

Astrophysiker Stephen Hawking: "Gottesteilchen" könnte das Universum zerstören

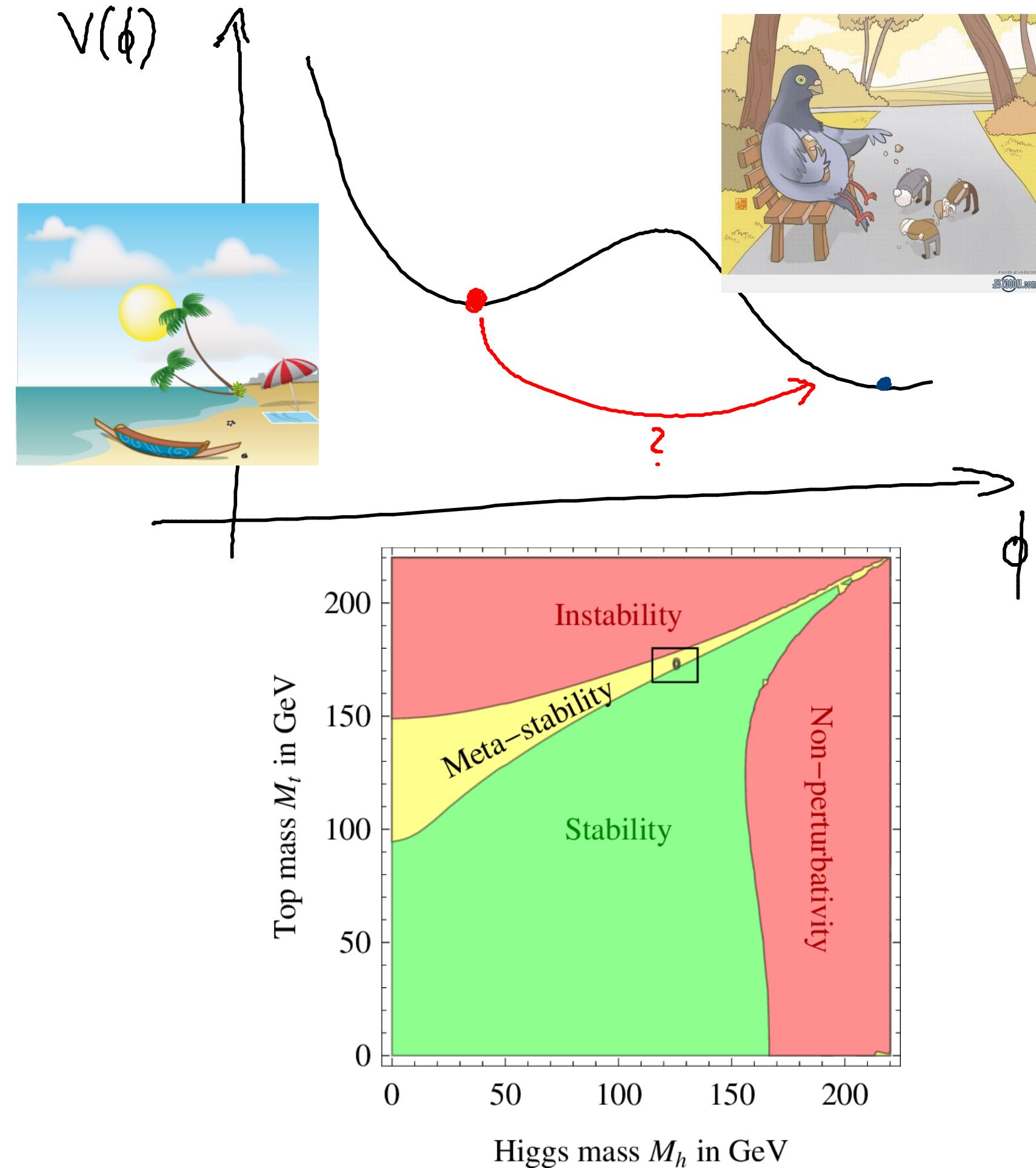
ca

Veröffentlicht: 08/09/2014 11:21 CEST | Aktualisiert: 08/09/2014 11:21 CEST



Like 25 1 0 0 9
f Tellen Tweet G+ Share X Teilen Pin it Kommentare

Eines der größten Mysterien der Wissenschaft, das Higgs-Teilchen (oder auch Gottesteilchen genannt), könnte die Welt ins Wanken bringen. Das behauptet zumindest der berühmte Astrophysiker Stephen Hawking.



1. WAS IST TEILCHENPHYSIK?

fundamentale „Lagrange - Funktion“ unseres Universums

elementare Bausteine

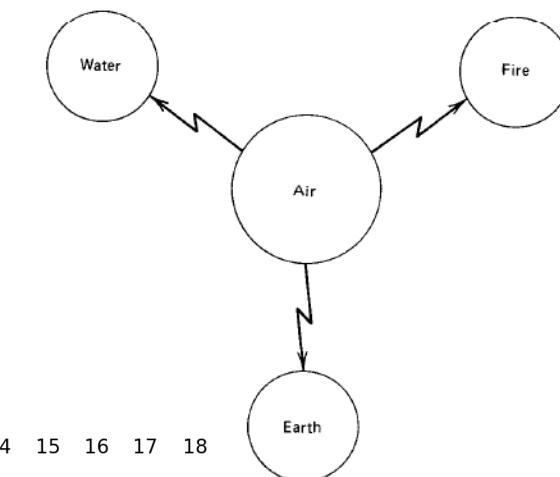
Wechselwirkungen

1.1 HISTORISCHER ABRICS

1.1.1 Elementarteilchen

- alte griech. Philosophen: Alles besteht aus Luft
- Ende des 19. Jhd.: Materie besteht aus Atomen, sortiert durch Mendelejew
- Beginn des 20. Jhd.: Rutherford Atom = Kern + Hülle

Group → 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18				
↓ Period																					
1	1 H															2 He					
2	3 Li	4 Be															10 Ne				
3	11 Na	12 Mg														13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
4	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr			
5	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe			
6	55 Cs	56 Ba	*	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn			
7	87 Fr	88 Ra	**	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Cn	113 Uut	114 Fl	115 Uup	116 Lv	117 Uus	118 Uuo			
*	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Sm	62 Eu	63 Gd	64 Tb	65 Dy	66 Ho	67 Er	68 Tm	69 Yb	70 Lu	71 Lu						
**	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr						

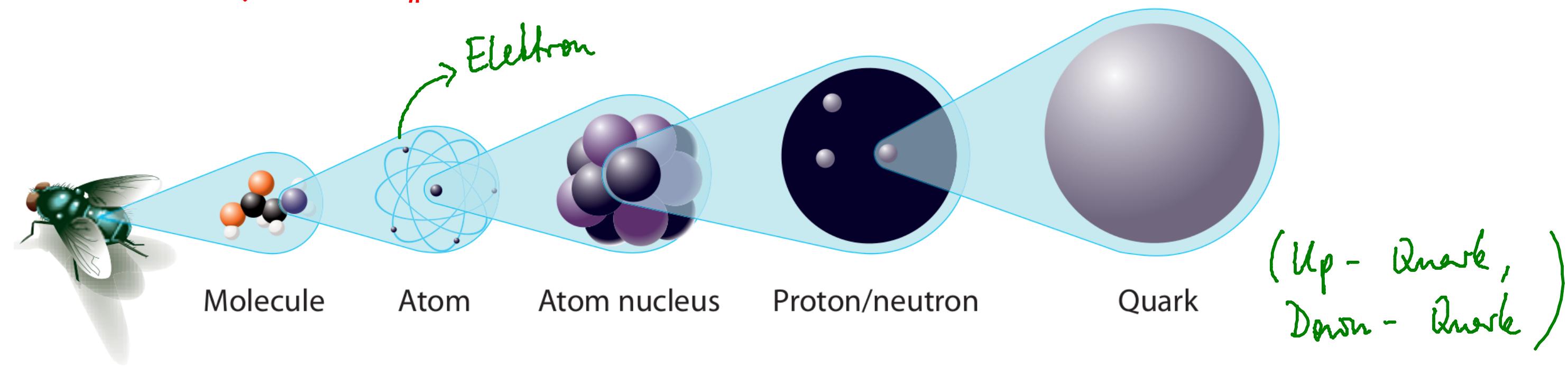


- 30er Jahre
Entdeckung des Neutrons, Postulierung des Neutrinos

- 50er / 60er
vielfältige Hadronen („Hadronen Zoo“)
sortiert durch Quarkmodell



↳ immer wieder: Ordnungsprinzipien (Periodensystem, Hadrone eigenschaften) weisen auf innere Struktur



1.1.2 Wechselwirkungen

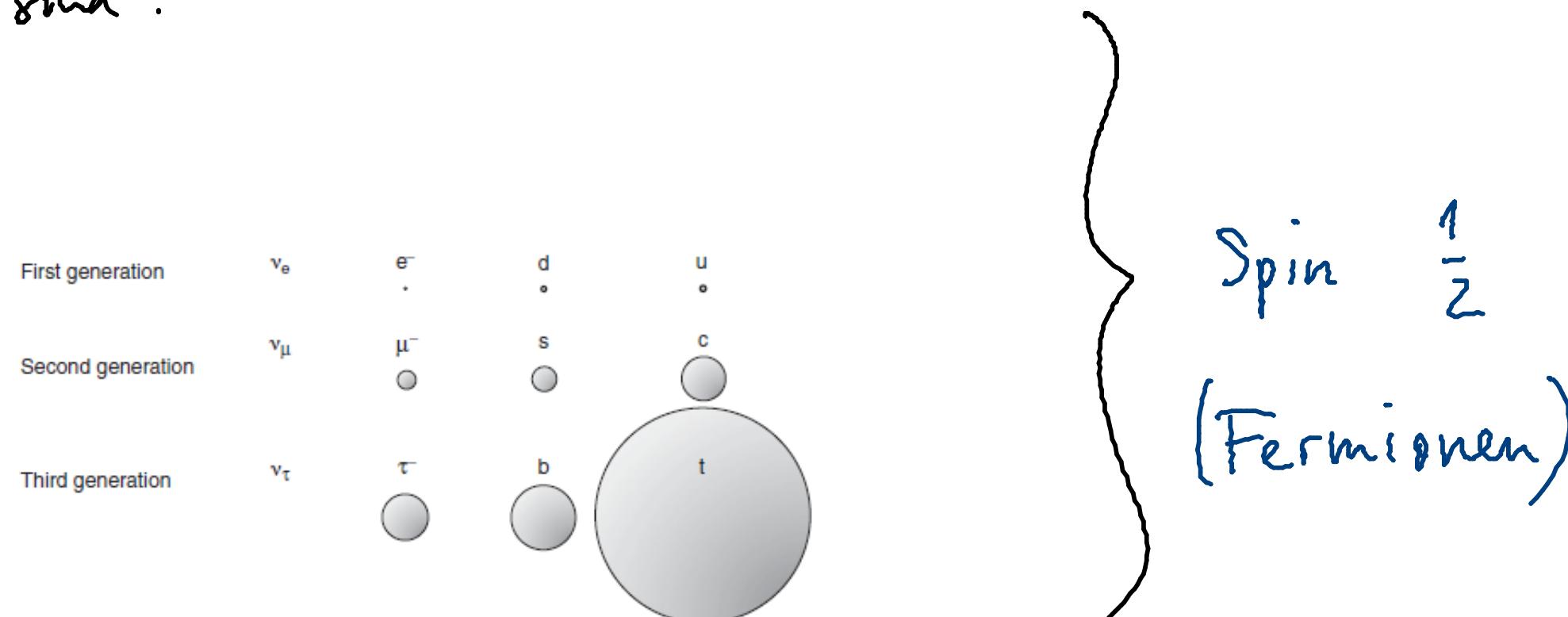
- 1800 vier Grundkräfte: Gravitation, Elektrizität, Magnetismus, Molekül/Atomkräfte (\rightarrow was auch immer)
- Ende des 19. Jhd.: Vereinigung zum Electromagnetismus
- später: WW innerhalb von Atomen/Molekülen auf EM zurückführbar
- Entwicklung der Kernphysik \rightarrow Kernkraft und schwache Kraft
- Kernkraft später auf starke Wechselwirkung zurückführbar

↳ 4 fundamentale Wechselwirkungen verbleiben

1.2 DAS STANDARDMODELL DER TEILCHENPHYSIK

- aus Aufbau der stabilen Materie schon 3 Materienteile bekannt:
Up - Quark (u) und Down - Quark (d) und Elektron (e^-)
- außerdem Existenz des Elektron - Neutrino (ν_e) aus β -Kernzerfall bekannt
- im Standardmodell (SM) jeweils noch zwei schwerere Teile (2. + 3. Generation), die aus sonst identisch sind:

Drei Generationen der Materie (Fermionen)			
Quarks	I	II	III
Masse	2,4 MeV	1,27 GeV	171,2 GeV
Ladung	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
Spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Name	u up	c charm	t top
Quarks	d down	s strange	b bottom
Leptonen	e Elektron	μ Myon	τ Tau



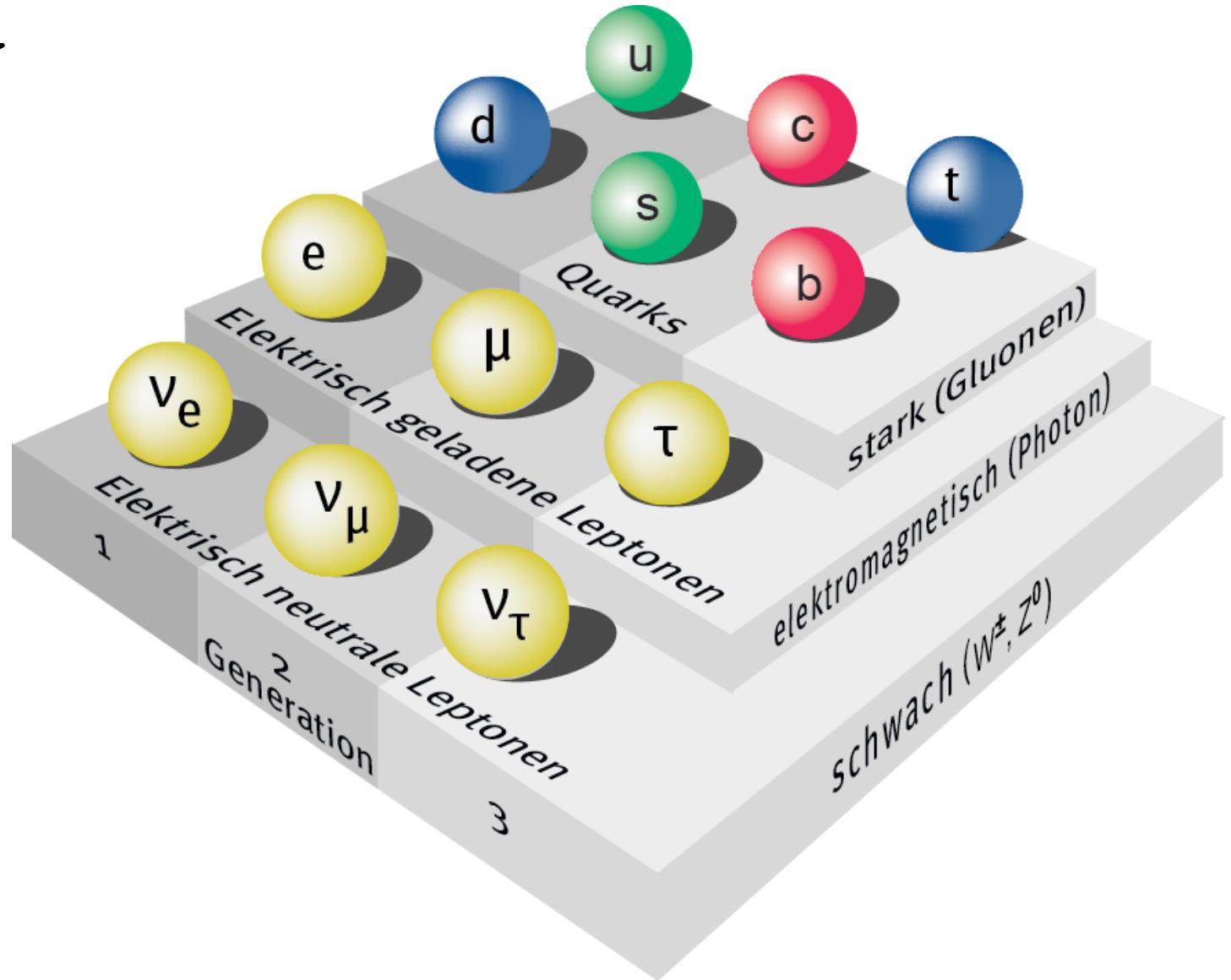
- Wechselwirkungen zwischen diesen Materieteilchen entstehen durch Austausch von „Wechselwirkungsteilchen“

- kein ad-hoc - Potential
- keine univiose Fernwirkung
- Beschreibung durch Quantenfeldtheorie, Einführung
→ Kapitel 5

- Hier vorerst nur oberflächliche Sortierung

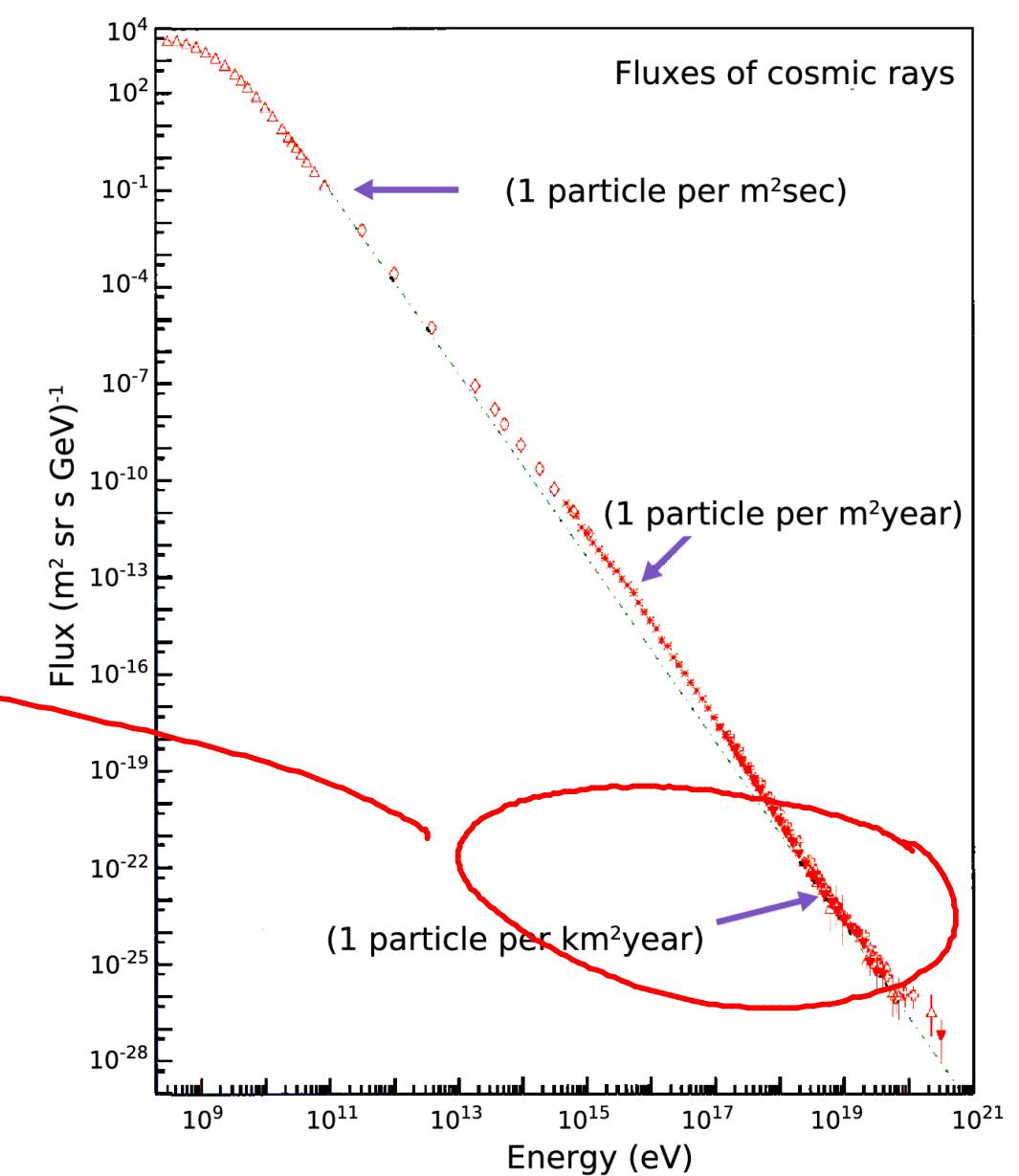
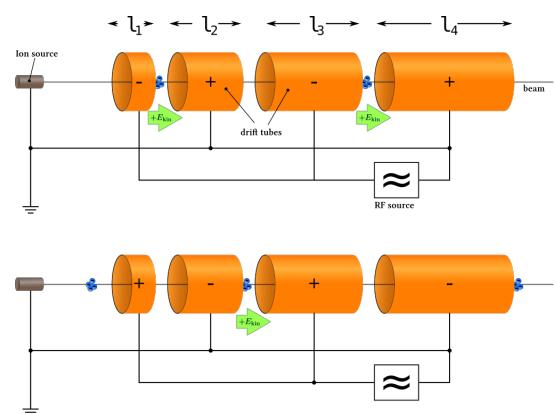
	Starke Kraft	Elektromagnetismus	Schwache Kraft	Gravitation	
Austausch- teilchen	Gluon (g)	Photon (γ)	W -Boson (W^\pm) Z -Boson (Z^0)	???	Spin 1 (Bosonen)
relative Stärke	1	10^{-3}	10^{-8}	10^{-37}	

