

Pré-Modelagem em Ciência de Dados

Prof. Rilder S. Pires

MBA em Ciência de Dados

Pré-Modelagem em Ciência de Dados

Ementa:

Ementa:

- ▶ Conceitos de Axiomas da Probabilidade

Ementa:

- ▶ Conceitos de Axiomas da Probabilidade
- ▶ Atribuições das Probabilidades

Pré-Modelagem em Ciência de Dados

Ementa:

- ▶ Conceitos de Axiomas da Probabilidade
- ▶ Atribuições das Probabilidades
- ▶ O que é uma variável aleatória?

Pré-Modelagem em Ciência de Dados

Ementa:

- ▶ Conceitos de Axiomas da Probabilidade
- ▶ Atribuições das Probabilidades
- ▶ O que é uma variável aleatória?
- ▶ Distribuição de Probabilidade Discretas:
 - ▶ Distribuição de Bernoulli,
 - ▶ Distribuição Binomial,
 - ▶ Distribuição de Poisson,
 - ▶ Distribuição Geométrica e Hipergeométrica

Pré-Modelagem em Ciência de Dados

Ementa:

- ▶ Conceitos de Axiomas da Probabilidade
- ▶ Atribuições das Probabilidades
- ▶ O que é uma variável aleatória?
- ▶ Distribuição de Probabilidade Discretas:
 - ▶ Distribuição de Bernoulli,
 - ▶ Distribuição Binomial,
 - ▶ Distribuição de Poisson,
 - ▶ Distribuição Geométrica e Hipergeométrica
- ▶ Distribuições Contínuas:
 - ▶ Distribuição Uniforme,
 - ▶ Distribuição Exponencial,
 - ▶ Distribuição Normal ou Gaussiana,
 - ▶ Cálculo de Probabilidade em Distribuições Normais e Funções lineares de Distribuições Normais.

Pré-Modelagem em Ciência de Dados

Ementa:

- ▶ Conceitos de Axiomas da Probabilidade
- ▶ Atribuições das Probabilidades
- ▶ O que é uma variável aleatória?
- ▶ Distribuição de Probabilidade Discretas:
 - ▶ Distribuição de Bernoulli,
 - ▶ Distribuição Binomial,
 - ▶ Distribuição de Poisson,
 - ▶ Distribuição Geométrica e Hipergeométrica
- ▶ Distribuições Contínuas:
 - ▶ Distribuição Uniforme,
 - ▶ Distribuição Exponencial,
 - ▶ Distribuição Normal ou Gaussiana,
 - ▶ Cálculo de Probabilidade em Distribuições Normais e Funções lineares de Distribuições Normais.
- ▶ Inferência Estatística: Noções de amostragem e estimação.

Encontros:

Encontros:

- ▶ Módulo 1: 09, 10 e 11 de dezembro de 2021

Encontros:

- ▶ Módulo 1: 09, 10 e 11 de dezembro de 2021
- ▶ Módulo 2: 13, 14 e 15 de janeiro de 2022

Encontros:

- ▶ Módulo 1: 09, 10 e 11 de dezembro de 2021
- ▶ Módulo 2: 13, 14 e 15 de janeiro de 2022
- ▶ Módulo 3: 27, 28 e 29 de janeiro de 2022

Encontros:

- ▶ Módulo 1: 09, 10 e 11 de dezembro de 2021
- ▶ Módulo 2: 13, 14 e 15 de janeiro de 2022
- ▶ Módulo 3: 27, 28 e 29 de janeiro de 2022

Observações:

Encontros:

- ▶ Módulo 1: 09, 10 e 11 de dezembro de 2021
- ▶ Módulo 2: 13, 14 e 15 de janeiro de 2022
- ▶ Módulo 3: 27, 28 e 29 de janeiro de 2022

Observações:

- ▶ Aulas remotas, híbridas ou presenciais

Encontros:

- ▶ Módulo 1: 09, 10 e 11 de dezembro de 2021
- ▶ Módulo 2: 13, 14 e 15 de janeiro de 2022
- ▶ Módulo 3: 27, 28 e 29 de janeiro de 2022

Observações:

- ▶ Aulas remotas, híbridas ou presenciais
- ▶ Aulas teóricas e práticas

Encontros:

- ▶ Módulo 1: 09, 10 e 11 de dezembro de 2021
- ▶ Módulo 2: 13, 14 e 15 de janeiro de 2022
- ▶ Módulo 3: 27, 28 e 29 de janeiro de 2022

Observações:

- ▶ Aulas remotas, híbridas ou presenciais
- ▶ Aulas teóricas e práticas
- ▶ Conclusão da disciplina: **Projeto Final**

Encontros:

- ▶ Módulo 1: 09, 10 e 11 de dezembro de 2021
- ▶ Módulo 2: 13, 14 e 15 de janeiro de 2022
- ▶ Módulo 3: 27, 28 e 29 de janeiro de 2022

Observações:

- ▶ Aulas remotas, híbridas ou presenciais
- ▶ Aulas teóricas e práticas
- ▶ Conclusão da disciplina: **Projeto Final**
- ▶ Linguagem utilizada: **Python**

Pré-Modelagem em Ciência de Dados

Projeto Final

Projeto Final

- ▶ Análise de Dados Sócio-Econômicos das Mesoregiões Cearenses

Projeto Final

- ▶ Análise de Dados Sócio-Econômicos das Mesoregiões Cearenses

Pergunta Norteadora:

Projeto Final

- ▶ Análise de Dados Sócio-Econômicos das Mesoregiões Cearenses

Pergunta Norteadora:

- ▶ Quão diferente são as Mesoregiões Cearenses?

Projeto Final

- ▶ Análise de Dados Sócio-Econômicos das Mesoregiões Cearenses

Pergunta Norteadora:

- ▶ Quão diferente são as Mesoregiões Cearenses?

Observações:

Projeto Final

- ▶ Análise de Dados Sócio-Econômicos das Mesoregiões Cearenses

Pergunta Norteadora:

- ▶ Quão diferente são as Mesoregiões Cearenses?

Observações:

- ▶ Dados da Plataforma SIDRA-IBGE

Projeto Final

- ▶ Análise de Dados Sócio-Econômicos das Mesoregiões Cearenses

Pergunta Norteadora:

- ▶ Quão diferente são as Mesoregiões Cearenses?

Observações:

- ▶ Dados da Plataforma SIDRA-IBGE
- ▶ Produção Agrícola Municipal
(<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/5457>)

Pré-Modelagem em Ciência de Dados

Projeto Final

- ▶ Análise de Dados Sócio-Econômicos das Mesoregiões Cearenses

Pergunta Norteadora:

- ▶ Quão diferente são as Mesoregiões Cearenses?

Observações:

- ▶ Dados da Plataforma SIDRA-IBGE
- ▶ Produção Agrícola Municipal
(<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/5457>)
- ▶ Produto Interno Bruto dos Municípios
(<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/5938>)

Projeto Final

- ▶ Análise de Dados Sócio-Econômicos das Mesoregiões Cearenses

Pergunta Norteadora:

- ▶ Quão diferente são as Mesoregiões Cearenses?

Observações:

- ▶ Dados da Plataforma SIDRA-IBGE
- ▶ Produção Agrícola Municipal
(<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/5457>)
- ▶ Produto Interno Bruto dos Municípios
(<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/5938>)
- ▶ Estimativas de População:
(<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/6579>)

Pré-Modelagem em Ciência de Dados

Projeto Final

- ▶ Análise de Dados Sócio-Econômicos das Mesoregiões Cearenses

Pergunta Norteadora:

- ▶ Quão diferente são as Mesoregiões Cearenses?

