sup>

Received June 27, 2024

## ABSTRACT

Se utilizó la herramienta de simulación REBOUND para poder investigar los gaps de Kirkwood dentro del cinturón de asteroides de nuestro sistema solar. Estos gaps son espacios dentro del cinturón que presentan una densidad reducida de asteroides, lo cual es causado por las resonancias orbitales con Júpiter. Para realizar la simulación, se toman 500 partículas sin masa distribuidas uniformemente en el cinturón y se observa su evolución temporal en períodos de 500 y luego 1000 años. En un comienzo, solo consideramos las interacciones con Júpiter orbitando y el Sol al centro de la simulación. Posteriormente, se observó la evolución con la misma cantidad de partículas y los mismos períodos de tiempo, pero incorporando Marte y Saturno, con el objetivo de estudiar el efecto de estos planetas. Los resultados obtenidos muestran la influencia gravitacional de Júpiter, creándose los conocidos gaps de Kirkwood, los cuales se vuelven más notorios con el tiempo. Sin embargo, al también considerar la influencia de Marte y Saturno, con el tiempo estos son más difíciles de identificar, perdiéndose específicamente los gaps relacionados a las resonancias 4:1 y 7:3.

**Key words.** Órbitas – Cinturón de Asteroides – Gaps de Kirkwood: Resonancia – Planetas: Marte, Júpiter, Saturno – Rebound

## 1. Introducción

El cinturón de asteroides, ubicado entre los planetas Marte y Júpiter, no posee una distribución uniforme. Existen zonas de baja densidad de asteroides a distancias específicas desde el Sol, las cuales están asociadas a las resonancias orbitales de planetas grandes, llamadas *Gaps de Kirkwood*. Las perturbaciones gravitacionales, principalmente de Júpiter, alteran las órbitas de los cuerpos transcurriendo, dispersándolos fuera por estos vacíos, como se muestra en Fig. 3 y Fig. 4.

Las resonancias orbitales son producidas cuando cuerpos orbitantes a un punto, se ejercen entre si una influencia gravitatoria y periódica, debido a que sus períodos son proporcionales enteras simples entre si. Por ejemplo, la resonancia entre dos cuerpos es 2:1, vale decir, cada dos órbitas realizadas por el primer objeto, el segundo completa una.

Para el caso de los Gaps de Kirkwood que buscamos identificar en este escrito, son producidos por las resonancias entre los asteroides y Júpiter (Jet Propulsion Laboratory [2]), y cada una ocurre a una distancia determinada desde el Sol, como se muestra en la Tabla 1.

Resonancia	Distancia [AU]
4:1	2.065
3:1	2.502
5:2	2.825
7:3	2.958
2:1	3.279

Table 1: Distancia de Gaps de Kirkwood según la resonancia (Asteroid Day [1])

Para lograr identificar los Gaps de Kirkwoods utilizando la simulación Rebound (visto en Sección 2.1), realizamos distintos análisis. En Sección 2.2 se detallan las condiciones iniciales de la simulación para obtener la evolución del cinturón de asteroides en quinientos y en mil años, con el objetivo de comparar el cambio de su distribución según el tiempo de simulación. Para la Sección 2.3, se presenta el criterio utilizado para considerar los gaps en la distribución radial de asteroides en el cinturón. En Sección 3.1, se muestran las órbitas que recorren los asteroides los últimos cuarenta años y el ordenamiento de estos en el inicio y al final de la simulación (comparando la simulación de quinientos años con la de mil), considerando el Sol y Júpiter entre los asteroides. En Sección 3.2, se consideran, además de Júpiter y el Sol, los planetas Marte y Saturno para ver cómo los gaps de Kirkwood se ven alterados.

## 2. Metodología

### 2.1. Rebound

Rebound es una librería de Python de libre acceso que tiene como enfoque simular la dinámica de colisiones, pero también sirve para resolver el problema clásico de N-Cuerpos. Dada su facilidad de uso y personalización, es muy útil para estudios de la física y la astrofísica.