- Welches Teilchen an welcher WW Teilnimmt, hängt von seinen Ladungen ab
- Zusätzlich gibt es noch ein schwörtes Teilchen: Das Higgs - Boson
 - einzige bekanntes (und im SM vorhergesagtes) Teilchen mit Spin 0
 - eingeführt, um den W/Z - Bosonen dynamisch ihre Masse zu verleihen (\rightarrow später)
 - in den 60er Jahren vorhergesagt und 2012 endlich experimentell nachgewiesen



1.3 QUELLEN HOCHENERGETISCHER TEILCHEN

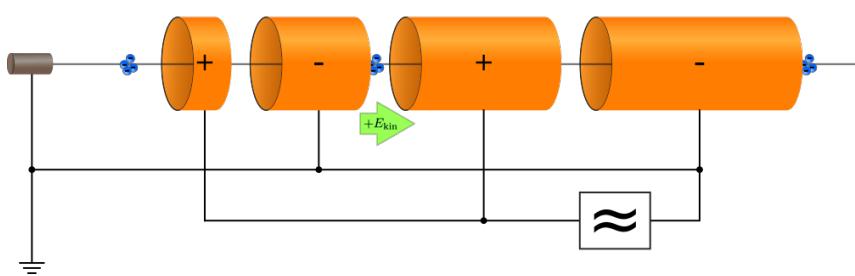
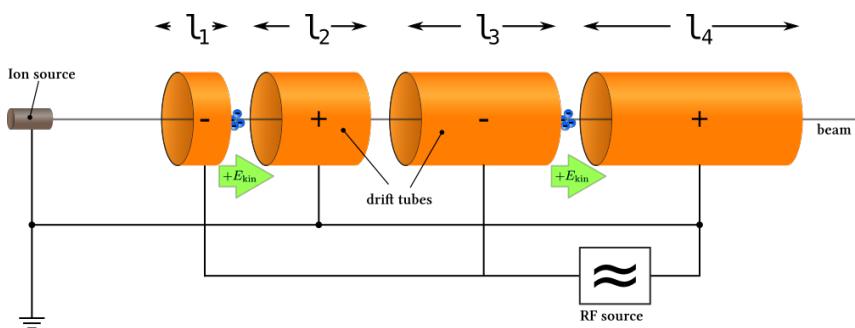
- interessante Elementarteilchen (z.B. Higgs) sind relativ schwer und kurzlebig
→ benötigen für deren Erzeugung hochenergetische Prozesse
- natürliche Bestrahlung mit hochenergetischen Teilchen (hauptsächlich Protonen) aus dem Kosmos
- Raten hochenerget. Teilchen gering bzw. weit verteilt, brauchen diese aber zur Beobachtung im Labor
- praktischer: künstliche Beschleunigung im Labor und Kollision innerhalb eines Detektors



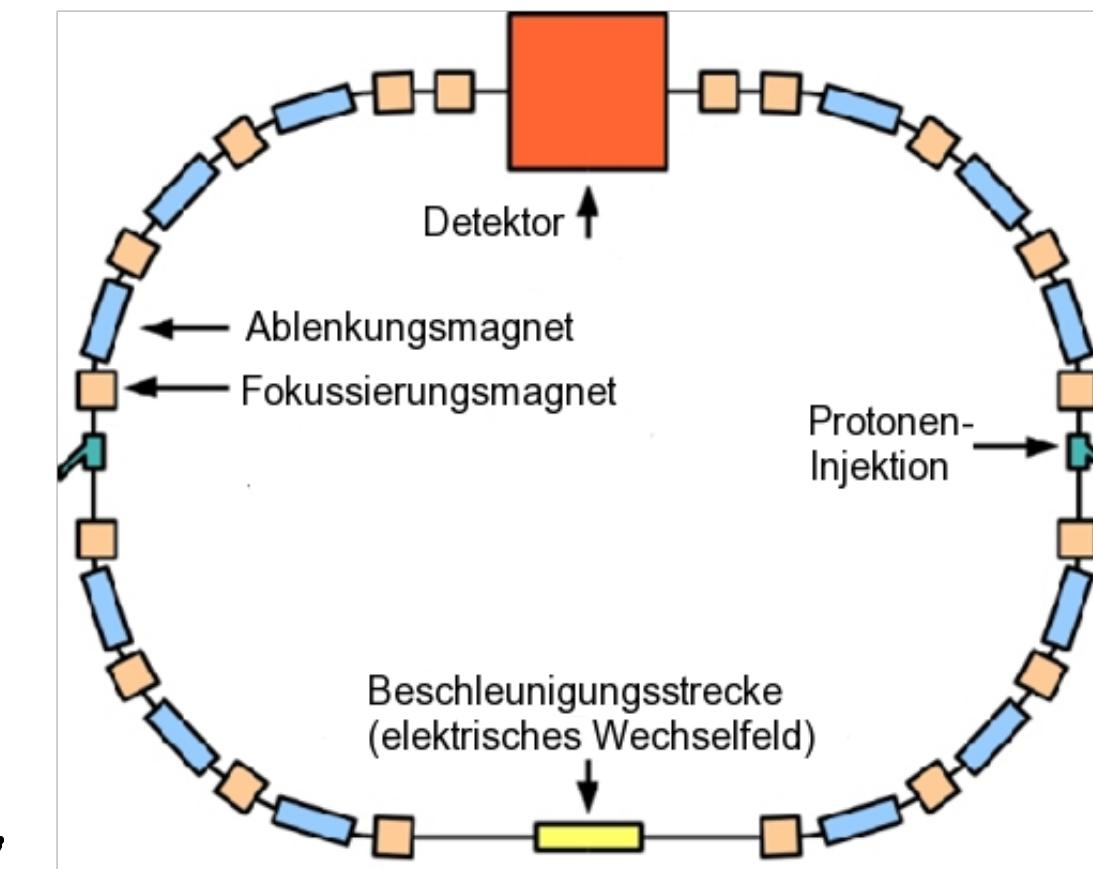
Drei Generationen
der Materie (Fermionen)

	I	II	III	
Mass →	2,3 MeV	1,275 GeV	173,07 GeV	0
Ladung →	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
Spin →	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
Name →	u up	c charm	t top	Photon
Quarks	d down	s strange	b bottom	g Gluon
Leptonen	ν_e Elektron-Neutrino	ν_μ Myon-Neutrino	ν_τ Tau-Neutrino	Z^0 Z Boson
Eichbosonen	e Elektron	μ Myon	τ Tau	W^+ W Boson

1.3 QUELLEN HOCHENERGETISCHER TEILCHEN



- Beschleunigungsstrecke innerhalb eines Rings erlaubt wiederholte Beschleunigung
→ Beschränkung der erreichbaren Strahlenergie nur durch Magnetfeld, das Teilchen auf Kreisbahn halten muss
- meist 2 gegenüberliegende beschleunigte Strahlen zur Erhöhung der erreichbaren Schwerpunktsenergie
- Beschleunigung beschränkt durch Länge der Strecke
→ Kreis!



- weitere wichtige Größe eines Beschleunigers:
instantane Luminosität

gibt an, wie häufig Kollisionen stattfinden

→ Beziehung zwischen Wirkungsquerschnitt (\approx Wahrscheinlichkeit) einer bestimmte Reaktion (z.B. $p\bar{p} \rightarrow H$) und Anzahl d. erwarteter Ereignisse

$$N = \sigma \cdot \int L(t) dt$$

Wirkungsquerschnitt
s. später

effektive Streufläche

$$L = f \cdot \left(\frac{n_1 \cdot n_2}{A} \rightarrow \text{effekt. Strahl-} \right) \text{Querschnitt} = f \cdot \frac{n_1 \cdot n_2}{4\pi \sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Frequenz
der Paket-
kollisionen

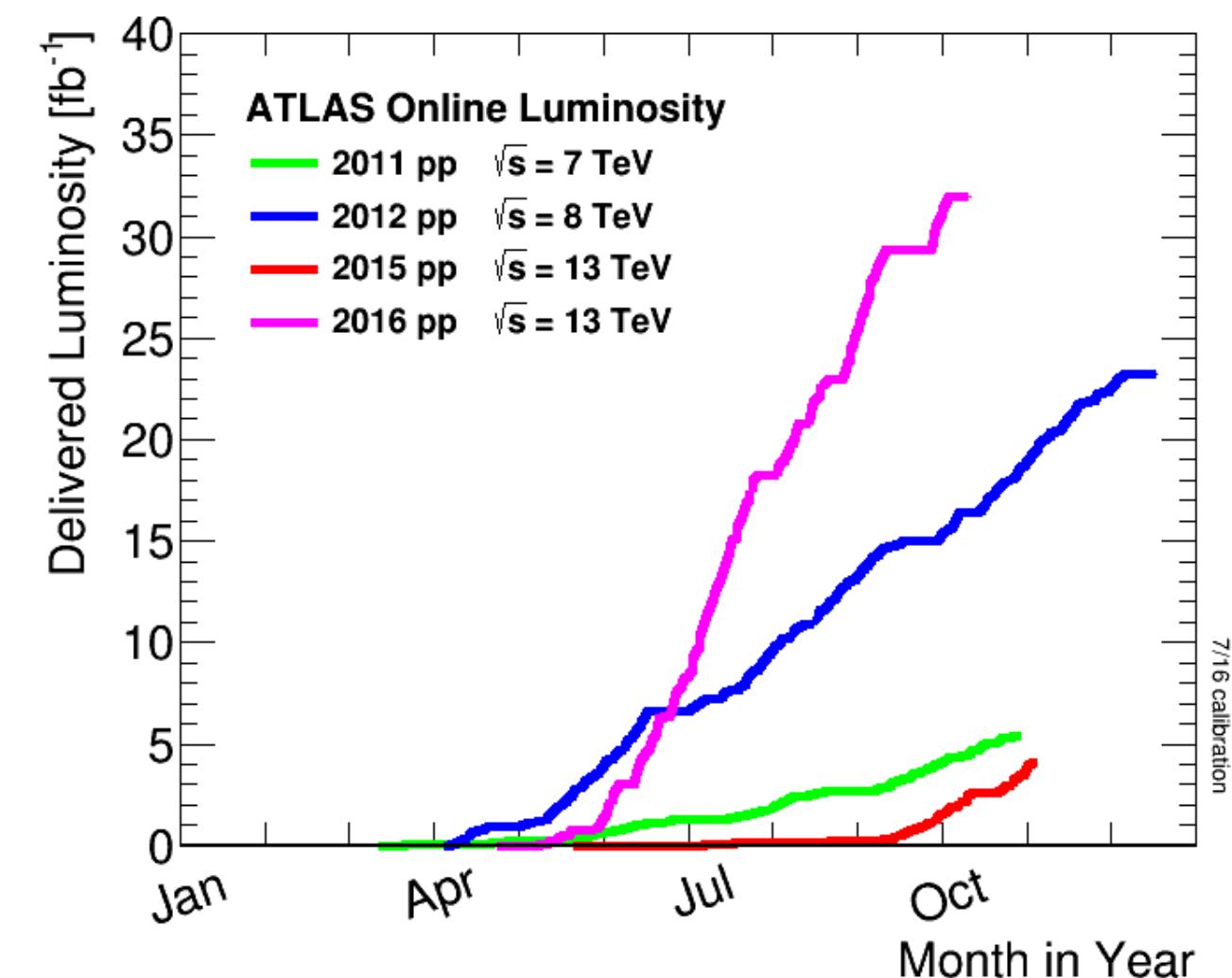
Antalldichte
der Teilchen pro Paket

Gauss-Profil

Luminosität hängt von
Strahl / Kollisionsparametern ab:

↳ horizontaler / vertikaler
RMS des Gauss-Profil

- integrierte Luminosität $L = \int L(t) dt$
- L wird oft nicht direkt berechnet
(Profil schwierig), sondern mit Hilfe
von Referenzprozesse bestimmt



2. HANDEWRKLICHE GRUNDLAGEN

2.1 NATÜRLICHE EINHEITENSYSTEME

- Definition von Einheiten nicht anhand von Prototype (Kg - Kilogramm, ...)
sondern Naturkonstanten

→ z. B. ganz konsequent (Planck-Einheiten)

$$[\text{kg}, \text{m}, \text{s}] \rightarrow [\hbar, c, G] \rightarrow 6.7 \cdot 10^{-34} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$
$$6.6 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$
$$3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

→ für die Teilchenphysik (Gravitation vernachlässigbar) praktischer:
ad-hoc - Wahl der Energieeinheit als GeV

$$[\text{kg}, \text{m}, \text{s}] \rightarrow [\hbar, c, \text{GeV}]$$

Natürliche Einheiten der Teilchenphysik

1 eV = kin. Energie, die
ein Elektron gesammelt,
wenn es 1 V Spannung durchläuft
 $1 \text{ GeV} \approx 1,602 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

- Jetzt das Besondere:

Wir wählen $\boxed{\hbar = c = 1}$

- Eliminierung von Einheiten (außer GeV) aus Gleichung
- Dimensionsanalyse für Fehlersuche unmöglich, aber keine Information verloren!

Quantity	[kg, m, s]	[\hbar, c, GeV]	$\hbar = c = 1$
Energy	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$	GeV	GeV $\rightarrow 1$
Momentum	kg m s^{-1}		GeV $\rightarrow ?$
Mass	kg	GeV/c^2	GeV $\rightarrow \frac{1}{c^2} = 1.78 \dots 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{GeV}}$
Time	s	$(\text{GeV}/\hbar)^{-1}$	$\text{GeV}^{-1} \rightarrow \hbar = 6.58 \dots 10^{-25} \frac{\text{GeV}}{\text{GeV} \cdot \text{s}}$
Length	m	$(\text{GeV}/\hbar c)^{-1}$	$\text{GeV}^{-1} \rightarrow \hbar c = 0.197 \frac{\text{GeV} \cdot \text{fm}}{\text{GeV} \cdot \text{fm}}$
Area	m^2		$\text{GeV}^{-2} \rightarrow ?$

- Rücktransformation über Multiplikation mit korrekter Anzahl von \hbar, c in gewünschten Einheiten

z.B. $\langle r_{\text{Proton}}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 4.1 \frac{1}{\text{GeV}} \cdot 0.197 \frac{\text{GeV} \cdot \text{fm}}{\text{GeV}} = 0.8 \text{ fm}$

- Gleichungen vereinfachen sich enorm: $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \rightarrow E^2 = p^2 + m^2$

jenseits der drei Grundinheiten $[M, L, T]$ interessieren uns noch weitere,
z.B. für ED die Permittivität

$$F = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

Erweiterung der o.g. natürlichen Einheiten um $\epsilon_0 \doteq 1$

\hookrightarrow aufgrund von $\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} = c^2 \doteq 1$ und $\boxed{\epsilon_0 = \mu_0 = 1}$

Heaviside - Lorentz - Einheiten

\rightarrow Feinstrukturkonstante

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \hbar c} \rightarrow \frac{e^2}{4\pi}$$

2.2 SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE

Erinnerung: Vierschreibweise

- kontravarianter Ortsvektor $x^\mu = (t, x, y, z)$ ($\mu = \{0, 1, 2, 3\}$)

- Lorentztransf.

$$x'^\mu = \mathcal{L}_v^\mu \nu x^\nu$$

↪ speziell für z-Boost

$$\mathcal{L} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

mit $\beta = \frac{v}{c}$

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}$$

- kovarianter Ortsvektor $x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu$ mit Matrix $g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

↪ Lorentz-invariantes Raumzeit-intervall

$$x^\mu x_\mu = t^2 - x^2 - y^2 - z^2 + \text{alle anderen Skalarprodukte analog}$$

- Viererimpuls

- Energie eines Teilchens der Ruhemasse m

$$E = \gamma m c^2 \xrightarrow{n.E.} E = \gamma \cdot m$$

- Impuls

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \xrightarrow{n.E.} \vec{p} = \gamma m \vec{\beta}$$

- Viererimpuls

$$p^\mu = (E, \underbrace{p_x, p_y, p_z}_{\text{erhalte}})$$

Viererimpulserhaltung

transformiert sich als (kontravarianter) Lorentzvektor!

- Skalarprodukt

$$p^2 \equiv p^\mu p_\mu = (E^2 - \vec{p}^2) = m^2$$

Invariante Masse

- Wichtige Größe bei Teilchenkollisionen: erreichbare Schwerpunktenergie
= mögliche Masse produzierter Teilchen

$$s = \left(\sum_i p_i^\mu \right)^2$$

z.B. für ruhendes Protonenziel und Protonstrahl mit E ($\gg m_p$)

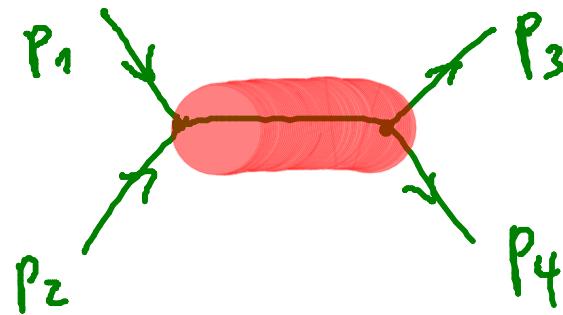
$$s = \left(\sum_i p_i^\mu \right)^2 = \left(\sum_i E_i \right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i \right)^2 = 2m_p^2 + 2m_p \cdot E \approx 2m_p E$$

$$\hookrightarrow \text{für } E = 7 \text{ TeV} \quad \text{wir } \sqrt{s} = 0.115 \text{ TeV}$$

\Rightarrow besser gegenläufige Strahle = „Speiderring“

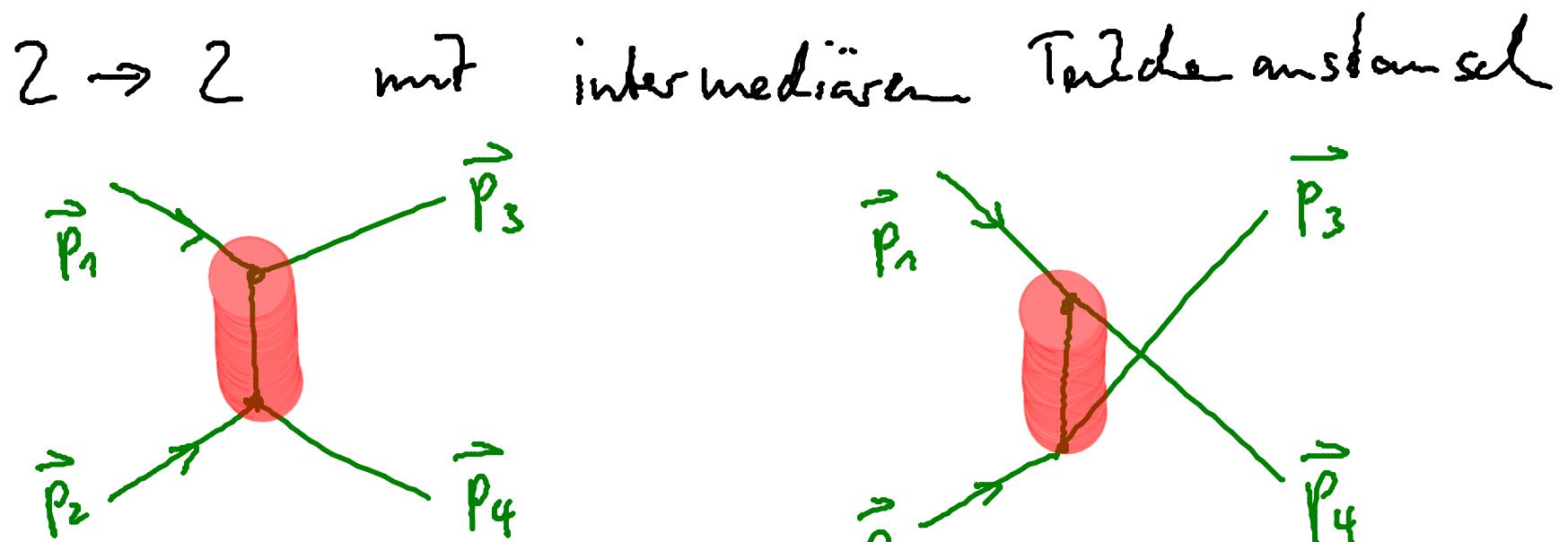
• Mandelstam - Variablen

Typische Streuprozesse:



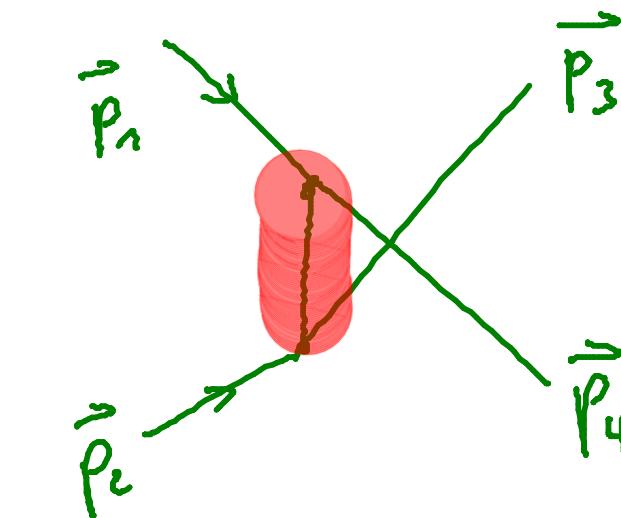
$$s \equiv (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 = (\vec{p}_3 + \vec{p}_4)^2$$

„s-Kanal“



$$t \equiv (\vec{p}_1 - \vec{p}_3)^2 = (\vec{p}_2 - \vec{p}_4)^2$$

„t-Kanal“



$$u = (\vec{p}_1 - \vec{p}_4)^2 = (\vec{p}_2 - \vec{p}_3)^2$$

„u-Kanal“

- Koordinate mit Bezug zur Strahlachse
 - Transversalimpuls
 - Rapidität
- } → Übung

2.3 NICHTRELATIVISTISCHE QUANTENMECHANIK

(→ Kapitel 9.2 in QM1 - VL von Prof. Strunz)

Zeitabhängige Störungstheorie

- Füge Störungsterm in Hamiltonian ein, der Übergänge zwischen den sonst asymptotisch freien Zuständen $H_0 |n\rangle = E_n |n\rangle$ induziert:

$$H(t) = H_0 + V(t) \quad \text{z.B. mit } V(t) = V \cdot \theta(t)$$

(zeitlich konstante Störung)

mit Beschränkung auf 1. Ordnung

↳ „Fermis Goldene Regel“ für die Übergangsrate von Zustand $i \rightarrow f$
(initial) (final)

$$\Gamma_{fi} = 2\pi |T_{fi}|^2 g(E_i)$$

Übergangsmatrixelement

$$T_{fi} := \langle f | V | i \rangle$$

Zustandsdichte der erreichbaren Zustände

$$g(E_i) = \left(\frac{dn}{dE} \right)_{E_i} \quad \text{in Energierand } E_i \rightarrow E_i + dE$$

alternative Schreibweise vor Integration:

$$\Gamma_{fi} = 2\pi \int |T_{fi}|^2 \delta(E_i - E) dn$$

↳ Zahl der Endzustände mit $E_n \in [E, E+dE]$
 („Phasenraum“)

- nicht-relativistisches Phasenraumelement

für Umwandlung $\vec{P}_{in} \rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N$

$$dn = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{P}_{in} - \sum_{i=1}^N \vec{p}_i) \cdot \prod_{i=1}^N \frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3}$$

Differential für
N austauschende Impulse

\hookrightarrow aus Normierung $\int q^+ q^- d^3x \stackrel{!}{=} 1$

3. STREU - UND ZERFALLSPROZESSE

- Hauptsächlich 3 experimentelle Methoden um Elementarteilchen / Kerne zu untersuchen

gebundene Zustände

(Energieniveaus, ...)

