

Lista de Exercícios – Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares
Bacharelado em Sistemas de Informação
Professor Wálmisson Régis de Almeida

1) Escreva a matriz $A = (a_{ij})_{2 \times 3}$ onde $a_{ij} = \begin{cases} 2i + j & \text{se } i \geq j \\ i - j & \text{se } i < j \end{cases}$.

2) As meninas 1 = Adriana; 2 = Bruna e 3 = Carla falam muito ao telefone entre si. A matriz M mostra cada elemento a_{ij} representando o número de telefonemas que “i” deu para “j” no mês de setembro:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 13 & 10 \\ 18 & 0 & 6 \\ 9 & 12 & 0 \end{pmatrix}.$$

Quem mais telefonou e quem mais recebeu ligações?

3) A Transferência Eletrônica Disponível (TED) é uma transação financeira de valores entre diferentes bancos. Um economista decide analisar os valores enviados por meio de TEDs entre cinco bancos (1, 2, 3, 4 e 5) durante um mês. Para isso, ele dispõe esses valores em uma matriz $A = [a_{ij}]$, em que $1 \leq i \leq 5$ e $1 \leq j \leq 5$, e o elemento a_{ij} corresponde ao total proveniente das operações feitas via TED, em milhão de reais, transferidos do banco i para o banco j durante o mês. Observe que os elementos $a_{ii} = 0$, uma vez que TED é uma transferência entre bancos distintos. A matriz ao lado é a matriz obtida para essa análise.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Com base nessas informações, determine qual banco transferiu a maior quantia via TED nesse mês.

4) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$, determinar:

- a) a transposta de A
- b) a oposta de A

5) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} x & 3 \\ b & 3 \end{pmatrix}$, determinar a, b e x para que $A = B^T$.

6) Se uma matriz quadrada A é tal que $A^T = -A$, ela é chamada de matriz anti-simétrica. Sabe-se que

$M = \begin{pmatrix} 4+a & \dots & \dots \\ a & b+2 & \dots \\ b & c & 2c-8 \end{pmatrix}$ é anti-simétrica. Determine os termos a_{12} , a_{13} e a_{23} dessa matriz.

7) Determine a matriz X , sabendo que $3X^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

8) Sendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, calcule:

- a) $A + B$
- b) $A - B$
- c) $B - A$

9) Calcule x, y e z, tais que $\begin{pmatrix} 2x & z \\ x-y & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2z \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

10) Sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, determinar as matrizes X e Y tais que: $X + Y = A + B$ e $2X - Y = A - B$.

11) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, calcule:

- a) $3.(A - B) + 3.(B - C) + 3.(C - A)$
- b) a matriz X , tal que $3.(X - A) + 2.B = 4.(X - A + 2.C)$

12) Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, determine uma matriz X tal que $\frac{X-A-B}{2} = \frac{X-C}{3}$.

13) Sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, calcule as matrizes X e Y no sistema $\begin{cases} 2X + 3Y = B \\ 3X + 2Y = A \end{cases}$.

14) A é uma matriz $m \times n$ e B é uma matriz $m \times p$. Julgue as afirmativas como verdadeiras ou falsas:

- a) $A + B$ existe se, e somente se, $n = p$
- b) $A = A^T$ implica $m = n$
- c) $A \cdot B$ existe se, e somente se, $n = p$
- d) $A \cdot B^T$ existe se, e somente se, $n = p$
- e) $A \cdot B$ sempre existe

15) Dadas as matrizes $A = (a_{ij})_{6 \times 4}$, tal que $a_{ij} = i - j$, $B = (b_{ij})_{4 \times 5}$, com $b_{ij} = j - i$ e $C = A \cdot B$, determine o elemento c_{42} .

16) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ e $B = [4 \quad 0]$, obtenha X tal que $X \cdot A = B$.

17) Sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, calcule $A^2 + 4A - 5I_2$.