Observações:

- ▶ Dados da Plataforma SIDRA-IBGE
- ▶ Produção Agrícola Municipal (<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/5457>)
- ▶ Produto Interno Bruto dos Municípios (<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/5938>)
- ▶ Estimativas de População: (<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/6579>)
- ▶ Entregar os **notebooks com códigos e explicações.**

Estatística Básica:

Estatística Básica:

- ▶ Medidas de Tendência Central:

Estatística Básica:

- ▶ Medidas de Tendência Central:
 - ▶ Média

Estatística Básica:

- ▶ Medidas de Tendência Central:
 - ▶ Média
 - ▶ Mediana

Estatística Básica:

- ▶ Medidas de Tendência Central:
 - ▶ Média
 - ▶ Mediana
 - ▶ Moda

Estatística Básica:

- ▶ Medidas de Tendência Central:
 - ▶ Média
 - ▶ Mediana
 - ▶ Moda
- ▶ Medidas de Variabilidade:

Estatística Básica:

- ▶ Medidas de Tendência Central:
 - ▶ Média
 - ▶ Mediana
 - ▶ Moda
- ▶ Medidas de Variabilidade:
 - ▶ Desvio padrão

Estatística Básica:

▶ Medidas de Tendência Central:

- ▶ Média
- ▶ Mediana
- ▶ Moda

▶ Medidas de Variabilidade:

- ▶ Desvio padrão
- ▶ Valor mínimo

Estatística Básica:

▶ Medidas de Tendência Central:

- ▶ Média
- ▶ Mediana
- ▶ Moda

▶ Medidas de Variabilidade:

- ▶ Desvio padrão
- ▶ Valor mínimo
- ▶ Valor máximo

Estatística Básica:

- ▶ **Medidas de Tendência Central:**

- ▶ Média
- ▶ Mediana
- ▶ Moda

- ▶ **Medidas de Variabilidade:**

- ▶ Desvio padrão
- ▶ Valor mínimo
- ▶ Valor máximo

- ▶ **Quantils:**

Estatística Básica:

▶ Medidas de Tendência Central:

- ▶ Média
- ▶ Mediana
- ▶ Moda

▶ Medidas de Variabilidade:

- ▶ Desvio padrão
- ▶ Valor mínimo
- ▶ Valor máximo

▶ Quantils:

- ▶ Quartis

Estatística Básica:

▶ Medidas de Tendência Central:

- ▶ Média
- ▶ Mediana
- ▶ Moda

▶ Medidas de Variabilidade:

- ▶ Desvio padrão
- ▶ Valor mínimo
- ▶ Valor máximo

▶ Quantils:

- ▶ Quartis
- ▶ Percentis

Introdução:

O que é Probabilidade?

Introdução:

O que é Probabilidade?

- ▶ **Probabilidade** é uma forma matemática de quantificar a incerteza.

Espaço Amostral e Eventos:

Espaço Amostral e Eventos:

- ▶ O **espaço amostral** Ω é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento.

Espaço Amostral e Eventos:

- ▶ O **espaço amostral** Ω é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento. Pontos ω em Ω são chamados de **resultados, realizações ou elementos**.

Espaço Amostral e Eventos:

- ▶ O **espaço amostral** Ω é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento. Pontos ω em Ω são chamados de **resultados, realizações ou elementos**. Subconjuntos de Ω são chamados de **Eventos**.

Espaço Amostral e Eventos:

- ▶ O **espaço amostral** Ω é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento. Pontos ω em Ω são chamados de **resultados, realizações ou elementos**. Subconjuntos de Ω são chamados de **Eventos**.
- ▶ **Exemplo 1:**
Se jogarmos uma moeda uma vez, então $\Omega = \{H, T\}$. O evento em que o resultado do lance é cara é $A = \{H\}$.