→ typischerweise nicht relativistische QM (\rightarrow SGL)

→ s. Kapitel 7

Zerfallsprozesse

(Lebensdauer / Zerfallsrate, ...)

Streuprozesse

(Reaktionsrate,
Ablenkungsverteilung)

→ typischerweise relativistische QM (Quantenfeldtheorie)

→ gemeinsame Beschreibung auf Grundlage von
Fermi's Goldenen Regel

3.1 KLASIFIKATION VON STREUPROZESSEN

- Beschuss eines Targets (vom Teilchentyp "b") mit Strahl von Teilchen "a"
↳ potentielle Streureaktion $a + b \rightarrow c + d$
- mögliche Strahlteilchen (beschleunigbar)
Elektronen / Positronen, (Anti-)Protonen, schwere Ionen, Neutronen
- Targets entweder fest / flüssig / gasförmig ("fixed target") oder auch Teilchenstrahlen (\rightarrow Spinderry s. Übung)

- Stoßreaktion mit bzw. ohne Änderung der Teilchenzustände
 - elastische Stoßung $a + b \rightarrow a' + b'$ (nur Impulsänderung)
 - inelastische Stoßung $a + b \rightarrow c + d$ (Umwandlungsreaktion)
 - bzw. $a + b \rightarrow a' + b^*$ (Anregung + Emission/Umwandlung)
 $\hookrightarrow c + d$

- wichtigste Eigenschaft des Stoßprozesses: Reaktionsrate
 - ↳ wie ist diese experimentell messbar und theoretisch berechenbar?

 Wirkungsquerschnitt

3.2 WIRKUNGSQUERSCHNITT & FERMI'S GOLDENE REGEL

- Reaktionsrate pro Target-Teilchen hängt von Zahl der einfallenden Teilchen („Fluss“ $\phi \left[\frac{1}{m^2 s} \right]$) und der effektiven Querschnittsfläche der betrachteten Reaktion ab („Wirkungsquerschnitt“ σ)

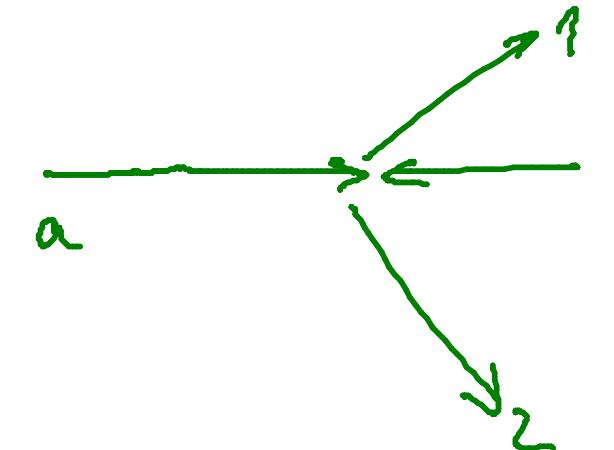
$$\Gamma_b = \sigma \cdot \phi_a$$

$$\hookrightarrow \sigma = \frac{\Gamma_b}{\phi_a} = \frac{\text{Zahl der Reaktionen pro Zeiteinheit und Targetteilchen}}{\text{Zahl der einlaufenden Teilchen pro Zeiteinheit}}$$

- experimentell:
 - Fluss ϕ_a bestimmt durch Luminosität des Strahls, siehe 1.3
 - Reaktionsrate aus Zahl der Streueigentüme pro Zeit

$\hookrightarrow \sigma$ = Messgröße

- theoretisch: QM Übergangsrate für $i \rightarrow f$ (z.B. $a + b \rightarrow 1 + 2$)
 → Fermis goldene Regel



i) Relativistische Umformulierung

- Normierung der Wellenfunktion $\int \psi^* \psi d^3x \stackrel{!}{=} 1 \rightarrow \int \psi' \psi' d^3x \stackrel{!}{=} 2E$

- Lorentz-invariantes Matrixelement $M_{fi} := \langle f' | V | i' \rangle = (2E_1 \cdot 2E_2 \dots)^{\frac{1}{2}} T_{fi}$

$$\Rightarrow \Gamma_{fi} = \frac{(2\pi)^4}{2E_a 2E_b} |M_{fi}|^2$$

$$S(E_a + E_b - E_1 - E_2) \delta^3(\vec{p}_a + \vec{p}_b - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \cdot \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}$$

einziger nicht
Lorentz-inv. Term

Lorentz-inv. ME

LI ✓

Lorentz-inv. Phasorraum-
element

↪ für WQ Kombination
mit Fluss ϕ

$$d\text{LIPS} = \prod_{i=1}^N \frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 2E_i} = \prod_{i=1}^N \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^3} \cdot \delta(p_i^2 - m_i^2)$$

ii) Einlaufender Teilchenfluss

- Fluss $\phi = n_a (\underbrace{v_a + v_b}_{\text{Teilchendichte}})$

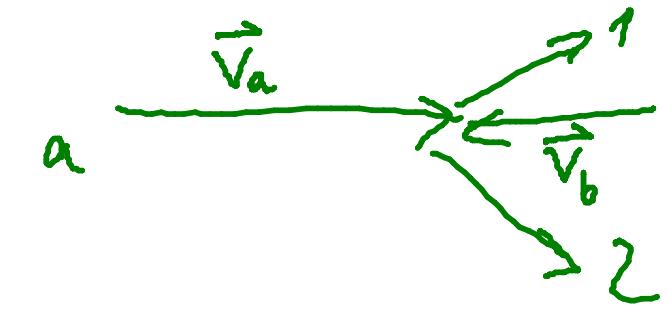
\hookrightarrow Teilchendichte \rightarrow relative Geschwindigkeit

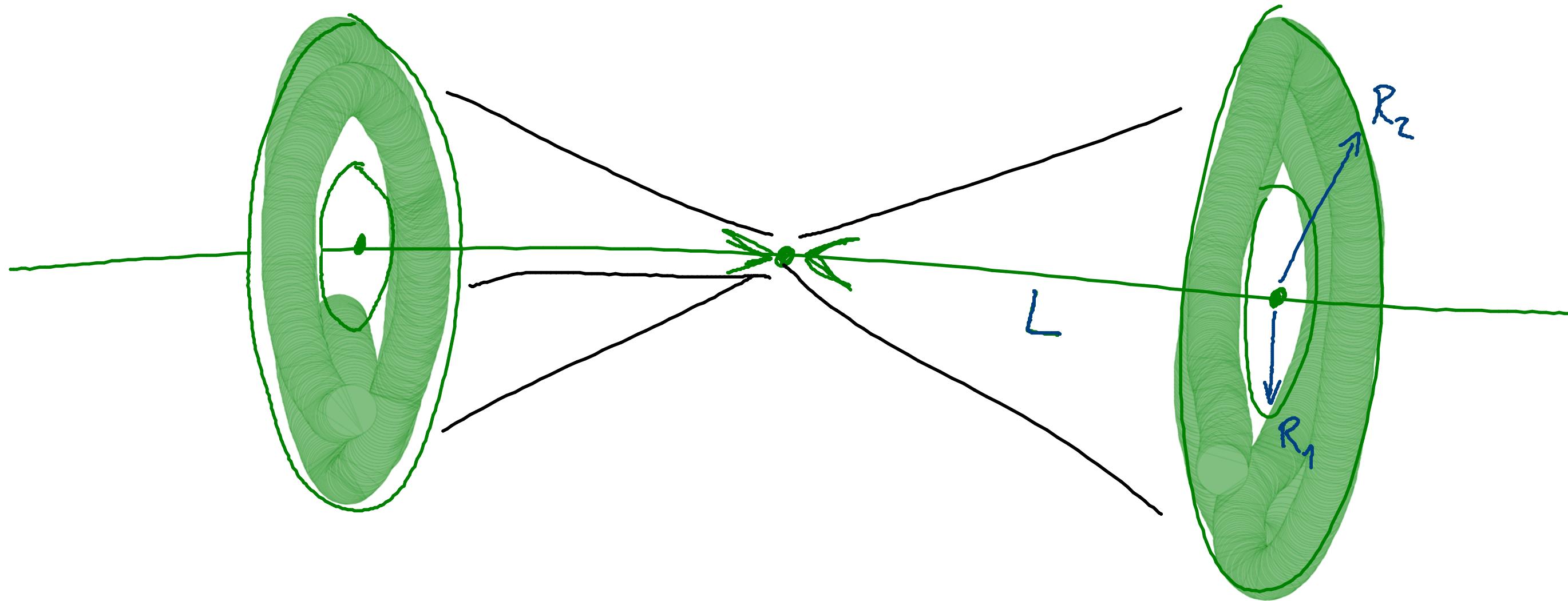
\hookrightarrow normiere auf 1 Teilchen pro Einheitsvolumen, $n_a \equiv 1$

$$\sigma = \frac{\Gamma_{fi}}{(v_a + v_b)} = \frac{(2\pi)^4}{2E_a 2E_b (v_a + v_b)} \cdot \left. \dots \right\}$$

$\equiv F$ (Lorentz-invarianter Flussfaktor)

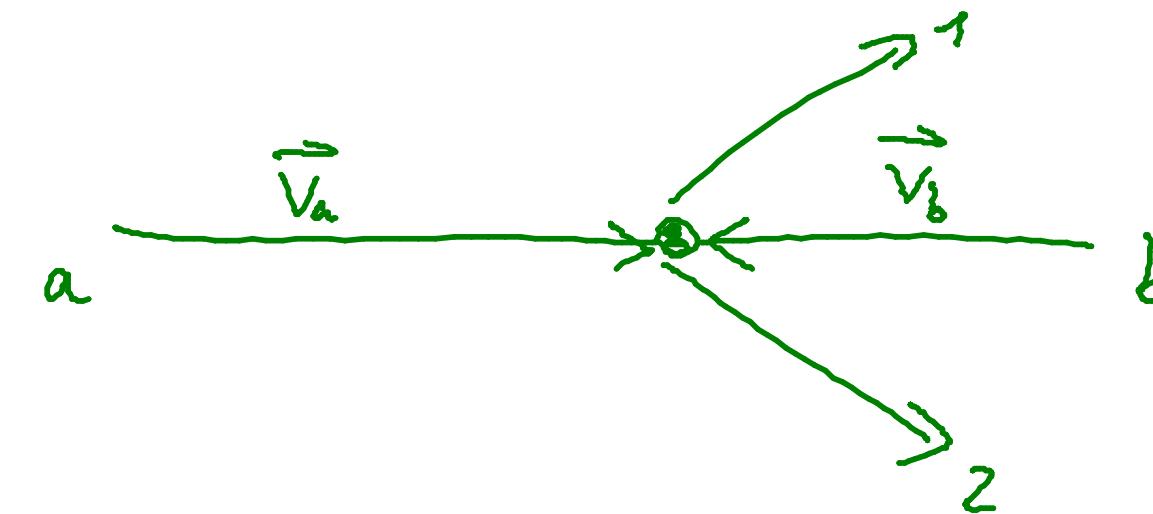
\Rightarrow Wirkungsgeschw. σ als Lorentz-invariante Beschreibung des Streuprozesses
und Messgröße





i) Übergangsrate relativistisch

$$\Gamma_{fi} = \dots$$



ii) Einlaufender Teilchenfluss

$$\phi = n_a \cdot n_b \cdot (|\vec{v}_a| + |\vec{v}_b|)$$

↪ normiere auf 1 Teilchen pro Einheitsvolumen $n_a = n_b \equiv 1$

$$\sigma = \frac{\Gamma_{fi}}{(|\vec{v}_a| + |\vec{v}_b|)} = \frac{(2\pi)^4}{2E_a 2E_b (|\vec{v}_a| + |\vec{v}_b|)} \cdot \int \underbrace{|M_{fi}|^2}_{ME} \delta(E_a + E_b - E_1 - E_2) \delta(\vec{p}_a + \vec{p}_b - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \cdot \underbrace{\frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \cdot \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}}_{dLIPS}$$

3.3 DIFFERENTIELLE WIRKUNGSQUERSCHNITTE

• totaler WQ σ oft nicht ausreichend, z.B.

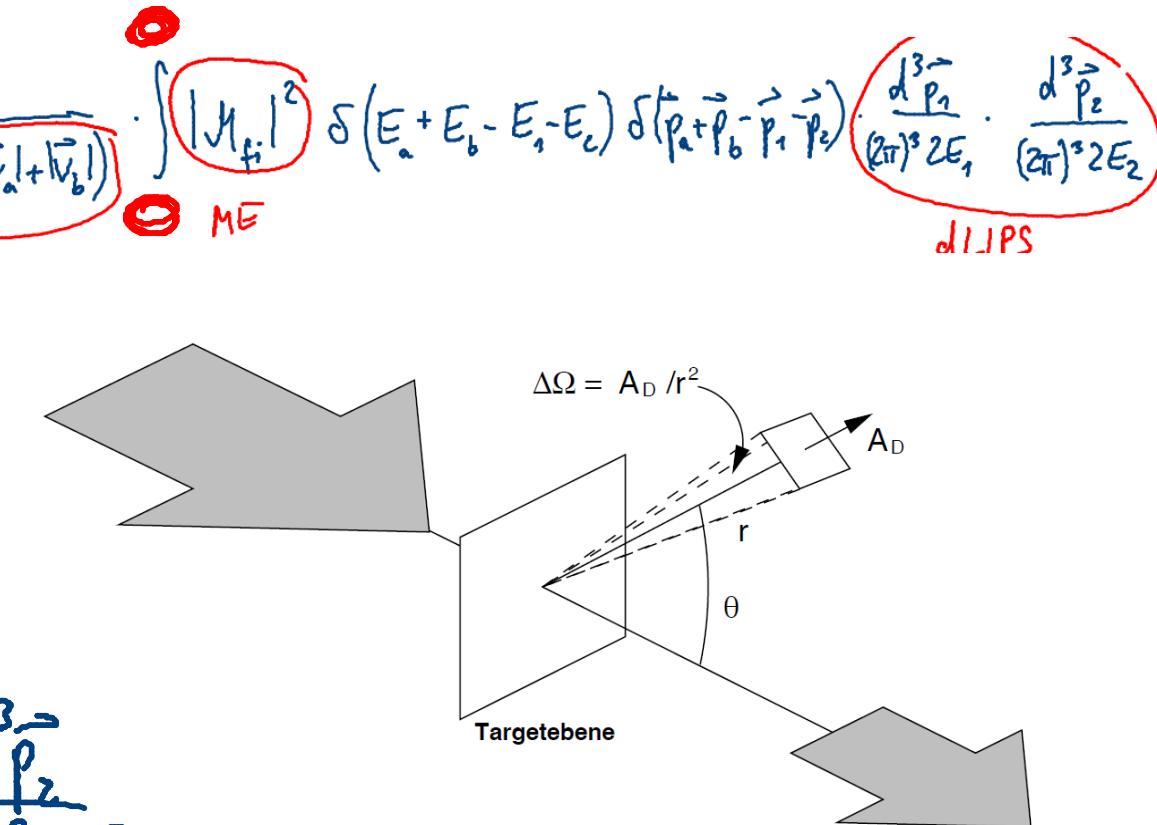
- Detektor misst nur Impulse in bestimmtem Winkelbereich $d\Omega$
(= in eingeschränktem Phasenraum)

$$\sigma = \frac{\Gamma_{fi}}{(\vec{V}_a + \vec{V}_b)} = \frac{(2\pi)^4}{2E_a 2E_b (\vec{V}_a + \vec{V}_b)} \cdot \int |M_{fi}|^2 \delta(E_a + E_b - E_i - E_c) \delta(\vec{p}_a + \vec{p}_b - \vec{p}_i - \vec{p}_c) \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \cdot \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}$$

- Für Vergleich Exp./Theorie ist die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots$ oft von großer Bedeutung

$$\hookrightarrow d\sigma = \frac{(2\pi)^4}{F} \cdot |M_{fi}|^2 \cdot \delta^4(\vec{p}_a + \vec{p}_b - \vec{p}_i - \vec{p}_c) \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \cdot \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}$$

- . Auswertung der δ -Fkt. und Projektion des $d^3 \vec{p}_i$ auf relevante Observable in geg. Bezugssystem



$$\text{z.B. } \frac{d\sigma}{d\Omega}, \quad \frac{d\sigma}{d\phi \, dt}, \quad \frac{d\sigma}{dt} = \int d\phi \frac{d\sigma}{d\phi \, dt}$$

↪ wobei $d^3 \vec{p}_1 = |\vec{p}_1|^2 d\vec{p}_1 \cdot d\Omega \rightarrow d\Omega = d(\cos \theta) d\phi$

- Zusammenhang mit σ_{total} : $\sigma_{\text{total}} = \int d\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int \frac{d\sigma}{dt} dt = \dots$

- [Beispiel]: $2 \rightarrow 2$ im CMS $\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = \frac{1}{64 \pi^2 s} \frac{p_f^*}{p_i^*} |M_{fi}|^2 (\Omega^*)$

