

Introdução à Lógica Formal

CCMP0133 – Aula 03

Prof. Valdigleis S. Costa

`valdigleis.costa@univasf.edu.br`

23 de Maio de 2022

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Colegiado de Ciência da Computação

Campus Salgueiro-PE

Introdução

Conectivos e Quantificadores

Lógica Simbólica

Introdução

- O que é Lógica?

- O que é Lógica?
- Quais os objetos de interesse no estudo da lógica?

- O que é Lógica?
- Quais os objetos de interesse no estudo da lógica?
 - Argumentos.

- O que é Lógica?
- Quais os objetos de interesse no estudo da lógica?
 - Argumentos.
 - Proposições.

- O que é Lógica?
- Quais os objetos de interesse no estudo da lógica?
 - Argumentos.
 - Proposições.
 - Predicados.

- O que é Lógica?
- Quais os objetos de interesse no estudo da lógica?
 - Argumentos.
 - Proposições.
 - Predicados.

Definição (Argumento)

Um argumento é um par formado por dois componentes básicos, a saber:

- (1) Um conjunto de frases declarativas, em que cada frase é chamada de premissa.*
- (2) Uma frase declarativa, chamada de conclusão.*

Definição (Argumento)

Um argumento é um par formado por dois componentes básicos, a saber:

- (1) Um conjunto de frases declarativas, em que cada frase é chamada de premissa.*
- (2) Uma frase declarativa, chamada de conclusão.*

Sobre os argumentos:

Em geral é usado o símbolo \therefore para separar as premissas da conclusão.

Exemplos

- a. A sopa foi preparada sem cebola

Toda quarta-feira é servida sopa para as crianças.

Hoje é quinta-feira.

\therefore

Ontem as crianças tomaram sopa.

Exemplos

- a. A sopa foi preparada sem cebola

Toda quarta-feira é servida sopa para as crianças.

Hoje é quinta-feira.

\therefore

Ontem as crianças tomaram sopa.

- b. A lua é feita de queijo

Os ratos comem queijo

\therefore

O imperador da lua é um rato.

Definição (Proposição)

Uma proposição é uma frase declarativa sobre as propriedades de indivíduos específicos em um discurso.

Definição (Proposição)

Uma proposição é uma frase declarativa sobre as propriedades de indivíduos específicos em um discurso.

Definição (Predicados)

Predicados são frase declarativas sobre as propriedades de indivíduos não específicos em um discurso.

Todas as frases a seguir são proposições:

- (a) $3 < 5$.
- (b) A lua é feita de queijo.
- (c) Albert Einstein era francês.
- (d) O Brasil é um país do continente europeu.

Todas as frases a seguir são proposições:

- (a) $3 < 5$.
- (b) A lua é feita de queijo.
- (c) Albert Einstein era francês.
- (d) O Brasil é um país do continente europeu.

A frase a seguir é uma proposição:

Qual é a cor dos olhos de Camila?

São exemplos de predicados:

- (a) Para qualquer $x \in \mathbb{N}$ tem-se que $x < x + 1$.
- (b) Para todo $x \in \mathbb{R}$ sempre existem dois números $y_1, y_2 \in \mathbb{R}$ tal que $y_1 < x < y_2$.
- (c) Existe algum professor cujo nome da mãe é Maria de Fátima.
- (d) Há um estado brasileiro que não tem litoral.
- (e) Todo os moradores de Salgueiro são pernambucanos.

Conectivos e Quantificadores

Definição (Conectivos)

Conectivos são termos linguísticos que fazem a ligação entre as proposições ou (e) predicados.

¹A bi-implicação pode na verdade ser visto com abreviatura.

Definição (Conectivos)

Conectivos são termos linguísticos que fazem a ligação entre as proposições ou (e) predicados.

Observação:

Dependendo do idioma mais de um termo da linguagem pode representar um determinado conectivo.

