

24/01/2025

5ª LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Calcule pela definição os seguintes logaritmos:

a) $\log_4 16 \Rightarrow 4^x = 16 \Rightarrow 4^x = 4^2 \Rightarrow x = 2$

b) $\log_3 \frac{1}{9} \Rightarrow 3^x = \frac{1}{9} \Rightarrow 3^x = 3^{-2} \Rightarrow x = -2$

c) $\log_{81} 3 \Rightarrow 81^x = 3 \Rightarrow (3^4)^x = 3^1 \Rightarrow 3^{4x} = 3^1 \Rightarrow 4x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 0,25$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 8 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = 8 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^3 \Rightarrow (2^{-1})^x = 2^3 \Rightarrow 2^{-x} = 2^3 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$

e) $\log_7 \frac{1}{7} \Rightarrow 7^x = \frac{1}{7} \Rightarrow 7^x = 7^{-1} \Rightarrow x = -1$

f) $\log_{27} 81 \Rightarrow 27^x = 81 \Rightarrow (3^3)^x = 3^4 \Rightarrow 3^{3x} = 3^4 \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$

g) $\log_{125} 25 \Rightarrow 125^x = 25 \Rightarrow (5^3)^x = 5^2 \Rightarrow 5^{3x} = 5^2 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

$$h) \log_{\frac{1}{4}} 32 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^x = 32 \Rightarrow (2^{-2})^x = 2^5 \Rightarrow 2^{-2x} = 2^5 \Rightarrow -2x = 5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$i) \log_9 \frac{1}{27} \Rightarrow 9^x = \frac{1}{27} \Rightarrow (3^2)^x = 3^{-3} \Rightarrow 3^{2x} = 3^{-3} \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$j) \log_{0,25} 8 \Rightarrow 0,25^x = 8 \Rightarrow (2^{-2})^x = 2^3 \Rightarrow 2^{-2x} = 2^3 \Rightarrow -2x = 3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$k) \log_{25} 0,008 \Rightarrow 25^x = 0,008 \Rightarrow (5^2)^x = 5^{-3} \Rightarrow 5^{2x} = 5^{-3} \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$l) \log_{0,01} 0,001 \Rightarrow 0,01^x = 0,001 \Rightarrow (10^{-2})^x = 10^{-3} \Rightarrow 10^{-2x} = 10^{-3} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

2. As indicações R_1 e R_2 , na escala Richter, de dois terremotos estão relacionadas pela fórmula

$$R_1 - R_2 = \log \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$$

Em que M_1 e M_2 medem a energia liberada pelos terremotos sob a forma de ondas que se propagam pela corte terrestre. Houve dois terremotos: um correspondente a $R_1 = 8$ e outro correspondente a $R_2 = 6$. Calcule a razão $\frac{M_1}{M_2}$.

$$8 - 6 = \log \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \Rightarrow 2 = \log_{10} \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \Rightarrow 10^2 = \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = 100$$

3. Considere $\log 2 = 0,30$ e $\log 3 = 0,48$ para resolver os logaritmos de acordo com a seguir.

$$a) \log 6 \Rightarrow \log 6 = \log 2 + \log 3 \Rightarrow \log 6 = 0,30 + 0,48 \Rightarrow \log 6 = 0,78$$

$$b) \log 72 = \log 8 + \log 9 \Rightarrow (\log 2) \cdot 3 + (\log 3) \cdot 2 \Rightarrow 0,9 + 0,96 = 1,86$$

$$c) \log 150 \Rightarrow \log 10 + \log 5 + \log 3 \Rightarrow 1 + 0,7 + 0,48 \Rightarrow 2,18$$

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} \Rightarrow \log 10 - \log 2 \Rightarrow 1 - 0,3 \Rightarrow 0,7$$

$$d) \log \sqrt{12} \Rightarrow \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \log 2 \sqrt{3} \Rightarrow \log 2 + \log \sqrt{3} \Rightarrow \log 2 + \log 3^{\frac{1}{2}} \\ \Rightarrow \log 2 + \frac{1}{2} \cdot \log 3 \Rightarrow 0,3 + \frac{1}{2} \cdot 0,48 \Rightarrow 0,3 + 0,24 \Rightarrow \log \sqrt{12} = 0,54$$

4. O pH de uma solução é definido por $pH = \log \left(\frac{1}{H^+} \right)$, em que H^+ é a concentração de hidrônio em íons gram por litro de solução. Determine o pH de uma solução tal que $H^+ = 1,0 \cdot 10^{-8}$.

