

Fecho das Relações.

CCMP0133 – Aula 10

Prof. Valdigleis S. Costa

`valdigleis.costa@univasf.edu.br`

15 de junho de 2022

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Colegiado de Ciência da Computação

Campus Salgueiro-PE

Introdução

Fecho Reflexivo

Fecho Simétrico

Fecho Transitivo

Introdução

Os questionamentos Fundamentais:

- O que é um fecho?
- O que é um fecho de uma relação?

Os questionamentos Fundamentais:

- O que é um fecho?
- O que é um fecho de uma relação?

Definição (Fecho de uma relação)

A \widehat{R} sobre um conjunto A é dita ser o fecho de uma relação R em A com respeito a uma determinada propriedade P se:

1. *\widehat{R} tem a propriedade P .*
2. *$R \subseteq \widehat{R}$.*
3. *Para toda relação R' em A tem-se que se $R \subseteq R'$, então $\widehat{R} \subseteq R'$.*

Fecho Reflexivo

Definição (Fecho Reflexivo)

Seja R uma relação binária sobre A o fecho reflexivo de R , denotado por $\text{ref}(R)$, corresponde a seguinte relação:

$$\text{ref}(R) = R \cup Id_A$$

- Seja $A = \{a, b, c\}$ um conjunto e R a relação definida como $\{(a, b), (a, c), (b, a)\}$ qual seria o fecho reflexivo de R ?
- Dado o conjunto $A = \{1, 2, 3\}$ e a relação P definida sobre A como sendo $\{(1, 1), (1, 2), (2, 3)\}$ qual seria o fecho reflexivo de P ?
- Dado o conjunto \mathbb{N} e relação usual $<$ definida sobre \mathbb{N} , qual é o fecho reflexivo de $<$?

Fecho Simétrico

Definição (Fecho Simétrico)

Seja R uma relação binária sobre A o fecho simétrico de R , denotado por $\text{sim}(R)$, corresponde a seguinte relação:

$$\text{sim}(R) = R \cup \{(y, x) \mid (x, y) \in R\}$$

- Seja $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 1), (2, 3)\}$ uma relação sobre $S = \{1, 2, 3\}$ qual o fecho simétrico desta relação R ?
- Se X é o conjunto dos humanos (vivos ou mortos) e R é a relação “pai de”, então qual é o fecho simétrico de R ?
- Dado o conjunto \mathbb{R} e a relação $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (\exists z \in \mathbb{R})[x = yz]\}$ qual é o fecho simétrico de D ?

Fecho Transitivo

O Fecho da Propriedade Transitiva

Definição (Fecho Transitivo)

Seja R uma relação binária sobre A o fecho transitivo de R , denotado por R^+ , corresponde a seguinte relação:

$$R^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} R_i$$

em que, $R^1 = R$ e $R^{i+1} = R \bullet R^i$.

O Fecho da Propriedade Transitiva

Definição (Fecho Transitivo)

Seja R uma relação binária sobre A o fecho transitivo de R , denotado por R^+ , corresponde a seguinte relação:

$$R^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} R_i$$

em que, $R^1 = R$ e $R^{i+1} = R \bullet R^i$.

- **Observação:**

Em particular quando A é finito pode-se definir o fecho transitivo como:

$$R^+ = \bigcup_{i=1}^n R_i$$