18) Uma empresa fabrica três produtos. Suas despesas de produção estão divididas em três categorias (Tabela I). Em cada uma dessas categorias, faz-se uma estimativa do custo de produção de um único exemplar de cada produto. Faz-se, também, uma estimativa da quantidade de cada produto a ser fabricado por estação (Tabela II).

Tabela I

Categorias	Produto		
	A	B	C
Matéria-prima	0,10	0,30	0,15
Pessoal	0,30	0,40	0,25
Despesas gerais	0,10	0,20	0,15

Tabela II

Produto	Quantidade produzida por estação			
	Verão	Outono	Inverno	Primavera
A	4000	4500	4500	4000
B	2000	2600	2400	2200
C	5800	6200	6000	6000

As tabelas I e II podem ser representadas, respectivamente, pelas matrizes

$$M = \begin{pmatrix} 0,10 & 0,30 & 0,15 \\ 0,30 & 0,40 & 0,25 \\ 0,10 & 0,20 & 0,15 \end{pmatrix} \text{ e } P = \begin{pmatrix} 4000 & 4500 & 4500 & 4000 \\ 2000 & 2600 & 2400 & 2200 \\ 5800 & 6200 & 6000 & 6000 \end{pmatrix}.$$

A empresa apresenta a seus acionistas uma única tabela mostrando o custo total por estação de cada uma das três categorias: matéria-prima, pessoal e despesas gerais. A partir das informações dadas, julgue os itens.

- () A tabela apresentada pela empresa a seus acionistas é representada pela matriz MP de ordem 3×4 .
 () Os elementos na primeira linha de MP representam o custo total de matéria-prima para cada uma das quatro estações.
 () O custo com despesas gerais para o outono será 2160 dólares.

19) Uma fábrica decide distribuir os excedentes de três produtos alimentícios A, B e C a dois países da América Central, P₁ e P₂. As quantidades, em toneladas, são descritas mediante a matriz Q:

$$Q = \begin{bmatrix} 200 & 100 & 150 \\ 100 & 150 & 200 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow P_1 \\ \leftarrow P_2 \end{matrix}$$

↓ ↓ ↓

A B C

Para o transporte aos países de destino, a fábrica recebeu orçamentos de duas empresas, em reais por tonelada, como indica a matriz P:

$$P = \begin{bmatrix} 500 & 300 \\ 400 & 200 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow 1^{\text{a}} \text{ empresa} \\ \leftarrow 2^{\text{a}} \text{ empresa} \end{matrix}$$

- a) Efetue o produto das duas matrizes, na ordem que for possível. Que representa o elemento a_{13} da matriz produto?
 b) Que elemento da matriz produto indica o custo de transportar o produto A, com a segunda empresa, aos dois países?
 c) Para transportar os três produtos aos dois países, qual empresa deveria ser escolhida, considerando que as duas apresentam exatamente as mesmas condições técnicas? Por quê?

20) O serviço secreto de inteligência de um país distante troca mensagens sempre codificadas. A pré-codificação é feita substituindo-se cada letra pelo número de sua posição no alfabeto. Assim, a letra A é substituída por 1 e a letra D por 4 (desconsidere k, w e y). Com esses números, forma-se uma matriz. Por exemplo, a palavra BOCA corresponde à matriz $\begin{pmatrix} 2 & 14 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Mensagens de 4 letras geram matrizes 2×2 que são codificadas multiplicando-se a matriz pré-codificada à direita pela matriz chave de codificação $\Omega = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Um agente secreto desse serviço recebeu a mensagem codificada dada pela matriz $\Pi = \begin{pmatrix} -14 & 8 \\ 9 & -19 \end{pmatrix}$. Decodifique essa mensagem.

21) Considere as matrizes $A = (a_{ij})_{3 \times 6}$, definida por $a_{ij} = i - j$, $B = (b_{ij})_{6 \times 8}$, definida por $b_{ij} = i$ e $C = (c_{ij})$, $C = A \cdot B$. Determine c_{24} e c_{52} .