3.4 BEISPIELE

3.4.1 Klassische Streuung harter Kugeln

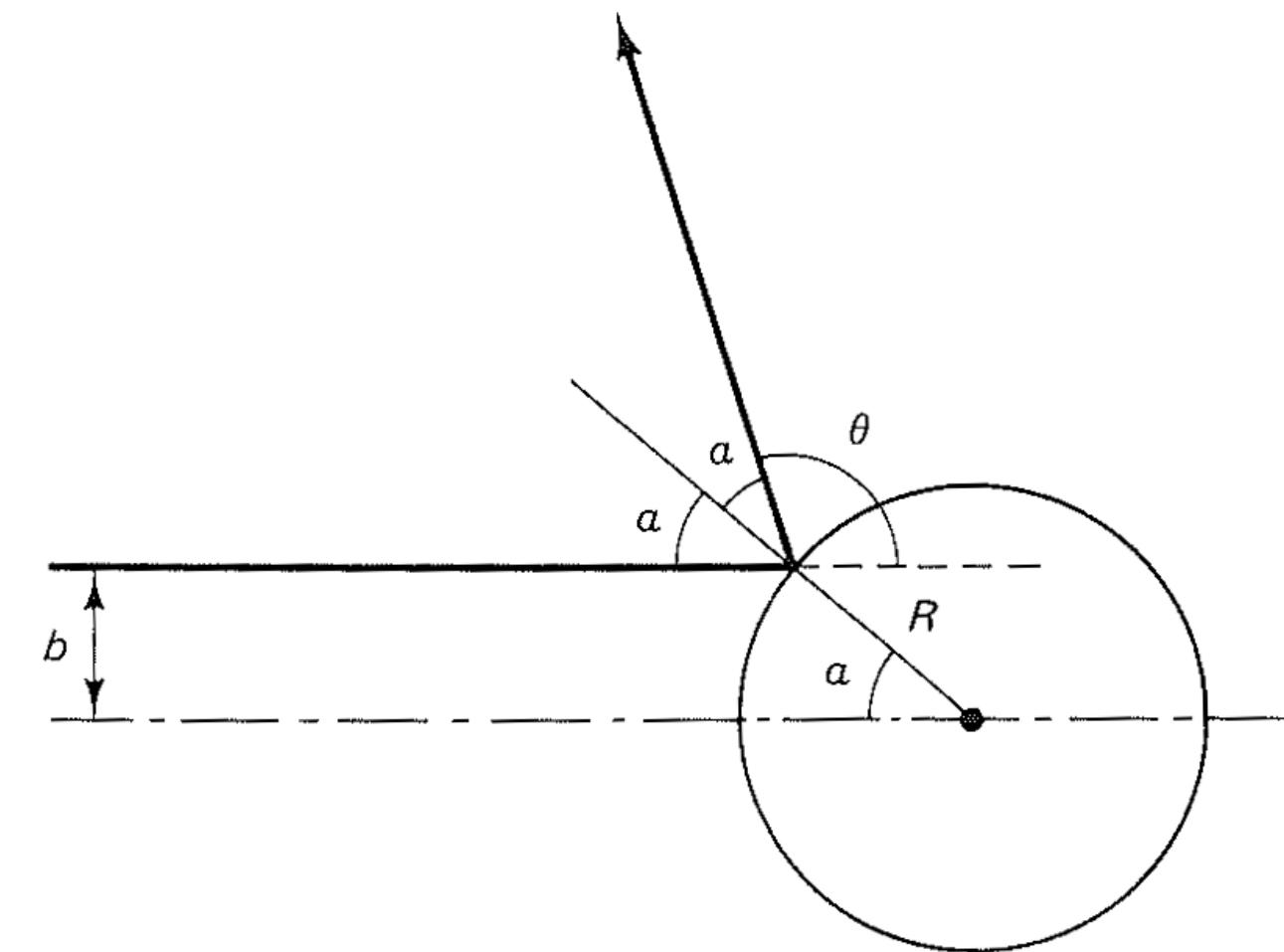
- Wirkungsgeschnitt als „effektive Strenfläche“ \rightarrow harte Kugeln als klassisches Bsp.
- kinematische Beschreibung durch Impact - Parameter

$$b = R \cdot \sin \alpha = R \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$\stackrel{2\alpha + \theta = \pi}{\curvearrowleft}$

\hookrightarrow Zusammenhang: einlaufendes Teilchen innerhalb infinitesimalen $[b, b+db]$ streut nach

$$[\theta, \theta + d\theta]: db = -\frac{R}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cdot d\theta$$



- in 3D (+ Azimutalwinkel ϕ)

Zusammenhang zwischen infinitesimale Querschnittsfläche $d\sigma$ des einfallenden Strahls und Staubwinkelelement $d\Omega$

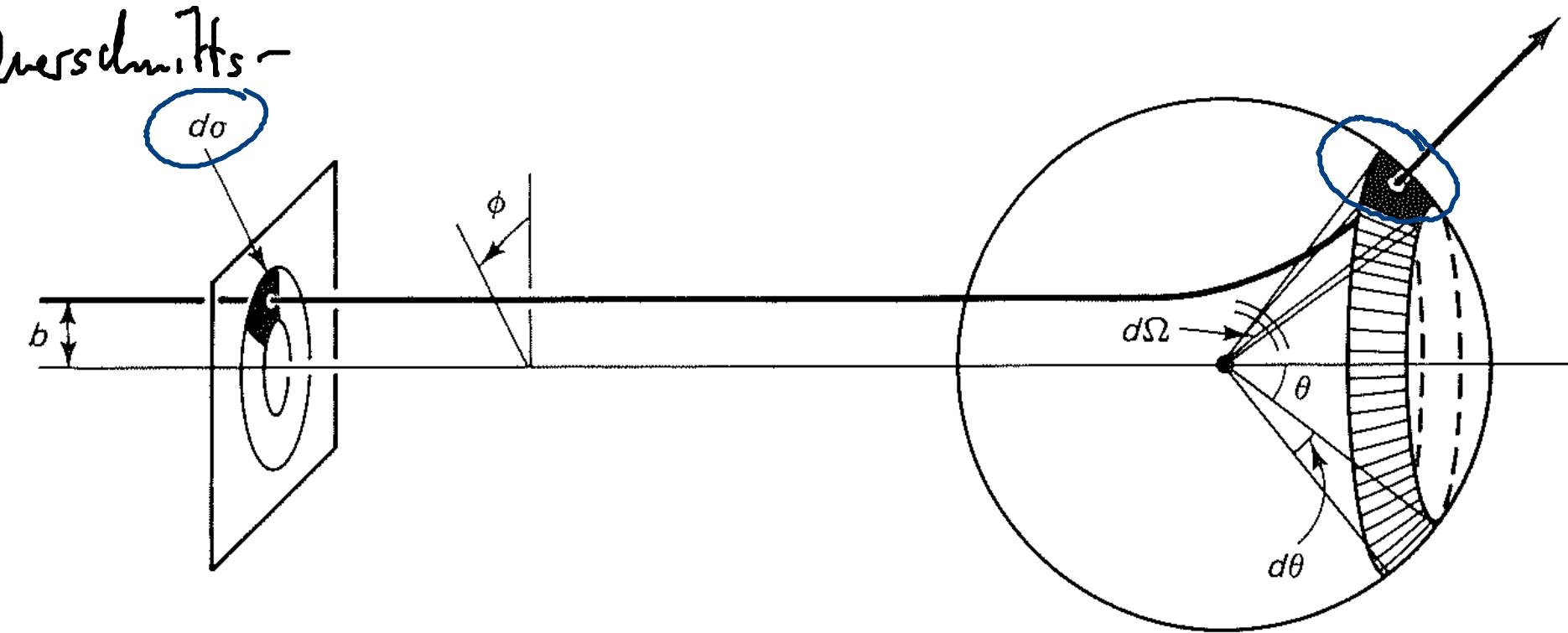
↳ Zusammenhang gegeben durch differentielle Wirkungsquerschnitt:

$$d\sigma = D(\Omega) \cdot d\Omega$$

konkret hier: $d\sigma = | b \; db \; d\phi |$

$$\hookrightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{b}{\sin \theta} \left(\frac{db}{d\theta} \right) \right| = \dots = \frac{R^2}{4} \quad d\Omega = \{ \sin \theta \; d\theta \; d\phi \}$$

. Totaler Wirkungsquerschnitt $\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = \pi R^2 \rightsquigarrow \text{wie erwartet}$



3.4.2 Rutherford - Streuung

- Sei die Hyperbel - Distanzkurve im Coulomb - Potential:

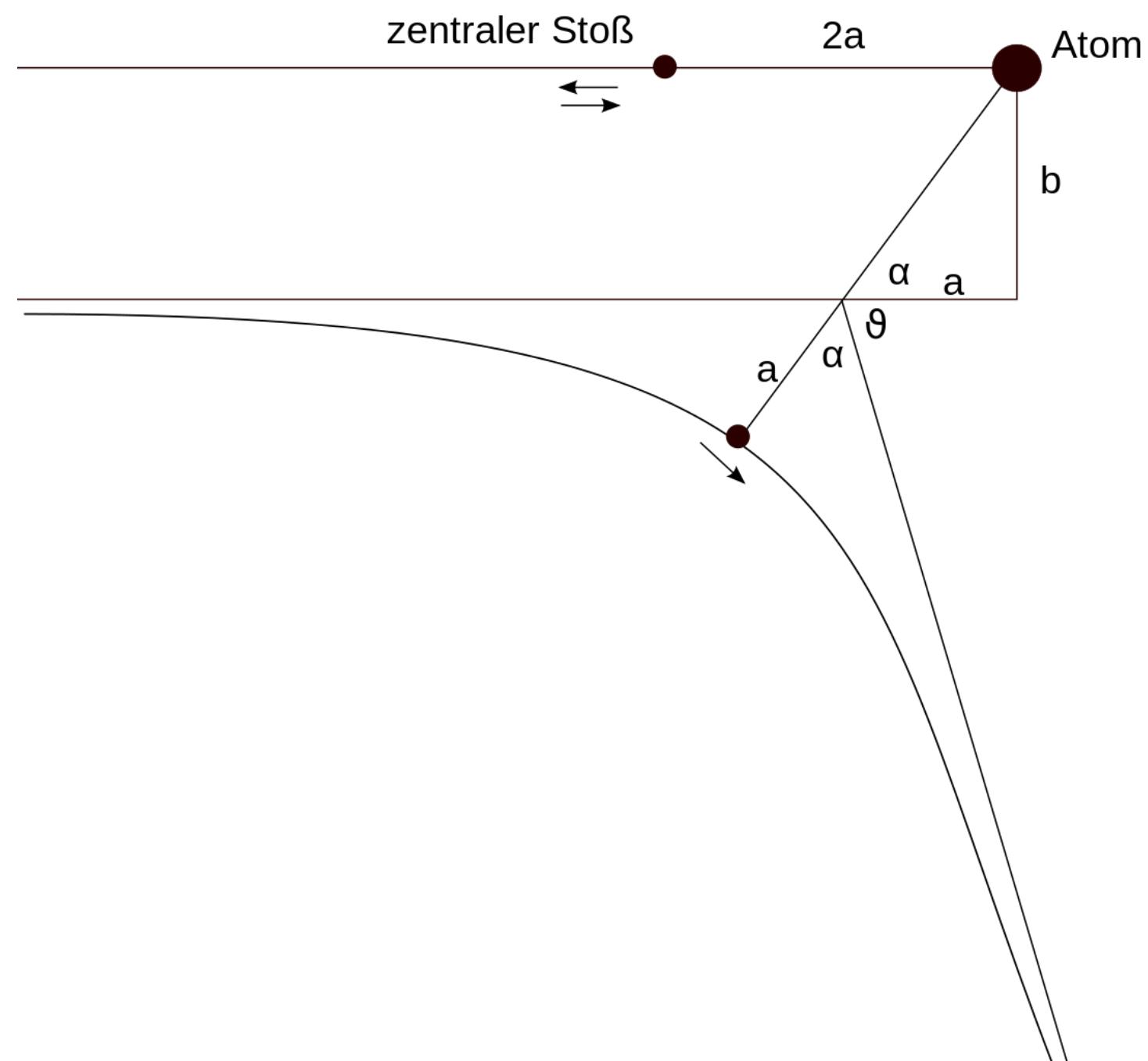
$$b = \frac{q_1 q_2}{2 E_{\text{kin}}} \cdot \cot \frac{\theta}{2}$$

$$\hookrightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{b}{\sin \theta} \cdot \frac{db}{d\theta} \right| = \left(\frac{q_1 \cdot q_2}{4 E \sin^2 \frac{\theta}{2}} \right)^2$$

- Totales WQ wird unendlich!

$$\sigma \sim \int_0^{\pi} d\theta \sin \theta \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \rightarrow \infty$$

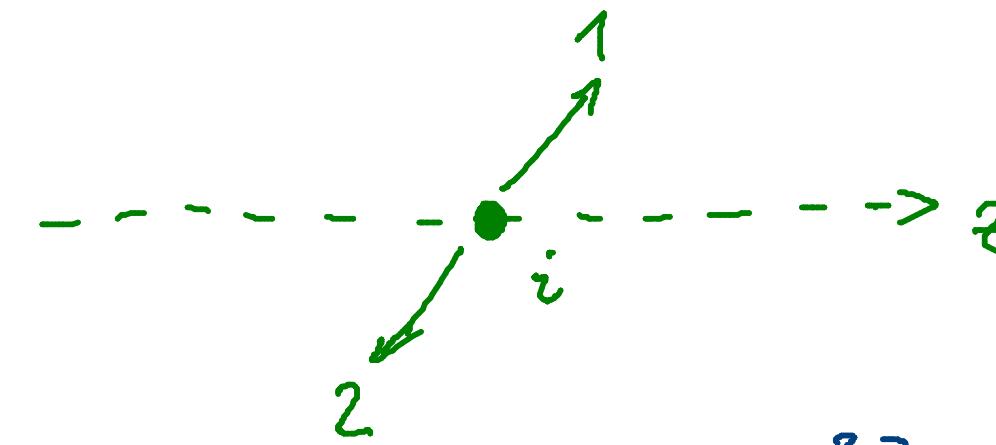
$\hat{=}$ unendliche Reichweite des Coulomb - Potentials (ohne Dämpfung)



3.5 ZERFALLSPROZESSE

- Zerfall:
 → „Auflösung“ gebundener Zustände (z.B. Kerne, Hadronen, ...)
 → Spontane Umwandlung instabiler Elementarteilchen
 (z.B. τ -Lepton, top-Quark, Higgs-Boson, ...)
- Behandlung von Zerfallsprozesse als $1 \rightarrow n$ Streuprozesse

$$i \rightarrow 1 + 2$$



$$\Gamma_{fi} = \frac{(2\pi)^4}{2E_i} \int |M_{fi}|^2 \delta(E_i - E_1 - E_2) \delta^3(\vec{p}_i - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}$$

→ nicht Lorentz-invariant \rightarrow „zeitdilatierte“ Zerfallsrate

- oft Betrachtung des Zerfalls im Ruhsystem

$$\hookrightarrow E_i = m_i, \quad \vec{p}_i = 0 \quad \rightarrow \Gamma_{fi} \equiv \text{"Breite" des Zerfalls}$$

- für jeden möglichen Zerfallsprozess („Kanal“) $i \rightarrow f$ berechnet man die „Partialbreite“ Γ_{fi} wie oben
 \rightarrow Insgesamt ergibt sich die totale Breite des Teilchens i :

$$\Gamma_i = \sum_f \Gamma_{fi}$$

- Zusammenhang mit mittlerer Lebensdauer:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_i} = \frac{1}{\sum_f \Gamma_{fi}}$$

(\rightarrow Zeitdilatation s.o.)

- Wertes über instabile Elementarteile ($\Gamma_{fi}, \Gamma_i, \tau$) im PDG
pdg.lbl.gov

τ

$$J = \frac{1}{2}$$

Mass $m = 1776.86 \pm 0.12$ MeV
 $(m_{\tau^+} - m_{\tau^-})/m_{\text{average}} < 2.8 \times 10^{-4}$, CL = 90%
Mean life $\tau = (290.3 \pm 0.5) \times 10^{-15}$ s
 $c\tau = 87.03 \mu\text{m}$
Magnetic moment anomaly > -0.052 and < 0.013 , CL = 95%
 $\text{Re}(d_\tau) = -0.220$ to 0.45×10^{-16} ecm, CL = 95%
 $\text{Im}(d_\tau) = -0.250$ to 0.0080×10^{-16} ecm, CL = 95%

Weak dipole moment

$\text{Re}(d_W) < 0.50 \times 10^{-17}$ ecm, CL = 95%

τ — DECAY MODES	Fraction (Γ_i/Γ)	Scal.
Modes with one charged particle		
particle $^- \geq 0$ neutrals $\geq 0 K^0 \nu_\tau$	$(85.35 \pm 0.07) \%$	
(“1-prong”)		
particle $^- \geq 0$ neutrals $\geq 0 K_L^0 \nu_\tau$	$(84.72 \pm 0.08) \%$	
$\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$	[g] $(17.41 \pm 0.04) \%$	
$\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau \gamma$	[e] $(3.6 \pm 0.4) \times 10^{-3}$	
$e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$	[g] $(17.83 \pm 0.04) \%$	
$e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau \gamma$	[e] $(1.75 \pm 0.18) \%$	
$h^- \geq 0 K_L^0 \nu_\tau$	$(12.05 \pm 0.06) \%$	
$h^- \nu_\tau$	$(11.53 \pm 0.06) \%$	
$\pi^- \nu_\tau$	[g] $(10.83 \pm 0.06) \%$	
$K^- \nu_\tau$	[g] $(7.00 \pm 0.10) \times 10^{-3}$	
$h^- \geq 1$ neutrals	$(27.11 \pm 0.10) \%$	

4. RELATIVISTISCHE BESCHREIBUNG VON WECHSELWIRKUNGEN

4.1 DIE DIRAC-GLEICHUNG

4.1.1 Einführung

- Quantenmechanik: Quantisierung klassischer Größen \rightarrow Operatoren

$$\left. \begin{array}{l} E \rightarrow \hat{E} = i \frac{\partial}{\partial t} \\ \vec{p} \rightarrow \hat{\vec{p}} = -i \vec{\nabla} \end{array} \right\} \quad \vec{p}^{\mu} \rightarrow \hat{\vec{p}}^{\mu} = i \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right) = i \cdot \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} =: i \partial^{\mu}$$

- Bewegungsgleichung entsprechend nicht-relativistischer $E - \vec{p}$ -Beziehung

$$E = \frac{\vec{p}^2}{2m} \rightarrow$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{x}, t) = - \frac{1}{2m} \vec{\nabla}^2 \psi(\vec{x}, t)$$

Schrödinger-Gleichung

→ bricht für relativistische $v \approx c$ zusammen.

- Erweiterung auf relativistische $E - \vec{p}$ - Beziehung?

$$E^2 = \vec{p}^2 + m^2 \rightarrow \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi = \vec{\nabla}^2 \psi - m^2 \psi$$

bzw.

$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2) \psi = 0$

Klein-Gordon-Gleichung

↪ Kontinuitätsgleichung $\partial_\mu j^\mu = 0$ mit $j^\mu = (\rho, \vec{j}) = i(\phi^* \partial^\mu \phi - \phi \partial^\mu \phi^*)$
und mit Lösungen für freies Teilchen:

$$\phi = N \cdot e^{-i(p \cdot x)}$$

$E = \pm \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$

ergibt sich

$\rho = 2 \cdot E \cdot |N|^2$

⇒ es gibt Lösungen mit neg. Energie und neg. Wahrscheinlichkeitsdichte!

· Ansatz von Dirac: linearisierte Gleichung

$$\hat{E} \psi = (\vec{\alpha} \cdot \hat{\vec{p}} + \beta \cdot m) \psi \quad \text{Dirac-Glg.}$$

! muss aber relativ. $E - \vec{p}$ -Beziehung reproduzieren!

$$\hat{E}^2 \psi = (\hat{\vec{p}}^2 + m^2) \psi$$

→ Bedingungen an $\vec{\alpha}$ & β

$$\alpha_x^2 = \alpha_y^2 = \alpha_z^2 = \beta^2 \stackrel{!}{=} 1$$

$$\alpha_i \beta + \beta \alpha_i \stackrel{!}{=} 0$$

$$\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i \stackrel{!}{=} 0 \quad i \neq j$$

geht nicht, solange α, β normale Zahlen!