¹A bi-implicação pode na verdade ser visto com abreviatura.

Definição (Conectivos)

Conectivos são termos linguísticos que fazem a ligação entre as proposições ou (e) predicados.

Observação:

Dependendo do idioma mais de um termo da linguagem pode representar um determinado conectivo.

- Em lógica existem três classes de conectivos bem conhecidos: Conjunção, Disjunção e Implicação¹.

¹A bi-implicação pode na verdade ser visto com abreviatura.

Os conectivos na Língua Portuguesa

Conectivo	Termo em Português
Conjunção	_____ e _____
	_____ mas _____
	_____ também _____
	_____ além disso _____
Disjunção	_____ ou _____
Implicação	Se _____, então _____
	_____ implica _____
	_____ logo, _____
	_____ só se _____
	_____ somente se _____
	_____ segue de _____
	_____ é uma condição suficiente para _____
	Basta _____ para _____
Bi-implicação	_____ é uma condição necessária para _____
	_____ se, e somente se _____
	_____ é condição suficiente e necessária para _____

Tabela 1: Termos em português que representamos conectivos.

Exemplo de uso dos conectivos

- (a) $3 < 5$ e para qualquer $x \in \mathbb{N}$ tem-se que $x < x + 1$.
- (b) Há um estado brasileiro que não tem litoral ou O Brasil é penta campeão de futebol masculino.
- (c) Se para todo $x \in \mathbb{R}$ sempre existem dois números $y_1, y_2 \in \mathbb{R}$ tal que $y_1 < x < y_2$, então Albert Einstein era francês.
- (d) Para qualquer $x \in \mathbb{N}$ tem-se que $x < x + 1$ se, e somente se, para todo $x \in \mathbb{R}$ sempre existem dois números $y_1, y_2 \in \mathbb{R}$ tal que $y_1 < x < y_2$.
- (e) A lua é feita de queijo ou $3 < 5$.

- São estrutura das linguagens responsáveis pela criação dos predicados.
- Se dividem em duas categorias: **universais** e **existenciais**.
- Os quantificadores estão ligados as variáveis em um predicado e determina quantos indivíduos do discurso ao serem aplicados a sentença do predicado devem gerar uma asserção “verdadeira”.

Os Quantificadores na Língua Portuguesa

Quantificador	Termo em Português
Universal	Todo(a)s _____
	Para todo(a) _____
	Para qualquer _____
	Para cada _____
Existencial	Existe _____
	Algum(a) _____
	Para algum _____
	Para um _____

Tabela 2: Termos em português que representamos quantificadores.

Vamos pensar em alguns exemplos que...

- Seja do universo das pessoas.
- Seja do universo dos números.
- Seja do universo dos programas.
- Seja do universo dos livros.

Sobre a Negação:

Pode ser vista como um bloco construtor linguístico, que dado qualquer frase declarativa irá gerar a contraparte desta, no sentido que, a frase gerada irá ter um sentido (valor) lógico contrário a frase original.

Sobre a Negação:

Pode ser vista como um bloco construtor linguístico, que dado qualquer frase declarativa irá gerar a contraparte desta, no sentido que, a frase gerada irá ter um sentido (valor) lógica contrário a frase original.

Termos em português
Não _____
É falso que _____
Não é verdade que _____

Tabela 3: Termos em português para designar a negação de uma proposição ou predicado.

Lógica Simbólica

- Estudo focado nas estruturas gerais das sentenças em um discurso.
- Não se limita a um único idioma.
- Simplicidade na escrita e na visualização das propriedades dos “sistemas lógicos”.

Um Exemplo de Simbologia

Objeto	Símbolo
Conjunção	\wedge
Disjunção	\vee
Implicação	\Rightarrow
Bi-implicação	\Leftrightarrow
Negação	\neg
Quantificador universal	\forall
Quantificador existencial	\exists

Tabela 4: Símbolos usados na Lógica simbólica.

