Valentin Messina — Aux Lazaristes - Maths Sup

Colle 4A : *Compléments d'algèbre*

Question de cours : Somme des termes d'une suite géométrique.

Exercice 1 :
Résoudre le système suivant pour $\lambda \in \mathbb{C}$:

$$\begin{cases} t + \lambda x + y + z = 1 \\ t + x + \lambda y + z = \lambda \\ t + x + y + \lambda z = \lambda + 1 \end{cases}$$

Exercice 2 :
Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer la somme suivante : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k}$.

Exercice 3 :
Calculer $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$.

Exercice 4 :
Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Soit $x_1 \leqslant \cdots \leqslant x_n$ et $y_1 \leqslant \cdots \leqslant y_n$ Montrer que :

$$\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k\right)\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} y_k\right) \leqslant \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k y_k$$

Valentin Messina — Aux Lazaristes - Maths Sup

Colle 4B : *Compléments d'algèbre*

Question de cours : Méthode de résolution des suites récurrentes linéaires d'ordre 2 dans $\mathbb{C}$.

Exercice 1 : Résoudre le système suivant pour $\lambda, \mu \in \mathbb{C}$:

$$\begin{cases} \lambda x + \mu y + z = 1 \\ x + \lambda\mu y + z = \mu \\ x + \mu y + \lambda z = 1 \end{cases}$$

Exercice 2 :
Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer la somme suivante : $\displaystyle\sum_{l=1}^{n} \sum_{k=l+1}^{n} \frac{l}{k}$.

Exercice 3 :
Calculer $\tan(\frac{\pi}{8})$.

Exercice 4 :
Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Soit $x_1, x_2, \ldots, x_n$ des réels et $x_{n+1} = x_1$. Montrer que $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} x_k x_{k+1} \leqslant \sum_{k=1}^{n} x_k^2$.

Valentin Messina — Aux Lazaristes - Maths Sup

Colle 4C : *Compléments d'algèbre*

Question de cours : Calcul de $\sum_{k=0}^{n} k^2$.

Exercice 1 : Résoudre dans $\mathbb{R}_+^*$:

$$\begin{cases} xyz = 1 \\ xy^2z^4 = 2 \\ xy^3z^9 = 3 \end{cases}$$

Exercice 2 :
Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer la somme suivante : $\sum_{k=0}^{n}\sum_{l=0}^{n} \min(k,l)$.

Exercice 3 :
Résoudre l'inéquation suivante dans $]-\pi,\pi]$: $\tan(x) \geqslant 2\sin(x)$

Exercice 4 :
Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par $u_1 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$u_{2n} = u_n, u_{2n+1} = (-1)^n u_n$$

Calculer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^{4n} u_k u_{k+2}$