Dirac: $\vec{\alpha}, \beta$ sind 4×4 Matrizen

⇒ ψ ist Objekt mit 4 Komponenten: $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$
 „Dirac-Spinor“

4.1.2 Eigenschaften der Dirac-Gleichung

- $\vec{\alpha}$ und β können beliebig dargestellt werden, solange sie die obige Algebra erfüllen; üblicherweise:

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \bar{\sigma}_i & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \sigma_i = \text{Pauli-Matrizen}$$
$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Konjugation von Spinoren: $\psi \rightarrow \psi^+ = (\psi^*)^T$
- Kontinuitätsgleichung:
$$\vec{\nabla} \cdot (\psi^+ \vec{\alpha} \psi) + \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{(\psi^+ \psi)}_{\text{S Wahrscheinlichkeitsdichte jetzt pos. def. !}} = 0$$
- Hamilton-Operator: $\hat{H} = \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta \cdot m$

- Alternative kovariante Formulierung

Umdefinition der Matrizen

$$\gamma^0 \equiv \beta, \quad \gamma^i \equiv \beta \cdot \alpha_i \rightarrow \gamma^\mu = (\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3)$$

$$\hookrightarrow \text{Algebra} \quad \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$$

Dirac - Gleichung in kovarianter Form:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

In Dirac - Pauli - Darstellung

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ -\sigma_k & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Adjungierter Spinor: } \bar{\psi} = \psi^+ \gamma^0 = (\psi_1^*, \psi_2^*, -\psi_3^*, -\psi_4^*)$$

$$\alpha_x^2 = \alpha_y^2 = \alpha_z^2 = \beta^2 = 1$$

$$\alpha_i \beta + \beta \alpha_i = 0$$

$$\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 0 \quad i \neq j$$

$$\left(\begin{array}{cc} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cc} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right) = 0$$

4.1.3 Lösungen der Dirac-Gleichung

Ansatz: $\psi(\vec{x}, t) = u(E, \vec{p}) \cdot e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} - E \cdot t)}$

→ Dirac-Gleichung für Spinor u : $(\gamma^\mu p_\mu - m) u = 0$

• Teilchen in Ruhe ($\vec{p} = 0$):

$$\gamma^0 \cdot E \quad u = \mathbb{1} \cdot m \cdot u$$

$$\begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix} = m \cdot \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix}$$

→ 4 unabh. Lösungen der diag. Matrix

$$u_1(E, 0) \sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$u_2(E, 0) \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

→ mit $E = m$

$$u_3(E, 0) \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$u_4(E, 0) \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

→ mit $E = -m$ 3. später

$$u_1(E, 0) \sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u_2(E, 0) \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$u_3(E, 0) \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u_4(E, 0) \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Unterschied zwischen u_1 und u_2 : zwei Spin-Eigenzustände

Spin-Operator $\hat{S}_z = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mit $S_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$



$$\boxed{\hat{S}_z u_{1/2} = \pm \frac{1}{2} u_{1/2}}$$

Fermionen (!) mit Spin up/down

- Allgemeine Lösung für $\vec{p} \neq 0$ (entweder durch Booste oder explizit)

$$\begin{aligned}
 u_1 &\sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x + ip_y}{E+m} \end{pmatrix} & u_2 &\sim \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{p_x - ip_y}{E+m} \\ -\frac{p_z}{E+m} \end{pmatrix} \\
 u_3 &\sim \begin{pmatrix} p_z \\ E-m \\ \frac{p_x + ip_y}{E-m} \\ 1 \end{pmatrix} & u_4 &\sim \begin{pmatrix} p_x - ip_y \\ E-m \\ -\frac{p_z}{E-m} \\ 1 \end{pmatrix} \\
 E &= + \sqrt{p^2 + m^2} & E &= - \sqrt{p^2 + m^2}
 \end{aligned}$$

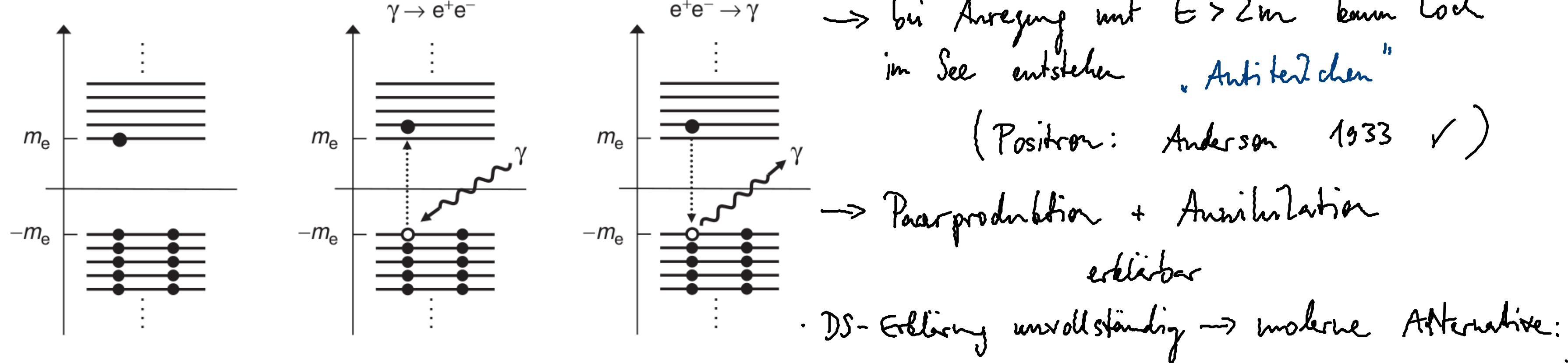
\Rightarrow wieder Lösungen mit negativer Energie?
 \rightsquigarrow 4.1.4

\Rightarrow Unterschied zw. u_1 und u_2 im allg. Fall?
 \rightsquigarrow 4.1.5

4.1.4 Antiteilchen: Feynman - Stückelberg - Interpretation

- Zustände mit negativer Energie werden für Vollständigkeit (etc.) benötigt
↳ können diese nicht als unphysikalisch ignorieren
- Meisterleistung von Dirac: Zustände existieren wirklich!
Warum gehen dann nicht alle $E > 0$ Zustände in $E < 0$ über?

„Dirac - See“: Im Vakuum sind alle $E < 0$ besetzt
+ Pauli - Prinzip für Fermionen



Feynman - Stückelberg - Interpretation:

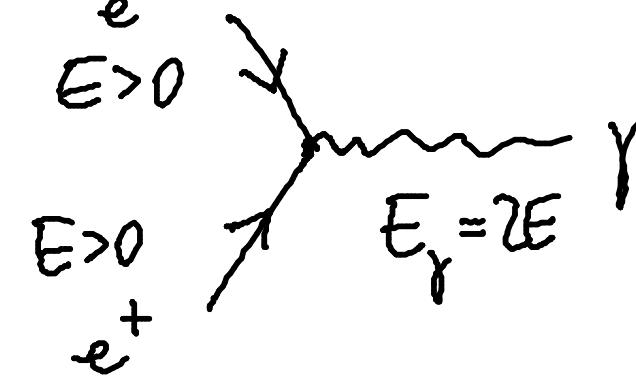
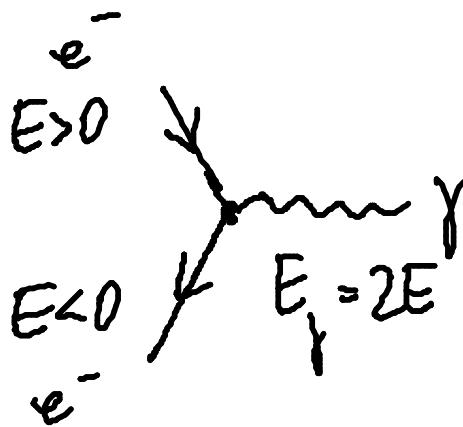
- Lösungen mit negativer Energie

= Teilchen mit negativer Energie, die sich in der Zeit rückwärts bewegen

= Antiteilchen mit positiver Energie, vorwärts

$$\text{Erinnerung } \gamma \sim e^{-iEt} = e^{-i(-E) \cdot (-t)}$$

Beispiel: Annihilation von $e^+ e^- \rightarrow \gamma$



- Mathematisch umgesetzt als Übergang von Teilchenspinoren u_3, u_4 mit $E < 0$ zu Antiteilchenspinoren:

$$v_1(E, \vec{p}) e^{-i(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)} = u_4(-E, \vec{p}) e^{i(-\vec{p} \cdot \vec{x} - (-E) \cdot t)}$$

$$v_2(E, \vec{p}) e^{-i(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)} = u_3(-E, \vec{p}) e^{i(-\vec{p} \cdot \vec{x} - (-E) \cdot t)}$$

$\hookrightarrow u_1, u_2, v_1, v_2$ als 4 math. Lösungen (statt u_1, \dots, u_4)

• Dirac-Gleichung für Anti-Spinoren: $(\gamma^\mu p_\mu + m)v = 0$

\rightarrow Lösungen

$$v_1 \sim \begin{pmatrix} \frac{p_x - i p_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$v_2 \sim \begin{pmatrix} \frac{p_x}{E+m} \\ \frac{p_z + i p_y}{E+m} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4.1.5 Helizität

- bekannt: ruhende bzw. mit p_z bewegte Dirac-Teilchen = Eigenzustände von \hat{S}_z

- allgemein: $[\hat{H}_D = \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta \cdot m, \hat{S}] = i \vec{\alpha} \times \vec{p} \rightarrow$ nicht kompatibel

- bessere Observable um die entarteten \hat{H}_D -Eigenzustände zu unterscheiden?

Helizität $\hat{h} \equiv \frac{\hat{S} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} = \frac{1}{2|\vec{p}|} \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \end{pmatrix} \sum_i \sigma_i \cdot p_i$

(Projektion d. Spinoperators auf normierte Bewegungsrichtung d. Teilchens)

kommutiert mit \hat{H}_D

- Eigenwerte $h u = \pm \frac{1}{2} u$, Eigenzustände $u_+, u_-, v_+, v_- \rightarrow u_\uparrow, u_\downarrow, v_\uparrow, v_\downarrow$
→ später: Übergangsmatrixelemente zw. Quantenzuständen ges. Helizität

$$\hat{h} \equiv \frac{\hat{\vec{s}} \cdot \hat{\vec{p}}}{|\hat{\vec{p}}|} = \frac{1}{2|\hat{\vec{p}}|} \begin{pmatrix} \hat{\vec{\sigma}} \cdot \hat{\vec{p}} & 0 \\ 0 & \hat{\vec{\sigma}} \cdot \hat{\vec{p}} \end{pmatrix} \xrightarrow{\sum_i \sigma_i \cdot p_i}$$

$$\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} (\cdot \cdot) & (\cdot \cdot) \\ (\cdot \cdot) & (\cdot \cdot) \\ (\cdot \cdot) & (\cdot \cdot) \end{pmatrix}$$

$$\hat{\vec{\sigma}} \cdot \hat{\vec{p}} = \underbrace{\sigma_1 \cdot p_1 + \sigma_2 \cdot p_2 + \sigma_3 \cdot p_3}_{(\cdot \cdot) \cdot p_1}$$

- Zusammenhang mit Chiralitätsoperator $\gamma^5 \rightarrow$ Übung
- Achtung: h nicht Lorentz-invariant! (kann durch Boost gedreht werden)

4.2 TEILCHENBILD DER WECHSELWIRKUNGEN

(am Beispiel der
(Quanten)Elektrodynamik)

2 Grundlagen für Teilchenbild der WW

klassische ED:
Eichfreiheit

$$A^\mu = (\phi, -\vec{A})$$

Quantenmechanik:
freie Phasenwahl

- \vec{E} und \vec{B} durch Potentiale ϕ, \vec{A}
 \hookrightarrow Maxwell: $\partial_\mu \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu (\partial_\mu A^\mu) \sim j^\nu$
- Eichfreiheit: physik. Gesetze unverändert unter
 - $\phi \rightarrow \phi' = \phi - \frac{\partial \theta}{\partial t}$
 - $\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \theta$
$$\left. \begin{array}{l} \phi \rightarrow \phi' = \phi - \frac{\partial \theta}{\partial t} \\ \vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \theta \end{array} \right\} A^\mu' = A^\mu - \partial^\mu \theta$$
- Physikalische Gesetze unverändert unter Phasentrafo $\psi \rightarrow \psi' = e^{i\theta} \psi$

$$\begin{aligned}\phi &\rightarrow \phi' = \phi - \frac{\partial \theta}{\partial t} \\ \vec{A} &\rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \theta\end{aligned}\left. \right\} A^\mu = A^\mu - \partial^\mu \theta$$

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\theta} \psi$$

4.2.1 Lokale Gleichsymmetrie in der Dirac-Gleichung

- 1 Schritt weiter als QM: physikalische Gesetze sollen sogar unter einer lokalen Gch-Transformation invariant sein

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iq\theta(x)} \psi(x)$$

$$\text{Prinzip Dirac-Gleichung: } i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \psi = 0 \rightarrow i \gamma^\mu (\partial_\mu + \boxed{i q \partial_\mu \theta(x)}) \psi - m \psi = 0$$

↳ Extra-Term \downarrow

- geforderte Invarianz nur erfüllbar durch Erweiterung der Dirac-Glg um WW-Term

$$i \gamma^\mu (\partial_\mu + iq A_\mu) \psi - m \psi = 0$$

↳ neues Feld, das wir als Photon interpretieren werden

mit „bekannter“ Trafo $A^\mu' = A^\mu - \partial^\mu \theta$ ↳ lokale Einvarianz

4.2.2 Das Photonfeld A_p

→ Lässt sich das Feld A_p und als (freies) Teilchen interpretieren?

Ja! A_p beschreibt das Quant der el.-magn. Ww (Photon)

- Bew.-gleichung

$$\square A^r = 0 \quad (\text{in Lorenz-Gleichg + ohne } j^r)$$

$$\hookrightarrow A^r(x, p) = \epsilon^r(p) \cdot e^{-ip \cdot x}$$

\downarrow

„Polarisationsvektor“ des EM-Feldes

4.3 FEYNMAN - DIAGRAMME

- Bewegungsgleichung ergibt sich aus folgender Lagrangedichte:

$$\mathcal{L} = i \bar{\psi} \gamma^\mu (\partial_\mu + iq A_\mu) \psi$$

→ Potential V das wir für Übergangsmatrixelemente benötigen:

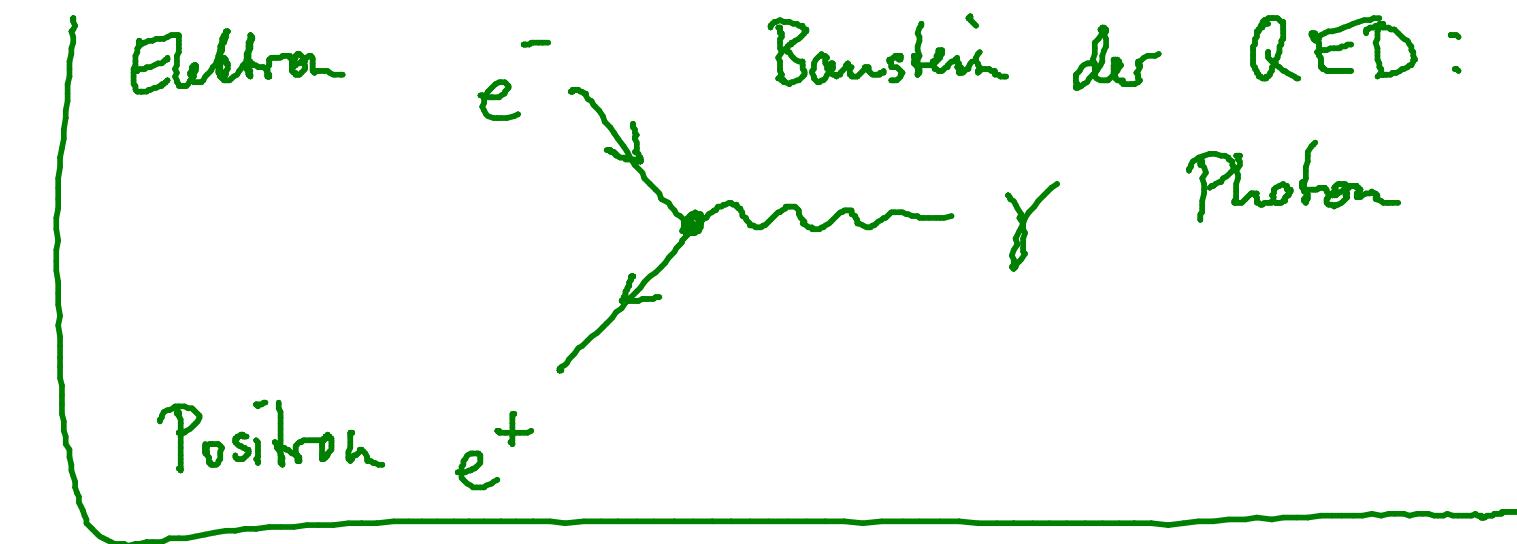
$$|M_{fi}|^2 = |\langle f | V | i \rangle|^2$$

Wie berechnen wir dieses Matrixelement im WW-Tatzen-Bild?

- Grundidee: (i) Zeichne alle möglichen Diagramme, für die i und f mit bestimmten Bausteinen verbunden werden können. („Feynman-Diagramme“)

(ii) Diagramm $\xrightarrow[\text{(statt QFT)}]{\text{Kochrezept}}$ komplexe Zahl = M_{fi}

• Beispiel

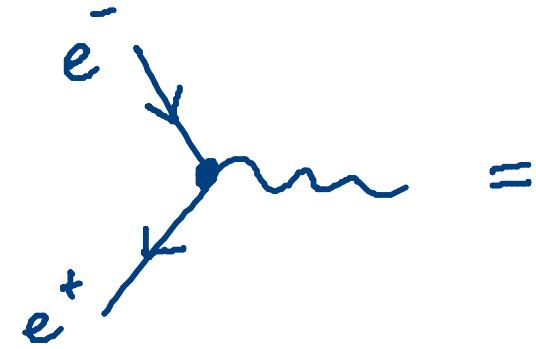


$$\hookrightarrow |M_{fi}|^2 = \left| e^- \begin{array}{c} \nearrow \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} e^+ + e^- \begin{array}{c} \nearrow \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} e^+ + \dots + \dots \right|^2$$

Handwritten Feynman diagrammatic expansion of the scattering amplitude. The expression shows the sum of all possible diagrams for the annihilation of an electron-positron pair into two final state particles. The diagrams are connected by plus signs, and ellipses indicate higher-order terms.

• Problem: Es gibt beliebig viele Diagramme!

Lösung: die komplizierteren Diagramme tragen kaum bei, weil:


$$-ie\gamma^\mu \sim \sqrt{\alpha} \approx \sqrt{\frac{1}{137}}$$

⇒ mit jedem zusätzlichen Vertex wird $|M_{fi}|^2$ um $\frac{1}{137}$ unterdrückt

⇒ „Störungsreihe“ kann abgebrochen werden

- In diesem Kurs: nur Diagramme der niedrigste Ordnung mit der $i \rightarrow f$ möglich ist
- Für jede WW gibt es eigene Bausteine und Regeln
→ wir betrachten erstmal die für QED

4.3.1 Feynman - Regeln der QED

- Feynman - Diagramme bestehen aus 3 Teilen:

(i) Äußere Linien (ein- und austretende Teilchen einer Stromung)

[Art]

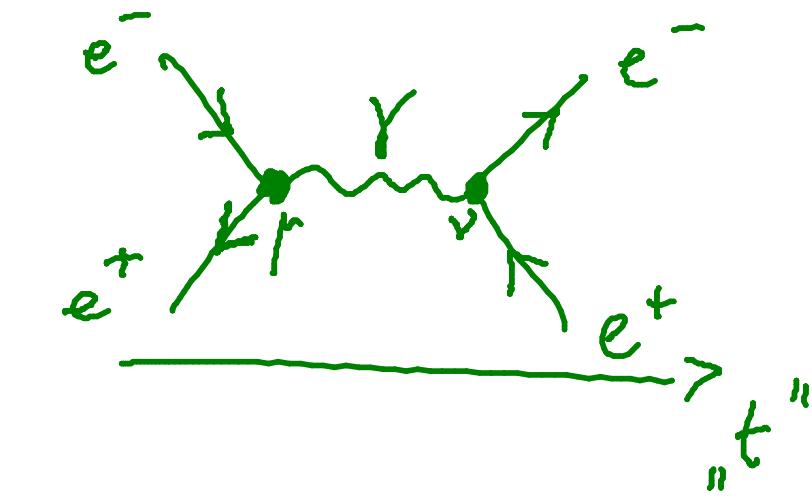
[Diagramm]

[Formel]

später
(gleich)

einlaufendes Fermion	$\rightarrow \bullet$
austretendes Fermion	$\bullet \rightarrow$
einlaufendes Antifermion	$\leftarrow \bullet$
austretendes Antifermion	$\bullet \leftarrow$
einlaufendes Photon	$\sim\!\!\! \sim \bullet \mu$
austretendes Photon	$\mu \sim\!\!\! \sim$

$$\begin{aligned} u(p) \\ \bar{u}(p) \\ \bar{v}(p) \\ v(p) \\ \epsilon_\mu(p) \\ \epsilon_\mu^*(p) \end{aligned}$$



(ii) innere Linie (intermediäre Teilchen, „Propagatoren“)

Photon - Propagator $\mu \sim\!\!\! \sim \nu$

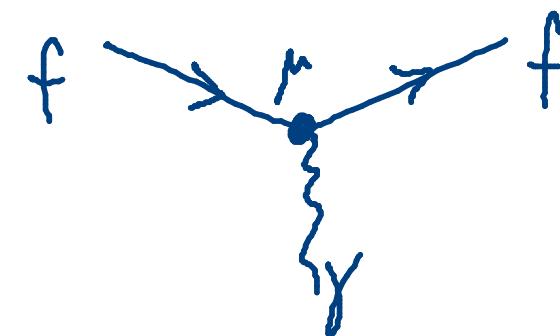
$$- \frac{i g \mu^\nu}{p^2}$$

Fermionen - propagator $\bullet \sim\!\!\! \sim$

$$(\pm i) \frac{(Y^\mu_p p_\mu + m)}{p^2 - m^2}$$

(iii) Interaktionspunkte („Vertices“)

QED - Vertex



$$-i Q_f e \cdot \gamma^\mu$$

(+ rotierte Varianten \rangle_m und \langle_l)

