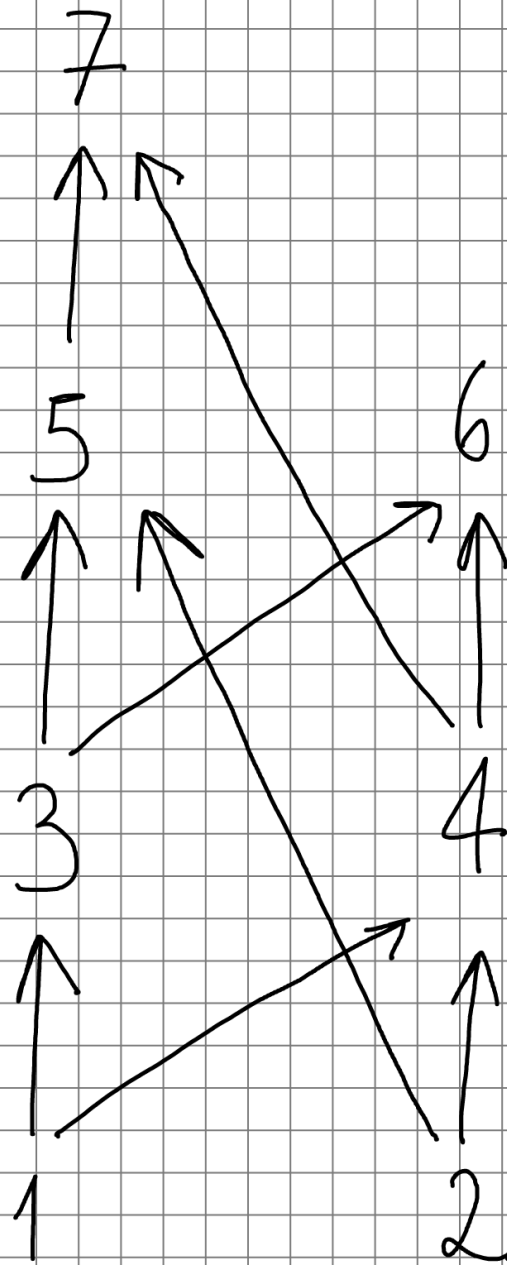


# **מתמטיקה דיסקרטית 1**

תרגיל 6

①



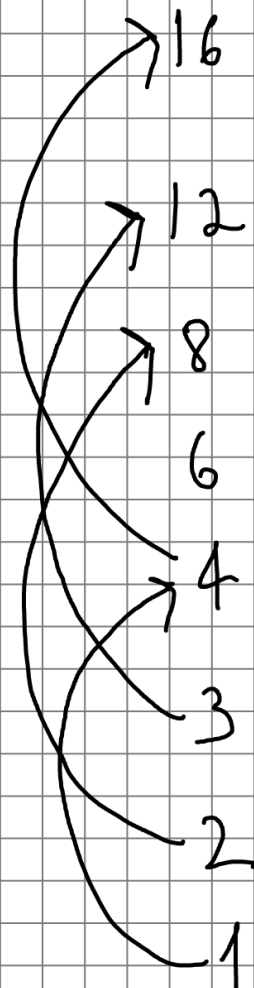
1, 2     : p''(N) \cup N

6, 7     : p''(N) \cap N

(21c)

6, 1, 2, 3 : נ"ו נ"ז

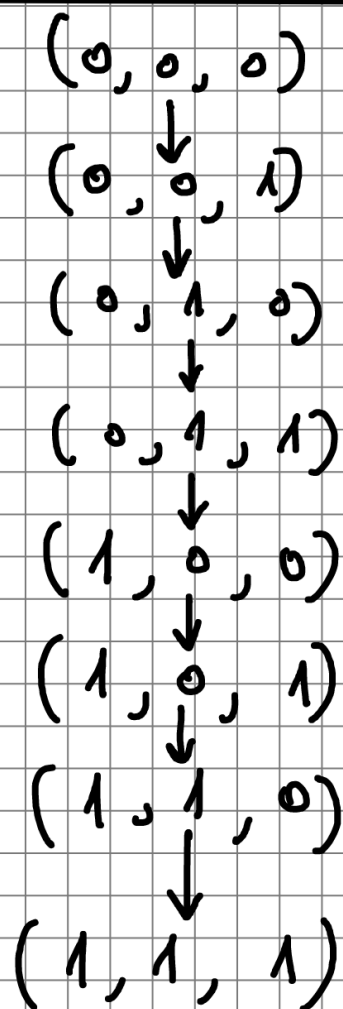
6, 8, 12, 16 : נ"ח נ"ט



(2?)

(0, 0, 0) : נ"ו נ"ז

(1, 1, 1) : נ"ח נ"ט



### 3

נניח בשלילה שב- $A$  לא קיים איבר מקסימלי, כלומר:

$$\forall a, b \in A \quad a \leq b$$

הבעיה היא, שיווצר מצב כמו:

$$a \leq b \leq c$$

ובמצב זה  $c$  הופך להיות האיבר המקסימלי.

נוכל להוסיף איבר נוסף  $d$ , אך נישאר באותו המצב מכיוון שהוא יהיה המקסימלי.

