## Matemática Computacional (MA475)
## Clase Integral EB

1. Un cierto producto se embarca en los puertos P1, P2, P3 y P4 hacia los puertos Q1, Q2 y Q3. En las siguientes tablas se dan las capacidades de las vías marítimas de transporte de puerto a puerto, además de las demandas en los puertos Q1, Q2 y Q3 y las ofertas en los puertos P1, P2, P3 y P4, todo en millones de toneladas.

| | Q1 | Q2 | Q3 |
|---|---|---|---|
| **P1** | 3 | 0 | 2 |
| **P2** | 0 | 5 | 4 |
| **P3** | 3 | 0 | 1 |
| **P4** | 0 | 0 | 10 |

| | Oferta |
|---|---|
| P1 | 2 |
| P2 | 10 |
| P3 | 3 |
| P4 | 1 |

| | Demanda |
|---|---|
| Q1 | 4 |
| Q2 | 4 |
| Q3 | 6 |

Usando el algoritmo de Ford-Fulkerson calcule el flujo máximo del producto que puede circular en la red.

2. Un papel higiénico de espesor Δ cm se enrolla alrededor de un cilindro de cartón de diámetro **2r** cm. Sea $\boldsymbol{x_n}$ la longitud enrollada en n vueltas.

a. Halle la ecuación en diferencias que modele el problema.

b. Calcule explícitamente $\boldsymbol{x_n}$ sí Δ=0.01 cm y **r** =2 cm

3. La temperatura de un cuerpo es 110 °F. Se observa que el cambio de temperatura durante cada período de dos horas es 0.3 veces la diferencia entre la temperatura del período anterior y la temperatura ambiente, que es de 70 °F.

a. Escriba una ecuación en diferencias que describa la temperatura $T(n)$ del cuerpo al final de $n$ períodos.

b. Encuentre $T(n)$.

4. En un proceso industrial de salazón usado para curar jamones ibéricos de bellota se dispone de un contenedor con 100 litros de agua que en el principio hay disuelta 100 gramos de sal. Si diariamente se evapora 1 litro de agua y que al final de cada día extraemos 2 litros de salmuera del recipiente y añadimos 3 litros de salmuera que contiene una concentración de 2 gramos de sal por litro. Modele una ecuación en diferencias que nos de la cantidad de sal cada día y resuelva dicha ecuación.

5. Resuelva las siguientes ecuaciones en diferencias

a. $x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = 3^n$.

b. $x_{n+2} - 4x_{n+1} + 4x_n = 2^n$.

c. $2x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n = 1$, $x_0 = 2$, $x_1 = 3$.

d. $2x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n = 3n$, $x_0 = 2$, $x_1 = 3$.

e. $x_{n+2} + x_n = 5n$, $x_0 = 2$, $x_1 = 3$.

6. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones en diferencias, si $x_0 = 5$, $y_0 = 4$ y $z_0 = 3$.

$$x_{t+1} = x_t - 3y_t + 3z_t$$

$$y_{t+1} = 3x_t - 5y_t + 3z_t$$

$$z_{t+1} = 6x_t - 6y_t + 4z_t$$

7. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones en diferencias lineales, donde $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $z_0 = 0$.

$$\begin{cases} x_{n+1} = 2x_n + 2y_n + z_n \\ y_{n+1} = x_n + 3y_n + z_n \\ z_{n+1} = x_n + 2y_n + 2z_n \end{cases}$$

8. Dos jugadores escriben, simultáneamente, un número entre 0 y 1. Sea $s_i$ el número escrito por el Jugador *i*. Los pagos para cada jugador dependen de la diferencia entre ambos números según la función:

$$u_1(s_1; s_2) = u_2(s_1; s_2) = (s_1 - s_2)^2$$

a. Indique cuál es la mejor respuesta del Jugador 2 si las respuestas del jugador 1 son 0, 1 y 0.5
b. Represente gráficamente la función mejor respuesta de cada jugador.
c. Halle los equilibrios de Nash en estrategias puras.

9. Considere dos jugadores con estrategias $S_1 = S_2 = \mathbb{R}$, donde sus funciones ganancias son:

$u_1(x, y) = -x^2 + 2xy$
$u_2(x, y) = xy - y^2$

Determine el equilibrio de Nash.

10. Considere dos jugadores con estrategias $S_1 = S_2 = \mathbb{R}$, donde sus funciones ganancias son:

$u_1(x, y) = x^2 + 2xy$
$u_2(x, y) = xy - y^2$

Determine el equilibrio de Nash.

11. Grafique las correspondencias de mejor-respuesta y encuentre los equilibrios de Nash (puros y mixtos) de los siguientes juegos:

| | $x_2$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 9,4 | 6,4 |
| $y_2$ | 8,5 | 4,3 |

| | $x_2$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 2,2 | 2,2 |
| $y_2$ | 3,1 | 0,0 |

| | $x_2$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 10,1 | 0,0 |
| $y_2$ | 0,0 | 1,1 |

| | $x_2$ | $y_2$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | $-6,-6$ | $-6,-6$ |
| $y_2$ | $-6,-6$ | $-1,-1$ |