El funcionamiento más a fondo de Rebound se encuentra explicado en (Rein & Liu, 2012 [4]), pero de manera general, para simular el efecto gravitatorio entre los cuerpos, calcula la aceleración entre cada partícula. Para una partícula  $i$ -ésima se utiliza la Eq. 1, donde  $G$  es la constante de gravitación universal,  $m_j$  es la masa de la partícula  $j$  y  $r_{ji}$  es la distancia relativa entre las partículas  $j$  e  $i$ . El parámetro de ablandamiento gravitacional  $b$  es cero por defecto, pero se puede establecer como un valor finito para simulaciones en las que las colisiones físicas entre

partículas no se resuelven y los encuentros cercanos pueden provocar grandes aceleraciones anti-físicas. La variable  $N_{active}$  especifica el número de partículas masivas en la simulación. Las partículas con un índice igual o mayor que  $N_{active}$  son tratadas como partículas de prueba. De manera predeterminada, se asume que todas las partículas tienen masa y contribuyen a la suma en Eq. 1 (Texto extraído de [4]).

$$a_i = \sum_{j=0}^{N_{active}-1} \frac{Gm_j}{(r_{ji}^2 + b^2)^{3/2}} \hat{r}_{ji} \quad (1)$$

## 2.2. Codiciones Iniciales

Para recrear el cinturón de asteroides, utilizamos quinientas partículas sin masa que no poseían tanto excentricidad como inclinación, con el objetivo de realizar solamente un análisis 2D, con la aproximación de una geometría circular. La distribución uniforme de estas, como muestra la Fig. 1, se logró al otorgarles una posición aleatoria en un anillo con radio interno  $r_i$  de 2 [AU] y radio externo  $r_{out}$  3.5 [AU], de la forma que se muestra en la Eq. 2, donde  $u$  puede tomar valores entre 0 y 1.

$$r = \sqrt{r_i^2 + (r_{out}^2 - r_i^2)u} \quad (2)$$

La simulación fue ejecutada cuatro veces, las primeras dos fueron considerando el Sol (positionado en el origen) y Júpiter, entregando los datos reales (masa, posición, excentricidad e inclinación) proporcionados por NAIF [3], dejando evolucionar el sistema primero en quinientos años y luego en mil años. Posteriormente, se ejecutó para los mismos tiempos, pero esta vez adicionando Marte y Saturno.

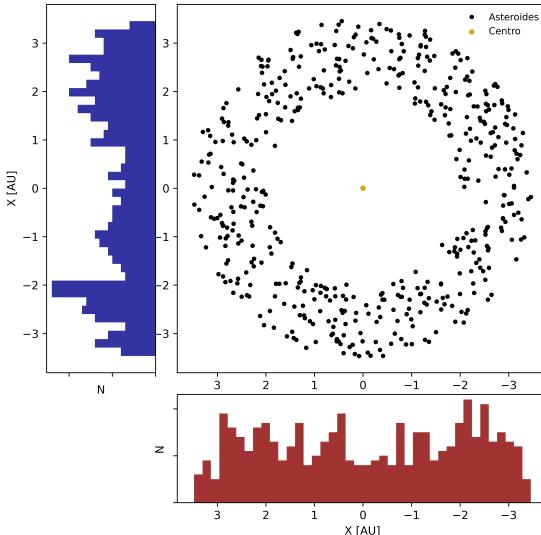


Fig. 1: Distribución uniforme inicial utilizada para 500 partículas, cuyas posiciones están dadas por la Eq. 2.

Es de gran importancia colocar la simulación en el centro de masa del sistema, de lo contrario, se agregaría una trayectoria extra a todos los cuerpos, debido a que el sol se encuentra

orbitando el centro galáctico. Esto provoca un efecto de ensanchamiento del cinturón de asteroides a la hora de analizar los gaps en el estado final, lo cual no es correcto si el interés está en analizar las perturbaciones ocurriendentes en la región de asteroides.

## 2.3. Identificación de Gaps

Para realizar la identificación de los gaps, se crearon histogramas tomando el número de partículas por bin de radio en el estado final (Fig. 3 y Fig. 5). En el caso de considerar sólo a Júpiter, aquellos bins con dos o menos partículas fueron catalogados como gaps. Para el caso donde se considera Marte, Júpiter y Saturno, aquellos bins con una o menos partículas fueron catalogados como gaps.