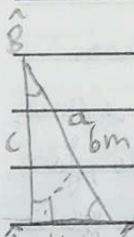
$$pH = \log_{10} \left(\frac{1}{H^+} \right) \Rightarrow \log_{10} \left(\frac{1}{10^{-8}} \right) \Rightarrow \log_{10} \left(\frac{10^0}{10^{-8}} \right) \Rightarrow \log_{10} 10^{0-(-8)} \Rightarrow \log_{10} 10^8 \Rightarrow$$

$$8 \cdot \log_{10} 10 \Rightarrow 8 \cdot 1 \Rightarrow 8$$

$$pH = 8$$

5. Uma escada de pedreiro de 6m de comprimento está apoiada em uma parede. O pé da escada dista 4m dessa parede, determine:

- a) a medida do ângulo que a escada forma com a parede;
 - b) a altura que o ponto mais alto da escada atinge em relação ao solo.
- denotar $\sqrt{5} = 2,24$.



$$a) \sin \hat{B} = \frac{CO}{H} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{4}{6} \Rightarrow \sin \hat{B} = 0,666 \Rightarrow 41^\circ 81'$$

$$b) a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 6^2 = 4^2 + c^2 \Rightarrow 36 = 16 + c^2 \Rightarrow 20 = c^2 \Rightarrow c = \sqrt{20} \Rightarrow c = 4,47$$

$$S = 4,47 \text{ metros}$$

6. Na figura, $AB = 6 \text{ cm}$ e $\sin C = 0,2$. Determine:

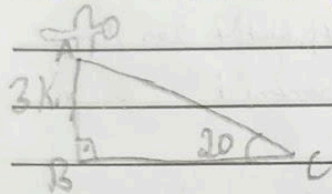
- a) a medida da hipotenusa do triângulo;
b) o seno do outro ângulo agudo do triângulo.

11,5°

$$\text{a) } \sin C = \frac{6}{H} \Rightarrow 0,2 = \frac{6}{H} \Rightarrow 0,2H = 6 \Rightarrow H = \frac{6}{0,2} \Rightarrow H = 30$$

$$\text{b) } \sin A = 0,98$$

7) Um pequeno avião voa a uma altura de 3 km. O piloto planeja o percurso de descida de modo tal que o ângulo formado pela horizontal e pela sua trajetória seja de 20°. Que distância, aproximadamente, o avião percorrerá até o pouso?



$$\sin 20^\circ = \frac{3}{H} \Rightarrow 0,34 = \frac{3}{H} \Rightarrow 0,34H = 3 \Rightarrow H = \frac{3}{0,34}$$

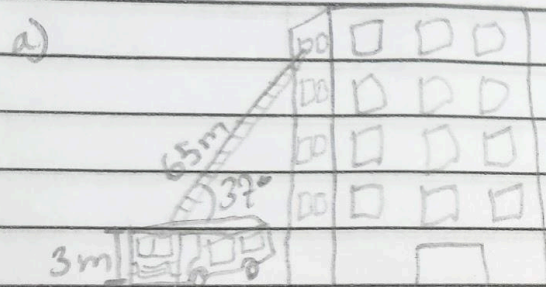
$$H = 8,82$$

$$S = 8,82 \text{ km}$$

8. Para combater o fogo em um apartamento de um edifício, os bombeiros usaram uma escada Maxima de 65 m de comprimento. A escada ficou apoiada no solo a uma distância de 3 m de altura do solo, formando um ângulo de 37° com o plano horizontal que contém a base da escada. Considerando que, neste edifício, cada andar tem 2,8 m de altura, a escada foi fixada na janela do último andar do edifício. Considere que, neste edifício, cada andar tem 2,8 m de altura.

a) Faça uma figura para representar a situação descrita acima.

b) Qual é o número de andares desse edifício? Use os valores: $\sin 37^\circ = 0,6$; $\cos 37^\circ = 0,8$ e $\tan 37^\circ = 0,75$.



$$\sin 39^\circ = \frac{CO}{65} \Rightarrow 0,6 = \frac{CO}{65} \Rightarrow CO = 0,6 \cdot 65$$

$$CO = 39 \text{ m}$$

$$42 \cdot 12,8$$

$$\text{Altura} = 39 + 3 = 42 \text{ m}$$

$$28 \cdot 15$$

b) 15 andares

$$140$$

$$140$$

$$0$$