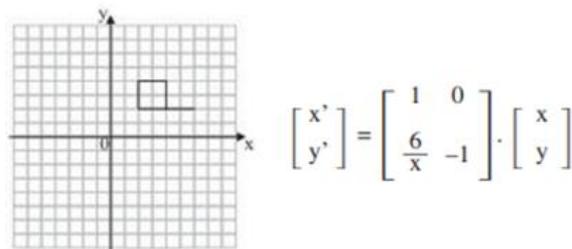
22) Se $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, qual é a matriz D^{2014} ?

23) Uma matriz X possui elementos cuja soma vale 1. Se $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X^T = [1]$, onde X^T é a transposta de X , calcule o produto dos elementos de X .

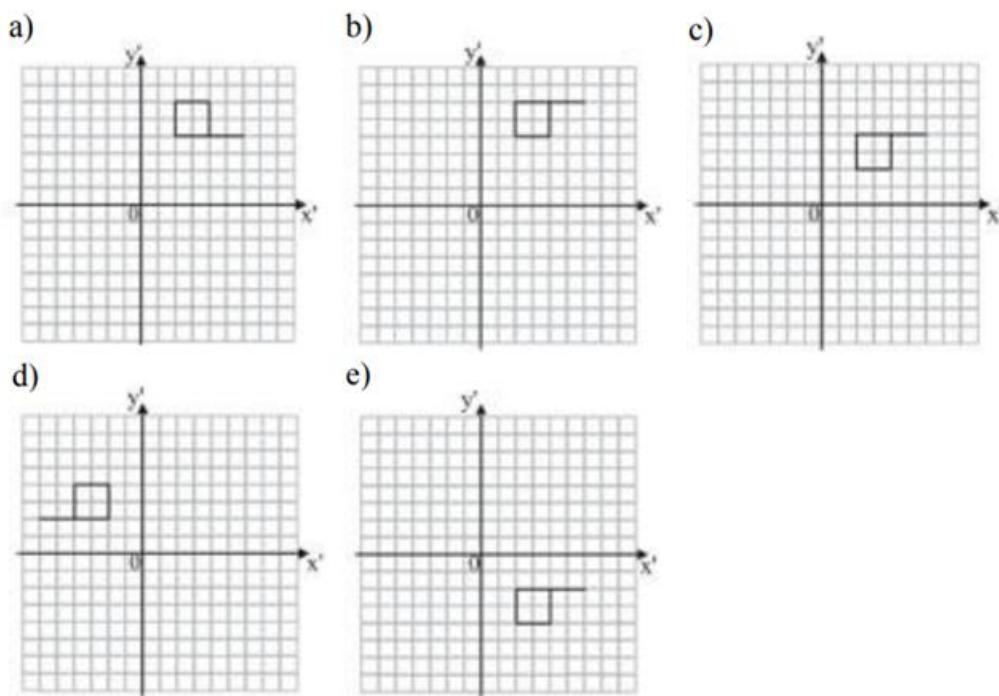
24) Para acessar suas contas correntes via internet, os clientes de um banco devem informar x: número do banco; y: número da agência; r: número da conta corrente; s: senha de acesso. Para garantir a segurança

desses dados que trafegam pela internet, a matriz de informação $I = \begin{pmatrix} x & y \\ r & s \end{pmatrix}$ é pré-multiplicada pela direita por $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$. Determine qual matriz trafegará pela internet se um cliente da agência 57 do banco 1, cuja conta corrente é 819, definir sua senha como 1346.

