ALGEBRA

Cuerpos → Un cuerpo es un anillo conmutativo en el que todo elemento /= 0 es invertible respecto al producto

Cuerpos finito → Un cuerpo no tiene necesariamente un n° infinito de elementos:

f2 ={0, 1} definimos la suma +: f2 + f2 f2
reglas: 0+0=0, 0+1=1, 1+0=1, 1+1= 0

producto x= f2* f2 f2
reglas: 0*0=0, 0*1=0, 1*0=0, 1*1= 1

Números complejos → Es el conjunto C de los pares ordenados (a, b), denotados a + ib. a, b ∈ R

1. (a + ib) + (c + ib) = (a+ c) + i(c + d)
2. (a + ib) * (c + ib) = (ac − bd) + i(ac + bd)

i = 0 + i*1 → Imaginario puro

z = a + i*b → a = R ∈ z, b parte imaginaria de z

Definición: El modulo de $z = a + ib,\ a, b \in \mathbb{R}$ es:

$$|z| = \sqrt[2]{a^2 + b^2} \in \mathbb{R}_{\geq 0}.$$

El conjugado es → $\bar{z} = a - ib.$

Proposición:

1. $z \cdot z = |z|^2$
2. $z \neq 0, z^{-1} = \dfrac{\bar{z}}{|z|^2}$
3. $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$
4. $\overline{z * w} = \bar{z} * \bar{w}$

Trigonometría → Dado un punto p= (x, y) la recta que une al origen con p determina un ángulo θ con el eje x y:

r = longitud del segmento determinado por (0, 0) y (x, y)

$y = r\cos(\theta)\ x = rSen(\theta)$

En números complejos si z= a + bi y tita el angulo, entonces:

$a = |z|Sen\theta, b = |z|\cos\theta$ → $z = |z|\,(\cos\theta + i\ sen\theta)$

Notación exponencial: $r = |z|$ $\left|\frac{z}{r}\right| = 1$

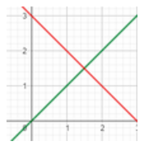
$\frac{z}{r} = \cos\theta + i\ sen\theta$ $\quad e^{i\cdot\theta} = \cos(\theta) + isen(\theta)$ $\quad \frac{z}{r} \rightarrow e^{i\cdot\theta}$

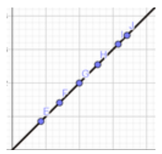
Formula de Movie: $z = r.e^{i\cdot\theta}$

$z^n = r^m \cdot e$

Sistema de ecuaciones lineales:

Un sistema de m ecuaciones lineales con n incógnitas. Si y1 = ...= ym =0 es homogéneo (todos los términos independientes son iguales a cero) siempre admite al menos una solución (0, 0, . . . , 0). Esta se dice la solución trivial, sino es no−homogéneo

Sistema compatible determinado  se choca en 1 punto

Sistema compatible indeterminado  infinitos pares que se satisfacen

Sistema incompatible  no existe solución. ningún par satisface a la vez la solucion

Matrices Sean $m, n \in \mathbb{N}$. Una matriz $m \times n$ con coeficientes en F es una función: $A = \{1, \ldots, m\} \times \{1, \ldots, n\} \rightarrow F$

A ordenada rectangular:
$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \ldots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \ldots & A_{2n} \\ & & \vdots & \\ A_{m1} & A_{m2} & \ldots & A_{mn} \end{pmatrix}$$

donde $Aij = A(i, j)\ \forall\, i \leqslant i \leqslant m\ i \leqslant j \leqslant n$. Llamaremos coeficientes de A a $Aij \in F,\ \forall\, i, j$. A ij fila i columna j

Matriz columna → Tiene la forma: $(A1 \ldots Am1) \rightarrow F\ m{\times}1$.

$AX = Y$
$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{m1} & \cdots & A_{mn} \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

Operaciones elementales: $e : A \rightarrow e(A)$, e es:

1. Multiplicar una fila por $c \in F$, $c \neq 0$
2. A una fila i le sumo c veces la fila j con $i \neq j$ y c cualquier escalar
3. Permutar dos filas

Definición:

Dadas dos matrices $A, B \in F\ m{\times}n$ decimos que B es equivalente por filas a A si B se obtiene de A mediante un numero finito de operaciones elementales por filas, es decir $B = e(ek\ (ek{-}1(\ldots e2(e1(A)))$.

Matriz M R F R se dice reducida por filas si (MRF) si:

1. El 1° coeficiente no nulo de una fila no nula de R es = 1
2. Si el 1° coef. no nulo de una fila de R está en la columna j, entonces todo el resto de la Fj son 0.

Matriz M E R F R es escalon reducida por filas si (MERF) si:

1. R es MRF
2. Las filas no nulas van de abajo hacia arriba
3. Los pivotes aparecen de izquierda a derecha

Producto de matrices $A \in F\ m{\times}k$, $B \in F\ k{\times}n$
Las columnas de A por las filas de B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(AB)11 = (1*1) + (0 * 1) + (−2 *− 1) = 3
(AB)12 = (1* −1) + (0 * 1) + (−2 * 0) = −1
(AB)13 = (1*0) + (0 * 0) + (−2 * 2) = 4
(AB)14= (1*1) + (0 * −1) + (−2 * 0) = 1

(AB)21 = (0*1) + (−1* 1) + (1 *− 1) = −2
(AB)22 = (* −1) + (−1* 1) + (1 * 0) = −1
(AB)23 = (0*0) + (−1 * 0) + (1 * 2) = 2
(AB)24= (0*1) + (−1 * −1) + (1 * 0) = 1

RESULTADO
$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -4 & 1 \\ -2 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Transpuesta La transpuesta de $A \in F\ m{\times}k$, es $A\ t \in F\ k{\times}m$ donde las columnas pasan a ser filas

Matriz elemental Una matriz elemental $n \times n$ es una matriz E = $e(In)$
e: operaciones elementales

Matriz inversa

1. Sea $A \in F\ n{\times}n$. Una inversa a izquierda de A es una matriz $B \in F\ n{\times}n : BA = In$.
2. Sea $A \in F\ n{\times}n$. Una inversa a derecha de A es una matriz $C \in F\ n{\times}n : AC = In$.
3. Si B es inversa a izquierda y a derecha, B se dice inversa bilateral o inversa de A y en tal caso A se dice invertible

Proposiciones:

1. A invertible ⇒ A^{-1} invertible $(A^{-1})^{-1} = A$
2. A, B invertible ⇒ AB es invertible y $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

$AA^{-1} = A^{-1}A = I.$

Aldana Silva

Aldana Silva

Determinante

Una sumatoria donde A(i | 1): es A pero suprimiendo la fila i columna 1, resolver por Sarrus o Laplace

$n = 2.\ A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$ $det(A) = (-1)^{1+1}a \cdot \underbrace{detA(1|1)}_{d} + (-1)^{2+1}c \cdot detA\underbrace{(2|1)}_{b} = ad - cb.$

Triangular Superior: Todos los elementos por debajo de su diagonal principal son ceros

Triangular Inferior: Todos los elementos por arriba de su diagonal principal son ceros