Métodos para Provas Universais e Existenciais.

CCMP0133 – Aula 07

Prof. Valdigleis S. Costa
valdigleis.costa@univasf.edu.br

06 de junho de 2022

Universidade Federal do Vale do São Francisco
Colegiado de Ciência da Computação
Campus Salgueiro-PE

Roteiro

Provas de Generalização

Provas de Existência

Provas de Unicidade

Provas de Generalização

O básico e a formalização

- O que é uma propriedade generalista ou universal?

O básico e a formalização

- O que é uma propriedade generalista ou universal?
- Qual a natureza das asserções que são generalizações?

O básico e a formalização

- O que é uma propriedade generalista ou universal?
- Qual a natureza das asserções que são generalizações?
  - São predicados!
  - Possuem o quantificador $\forall$ (para todo) em sua estrutura.

O básico e a formalização

- O que é uma propriedade generalista ou universal?
- Qual a natureza das asserções que são generalizações?
  - São predicados!
  - Possuem o quantificador $\forall$ (para todo) em sua estrutura.

Definição (Prova de Generalizações — PG)

Para provar uma asserção da forma, "$(\forall x)[P(x)]$", em que $P(x)$ é uma asserção acerca da variável x. Deve-se assumir que a variável x assume como valor um objeto qualquer no universo do discurso de que trata a generalização, em seguida, provar que a asserção $P(x)$ é verdadeira, usando as propriedades disponível de forma genérica para os objetos do universo do discurso.

Exemplos

Vamos praticar, escolham...

(a) $(\forall x \in \{4n \mid n \in \mathbb{N}\})[x \text{ é par}]$

(b) $(\forall X, Y \subseteq \mathbb{U})[\text{se } X \neq \emptyset, \text{ então } (X \cup Y) \neq \emptyset]$.

(c) Demonstre que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se $5n$ é ímpar, então n é ímpar.

(d) Prove que para todo $A, B, C \subseteq \mathbb{U}$. Se A e $(B - C)$ são disjuntos, então $(A \cap B) \subseteq C$.

Provas de Existência

O básico e a formalização

- Qual a natureza das asserções que são existenciais?

O básico e a formalização

- Qual a natureza das asserções que são existenciais?
    - São predicados!
    - Possuem o quantificador $\exists$ (existe) em sua estrutura.

- Qual a natureza das asserções que são existenciais?
    - São predicados!
    - Possuem o quantificador $\exists$ (existe) em sua estrutura.

Definição (Prova de existência (PE))

Para provar uma asserção da forma "$(\exists x)[P(x)]$", em que $P(x)$ é uma asserção sobre a variável x. Deve-se exibir um elemento específico "a" pertencente ao universo do discurso, e mostrar que a asserção $P(x)$ é verdadeira quando x é instanciado como sendo exatamente o elemento a, ou seja, deve-se mostrar que $P(a)$ é verdadeira.

Exemplos

Vamos praticar, escolham...

(a) $(\exists n \in \mathbb{N})$[O dobro do quadrado de x é exatamente 32]

(b) $(\exists x, y \in \mathbb{Z})[x > 0 \text{ e } y + x = -2x]$.

(c) $(\exists X \in \wp(A))[(\forall Y \in \wp(A))[X \cup Y = Y]]$.

Provas de Unicidade

O básico e a formalização

- O que seria uma prova de unicidade?

O básico e a formalização

- O que seria uma prova de unicidade?
    - Consiste de uma prova existencial e que um **único** elemento do discurso satisfaz a propriedade "estudada".

- O que seria uma prova de unicidade?
  - Consiste de uma prova existencial e que um **único** elemento do discurso satisfaz a propriedade "estudada".

Definição (Prova de unicidade (PU))

Uma prova de unicidade consiste em provar uma asserção da forma "$(\exists x)[P(x) \wedge (\forall y)[P(y) \Rightarrow x = y]]$*", em que* P *é uma asserção sobre os elementos do discurso. Para tal primeiro deve-se demonstrar que a asserção "*$(\exists x)[P(x)]$*" é verdadeira, e depois prova que a generalização* $(\forall y)[P(y) \Rightarrow x = y]$ *também é verdadeira.*

Exemplos

Vamos praticar, escolham...

(a) $(\exists! A \in \wp(U))[(\forall B \in \wp(U))[A \cap B = B]]$.

(b) $(\exists! n \in \mathbb{N})[(\forall x)[n + x = 0]]$.

(c) $(\forall x \in \mathbb{Z})[(\exists! y \in \mathbb{Z})[x + y = 0]]$.