25) Considere a transformação de coordenadas cartesianas (x, y) , dos pontos que compõem a figura a seguir, em coordenadas (x', y') através da operação matricial indicada na figura a seguir:



Com essa transformação, a figura que se obtém no plano $x'0y'$ é:



26) Sendo A uma matriz $m \times n$ e B uma matriz $p \times q$, é correto afirmar que:

- a) Sempre é possível efetuar $(A + B)$
- b) Se $n = p$, então $AB = BA$.
- c) Sempre é possível efetuar o produto AB .
- d) Se $n = p$, então $AB^T = B^TA$.
- e) $(A^T)^T = A$

27) A toda matriz não nula $[x \ y]$ corresponde um ponto $P = (x, y)$ no plano cartesiano, diferente da origem. Ao se multiplicar essa matriz pela matriz $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, o ponto P :

- a) Sofre uma rotação anti-horária de 90° em torno da origem
- b) É projetado ortogonalmente no eixo das abscissas
- c) Sofre uma reflexão em torno do eixo das abscissas
- d) Sofre uma reflexão em torno do eixo das ordenadas
- e) Sofre uma rotação horária de 90° em torno da origem

28) Sejam $A = \begin{pmatrix} x - 2y & 1 \\ 3x + y & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ matrizes reais.

- a) Calcule o determinante de A , $\det(A)$, em função de x e y , e represente no plano cartesiano os pares ordenados (x, y) que satisfazem a inequação $\det(A) < \det(B)$.
- b) Determine x e y reais, de modo que $A + 2B = C$.

29) Calcule o determinante de cada matriz abaixo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 9 & -3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 2 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

30) Calcular o valor de $x \in \mathbb{R}$ na igualdade $\begin{vmatrix} 3x & 3 \\ 4 & x+3 \end{vmatrix} = 0$.

31) Foi realizada uma pesquisa, num bairro de determinada cidade, com um grupo de 500 crianças de 3 a 12 anos de idade. Para esse grupo, em função da idade x da criança, concluiu-se que o peso médio $p(x)$, em quilogramas, era dado pelo determinante da matriz A , em que:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}.$$

Com base na fórmula $p(x) = \det A$, determine:

- a) o peso médio de uma criança de 5 anos.
- b) a idade mais provável de uma criança cujo peso é 30 kg.

32) Uma matriz quadrada A é chamada de idempotente se $A^2 = A$.

a) Mostre que a matriz $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ é idempotente.

b) Quais os possíveis valores do determinante de uma matriz idempotente? Justifique.

33) Calcule os seguintes determinantes, aplicando o Teorema de Laplace:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

34) Sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, calcule:

a) $\det A$ b) $\det A^T$

35) Se $\begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ x & 4 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} a & b \\ x & y \end{bmatrix}$ e $B = A^T$, então $\det(A \cdot B)$ vale:

- a) 8 b) 4 c) 2 d) -2 e) -4

36) Resolva os seguintes sistemas lineares e classifique-os como SPD, SPI ou SI.

a) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 2x - y + \frac{z}{2} = 6 \\ 4x + y + z = 0 \end{cases}$	c) $\frac{1+2x}{2y} = \frac{5y-1}{4x+3} = 1$	d) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 9 \\ 3x - y + 4z = -5 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$
e) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y - 2z = 4 \\ 3x + 4y - z = 6 \end{cases}$	f) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 3y + 4z = 5 \\ 4x + 7y - 2z = 12 \end{cases}$	g) $\begin{cases} 4z + 2y + 3x = 5 \\ x + 2y - 3z = 4 \\ 7y - 2z + 4x = 13 \end{cases}$	h) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ 2x - 4y + 6z = 5 \\ 2x - 6 + 9z = 12 \end{cases}$
i) $\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ x + y + z - t = 4 \\ x + y - z + t = -4 \\ x - y + z + t = 2 \end{cases}$	j) $\begin{cases} x - y + 2z - w = -1 \\ 2x + y - 2z - 2w = -2 \\ -x + 2y - 4z + w = 1 \\ 3x - 3w = -3 \end{cases}$	l) $\begin{cases} 3x - 10y - z + 2t = 2 \\ 2x - 2y + z + t = 5 \\ -x + 3y + 2z - t = 3 \\ 2x - 7y + z + t = 5 \\ -3x + 6y - 4z - t = -13 \end{cases}$	

37) Determine para quais valores de k o sistema $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + ky = 2 \end{cases}$ é:

- a) possível e determinado; b) possível e indeterminado; c) impossível.