Debido al bajo número de partículas y al tamaño pequeño del bin, se identificaron gaps continuos. En este caso, solo se consideró aquel bin con menor número de partícula.

Además, para estimar la precisión en la obtención de gaps, se utilizó la Eq. 3.

$$\epsilon_r = \frac{x_{teo} - x_{obt}}{x_{teo}} \cdot 100\% \quad (3)$$

Donde  $x_{teo}$ ,  $x_{obt}$  corresponden a las distancias teóricas informadas en Tabla 1 y a las distancias obtenidas por la simulación, respectivamente.

## 3. Resultados

Se analizarán por separado los resultados obtenidos de las simulaciones, en la Sección 3.1 aquellas que consideramos un planeta (Júpiter) y en Sección 3.2 aquellas que consideramos tres (Marte, Júpiter y Saturno).

### 3.1. Considerando Júpiter

Considerando que el cinturón de asteroides se ve alterado por las perturbaciones solamente de Júpiter y del Sol, se tiene Fig. 2 para observar el recorrido de las órbitas de los asteroides tras sentir a este planeta por los cuarenta últimos años. Se observa que para la simulación con un tiempo mayor (gráfico de la derecha), los gaps son más marcados y anchos, lo que puede deberse a que al tener más tiempo, se alcanza una estabilidad en las órbitas, luego de la perturbación.

Para analizar correctamente la distribución de los asteroides en el cinturón, se tiene Fig. 3, donde se observa que para el estado final de la simulación de mayor tiempo, hay una agrupación mayor de asteroides entre gaps, en comparación a la distribución final de la simulación de menor tiempo, que es más uniforme. Por otra parte, se observa que las distancias obtenidas para estos gaps calzaron mejor con las teóricas para la simulación de mayor tiempo, sin embargo, se perdió el gap para la resonancia 7:3, tal como se muestra en Tabla 2.

Para un análisis más preciso, se calcularon los errores relativos entre los gaps obtenidos y los teóricos, lo que nos lleva a Tabla 2, donde se deja en evidencia que para ambos tiempos de simulación, los gaps fueron una buena aproximación a lo

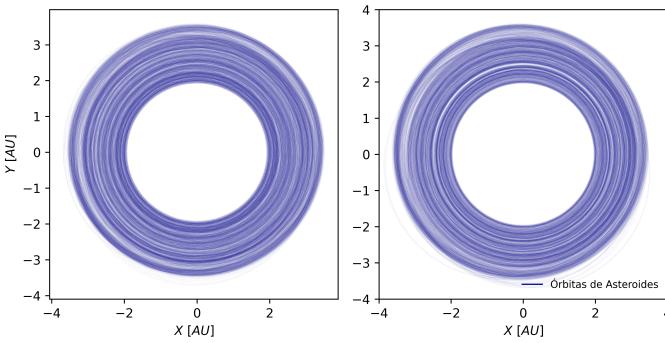


Fig. 2: Representación gráfica de los asteroides orbitando los últimos cuarenta años. A la izquierda se tiene el gráfico de la simulación para los quinientos años (desde el año 460, hasta el 500 de la simulación) y a la derecha, la de mil años (desde el año 960, hasta 1000 de la simulación). Cabe mencionar que los años considerados son terrestres y solamente se toma Júpiter.

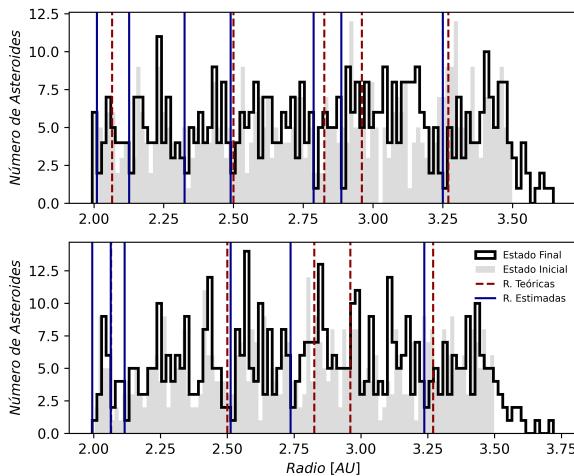


Fig. 3: Histograma que muestra la distribución radial que tienen los asteroides en el cinturón. Arriba se presenta para quinientos años y debajo para mil años. La región sombreada corresponde al estado inicial que tenían y la región con una línea sólida negra, indica el estado final. Las lineas cortadas de color rojo, corresponden a las ubicaciones de los gaps teóricos, dadas las resonancias y las lineas cortadas de color azul, corresponden a las estimadas por la simulación. En este caso se considera solo a Júpiter.

esperado. El mayor problema fue el mencionado anteriormente, no encontrar el gap, según el criterio utilizado en Sección 2.3.