סיטואציה זו יכולה להמשיך ללא סוף, אולם נתון כי הקבוצה היא סופית, וזוהי סתירה.  $\square$

## 4 כמה מספרים אי-זוגיים בעלי 4 ספרות ניתן להרכיב מהספרות 1, 2, 3, 4, 5, 6, כך שבנוסף:

ראשית, נסמן ב- $A$  את קבוצת המספרים האי-זוגיים בעלי 4 ספרות שניתן להרכיב מ-1-6.

$$|A| = 3 \cdot 6^3$$

### 4.1 הספרה 1 תופיע לפחות פעם אחת?

ניקח את  $B$  להיות הקבוצה בה הספרה 1 לא מופיעה.

$$|B| = 2 \cdot 5^3$$

וכעת נחסר את  $|B|$  מ- $|A|$  בכדי לקבל את התשובה:

$$|A| - |B| = 3 \cdot 6^3 - 2 \cdot 5^3 = 398$$

### 4.2 הספרה 1 תופיע לכל היותר פעם אחת?

נחלק למקרים.

#### 4.2.1 הספרה 1 תופיע פעם אחת בדיוק - $C$

במידה וספרת האחדות היא 1, יש לנו  $5^3$  אפשרויות. במידה וספרת האחדות אינה 1, יש לנו 3 מקרים שונים של  $2 \cdot 5^2$ . נחבר את המקרים ונקבל:

$$|C| = 5^3 + 3(2 \cdot 5^2) = 275$$

#### 4.2.2 הספרה 1 לא תופיע כלל - D

במקרה זה:

$$|D| = 2 \cdot 5^3 = 250$$

כעת נחבר את המקרים ונקבל:

$$|C| + |D| = 525$$

#### 4.3 כל הספרות שונות זו מזו?

במקרה זה יש לנו:

$$3^2 \cdot 4 \cdot 5 = 180$$

**5 כמה מספרים בעלי 5 ספרות שונות ניתן להרכיב מ- 3, 4, 5, 6, 7, 0 כך שהם יתחלקו ב- 5 וגם יכילו את 5?**

נחלק לשני מקרים:

#### 5.1 ספרת האחדות היא 5 - A

$$|A| = 4 \cdot 5 \cdot 6^2 = 720$$

#### 5.2 ספרת האחדות היא 0 - B

$$|B| = 4 \cdot (4 \cdot 5 \cdot 6) = 480$$

נחבר את המקרים ונקבל:

$$|A| + |B| = 1200$$

**6 כמה מספרים אי זוגיים בעלי 6 ספרות שונות ניתן להרכיב מהספרות 6, 5, 4, 3, 2, 1 כך שהם יהיו גדולים מהמספר 200000?**  
נחלק לשני מקרים:

#### **6.1 ספרת האחדות היא 1 - A**

$$|A| = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

#### **6.2 ספרת האחדות שונה מ-1 - B**

$$|B| = 2^2 \cdot 3 \cdot 4^2 = 192$$

נחבר את המקרים ונקבל:

$$|A| + |B| = 312$$

**7 בכמה דרכים ניתן להכניס מלפפון, עגבניה, תפוח ואגס למקרר בעל 5 מדפים המסודרים זה מעל זה, כך שהמלפפון יהיה במדף גבוה יותר מהעגבניה? אין הגבלה כלשהי על מספר הפריטים בכל מדף.**

ראשית, נבין כי מכיוון שיש לנו 5 מדפים שונים לדר את התפוח והאגס, אנו מקבלים 25 אפשרויות שונות:

$$5^2 = 25$$

שנית, יש לנו עשר אפשרויות שונות לסידור העגבנייה והמלפפון כך שהמלפפון יהיה מעל העגבנייה, לכן:

$$10(25) = 250$$

לכן, יש 250 דרכים לעשות זאת.

**8 בכמה אופנים ניתן להכניס 6 פירות שונים למקרר בעל 5 מדפים כך שבמדף העליון יהיה בדיוק פרי אחד, במדף התחתון יהיה בדיוק פרי אחד וגם במדף האמצעי יהיה בדיוק פרי אחד?**

ראשית, נבין כי לאחר סידור 3 הפירות על שלושת המדפים, יישארו לנו 3 פירות ושני מדפים, כלומר:

$$2^3 = 8$$

כעת, נחשב את האפשרויות לסידור שלושת המדפים:

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

ונקבל את התשובה ע"י כפל מספר האפשרויות:

$$120 \cdot 8 = 960$$

**9 נתון לוח משבצות בעל 4 עמודות ו-6 שורות. בכמה אופנים אפשר לסמן משבצות על הלוח כך שבכל עמודה תהיה בדיוק משבצת מסומנת אחת, וגם בשורה התחתונה תהיה לכל היותר משבצת מסומנת אחת?**

נחלק למקרים.

### **9.1 השורה התחתונה מכילה בדיוק משבצת אחת מסומנת - A**

כל עמודה היא מסומנת או לא מסומנת, כלומר יש לנו ארבע אפשרויות. העמודה שהשורה האחרונה שלה מסומנת היא מקרה בעל אפשרות יחידה. ב-3 העמודות האחרות, יש לנו 5 אפשרויות שונות לסמן כל משבצת נותרת, כלומר:

$$|A| = 4(5^3) = 500$$

### **9.2 השורה התחתונה לא מכילה משבצות מסומנות - B**

כאשר השורה התחתונה אינה משובצת, זה משאיר לנו ארבע עמודות, אשר לכל אחת מהן יש 5 סימונים שונים אפשריים:

$$|B| = 5^4 = 625$$

נחבר את המקרים ונקבל:

$$|A| + |B| = 500 + 625 = 1125$$