38) O sistema de equações $\begin{cases} 7x + y - 3z = 10 \\ x + y + z = 6 \\ 4x + y + Pz = Q \end{cases}$ é:

- a) Impossível, se $P \neq -1$ e $Q \neq 8$. b) Indeterminado, se $P \neq -1$ e $Q \neq 8$.
c) Indeterminado, se $P \neq -1$ e $Q = 8$. d) Impossível, se $P = -1$ e $Q \neq 8$.
e) Impossível, se $P = -1$ e $Q = 8$.

39) Determine para que valores de m e n o sistema $\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ x + 2y - z = 4 \\ 3x + y + mz = n \end{cases}$ seja:

- a) indeterminado b) impossível

40) Considere o sistema de equações $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + 2z = 4 \\ 3x + 3y + 4z = 5 \end{cases}$, analise as asserções seguintes relativas à resolução desse sistema de equações lineares.

O sistema não tem solução

PORQUE

o determinante da matriz dos coeficientes é igual a zero.

A respeito dessa afirmação, assinale a opção correta.

- a) As duas asserções são proposições verdadeiras e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
- b) As duas asserções são proposições verdadeiras, mas a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
- c) A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.
- d) A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.
- e) Ambas as asserções são proposições falsas.

41) Sabendo-se que o produto das matrizes $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ é a matriz nula, determine $x + y + z$.

42) Dado o sistema $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + 5y - 4z = 0 \\ 5x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$, afirma-se que esse sistema:

- I. É sempre possível.
- II. Só admite para a solução $x = 0, y = 0$ e $z = 0$.
- III. Admite outras soluções diferentes de $x = 0, y = 0$ e $z = 0$.
- IV. Nem sempre é possível.

É ou são verdadeiras:

- a) I e III.
- b) II e IV.
- c) III e IV.
- d) somente IV.
- e) I e II.

43) Para que valores de k existe uma única matriz $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, tal que $\begin{pmatrix} k-1 & -2 \\ -1 & k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$?

- a) $k \neq -1$
- b) $k = -2$
- c) $k = -2$ ou $k = 1$
- d) $k \neq -2$ e $k \neq 1$
- e) $k \neq 2$ e $k \neq -1$

44) O sistema $\begin{cases} ax + 2y = 3 \\ bx - y = 1 \end{cases}$, nas variáveis reais x e y , é:

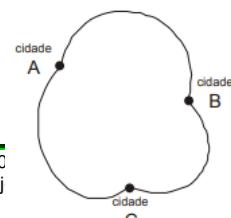
- a) possível e determinado, $\forall a, b \in \mathbb{R}$
- b) possível e indeterminado se $a = 2b$.
- c) possível e determinado se $a \neq 2b$. $\forall a, b \in \mathbb{R}$
- d) possível e indeterminado se $a = -2b$.
- e) impossível se $a = -2b$.

45) Dois casais foram a um barzinho. O primeiro pagou R\$ 5,40 por 2 latas de refrigerante e uma porção de batatas fritas. O segundo pagou R\$ 9,60 por 3 latas de refrigerante e 2 porções de batatas fritas. Nesse local e nesse dia, a diferença entre o preço de uma porção de batatas fritas e o preço de uma lata de refrigerante era de:

- a) R\$2,00
- b) R\$1,80
- c) R\$1,75
- d) R\$1,50
- e) R\$1,20

46) Misturam-se dois tipos de leite, um com 3% de gordura outro com 4% de gordura para obter, ao todo, 80 litros de leite com 3,25% de gordura. Quantos litros de leite de cada tipo foram misturados?