Resonancia	$\epsilon_r\%$ (500 yr)	$\epsilon_r\%$ (1000 yr)
4:1	3	0.06
3:1	0.6	0.08
5:2	1	3
7:3	3	-
2:1	0.6	1

Table 2: Distancia de Gaps de Kirkwood según la resoancia (Asteroid Day [1])

### 3.2. Considerando Marte, Júpiter y Saturno

Al sumar la presencia de Marte y Saturno, el cinturón se ve mayormente afectado por las perturbaciones. Si bien, en Fig. 4 observamos que ocurre el mismo efecto que en Fig. 2 donde, a mayor tiempo, los asteroides se ven más agrupados y los gaps son más visibles, especialmente aquellos más cercanos al centro, es posible identificar que estos son más evidentes, para ambas simulaciones corridas en 500 y 1000 años, que al considerar solo Júpiter.

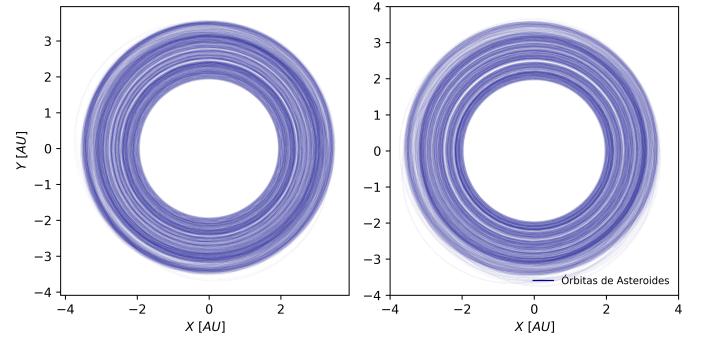


Fig. 4: Representación gráfica de los asteroides orbitando los últimos cuarenta años. A la izquierda se tiene el gráfico de la simulación para los quinientos años (desde el año 460, hasta el 500 de la simulación) y a la derecha, la de mil años (desde el año 960, hasta 1000 de la simulación). Cabe mencionar que los años considerados son terrestres y se incluye a Marte y Saturno en la simulación.

En Fig. 5, podemos identificar que los asteroides se encuentran más agrupados entre gaps en el estado final de la simulación corrida por mayor tiempo, de la misma forma que al considerar solo Júpiter. Sin embargo, se obtuvieron un mayor de número de gaps en el estado final de la simulación corrida 500 años, perdiéndose los correspondientes a las resonancias 4:1 y 7:3. Esto puede deberse a que las órbitas de los asteroides, en tiempos posteriores a 500 años, se ven más perturbadas por la presencia de Marte y Saturno.

Al igual que la sección anterior, en la Tabla 3 se presentan los errores relativos para estimar la precisión de los resultados. En el estado final de la simulación corrida 500 años, no fue posible identificar el gap correspondiente a la resonancia 2:1, sin embargo, el resto es una buena aproximación a lo esperado. Por otro lado, en el estado final de la simulación corrida 1000 años, dos gaps poseen una buena precisión, correspondiente a las resonancias 3:1 y 5:2. El tercero identificado puede considerarse una buena aproximación.

