ИНСТИТУТ ТРАНСПОРТА И СВЯЗИ

ФАКУЛЬТЕТ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И ЭЛЕКТРОНИКИ

Лабораторная работа

По дисциплине

«Численные методы»

Тема: **Методы приближения функции. Интерполяция и аппроксимация.**

Студент: Виктор Выползов
Группа: 4102BD

Рига
2014 г.

1. Дано

Задана функция одной переменной y(x) в виде таблицы значений:

x	-1	14	6	10
y(x)	1	2	8	-2

2. Интерполировать функцию y(x) полигоном Лагранжа 3-го порядка $L_3(x)$. Выполнить проверку правильности интерполяции по всем точкам

- **Полином Лагранжа**

$$L_3(x)=1\,l_0(x)+2\,l_1(x)+8\,l_2(x)-2l_3(x)$$

- **Упрощение базисных полиномов Лагранжа**

$$l_0(x)=\frac{(x-14)*(x-6)*(x-10)}{(-1-14)*(-1-6)*(-1-10)}$$

$$l_1(x)=2*\frac{(x+1)*(x-6)*(x-10)}{(14+1)*(14-6)*(14-10)}$$

$$l_2(x)=8*\frac{(x+1)*(x-14)*(x-10)}{(6+1)*(6-14)*(6-10)}$$

$$l_3(x)=-2*\frac{(x+1)*(x-14)*(x-6)}{(10+1)*(10-14)*(10-6)}$$

- **Результат**

$$L_3(x)=\frac{(x-14)*(x-6)*(x-10)}{(-1-14)*(-1-6)*(-1-10)}+2*\frac{(x+1)*(x-6)*(x-10)}{(14+1)*(14-6)*(14-10)}$$
$$+8*\frac{(x+1)*(x-14)*(x-10)}{(6+1)*(6-14)*(6-10)}-2*\frac{(x+1)*(x-14)*(x-6)}{(10+1)*(10-14)*(10-6)}$$

$$L_3(x)=\frac{133\,x^3}{2640}-\frac{189\,x^2}{176}+\frac{3137\,x}{660}+\frac{305}{44}\approx 0.0504\,x^3-1.0739\,x^2+4.8076\,x+6.9318$$

- **Проверка**

1. $0.0504*(-1)^3-1.0739*(-1)^2+4.8076*(-1)+6.9318=0.9999\approx 1$
2. $0.0504*(14)^3-1.0739*(14)^2+4.8076*(14)+6.9318=2.0514\approx 2$
3. $0.0504*(6)^3-1.0739*(6)^2+4.8076*(6)+6.9318=8.0034\approx 8$
4. $0.0504*(10)^3-1.0739*(10)^2+4.8076*(10)+6.9318=-1.9822\approx 2$

3. Интерполировать функцию y(x) полиномом Ньютона 3-го порядка $N_3(x)$

- **Полином Ньютона**

$$N_3(x)=b_0+b_1(x-x_0)+b_2(x-x_0)(x-x_1)+b_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)$$

- **Треугольная система уравнений**

$$\begin{cases} y_0=b_0 \\ y_1=b_0+b_1(x_1-x_0) \\ y_2=b_0+b_1(x_2-x_0)+b_2(x_2-x_0)(x_2-x_1) \\ y_3=b_0+b_1(x_3-x_0)+b_2(x_3-x_0)(x_3-x_1)+b_3(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2) \end{cases}$$

- **Решение**

$$1=b_0 \Rightarrow b_0=1$$

$$2=1+b_1(14+1) \Rightarrow b_1=\frac{1}{15}$$

$$8=1+\frac{1}{15}(6+1)+b_2(6+1)*(6-14) \Rightarrow b_2=-\frac{7}{60}$$

$$-2=1+\frac{1}{15}(10+1)-\frac{7}{60}(10+1)(10-14)+b_3(10+1)(10-14)(10-6) \Rightarrow b_3=\frac{133}{2640}$$

- **Результат**

$$N_3(x)=1+\frac{1}{15}(x+1)-\frac{7}{60}(x+1)(x-14)+\frac{133}{2640}(x+1)(x-14)(x=6)$$

$$N_3(x)\approx 0.0504x^3-1.0739x^2+4.8076x+6.9318$$

4. Аппроксимация функции y(x) по методу наименьших квадратов полиномом 2-го порядка $\varphi_2(x)$

- **Полином наименьших квадратов 2-го порядка**

$$\varphi 2(x)=a_0+a_{1x}+a_2 x^2, k=2, n=3$$

- **Система линейных уравнений (общий вид)**

$$\begin{cases} (n+1)a_0+a_1\sum_{i=0}^{n} x_i+a_2\sum_{i=0}^{n} x_i^k=\sum_{i=0}^{n} y_i \\ a_0\sum_{i=0}^{n} x_i+a_1\sum_{i=0}^{n} x_i^k+a_2\sum_{i=0}^{n} x_i^{k+1}=\sum_{i=0}^{n}(y_i*x_i) \\ a_0\sum_{i=0}^{n} x_i^k+a_1\sum_{i=0}^{n} x_i^{k+1}+a_2\sum_{i=0}^{n} x_i^{2k}=\sum_{i=0}^{n}(y_i*x_i^k) \end{cases}$$

- **Система линейных уравнений**

$$\begin{cases} 4a_0+29a_1+333a_2=9 \\ 29a_0+333a_1+3959a_2=55 \\ 333a_0+3959a_1+49711a_2=479 \end{cases}$$

- **Результат системы**

$$a_0=2.4127$$
$$a_1=0.6139$$
$$a_2=-0.0554$$

- **Конечный результат**

$$\varphi 2(x)=2.4127+0.6139x-0.0554x^2$$

5. **Построить графики интерполяции $L_3(x)$ и аппроксимации $\varphi_2(x)$ на одном рисунке в интервале $x \in [x_{min}, x_{max}]$ из таблицы и отметить на поле графика заданные табличные точки**