47) As ligações entre as cidades A, B e C figuram num mapa rodoviário conforme ilustrado ao lado. Seguindo esse mapa, uma pessoa que se deslocar de A



para C, passando por B, percorrerá 450km. Caso a pessoa se desloque de A para B, passando por C, o percurso será de 600km. Para se deslocar de B para C, passando por A, a pessoa vai percorrer 800km. Determine quantos quilômetros esta pessoa percorrerá ao se deslocar de A para B, sem passar por C.

48) Um pacote tem 48 balas: algumas de hortelã e as demais de laranja. Se a terça parte do dobro do número de balas de hortelã excede a metade do de laranjas em 4 unidades, então nesse pacote há:

- a) igual número de balas dos dois tipos
- b) duas balas de hortelã a mais que de laranja
- c) 20 balas de hortelã
- d) 26 balas de laranja
- e) duas balas de laranja a mais que de hortelã

49) Para a festa do Natal, uma creche necessitava de 120 brinquedos. Recebeu uma doação de R\$370,00. Esperava-se comprar carrinhos a R\$2,00 cada, bonecas a R\$3,00 e bolas a R\$3,50. Se o número de bolas deveria ser igual ao número de bonecas e carrinhos juntos, a solução seria comprar:

- a) 60 bonecas, 30carrinhos e 30 bolas
- b) 20 bonecas, 40carrinhos e 60 bolas
- c) 30 bonecas, 30carrinhos e 60 bolas
- d) 25 bonecas, 45carrinhos e 70 bolas
- e) 40 bonecas, 20carrinhos e 60 bolas

50) Em três mesas de uma lanchonete o consumo ocorreu da seguinte forma:

Mesa	Hambúrguer	Refrigerante	Porção de fritas
1^a	4	2	2
2^a	6	8	3
3^a	2	3	1

A conta da 1^a mesa foi R\$18,00 e da 2^a mesa R\$30,00. Com esses dados:

- a) é possível calcular a conta da 3^a mesa e apenas o preço unitário do refrigerante.
- b) é possível calcular a conta da 3^a mesa, mas nenhum dos preços unitários dos três componentes do lanche.
- c) é possível calcular a conta da 3^a mesa e além disso, saber exatamente os preços unitários de todos os componentes do lanche.
- d) não é possível calcular a conta da 3^a mesa, pois deveriam ser fornecidos os preços unitários dos componentes do lanche.
- e) é impossível calcular a conta da 3^a mesa e os preços unitários dos componentes do lanche, pois deve ter havido um erro na conta da 1^a ou da 2^a mesa.

51) Alfeu, Bento e Cintia foram a uma certa loja e cada qual comprou camisas escolhidas entre três tipos, gastando nessa compra os totais de R\$134,00, R\$ 115,00 e R\$ 48,00, respectivamente. Sejam as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ tais que:}$$

I - os elementos de cada linha de A correspondem às quantidades dos três tipos de camisas compradas por Alfeu (1^a linha), Bento (2^a linha) e Cíntia (3^a linha);

II - os elementos de cada coluna de A Correspondem às quantidades de um mesmo tipo de camisa;

III - os elementos de X correspondem aos preços unitários, em reais, de cada tipo de camisa.

Nessas condições, o total a ser pago pela compra de uma unidade de cada tipo de camisa é:

- a) R\$53,00 b) R\$55,00 c) R\$57,00 d) R\$62,00 e) R\$65,00

52) Um orfanato recebeu uma certa quantidade x de brinquedos para ser distribuída entre as crianças. Se cada criança receber três brinquedos, sobrarão 70 brinquedos para serem distribuídos; mas, para que cada criança possa receber cinco brinquedos, serão necessários mais 40 brinquedos. O número de crianças do orfanato e a quantidade x de brinquedos que o orfanato recebeu são, respectivamente:

- a) 50 e 290 b) 55 e 235 c) 55 e 220 d) 60 e 250 e) 65 e 265

53) Ao ser indagado sobre o valor do pedágio, um caixa respondeu: “Quando passaram 2 carros de passeio e 3 ônibus, arrecadou-se a quantia de R\$26,00; quando passaram 2 ônibus e 5 caminhões, a quantia arrecadada foi de R\$47,00, e quando passaram 6 carros de passeio e 4 caminhões, arrecadou-se a quantia de R\$52,00”. Qual foi o valor do pedágio para cada tipo de veículo citado?

