

Métodos de Demonstração (Provando Implicações)

CCMP0133 – Aula 05

Prof. Valdigleis S. Costa

`valdigleis.costa@univasf.edu.br`

30 de maio de 2022

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Colegiado de Ciência da Computação

Campus Salgueiro-PE

Introdução

Prova Direta

Prova por Contraposição

Introdução

- O que é uma demonstração?

- O que é uma demonstração?
 - ◇ É a maneira de mostrar que uma asserção é validada, utilizando para isso argumentos formais e **corretos**.
- O que são métodos de demonstração?

Perguntas Básicas

- O que é uma demonstração?
 - ◇ É a maneira de mostrar que uma asserção é validada, utilizando para isso argumentos formais e **corretos**.
- O que são métodos de demonstração?
 - ◇ São estratégias de raciocínio empregadas para realizar as demonstração, todas elas vindas diretamente da lógica.
- Cientistas da Computação precisam saber provar teoremas e similares?

Os objetos de interesse durante uma demonstração são:

- Asserções:
 - ◇ É sentença que se quer demonstrar, podendo ser escrita na linguagem portuguesa ou usando a linguagem da lógica simbólica.
- O(s) método(s) para a demonstração:
 - ◇ São as técnicas empregadas durante a demonstração.

Tipos de asserções

Os tipos das asserções são:

- **Implicativa.**
- Universal.
- Existencial.

Os métodos de demonstração são:

- **Prova Direta (PD).**
- **Prova Por Contra Positiva (PCP).**
- Prova por Redução ao absurdo (RAA).
- Prova de Generalização.
- Prova de Existência \rightarrow (Prova de Unicidade).

Tipos de asserções

Os tipos das asserções são:

- **Implicativa** — Asserção da forma: Se α , então β .
- Universal.
- Existencial.

Os métodos de demonstração são:

- **Prova Direta (PD).**
- **Prova Por Contra Positiva (PCP).**
- Prova por Redução ao absurdo (RAA).
- Prova de Generalização.
- Prova de Existência \rightarrow (Prova de Unicidade).

As provas podem ser representadas (escritas) nas formas de:

- Texto formal (mais comum no meio acadêmico).
- Diagrama de blocos (popular para o ensino).
- Tabuleiro de demonstração (usando no ensino).
- Linguagem de especificação formal (em geral usando algum assistente de provas).

Prova Direta

Definição (Prova Direta — PD)

Dado uma asserção da forma: “se α , então β ”¹. A metodologia de prova direta para tal asserção consiste em supor α como sendo verdade e a partir disto deduzir β .

¹ $\alpha \Rightarrow \beta$ na linguagem da lógica.

Definição (Prova Direta — PD)

Dado uma asserção da forma: “se α , então β ”¹. A metodologia de prova direta para tal asserção consiste em supor α como sendo verdade e a partir disto deduzir β .

Observação:

Em uma asserção implicativa $\alpha \Rightarrow \beta$ tem-se que α é chamado antecedente e β é chamado o consequente.

¹ $\alpha \Rightarrow \beta$ na linguagem da lógica.

Vamos praticar?

- (1) Se n é múltiplo de 4, então também é múltiplo de 2.
- (2) Dado $x, y \in \mathbb{Z}$. Se x é par e y é ímpar, então $x + y$ é ímpar.
- (3) Dado $X \subseteq Z$ e Y e Z são disjuntos. Se $x \in X$, então $x \notin Y$.

Prova por Contraposição

Definição (Prova por Contra Positiva — PCP)

Dado uma asserção da forma: “se α , então β ”. A metodologia de prova por contra positiva para tal asserção consiste em demonstrar usando PD a asserção “se não β , então não α ”, em seguida concluir (ou enunciar) que a veracidade de “se α , então β ” segue da veracidade de “se não β , então não α ”.

Vamos praticar?

- (1) Se xy é ímpar, então x é ímpar e y é ímpar.
- (2) Dado $a > 0$. Se $a^2 \leq 1$, então $a \leq 1$.
- (3) Dado $X \subseteq Z$ e Y e Z são disjuntos. Se $x \in X$, então $x \notin Y$.