Espaço Amostral e Eventos:

- ▶ O **espaço amostral** Ω é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento. Pontos ω em Ω são chamados de **resultados, realizações ou elementos**. Subconjuntos de Ω são chamados de **Eventos**.
- ▶ **Exemplo 1:**
Se jogarmos uma moeda uma vez, então $\Omega = \{H, T\}$. O evento em que o resultado do lance é cara é $A = \{H\}$.
- ▶ **Exemplo 2:**
Se jogarmos uma moeda duas vezes, então $\Omega = ?$.
O evento em que o primeiro lance é cara é $A = ?$.

Espaço Amostral e Eventos:

- ▶ O **espaço amostral** Ω é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento. Pontos ω em Ω são chamados de **resultados, realizações ou elementos**. Subconjuntos de Ω são chamados de **Eventos**.
- ▶ **Exemplo 1:**
Se jogarmos uma moeda uma vez, então $\Omega = \{H, T\}$. O evento em que o resultado do lance é cara é $A = \{H\}$.
- ▶ **Exemplo 2:**
Se jogarmos uma moeda duas vezes, então $\Omega = \{HH, HT, TH, TT\}$.
O evento em que o primeiro lance é cara é $A = ?$.

Espaço Amostral e Eventos:

- ▶ O **espaço amostral** Ω é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento. Pontos ω em Ω são chamados de **resultados, realizações ou elementos**. Subconjuntos de Ω são chamados de **Eventos**.
- ▶ **Exemplo 1:**
Se jogarmos uma moeda uma vez, então $\Omega = \{H, T\}$. O evento em que o resultado do lance é cara é $A = \{H\}$.
- ▶ **Exemplo 2:**
Se jogarmos uma moeda duas vezes, então $\Omega = \{HH, HT, TH, TT\}$.
O evento em que o primeiro lance é cara é $A = \{HH, HT\}$.

Definição:

Definição:

- ▶ Uma função \mathbb{P} que atribui um número real $\mathbb{P}(A)$ a cada evento A é uma **distribuição de probabilidade** ou uma **medida de probabilidade** se satisfizer os três axiomas a seguir:

Definição:

- ▶ Uma função \mathbb{P} que atribui um número real $\mathbb{P}(A)$ a cada evento A é uma **distribuição de probabilidade** ou uma **medida de probabilidade** se satisfizer os três axiomas a seguir:

Axioma 1: $\mathbb{P}(A) \geq 0$ para todo A

Definição:

- Uma função \mathbb{P} que atribui um número real $\mathbb{P}(A)$ a cada evento A é uma **distribuição de probabilidade** ou uma **medida de probabilidade** se satisfizer os três axiomas a seguir:

Axioma 1: $\mathbb{P}(A) \geq 0$ para todo A

Axioma 2: $\mathbb{P}(\Omega) = 1$

Definição:

- Uma função \mathbb{P} que atribui um número real $\mathbb{P}(A)$ a cada evento A é uma **distribuição de probabilidade** ou uma **medida de probabilidade** se satisfizer os três axiomas a seguir:

Axioma 1: $\mathbb{P}(A) \geq 0$ para todo A

Axioma 2: $\mathbb{P}(\Omega) = 1$

Axioma 3: Se A_1, A_2, \dots são disjuntos então

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_i)$$

Interpretações:

Interpretações:

- ▶ Existem muitas interpretações para $\mathbb{P}(A)$.

Interpretações:

- ▶ Existem muitas interpretações para $\mathbb{P}(A)$.
 - ▶ **Interpretação da frequência:** $\mathbb{P}(A)$ é a proporção de longo prazo de vezes que A é verdadeiro nas repetições.

Interpretações:

- ▶ Existem muitas interpretações para $\mathbb{P}(A)$.
 - ▶ **Interpretação da frequência:** $\mathbb{P}(A)$ é a proporção de longo prazo de vezes que A é verdadeiro nas repetições.

Na **interpretação da frequência**, se dissermos que a probabilidade de cara é $1/2$, queremos dizer que, se lançarmos a moeda muitas vezes, a proporção de vezes que recebemos cara tende a $1/2$ conforme o número de lançamentos aumenta.