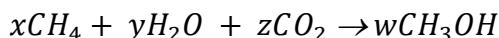
54) Uma aplicação importante dos sistemas lineares é no chamado método de frações parciais, usado para integrar funções que são quocientes de polinômios. O método consiste em “separar” uma fração em uma soma de frações mais simples. Vamos mostrar um caso concreto. Sabemos que $x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$. Determine os valores de a , b e c tais que

$$\frac{2x - 4}{x^3 - x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x - 1} + \frac{c}{x + 1}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

55) Em Matemática, ajuste de curvas é um método pelo qual se determinam curvas de determinado grupo que passam por um certo conjunto de pontos. Um dos casos mais comuns é o de determinar uma parábola que se ajusta a um conjunto de pontos, ou seja, determinar a equação de uma parábola que passa por certos pontos. Lembrando-se que uma parábola pode ser dada pelo gráfico de uma função de 2º grau, encontre uma equação para a parábola que se ajusta aos pontos (1,5), (2, -3) e (-3, -23).

56) O Princípio de Lavoisier afirma que, numa reação química, a soma das massas de todos os reagentes deve ser sempre igual à soma das massas de todos os produtos. Esse princípio se relaciona ao de que uma reação química está balanceada quando o número de átomos de cada elemento é o mesmo em ambos os lados da equação. Por exemplo, na equação a seguir (que descreve a queima do álcool) temos, de cada lado, 2 moléculas de Carbono, 6 de Hidrogênio e 7 de Oxigênio: $C_2H_6O + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$.

A produção industrial de metanol, CH_3OH , a partir de metano CH_4 é dada por uma reação do tipo

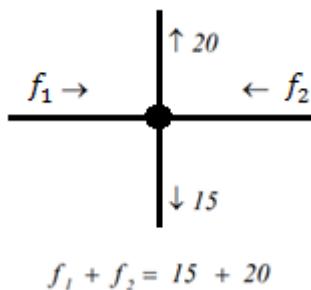


Monte o sistema que representa o平衡amento dessa equação e resolva-o usando escalonamento. Qual a menor solução possível?

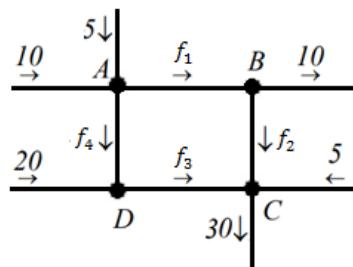
57) Numa equação química balanceada o número de cada átomo nos reagentes deve ser igual nos produtos. Por exemplo, $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$. Um dos métodos para encontrar uma reação balanceada é por tentativa e erro. Usando os métodos de resolução de sistemas lineares podemos resolver essa questão facilmente. Assim em cada caso a seguir, encontre a equação química balanceada (mínima).

- a) $NH_3 + O_2 \rightarrow N_2 + H_2O$. b) $C_5H_{11}OH + O_2 \rightarrow H_2O + CO_2$ c) $C_4H_{10} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$.

58) Uma rede é constituída por um número finito de nós, em que fluem os fluxos, entrando e/ou saindo de cada um desses nós. E em cada nó, o fluxo de entrada é igual ao de saída. Exemplo:



Com estas considerações, determine os possíveis fluxos da rede de encanamento de água mostrado na figura a seguir, onde o fluxo é medido em litros por minuto.



59) Uma empresa deve enlatar uma mistura de amendoim, castanha de caju e castanha-do-pará. Sabe-se que o quilo de amendoim custa R\$ 5,00, o quilo da castanha de caju, R\$ 20,00 e o quilo de castanha-do-pará, R\$ 16,00. Cada lata deve conter meio quilo da mistura e o custo total dos ingredientes de cada lata deve ser de R\$ 5,75. Além disso, a quantidade de castanha de caju em cada lata deve ser igual a um terço da soma das outras duas.