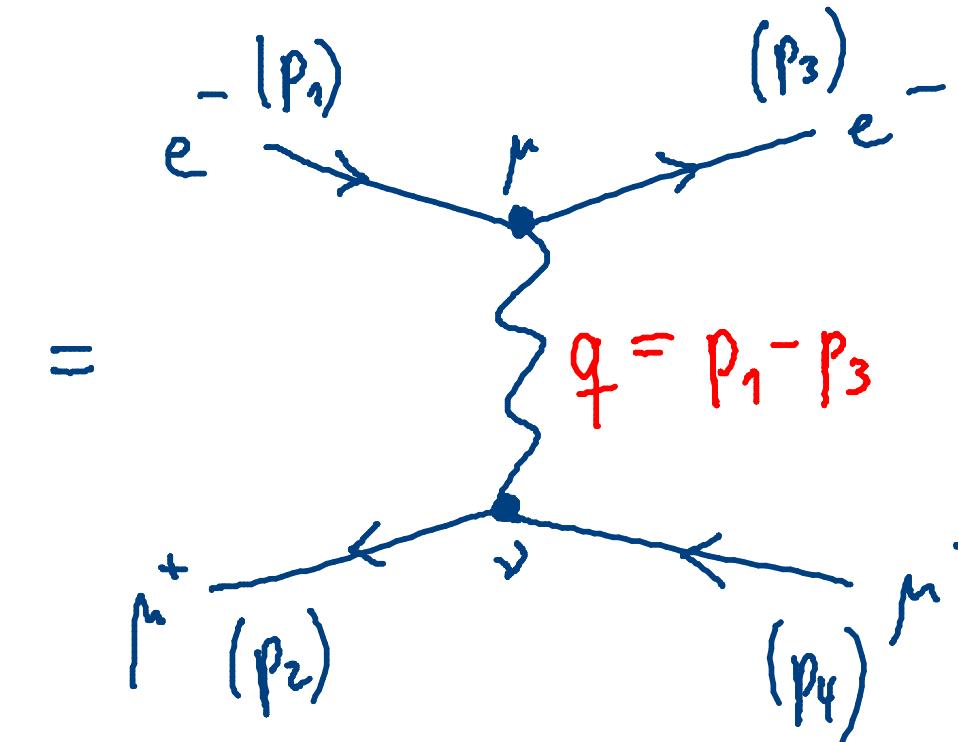
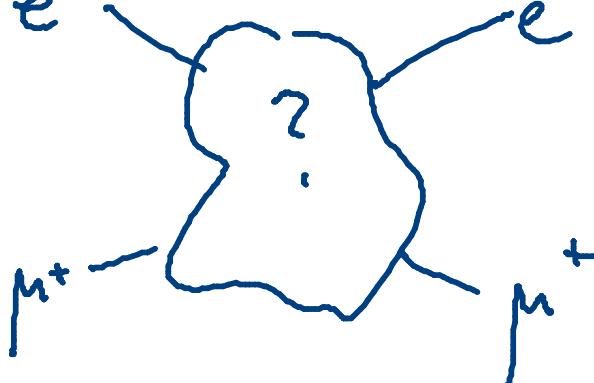
Berechnung: $-i M_{fi} = \text{Produkt der Einzelterme}$

Achtung: Reihenfolge! $(\gamma\text{-Matrizen, Spine})$

↳ Jede Fermionentlinie entgegen der Pfeilrichtung „ablaufen“

4.3.2 Beispiele

$$e^- \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+$$



1. Fermionlinie (Elektron):

$$\bar{u}(p_3) (+ie\gamma^\mu) u(p_1)$$

2. Fermionlinie (Moyon)

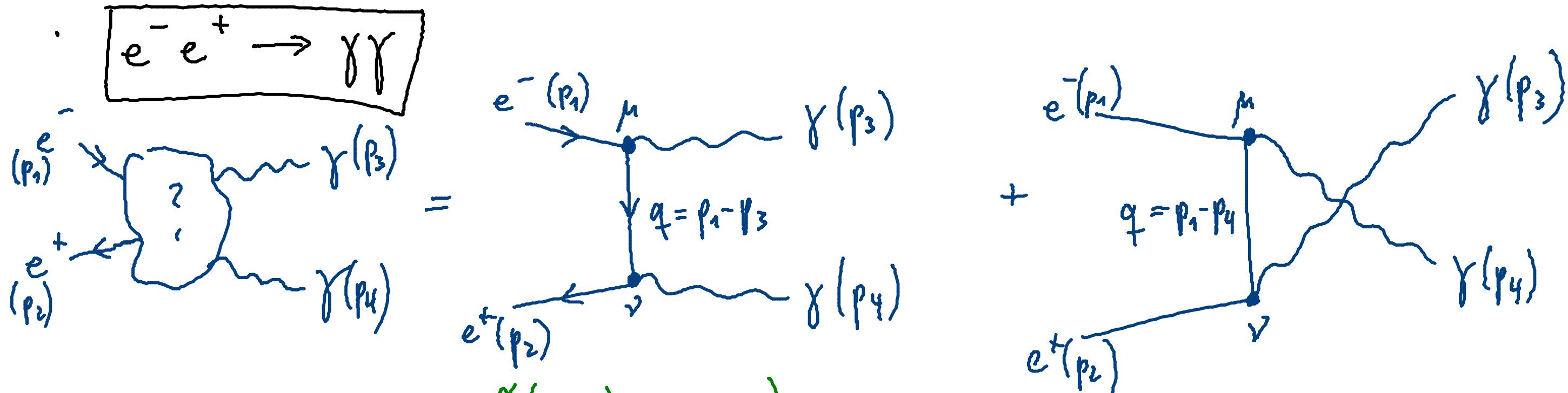
$$\bar{v}(p_2) (+ie\gamma^\nu) v(p_4)$$

3. Photon - Propagator

$$-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} = -i \frac{g_{\mu\nu}}{(p_1 - p_3)^2}$$

$$(\dots) (\gamma^\mu) (\gamma^\nu) (\dots)$$

$$-i M_{fi} = [\bar{u}(p_3) (ie\gamma^\mu) u(p_1)] \frac{-i g_{\mu\nu}}{(p_1 - p_3)^2} [\bar{v}(p_2) (ie\gamma^\nu) v(p_4)]$$



$$\begin{aligned}
 -iM_{fi} &= \bar{v}(p_2) (ie\gamma^\nu) \left(-i \frac{\gamma^\alpha (p_1 - p_3)_\alpha + m}{(p_1 - p_3)^2 - m^2} \right) (ie\gamma^\mu) u(p_1) \ \epsilon_\mu^*(p_3) \ \epsilon_\nu^*(p_4) \quad + \\
 &\quad \bar{v}(p_2) (ie\gamma^\nu) \left(-i \frac{\gamma^\alpha (p_1 - p_4)_\alpha + m}{(p_1 - p_4)^2 - m^2} \right) (ie\gamma^\mu) u(p_1) \ \epsilon_\mu^*(p_4) \ \epsilon_\nu^*(p_3)
 \end{aligned}$$

Achtung: bei mehreren Diagrammen koherent addieren:

$$|M|^2 = |\text{Diagram A} + \text{Diagram B}|^2 \neq |\text{Diagram A}|^2 + |\text{Diagram B}|^2$$

4.3.3 Eigenschaften von Feynman-Diagrammen

- „niedrigste Ordnung“: Diagramme die den gg. Anfangs- & Endzustand mit minimaler Zahl von Vertices verbinden
(= geringste Potenz von Kopplungskonstanten α)
- Teilchen/Antiteilchen ergibt sich aus Pfeirichtung bzgl. der „Zeit“-achse (hier: horizontal)
- an allen Vertices gilt Energie/Impuls erhalten & Ladungserhaltung
- innere Linien $\rightarrow \frac{1}{p^2 - m^2}$ - Terme in Propagatoren

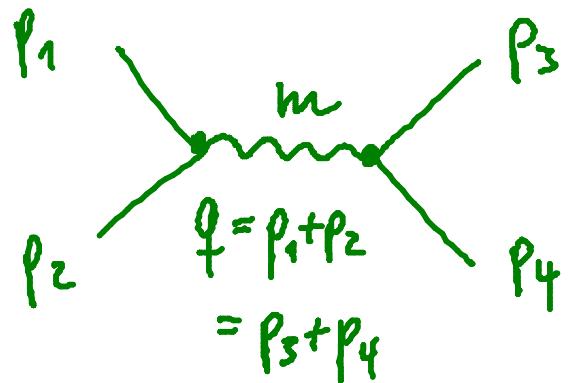
• innere Linien $\rightarrow \frac{1}{p^2 - m^2 + \dots}$ - Terme in Propagatoren

falls Zusammenhang mit Mandelstam-Variablen $p^2 = s, t, u$ (\rightarrow „s, t, u - Kanal“)

\Rightarrow Besonders groß bei „Resonanz“-Kinematik, d.h. falls $p^2 \approx m^2$

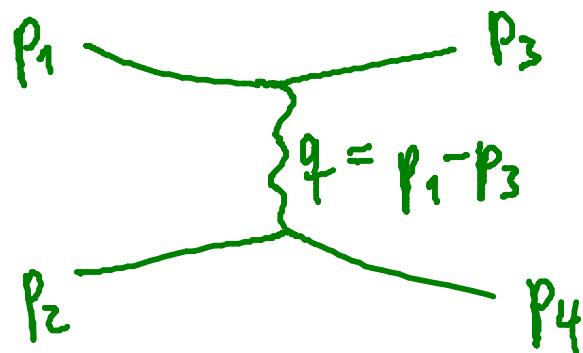
z.B.

s - Kanal



resonant bei $s^2 = (p_3 + p_4)^2 \approx m^2$

t - Kanal



resonant bei $t^2 = (p_1 - p_3)^2 \approx m^2$

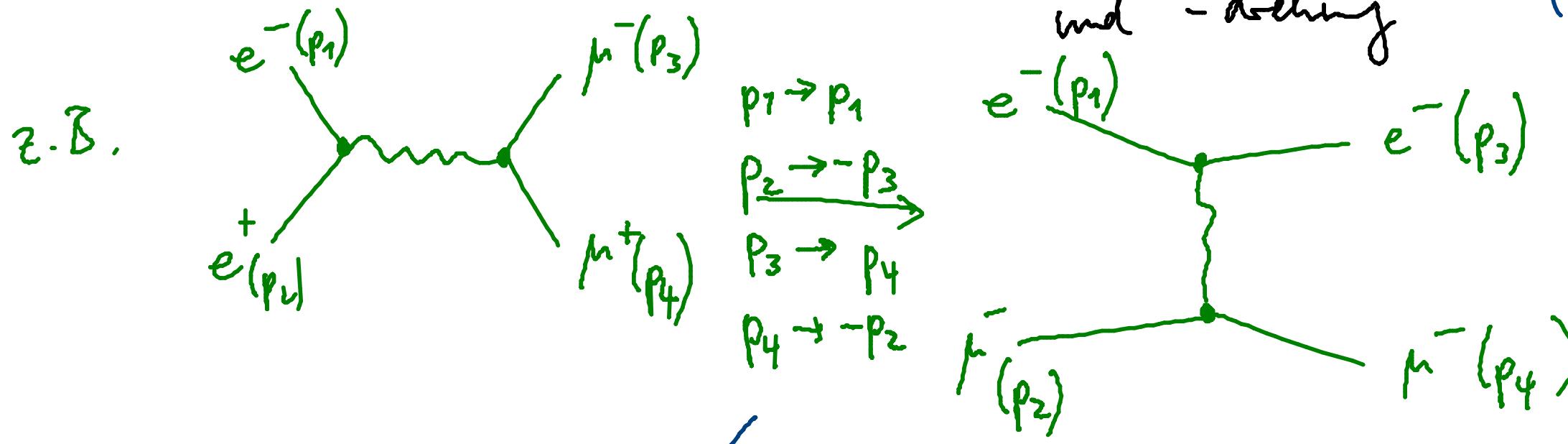
• Crossing - Symmetrie

Für erlaubten Prozess $A + \bar{C} \rightarrow \bar{B} + D$ sind auch immer alle Prozesse erlaubt, wo Teilchen als Antiteilchen auf die andere Seite geschoben werden

z.B. $A + \bar{C} \rightarrow \bar{B} + D$ oder
 $A \rightarrow C + D + \bar{B}$

(modulo Kinematik)

$\rightarrow |M|^2$ wieder verwendbar mit entspr. Impulssubstitutionen (\cong Tausch von Mandelstam - Variablen)



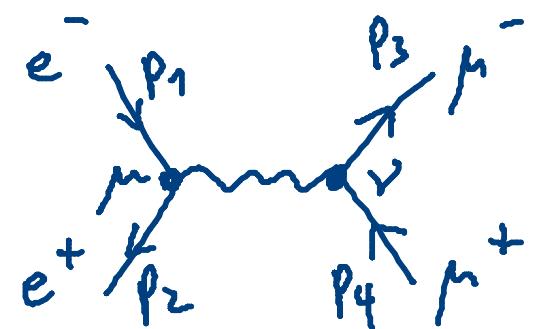
Effekt auf Mandelstam - Variablen

s. Übung

4.4 ANSCHLIEßENDE AUSWERTUNG VON $|M|^2$ AM BSP. VON ELEKTRON-POSITRON-ANNAHILATION

$$(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)$$

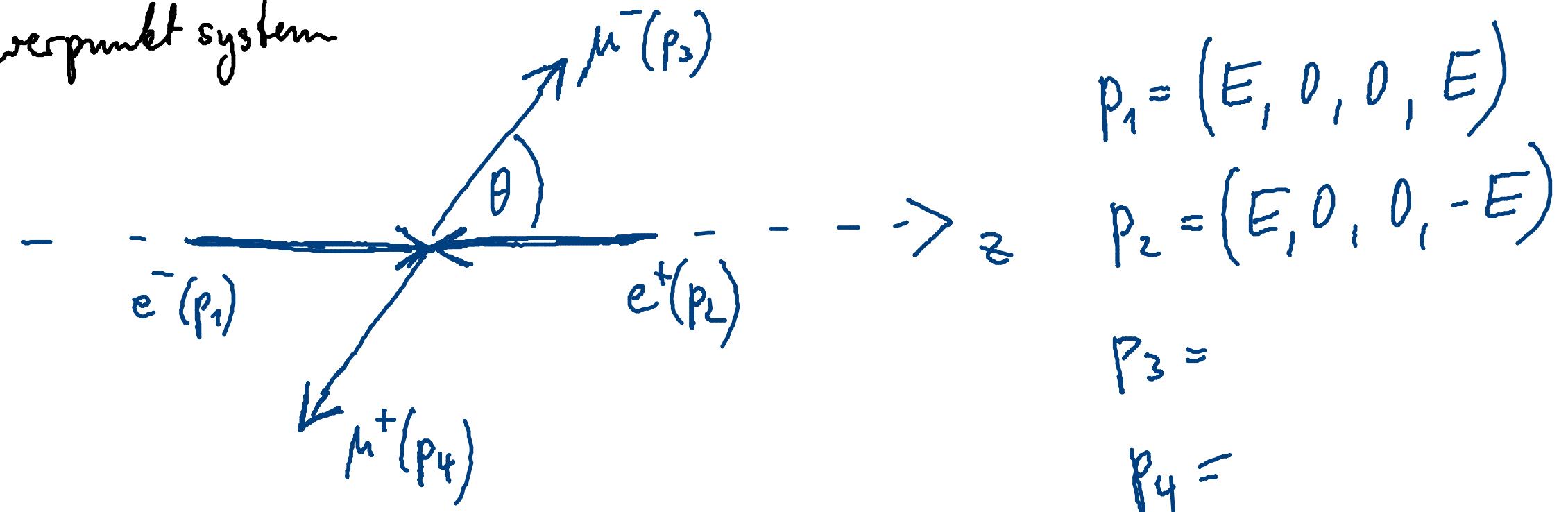
Feynman-Diagramm:



$$\rightarrow (\dots) \left(\begin{array}{c} \dots \\ \vdots (f_0) \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} \dots \\ \vdots (f') \end{array} \right) \cdot (\dots)$$

Matrixelement $M = \bar{v}(p_2) i \epsilon g^\mu u(p_1) \cdot \frac{g_{\mu\nu}}{(p_1 + p_2)^2} (\bar{u}(p_3) i \epsilon g^\nu v(p_4))$

Kinematik: Schwerpunktssystem



• Unimutik im Schwerpunktssystem:

$$\text{ME: } M = \bar{v}(p_2) i \epsilon \gamma^\mu u(p_1) \frac{q_{\mu\nu}}{(p_1 + p_2)^2} \bar{u}(p_3) i \epsilon \gamma^\nu v(p_4)$$

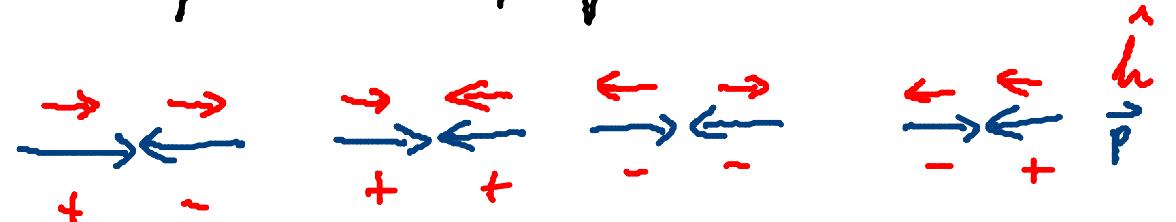
↳ Welchen Spinor $u(p_1)$ etc. setze ich jetzt ein?

Erinnerung: zwei Lösungen für u , zwei für v
mit definierter Helizität

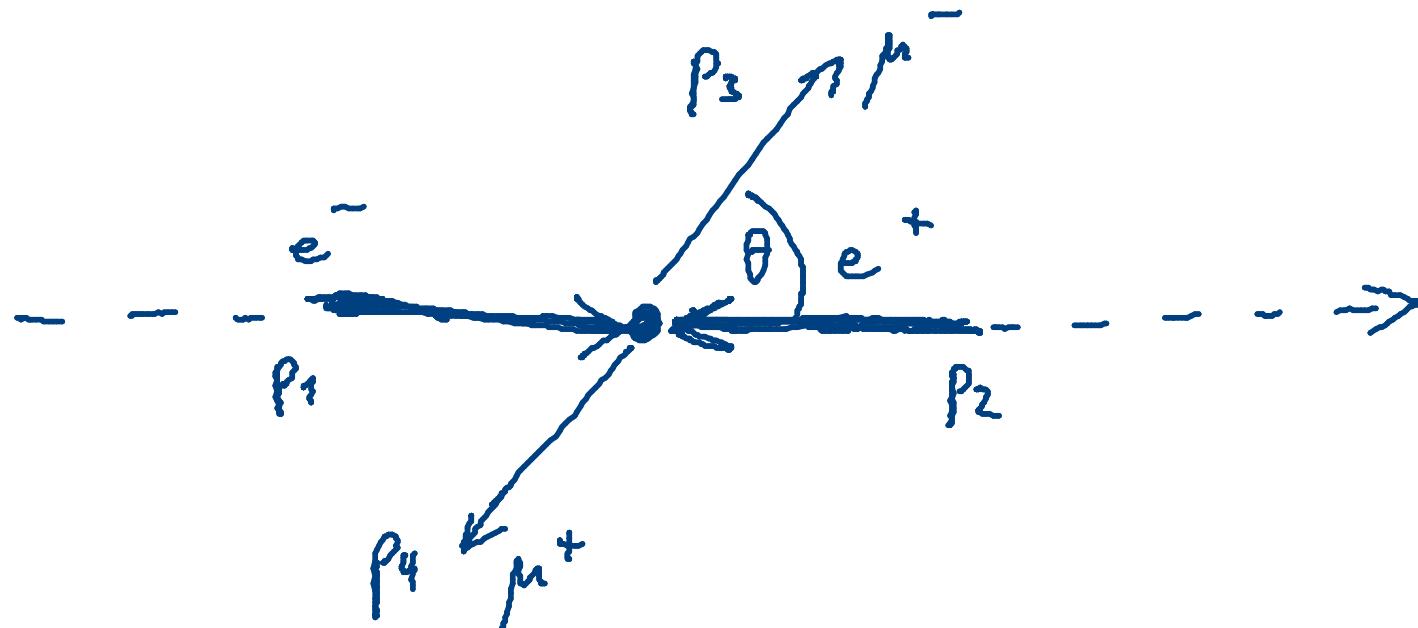
$$\hat{h} u_\pm = \pm \frac{1}{2} u_\pm$$

$$\hat{h} v_\pm = \mp \frac{1}{2} v_\pm$$

↳ vier mögliche Anfangszustände:



+ vier mögliche Endzustände (analog) $\Rightarrow 16$ Prozesse!



$$p_1 = (E, 0, 0, E)$$

$$p_2 = (E, 0, 0, -E)$$

$$p_3 = (E, E \cdot \sin \theta, 0, E \cdot \cos \theta)$$

$$p_4 = (E, -E \sin \theta, 0, -E \cos \theta)$$

Annahme:
 $\phi = 0, \pi$
 $(\sigma B dA)$

- Welche davon messen wir?

Angenommene **unpolarisierte** Messung: Alle!