Resonancia	$\epsilon_r\%$ (500 yr)	$\epsilon_r\%$ (1000 yr)
4:1	0.8	-
3:1	1	0.04
5:2	2	0.6
7:3	0.8	-
2:1	-	2

Table 3: Distancia de Gaps de Kirkwood según la resoancia (Asteroid Day [1])

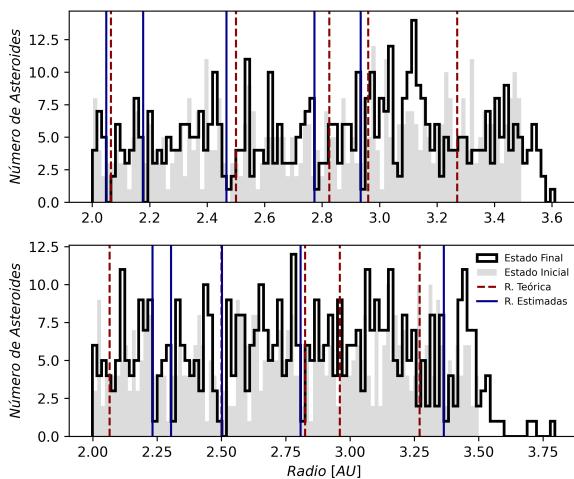


Fig. 5: Histograma que muestra la distribución radial que tienen los asteroides en el cinturón. Arriba se presenta para quinientos años y debajo para mil años. La región sombreada corresponde al estado inicial que tenían y la región con una línea sólida negra, indica el estado final. Las líneas cortadas de color rojo, corresponden a las ubicaciones de los gaps teóricos, dadas las resonancias y las líneas cortadas de color azul, corresponden a las estimadas por la simulación. En este caso se considera Marte y Saturno, además de Júpiter.

#### 4. Conclusión

Gracias a la herramienta REBOUND, logramos generar una simulación que permite entender de mejor forma la dinámica de sistemas solares como el nuestro, donde grandes planetas impactan notablemente en partículas de menor tamaño como los asteroides. En la simulación se estudió la influencia de Júpiter por sí solo, así como en conjunto con Marte y Saturno, con el fin de verificar el impacto que otros planetas, inferiores en masa a Júpiter, pueden tener en el sistema de partículas.

En la simulación, se pudieron observar los llamados "gaps de Kirkwood" generados a partir de la resonancia entre los asteroides y Júpiter. Posteriormente, al agregar los otros planetas mencionados, se obtuvieron gaps más pronunciados, pero menos preciso con lo teórico, lo cual indica que la presencia de estos planetas también genera interacciones significativas en los asteroides y el sistema en sí. Además, se observó que al aumentar el tiempo de las simulaciones, los asteroides tienden a agruparse más, reflejando las interacciones con los planetas, llevando al sistema hacia una estabilidad interna con el paso de los años al considerar solo Júpiter y hacia órbitas más perturbadas al considerar más planetas.

Gracias a estos estudios, se puede entender mejor el impacto que los planetas masivos tienen sobre los asteroides y cómo las interacciones dentro del sistema pueden generar ciertas resonancias que eventualmente mantienen un equilibrio. Para obtener resultados más detallados, se requiere que, en futuros estudios, se aumente la cantidad de partículas que interactúan y el tiempo de las simulaciones, lo cual permitiría obtener una mayor precisión.

#### References

- [1] Asteroid Foundation. *What are Kirkwood Gaps?* 2023. URL: <https://asteroidday.org/resources/event-resources/learn-what-are-kirkwood-gaps/#:~:text=The%20most%20prominent%20Kirkwood%20Gaps,Alinda%20asteroid%20group%20is%20found>.
- [2] Jet Propulsion Laboratory. *Asteroid Main-Belt Distribution.* 2007. URL: [https://ssd.jpl.nasa.gov/diagrams/mb\\_hist.html](https://ssd.jpl.nasa.gov/diagrams/mb_hist.html).
- [3] NAIF. *IDs and Names.* 2023. URL: [https://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/toolkit\\_docs/Tutorials/pdf/individual\\_docs/06\\_naif\\_ids.pdf](https://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/toolkit_docs/Tutorials/pdf/individual_docs/06_naif_ids.pdf).
- [4] H. Rein and S. F. Liu. "REBOUND: an open-source multi-purpose N-body code for collisional dynamics". In: *A&A* 537, A128 (Jan. 2012), A128. doi: [10.1051/0004-6361/201118085](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201118085). arXiv: [1110.4876 \[astro-ph.EP\]](https://arxiv.org/abs/1110.4876).

#### Anexo

El código se encuentra adjunto en el siguiente repositorio de GitHub: <https://github.com/vahonorato/Kirkwood-gaps-code-REBOUND->.