Interpretações:

- ▶ Existem muitas interpretações para $\mathbb{P}(A)$.
 - ▶ **Interpretação da frequência:** $\mathbb{P}(A)$ é a proporção de longo prazo de vezes que A é verdadeiro nas repetições.
 - ▶ **Interpretação do grau de crença:** $\mathbb{P}(A)$ mede a grau de crença de um observador de que A é verdadeiro.

Na **interpretação da frequência**, se dissermos que a probabilidade de cara é $1/2$, queremos dizer que, se lançarmos a moeda muitas vezes, a proporção de vezes que recebemos cara tende a $1/2$ conforme o número de lançamentos aumenta.

Interpretações:

- ▶ Existem muitas interpretações para $\mathbb{P}(A)$.
 - ▶ **Interpretação da frequência:** $\mathbb{P}(A)$ é a proporção de longo prazo de vezes que A é verdadeiro nas repetições.
 - ▶ **Interpretação do grau de crença:** $\mathbb{P}(A)$ mede a grau de crença de um observador de que A é verdadeiro.
- ▶ Em qualquer das interpretações, os axiomas de 1 a 3 devem ser válidos.

Na **interpretação da frequência**, se dissermos que a probabilidade de cara é $1/2$, queremos dizer que, se lançarmos a moeda muitas vezes, a proporção de vezes que recebemos cara tende a $1/2$ conforme o número de lançamentos aumenta.

Interpretações:

- ▶ Existem muitas interpretações para $\mathbb{P}(A)$.
 - ▶ **Interpretação da frequência:** $\mathbb{P}(A)$ é a proporção de longo prazo de vezes que A é verdadeiro nas repetições.
 - ▶ **Interpretação do grau de crença:** $\mathbb{P}(A)$ mede a grau de crença de um observador de que A é verdadeiro.
- ▶ Em qualquer das interpretações, os axiomas de 1 a 3 devem ser válidos.
- ▶ A diferença na interpretação não importará muito até que lidemos com **inferência estatística**. Lá, as diferentes interpretações levam a duas escolas de inferência: a **escola frequentista** e a **escola bayesiana**.

Na **interpretação da frequência**, se dissermos que a probabilidade de cara é $1/2$, queremos dizer que, se lançarmos a moeda muitas vezes, a proporção de vezes que recebemos cara tende a $1/2$ conforme o número de lançamentos aumenta.

Propriedades:

Propriedades:

- ▶ Pode-se derivar muitas propriedades de \mathbb{P} dos axiomas, tais como:

Propriedades:

- ▶ Pode-se derivar muitas propriedades de \mathbb{P} dos axiomas, tais como:
- ▶ $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$

Propriedades:

- ▶ Pode-se derivar muitas propriedades de \mathbb{P} dos axiomas, tais como:
- ▶ $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
- ▶ $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$

Propriedades:

- ▶ Pode-se derivar muitas propriedades de \mathbb{P} dos axiomas, tais como:
- ▶ $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
- ▶ $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$
- ▶ $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$

Propriedades:

- ▶ Pode-se derivar muitas propriedades de \mathbb{P} dos axiomas, tais como:
- ▶ $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
- ▶ $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$
- ▶ $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$
- ▶ $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$

Propriedades:

- ▶ Pode-se derivar muitas propriedades de \mathbb{P} dos axiomas, tais como:
- ▶ $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
- ▶ $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$
- ▶ $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$
- ▶ $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$
- ▶ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow \mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$

Propriedades:

- ▶ Pode-se derivar muitas propriedades de \mathbb{P} dos axiomas, tais como:
- ▶ $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
- ▶ $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$
- ▶ $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$
- ▶ $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$
- ▶ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow \mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$

Uma propriedade menos óbvia é dada por:

- ▶ $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(AB)$

Propriedades:

- ▶ Pode-se derivar muitas propriedades de \mathbb{P} dos axiomas, tais como:
- ▶ $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
- ▶ $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$
- ▶ $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$
- ▶ $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$
- ▶ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow \mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$

Uma propriedade menos óbvia é dada por:

- ▶ $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(AB)$
- ▶ **Exemplo:** Duas moedas foram lançadas. Seja H_1 o evento em que cara ocorre no lance 1 e seja H_2 o evento em que cara ocorre no lance 2.

$$\mathbb{P}(H_1 \cup H_2) = \mathbb{P}(H_1) + \mathbb{P}(H_2) - \mathbb{P}(H_1 H_2) = 1/2 + 1/2 - 1/4 = 3/4.$$

Probabilidade em Espaços Amostrais Finitos:

Probabilidade em Espaços Amostrais Finitos:

- Suponha que o espaço amostral $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ seja finito.

Probabilidade em Espaços Amostrais Finitos:

- ▶ Suponha que o espaço amostral $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ seja finito.
- ▶ Por exemplo, se lançarmos um dado duas vezes, então Ω terá 36 elementos: $\Omega = \{(i, j); i, j \in \{1, \dots, 6\}\}$.

Probabilidade em Espaços Amostrais Finitos:

- ▶ Suponha que o espaço amostral $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ seja finito.
- ▶ Por exemplo, se lançarmos um dado duas vezes, então Ω terá 36 elementos: $\Omega = \{(i, j); i, j \in \{1, \dots, 6\}\}$.
- ▶ Se cada resultado for igualmente provável, então $P(A) = |A|/36$ onde $|A|$ denota o número de elementos em A .

Probabilidade em Espaços Amostrais Finitos:

- ▶ Suponha que o espaço amostral $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ seja finito.
- ▶ Por exemplo, se lançarmos um dado duas vezes, então Ω terá 36 elementos: $\Omega = \{(i, j); i, j \in \{1, \dots, 6\}\}$.
- ▶ Se cada resultado for igualmente provável, então $P(A) = |A|/36$ onde $|A|$ denota o número de elementos em A .
- ▶ A probabilidade de que a soma dos dados seja 11 é $2/36$, uma vez que existem dois resultados que correspondem a este evento.

Probabilidade em Espaços Amostrais Finitos:

- ▶ Suponha que o espaço amostral $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ seja finito.
- ▶ Por exemplo, se lançarmos um dado duas vezes, então Ω terá 36 elementos: $\Omega = \{(i, j); i, j \in \{1, \dots, 6\}\}$.
- ▶ Se cada resultado for igualmente provável, então $P(A) = |A|/36$ onde $|A|$ denota o número de elementos em A .
- ▶ A probabilidade de que a soma dos dados seja 11 é $2/36$, uma vez que existem dois resultados que correspondem a este evento.
- ▶ Se Ω for finito e cada resultado for igualmente provável, então

$$\mathbb{P}(A) = \frac{|A|}{|\Omega|},$$

que é chamada de **distribuição uniforme** de probabilidade.

Eventos Independentes:

Eventos Independentes:

- ▶ Se jogarmos uma moeda justa duas vezes, a probabilidade de duas caras é $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$.

Eventos Independentes:

- ▶ Se jogarmos uma moeda justa duas vezes, a probabilidade de duas caras é $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$.
- ▶ Multiplicamos porque consideramos as duas jogadas independentes.

Eventos Independentes:

- ▶ Se jogarmos uma moeda justa duas vezes, a probabilidade de duas caras é $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$.
- ▶ Multiplicamos porque consideramos as duas jogadas independentes.
- ▶ **Definição:**

Dois eventos A e B são **independentes** se

$$\mathbb{P}(AB) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

Um conjunto de eventos $\{A_i : i \in I\}$ é independente se

$$\mathbb{P}\left(\bigcap_{i \in J} A_i\right) = \prod_{i \in J} \mathbb{P}(A_i)$$

para cada subconjunto finito J de I .

Fim

Obrigado pela atenção!