↪ Summe über Helizitäten der Endzustände, Mittelung über Anfangszustände

$$\langle |M_{fi}|^2 \rangle = \frac{1}{4} \cdot \left(|M_{++ \rightarrow ++}|^2 + |M_{++ \rightarrow +-}|^2 + \dots \right) = \frac{1}{4} \sum_{\substack{\lambda_1, \lambda_2 \\ \lambda_3, \lambda_4}} |M_{\lambda_1 \lambda_2 \rightarrow \lambda_3 \lambda_4}|^2$$

- Für Berechnung von $M_{\lambda_1 \lambda_2 \rightarrow \lambda_3 \lambda_4}$ benötigen wir Spinzustände des Typs

$$j_{\lambda_3 \lambda_4} \equiv \bar{u}_{\lambda_3}(p_3) \gamma^\mu v_{\lambda_4}(p_4)$$

$$s = \sin \frac{\theta}{2}$$

$$c = \cos \frac{\theta}{2}$$

$$u_+ \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} c \\ se^{i\phi} \\ c \\ se^{i\phi} \end{pmatrix}, \quad u_- \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} -s \\ ce^{i\phi} \\ s \\ -ce^{i\phi} \end{pmatrix}, \quad v_+ \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} s \\ -ce^{i\phi} \\ -s \\ ce^{i\phi} \end{pmatrix} \text{ and } v_- \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} se^{i\phi} \\ c \\ se^{i\phi} \end{pmatrix}.$$

in unserer Kinematik

$$u_+(p_1) = \sqrt{E} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v_+(p_2) = \sqrt{E} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$u_+(p_3) = \sqrt{E} \cdot \begin{pmatrix} c \\ s \\ c \\ s \end{pmatrix}$$

$$v_+(p_4) = \sqrt{E} \cdot \begin{pmatrix} c \\ s \\ -c \\ -s \end{pmatrix}$$

$$u_-(p_1) = \sqrt{E} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$v_-(p_2) = \sqrt{E} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$u_-(p_3) = \sqrt{E} \cdot \begin{pmatrix} -s \\ c \\ s \\ -c \end{pmatrix}$$

$$v_-(p_4) = \sqrt{E} \cdot \begin{pmatrix} -s \\ c \\ s \\ -c \end{pmatrix}$$

Helizitäts-EZ im ultrarelativ. Limit ($m \ll E$)

$$u_+ \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} c \\ se^{i\phi} \\ c \\ se^{i\phi} \end{pmatrix}, u_- \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} -s \\ ce^{i\phi} \\ s \\ -ce^{i\phi} \end{pmatrix}, v_+ \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} s \\ -ce^{i\phi} \\ -s \\ ce^{i\phi} \end{pmatrix} \text{ and } v_- \approx \sqrt{E} \begin{pmatrix} c \\ se^{i\phi} \\ c \\ se^{i\phi} \end{pmatrix}.$$

$$p_1: \theta = 0, \phi = 0$$

$$p_2: \theta = \pi, \phi = \pi$$

· Auswertung der Spinorprodukte:

$$j_{\lambda_3 \lambda_4} = \bar{u}_{\lambda_3}(p_3) \gamma^\mu v_{\lambda_4}(p_4) = (u_\lambda^*(p_3))^T \cdot \gamma^0 \cdot \gamma^1 \cdot v_{\lambda_4}(p_4) \rightarrow 16 \text{ mal} \\ (4 \times \nu, 2 \times \lambda_3, 2 \times \lambda_4)$$

$$\text{z.B. } j_{+-}^3 = \sqrt{E} (c, s, c, s) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \sqrt{E} \begin{pmatrix} s \\ -c \\ s \\ -c \end{pmatrix} = 4 \cdot E \cdot s \cdot c = (2E \sin \theta)^3$$

$\hookrightarrow \mu^+ \mu^-$ -Strom

$$j_{+-} = 2E(0, -\cos\theta, i, (\sin\theta))$$

$$\pm\pm = (0, 0, 0, 0)$$

$$j_{-+} = 2E(0, -\cos\theta, -i, \sin\theta)$$

$e^- e^+$ -Strom

$$j_{+-} = 2E(0, -1, -i, 0)$$

$$\pm\pm = 0$$

$$j_{-+} = 2E(0, -1, i, 0)$$

zusammengefasst

$$M_{\lambda_1 \lambda_2 \rightarrow \lambda_3 \lambda_4} = -\frac{e^2}{s} \underbrace{\bar{v}_{\lambda_2}(p_2) \gamma^\mu u_{\lambda_1}(p_1)}_{j_{\lambda_1 \lambda_2}^\mu (ee)} \cdot \underbrace{\bar{u}_{\lambda_3}(p_3) \gamma_\mu v_{\lambda_4}(p_4)}_{j_{\lambda_3 \lambda_4}^\mu (pp)}$$

$$\text{z.B. } |M_{+- \rightarrow +-}|^2 = (4\pi\alpha)^2 (1 + \cos\theta)^2 = |M_{-+ \rightarrow -+}|^2$$

$$|M_{+- \rightarrow -+}|^2 = (4\pi\alpha)^2 (1 - \cos\theta)^2 = |M_{-+ \rightarrow +-}|^2$$

alle anderen

$$= 0 !$$

$$\Rightarrow \boxed{\langle |M_{fi}|^2 \rangle = (4\pi\alpha)^2 (1 + \cos^2\theta)}$$

- Für Vergleich mit Experiment:
Einsetzen in diff. Wirkungsquerschnitt (z.B. im SP-System)

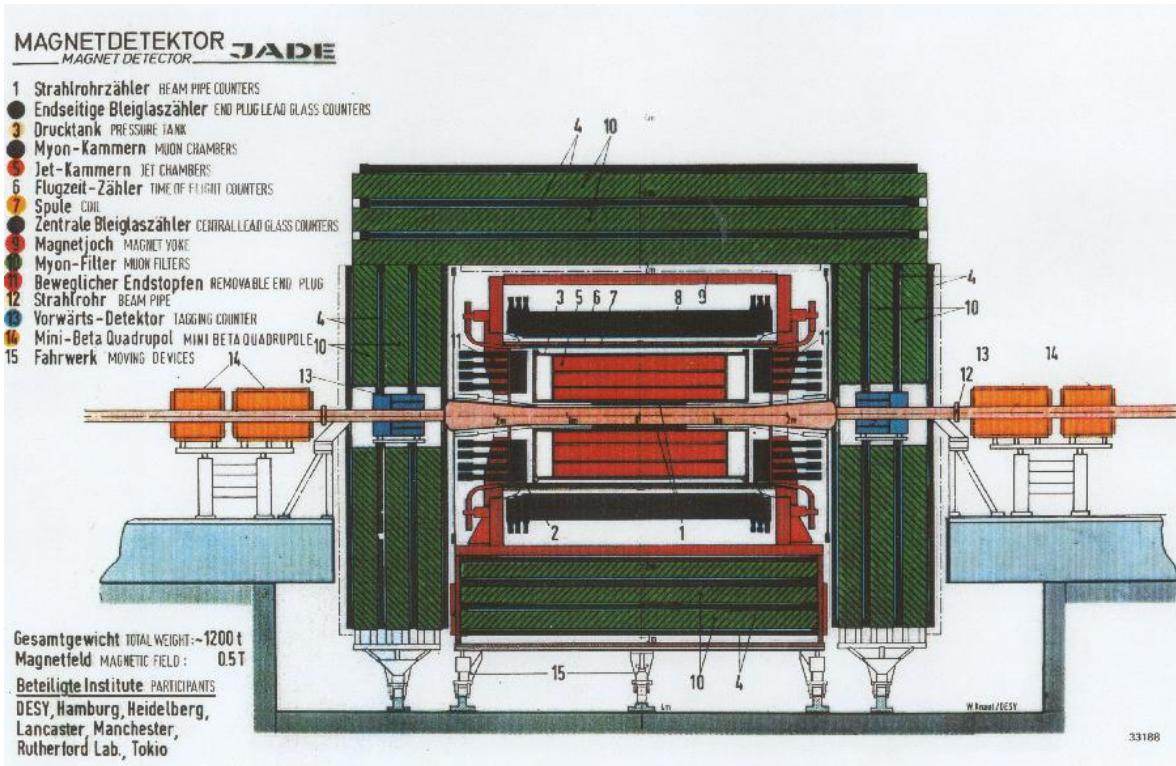
$$\Rightarrow \langle |M_{fi}|^2 \rangle = (4\pi\alpha)^2 (1 + \cos^2 \theta)$$

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{d\sigma}{d\Omega} \right\rangle &= \frac{1}{64\pi^2 s} \cdot \frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|} \cdot \left\langle |M_{fi}|^2 \right\rangle \\ &= \frac{\alpha^2}{4s} \cdot (1 + \cos^2 \theta) \end{aligned}$$

s. VL 3.3 und Übung 2.3

$$|\vec{p}_f| \stackrel{!}{=} |\vec{p}_i| = E$$

- Experimentelle Daten von Jade ($\sqrt{s} = 34.4 \text{ GeV}$)
 - Jade: 1979 - 1986 am PETRA-Beschleuniger



- Winkelverteilung

Z. Phys. C - Particles and Fields 26, 507-513 (1985)

Zeitschrift
für Physik C
Particles
and Fields
© Springer-Verlag 1985

New Results on $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ from the JADE Detector at PETRA

JADE Collaboration

W. Bartel, L. Becker, C. Bowdery¹, C. Cords², R. Felst, D. Haidt, H. Junge³, G. Knies, H. Krehbiel,
P. Laurikainen⁴, R. Meinke, B. Naroska, J. Olsson, E. Pietarinen⁴, D. Schmidt, P. Steffen⁵
Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, D-2000 Hamburg, Federal Republic of Germany

G. Dietrich, G. Heinzelmann, H. Kado, M. Kuhlen, T. Mashimo, K. Meier, A. Petersen,
U. Schneekloth, G. Weber

II. Institut für Experimentalphysik der Universität, D-2000 Hamburg, Federal Republic of Germany

K. Ambrus, S. Bethke, A. Dieckmann, J. Heintze, K.H. Hellenbrand, R.D. Heuer⁵, S. Komamiya,
J. von Krogh, P. Lennert, H. Matsumura, H. Rieseberg, J. Spitzer, A. Wagner
Physikalisches Institut der Universität, D-6900 Heidelberg, Federal Republic of Germany

A. Finch, F. Foster, G. Hughes, T. Nozaki⁶, J. Nye
University of Lancaster, Lancaster LA1 4YB, UK

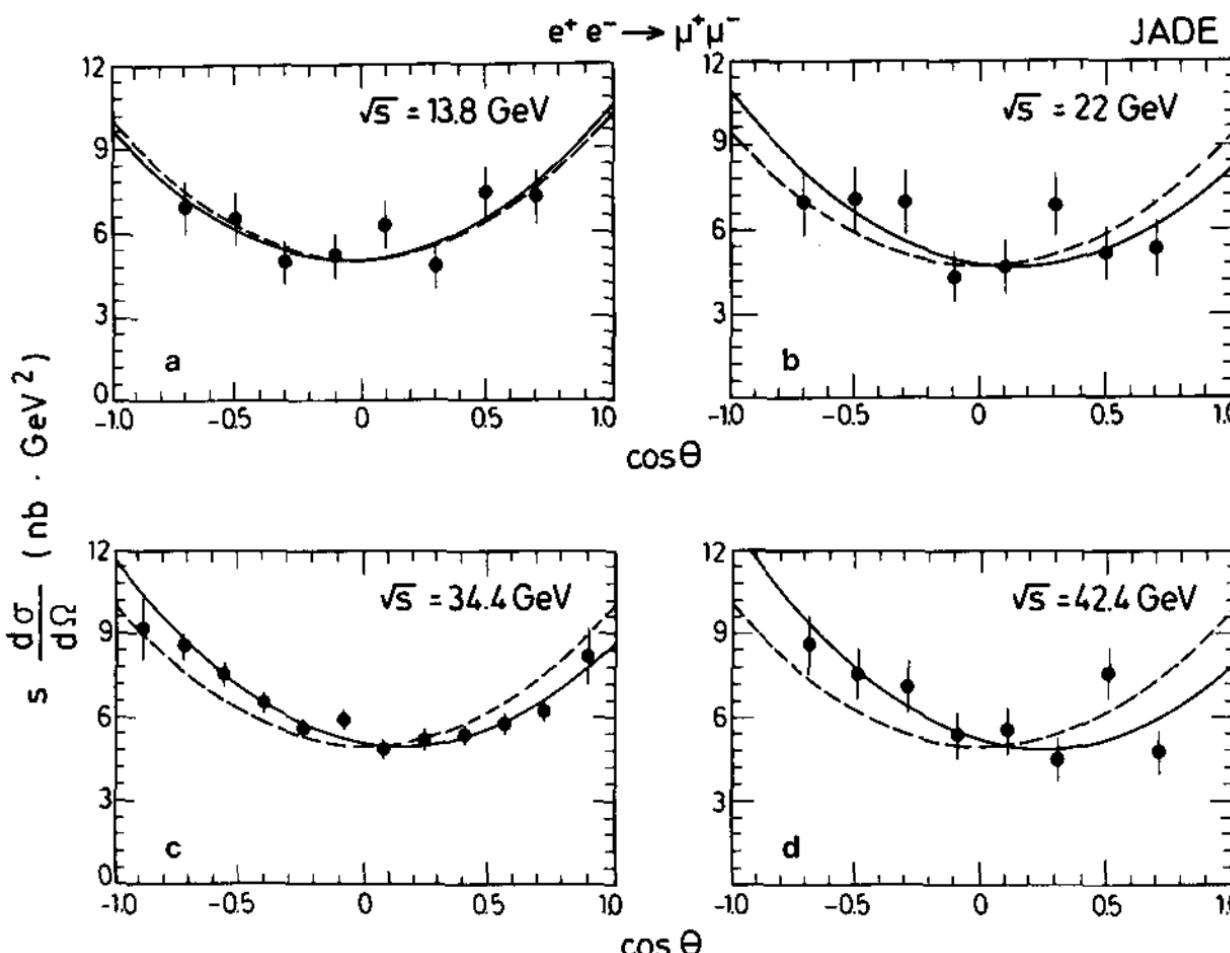
J. Allison, J. Baines, A.H. Ball, R.J. Barlow, J. Chrin, I.P. Duerdoth, T. Greenshaw, P. Hill,
F.K. Loebinger, A.A. Macbeth, H. McCann, H.E. Mills, P.G. Murphy, K. Stephens, P. Warming
University of Manchester, Manchester M13 9PL, UK

R.G. Glasser, B. Sechi-Zorn, J.A.J. Skard, S.R. Wagner, G.T. Zorn
University of Maryland, MD 20742, USA

S.L. Cartwright, D. Clarke, R. Marshall, R.P. Middleton, J.B. Whittaker
Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, Didcot, Oxon OX11 0QX, UK

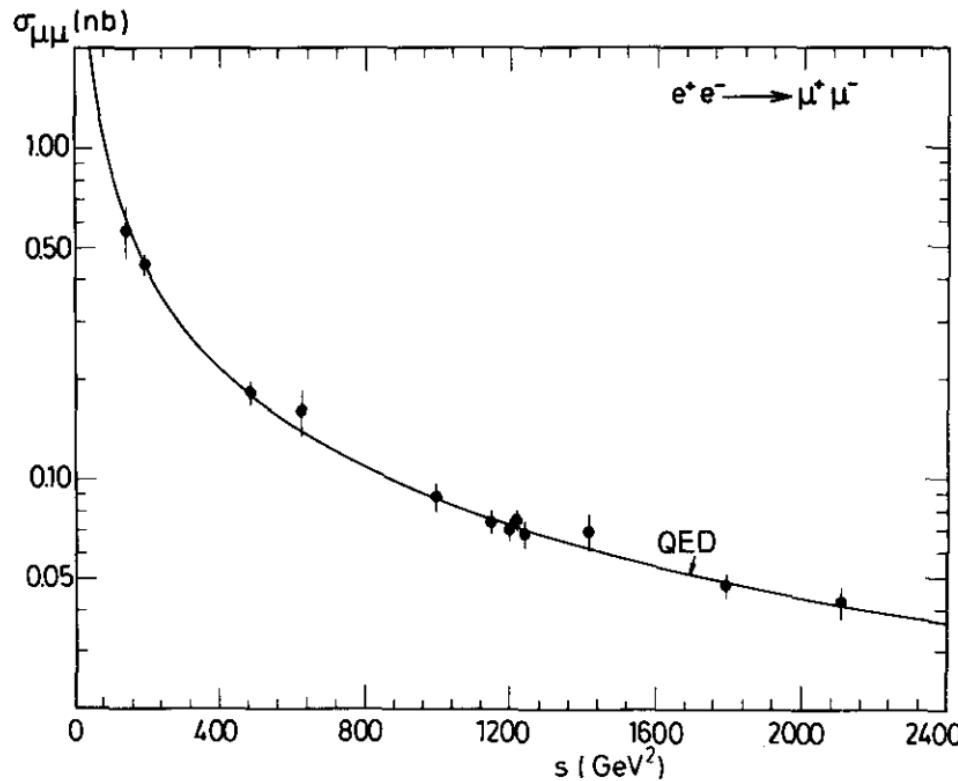
J. Kanzaki, T. Kawamoto, T. Kobayashi, M. Koshiba, M. Minowa, M. Nozaki, S. Orito, A. Sato,
H. Takeda, T. Takeshita, Y. Totuka, S. Yamada
Laboratory of International Collaboration on Elementary Particle Physics and Department of Physics, University of Tokyo, Japan

Received 28 August 1984



$$= \frac{\alpha^2}{4s} \cdot (1 + \cos^2 \theta)$$

- Totaler Wirkungsquerschnitt σ



5. DAS STANDARD MODELL DER TEILCHENPHYSIK

• Grundprinzipien

- Materienteilchen = Fermionen, Bew.-glg. = Dirac
- Wechselwirkung = entsteht aus Einsymmetrie-Forschung für die Teilchen, die eine Ladung tragen

• Offene Fragen:

- Warum gibt es drei Generationen?
↳ wird nicht beantwortet werden! → exp. Befund
- Andere Wechselwirkungen jenseits der el.-Kugel?

5.1 ZUSAMMENFASSUNG QED

- Lokale Einsymmetrie unter

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iq\theta(x)} \psi(x)$$

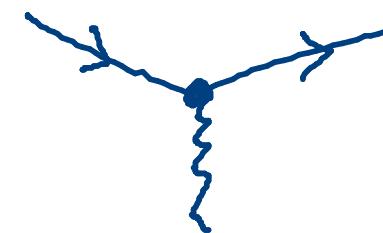
$$A^\mu(x) \rightarrow A'^\mu(x) = A^\mu(x) - \partial^\mu \theta(x)$$

erzielt mit modifizierter

$$\text{Dirac-}\bar{\psi} \quad i\gamma^\mu (\partial_\mu + iq A_\mu) \psi - m\psi = 0$$

bzw. Lagrangedichte $\mathcal{L} = \underline{i} \bar{\psi} \underline{\gamma^\mu} (\partial_\mu + iq \underline{A}_\mu) \psi - \underline{m} \bar{\psi} \underline{\psi} = 0$

\Rightarrow Wechselwirkung einführt


$$= -ie\gamma^\mu$$

\Rightarrow Feynman-Regeln $\Rightarrow |\mathcal{M}|^2 \Rightarrow$ Phänomenologie

5.2 DIE STARKE WECHSELWIRKUNG: QUANTEN CHROMODYNAMIK

weitere Wechselwirkungen entstehen nach dem gleichen Prinzip,

aber mit anderer Ladung und anderer Eichsymmetrie

QED

$$q \longrightarrow q_s \cdot \hat{T}_a = 3 \times 3 \text{ Matrizen} \quad a = 1 \dots 8$$

\Rightarrow Eichtransformation

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i g_s \cdot \hat{T}_a \cdot \theta_a(x)} \cdot \psi(x)$$

3x3 Matrix 3 Komponenten!