Representação das Proposições e dos Predicados

Definição (Representação das Proposições)

As proposições deve ser representadas usando letras maiúsculas do alfabeto latino.

Representação das Proposições e dos Predicados

Definição (Representação das Proposições)

As proposições deve ser representadas usando letras maiúsculas do alfabeto latino.

Sobre a Representação dos Predicados:

A representação de um predicado é um pouco mais complexa, primeiro entre parênteses deve-se inserir o simbolo do quantificador e as variáveis ligadas a esse quantificador, se necessário pode-se incluir também o universo a qual essas variáveis pertences. Em seguida, entre colchetes é inserido a representação de sentença que pode ou não conter as variáveis ligadas ao quantificador.

Representação das Proposições e dos Predicados

Definição (Representação das Proposições)

As proposições deve ser representadas usando letras maiúsculas do alfabeto latino.

Sobre a Representação dos Predicados:

A representação de um predicado é um pouco mais complexa, primeiro entre parênteses deve-se inserir o símbolo do quantificador e as variáveis ligadas a esse quantificador, se necessário pode-se incluir também o universo a qual essas variáveis pertences. Em seguida, entre colchetes é inserido a representação de sentença que pode ou não conter as variáveis ligadas ao quantificador.

Observação

Vale ressaltar que os colchetes são símbolos usados para determinar o alcance do quantificador e de suas variáveis.

Exemplos (1)

Representando as proposições “ $2 > 5$ ”, “hoje é quarta feira” e “Alice é a professor de Introdução à Ciência da Computação” respectivamente pela letras P , Q e R tem-se que:

- (a) $P \wedge Q$ representa a proposição: “ $2 > 5$ e hoje é quarta feira”.
- (b) $P \vee P$ representa a proposição: “ $2 > 5$ ou $2 > 5$ ”.
- (c) $R \Rightarrow Q$ representa a proposição: “Se Alice é a professor de Introdução à Ciência da Computação, então hoje é quarta feira”.
- (d) $\neg R \Rightarrow P \vee R$ representa a proposição: “Se não é verdade que Alice é a professor de Introdução à Ciência da Computação, então $2 > 5$ ou Alice é a professor de introdução à Ciência da Computação”.
- (e) $P \Leftrightarrow Q$ representa a proposição: “ $2 > 5$ se, e somente se hoje é quarta feira”.

Exemplos (2)

Example

O predicado: “Existe um *professor* que a mãe se chama Fátima”, usando p para representar a variável *professor* e MF para representar a asserção da mãe do professor se chamar Fátima, pode-se representar tal predicado como: $(\exists p)[MF(p)]$.

Example

O predicado: “Existe uma *pessoa* tal que a terra é quadrada”, usando p para representar a variável *pessoa* e T_P para representar a asserção da terra ser plana, pode-se representar tal predicado como: $(\exists p)[T_P]$.

Example

O predicado: “Existe uma tampa, para fechar toda panela”, pode ser representada da seguinte forma, $(\exists t)[(\forall p)[F(t, p)]]$, aqui t representa a variável tampa e p representa a variável panela, por fim, $F(t, p)$ pode-ser interpretado como a asserção de t fechar p .

Exemplo (3)

Example

O predicado “Para todo número real, a terra é um planeta”. Pode ser representado por $(\forall n \in \mathbb{R})[P]$ aqui P representa a proposição “a terra é um planeta”.

Example

O predicado “Todos os homens são mortais”. Pode ser representado por $(\forall h)[M(h)]$ aqui h representa a variável homem e a asserção do homem ser mortal é representado por $M(h)$.

Example

O predicado: “Para todo x inteiro e todo y inteiro, existe um número inteiro z tal que $x + y = z$ ”. Pode ser representado simbolicamente como,
 $(\forall x, y \in \mathbb{Z})[(\exists z \in \mathbb{Z})[x + y = z]]$.