- a) Escreva o sistema linear que representa a situação descrita acima.
- b) Resolva o referido sistema, determinando as quantidades, em gramas, de cada ingrediente por lata.

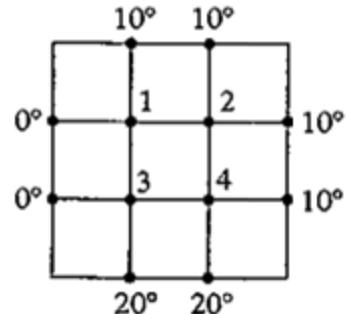
60) Em uma loja de material escolar, as mercadorias, caneta, lápis e borracha de um único tipo cada uma são vendidas para três estudantes. O primeiro comprou uma caneta, três lápis e duas borrachas, pagando R\$10,00; o segundo adquiriu duas canetas, um lápis e uma borracha, pagando R\$9,00. O terceiro comprou três canetas, quatro lápis e três borrachas, pagando R\$19,00. Os estudantes, após as compras, sem verificarem os valores de cada mercadoria, procuraram resolver o problema: “A partir das compras efetuadas e dos respectivos valores pagos por eles, qual o preço da caneta, do lápis e da borracha?” Para isso montaram um sistema de equações lineares, cujas incógnitas são os preços das mercadorias. Esse sistema de equações é:

- a) possível determinado, sendo o preço da borracha mais caro que o do lápis.
- b) impossível, pois saber os totais das compras não garante a existência de solução.
- c) possível determinado, podendo admitir como solução o valor do preço da caneta, do lápis e da borracha.
- d) possível indeterminado, de forma que a soma dos valores possíveis da caneta, do lápis e da borracha é igual a cinco vezes o preço do lápis subtraído de R\$9,00.

e) possível indeterminado, de forma que a soma dos valores possíveis da caneta, do lápis e da borracha é igual a 1/5 da adição do preço da borracha com R\$28,00.

61) Uma consideração importante no estudo da transferência de calor é a de se determinar a distribuição de temperatura assintótica de uma placa fina quando a temperatura em seu bordo é conhecida. Suponha que a placa da figura represente uma seção transversal de uma barra de metal, com fluxo de calor desprezível na direção perpendicular à placa. Sejam T_1, T_2, T_3 e T_4 as temperaturas em 4 vértices interiores do reticulado da figura. A temperatura num vértice é aproximadamente igual à média das quatro vértices vizinhos mais próximos: à esquerda, à direita, acima e abaixo. Por exemplo,

$$T_1 = \frac{T_2 + T_3 + 0 + 10}{4}.$$



Escreva um sistema de quatro equações cuja solução fornece estimativas para as temperaturas desses vértices e determine essas temperaturas.

62) Verifique se $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 2 & -\frac{1}{3} \\ 2 & -\frac{1}{3} \\ 3 & \end{bmatrix}$ é inversa de $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$.

63) Determine, se existir, a inversa de cada uma das matrizes:

a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ b) $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -4 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

64) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$, calcule o determinante da matriz inversa de A .

65) Determinar, se existir, A^{-1} em cada caso:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

66) Sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, calcule $(A^{-1})^{-1}$.

67) Encontre o valor de x na matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & x \end{bmatrix}$ sabendo que $\det A^{-1} = -\frac{1}{10}$.

68) Determine a matriz X utilizando o conceito de matriz inversa em $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

69) Um engenheiro precisava buscar em seus arquivos a solução de um sistema linear que havia resolvido anteriormente. Porém, do arquivo original, resgatou apenas a informação que seu sistema podia ser escrito como $A \cdot X = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ e o fato que $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$. Resolva o sistema com apenas essas informações.