\Rightarrow stark wechselwirkende Fermionen bekommen zusätzliche Struktur = starke Ladung
 („Farbladung“)

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_{\text{rot}} \\ \psi_{\text{grün}} \\ \psi_{\text{blau}} \end{pmatrix}$$

$$\hat{T}_a = \frac{1}{2} \lambda_a$$

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

(Gell-Mann-Matrizen)

- Bedeutung der Gichttransformation? Rotation im „Farb“raum:

$$\lambda_1 \cdot \vec{q}_{\text{rot}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{q}_{\text{grün}}$$

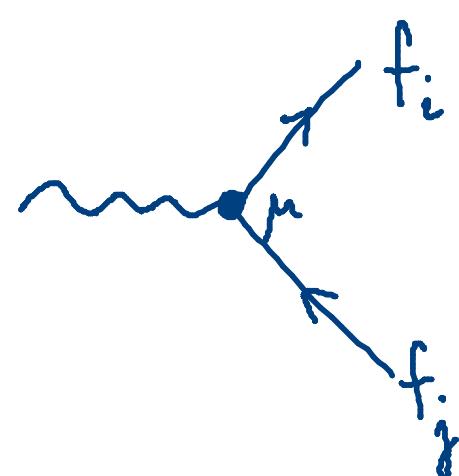
- Ähnlichkeit zum Spin (Pauli-Matrizen): nicht alle fell-Mann-Matrizen kommutieren

↪ kompatible Observable hier z.B. λ_3 und λ_8

„dritte Komponente des starken Iso spins“
 $\hat{T}_3 = \frac{1}{2} \lambda_3$

„starke Hyperladung“
 $\hat{y} = \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8$

- d.-magn. Wechselwirkung fast unverändert (auch für farbgeladene Fermionen)

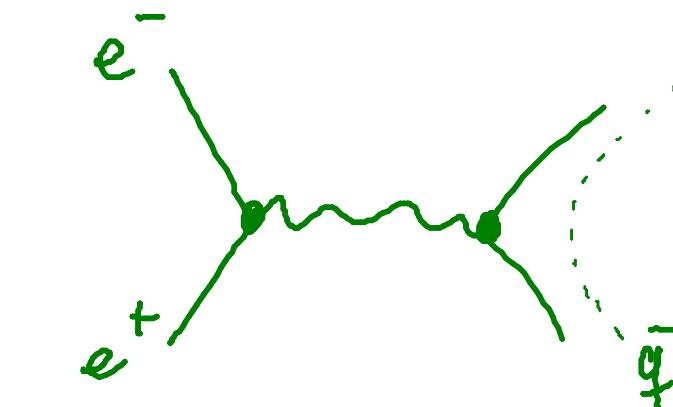
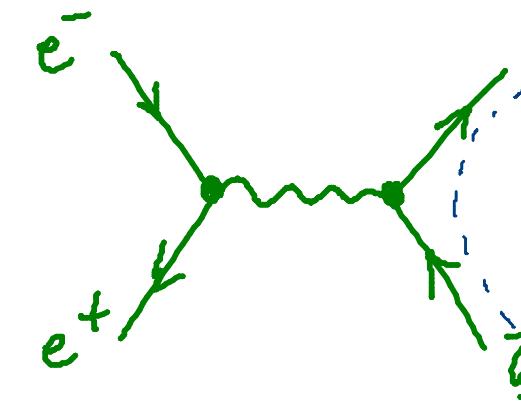
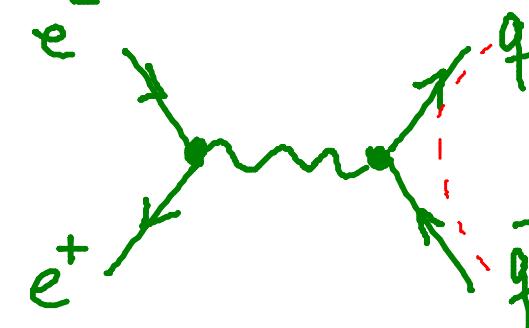


$$= ie\gamma^\mu \delta_{ij}$$

(Erhaltung der Farbladung)

Bsp.:

$$e^+ e^- \rightarrow q \bar{q}$$

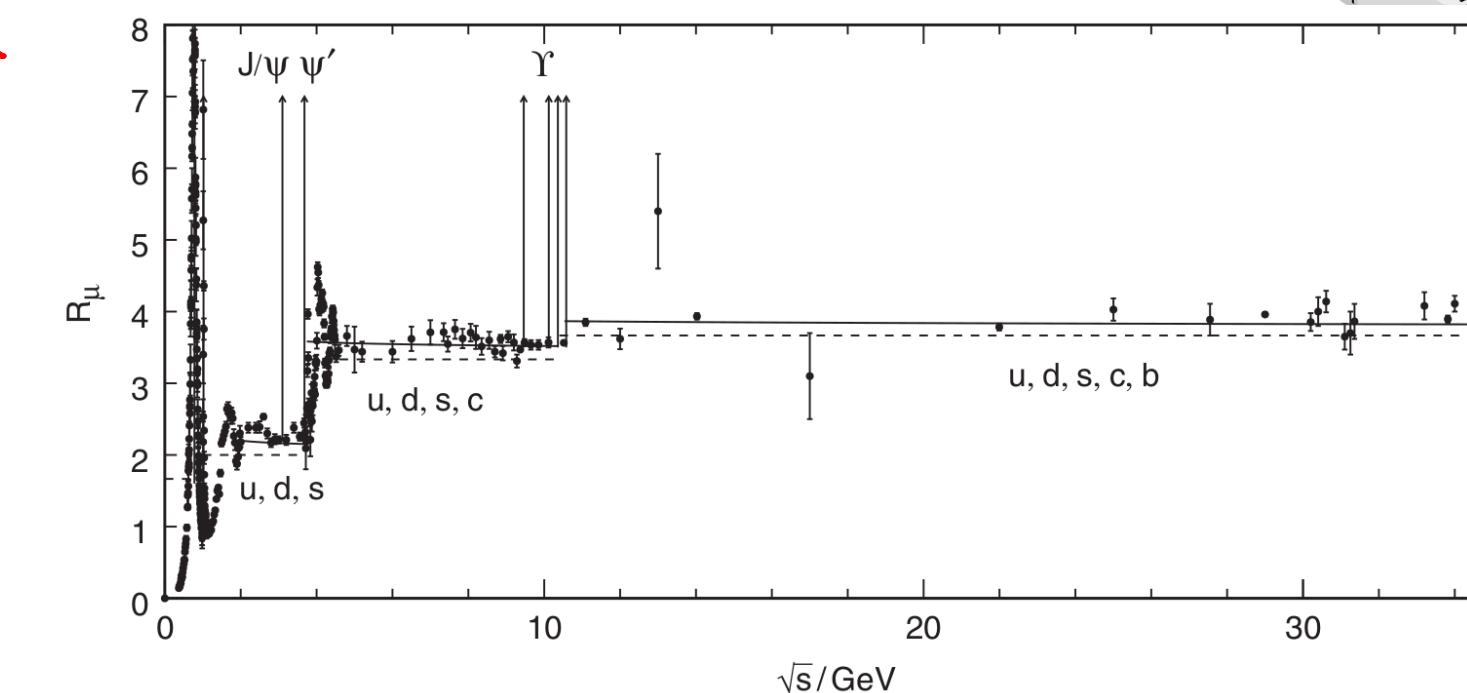
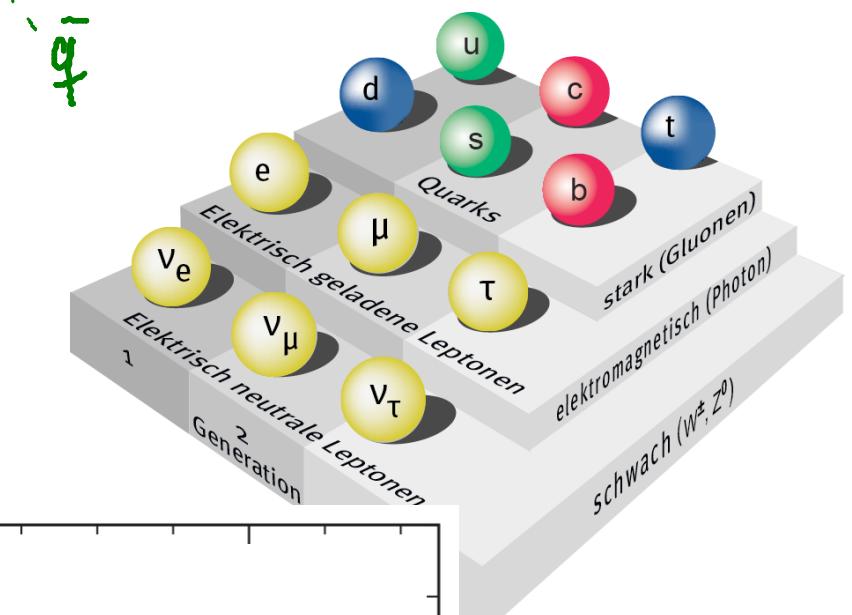


ähnlich zu $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ aber 3 Farben & andere el. Ladung

$$\sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \quad (\text{s. 4.4})$$

$$\sigma(e^+ e^- \rightarrow q \bar{q}) = 3 \times \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \times \sum_q Q_q^2$$

$$R_\mu \equiv \frac{\sigma(e^+ e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)}$$



- zweiter Teil der Eichtransformation:
Eichfeld und neue Wechselwirkungen

$$G_a^\mu(x) \rightarrow G_a^{\prime\mu}(x) = G_a^\mu(x) - \partial^\mu \theta_a(x) - g_s \cdot f_{abc} \cdot \theta_b(x) \cdot G_c^\mu(x)$$

\Rightarrow Anstandsferdchen = Gluonen G_a^μ neuer Term, weil \hat{T}_a nicht vertauschen:

- kommen in 8 Farbeinstellungen $a = 1 \dots 8$

$$[\hat{T}_a, \hat{T}_b] = 4i f_{abc} \hat{T}_c$$

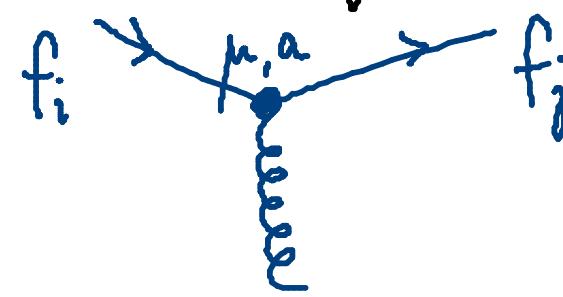
- Polarisationsvektor identisch zu Photon $\epsilon_{\mu\nu\nu\nu} = \epsilon_\mu$

- Propagator auch analog

$$\frac{^a \text{eeeeee}^b}{\mu \nu} = -i \frac{g_{\mu\nu}}{p^2} \cdot \delta_{ab}$$

\Rightarrow mod. Dirac-Flg.: $i \gamma^\mu (\partial_\mu + i g_s \cdot G_{\mu,a} \cdot \hat{T}_a) \psi - m \psi = 0$

- Wechselwirkungsform zwischen Fermionen und Gluonen:

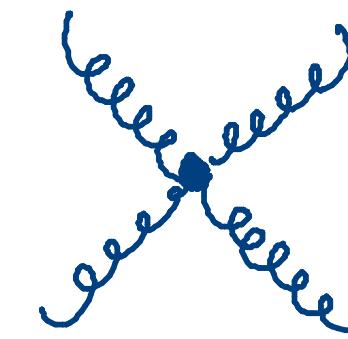
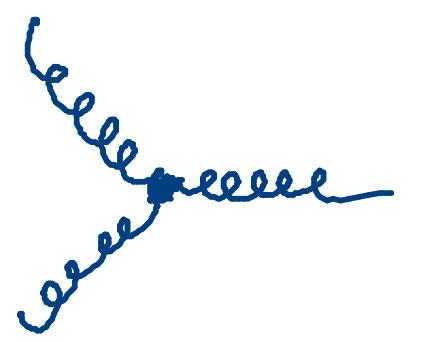


$$= -i g_s \cdot \hat{T}_a \cdot \gamma^\mu$$

inkl. äußere Linien: $-i \bar{\psi}_i \cdot g_s \hat{T}_a^{ij} \cdot \gamma^\mu \cdot \psi_j \cdot G_{\mu,a}$

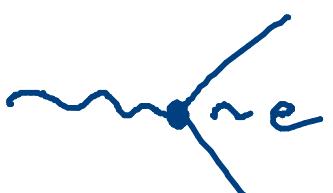
\Rightarrow Farbänderung am Vertex ("Gluonen bringen/tragen Farbleadungen")

- zusätzlich Selbstwechselwirkungen der farbgeladenen Gluonen:



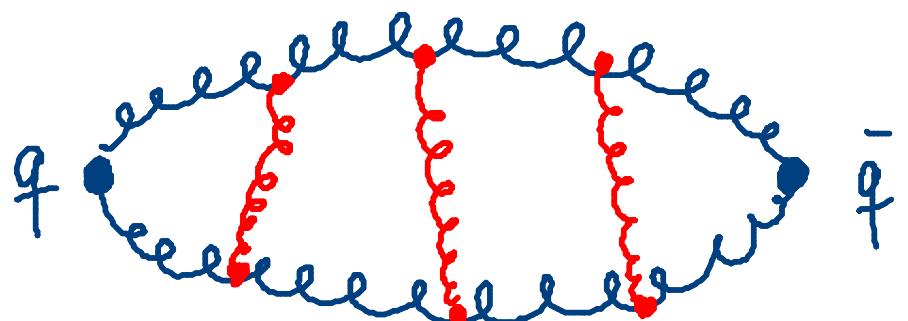
- Koppelkonstante analog zu QED - Feinstrukturkonstante

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137} \quad \longrightarrow \quad \alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi} \approx 0,1 \dots 1$$



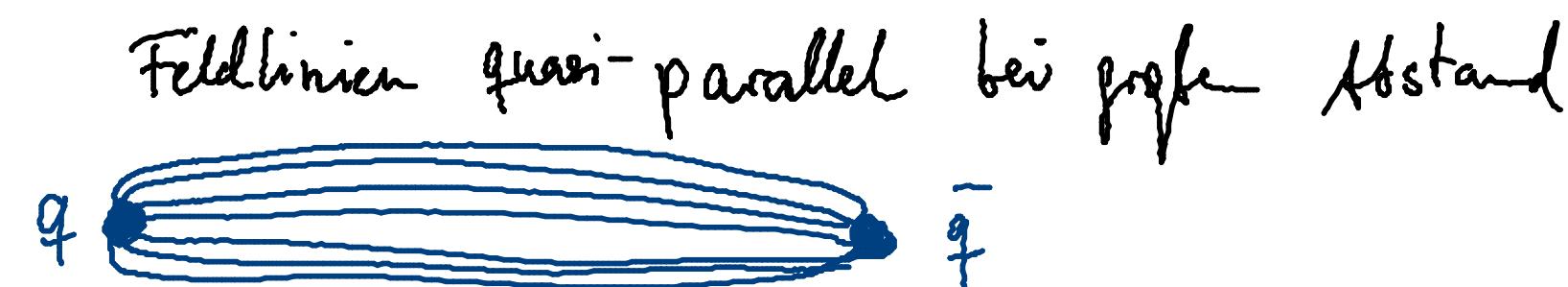
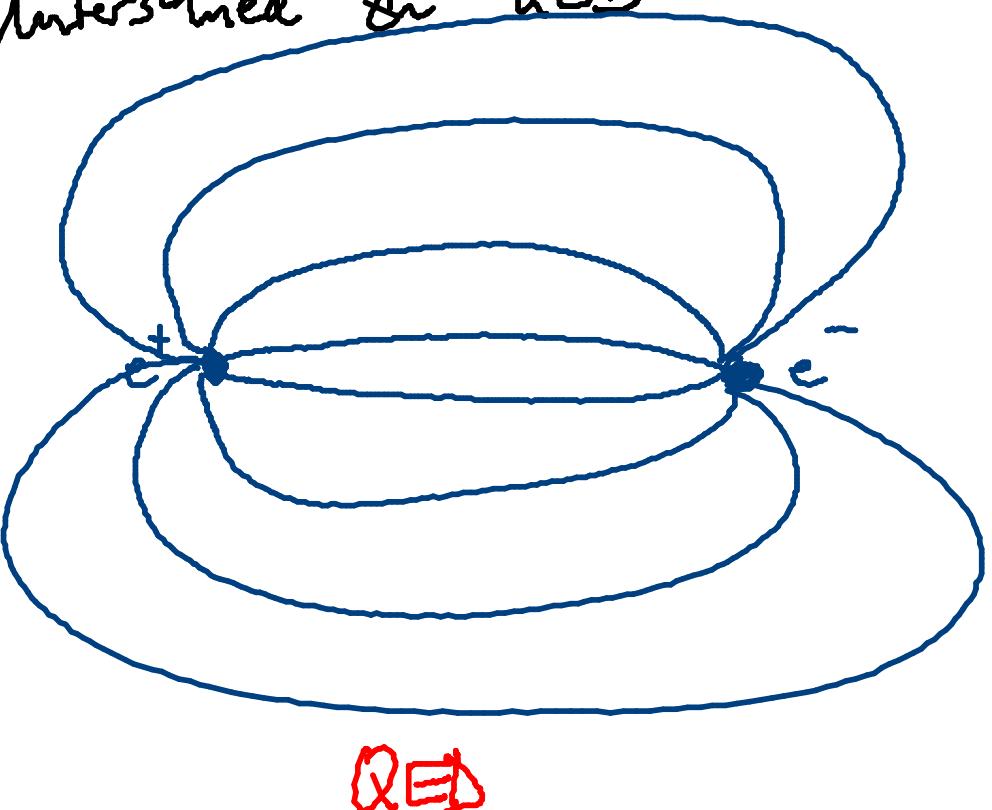
5.2.1 Confinement und asymptotische Freiheit

- Kraft zwischen zwei farbgeladenen Teilchen



„Anziehung“ der Fluss-Linien \Rightarrow Farbfeld auf engen Schland komprimiert

- Unterschied zu QED



QCD

\Rightarrow potentielle Energie proportional zu Abstand

$$V(\vec{r}) = k \cdot |\vec{r}|$$

\hookrightarrow Separation der Quarks benötigt $E \rightarrow \infty$!

→ Separation der Quarks benötigt $E \rightarrow \infty$!
Vorher: Paarbildung und zusätzliche Bindungszustände



⇒ keine freien Quarks/Gluonen beobachtbar, nur farbneutrale Bindungszustände
≡ Hadronen (\rightarrow 5.2.2)

- effekt beschrieben durch nicht-konstante Kopplungskonstante!
Abhängigkeit der Stärke der Kraft von aufgelöstem Abstand
bzw. des Energieübergangs Q bei Beobachtung

$$\alpha_s(Q^2) \sim \frac{1}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2}}$$

$\Lambda_{\text{QCD}} \approx 200 \text{ MeV}$

hohe Energie Q
(kleiner Abstand aufgelöst)

$$\alpha_s \approx 0.1$$

z.B. Quarks in hochenergetische
Stoßreaktionen \rightarrow quasi-frei

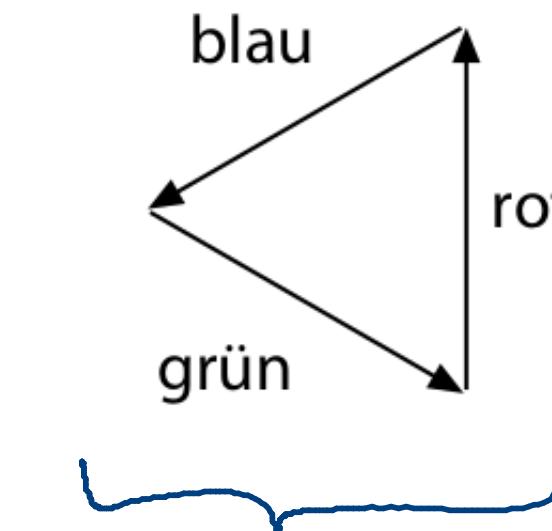
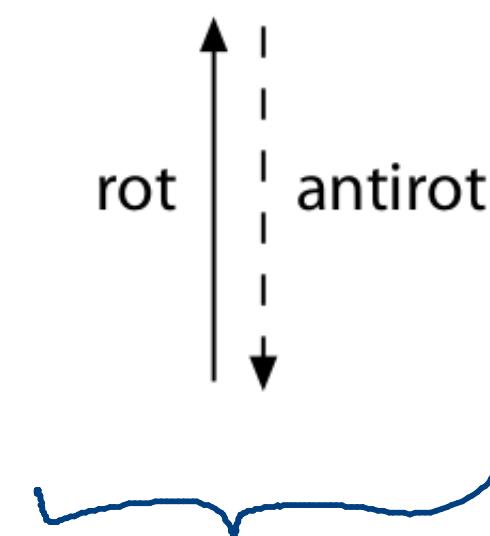
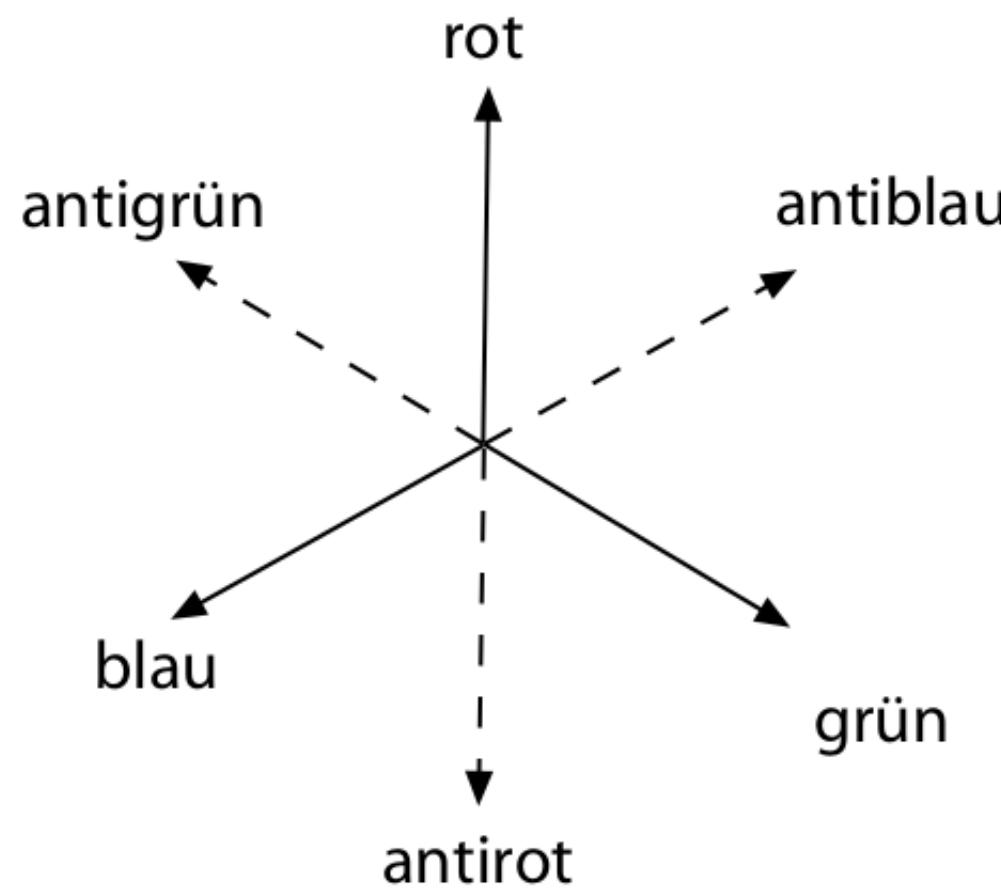
niedrige Energien
(große Abstände)

$$\alpha_s \gtrsim 1$$

z.B. Bindungszustände (Hadronen)

5.2.2 Hadronen und Jets

- confinement \Rightarrow wir beobachten nur farbenreale Bindungszustände = „Hadronen“



als einfachste
Varianten,
mehr s. Übung

(+ Anti-Hadronen)
 $\bar{q}q, \bar{q}\bar{q}\bar{q}\bar{q}$

Meson

$q\bar{q}$

$u_r d_{\bar{s}}$
 $u_s d_{\bar{b}}$
 $u_g d_{\bar{g}}$

Beispiele:

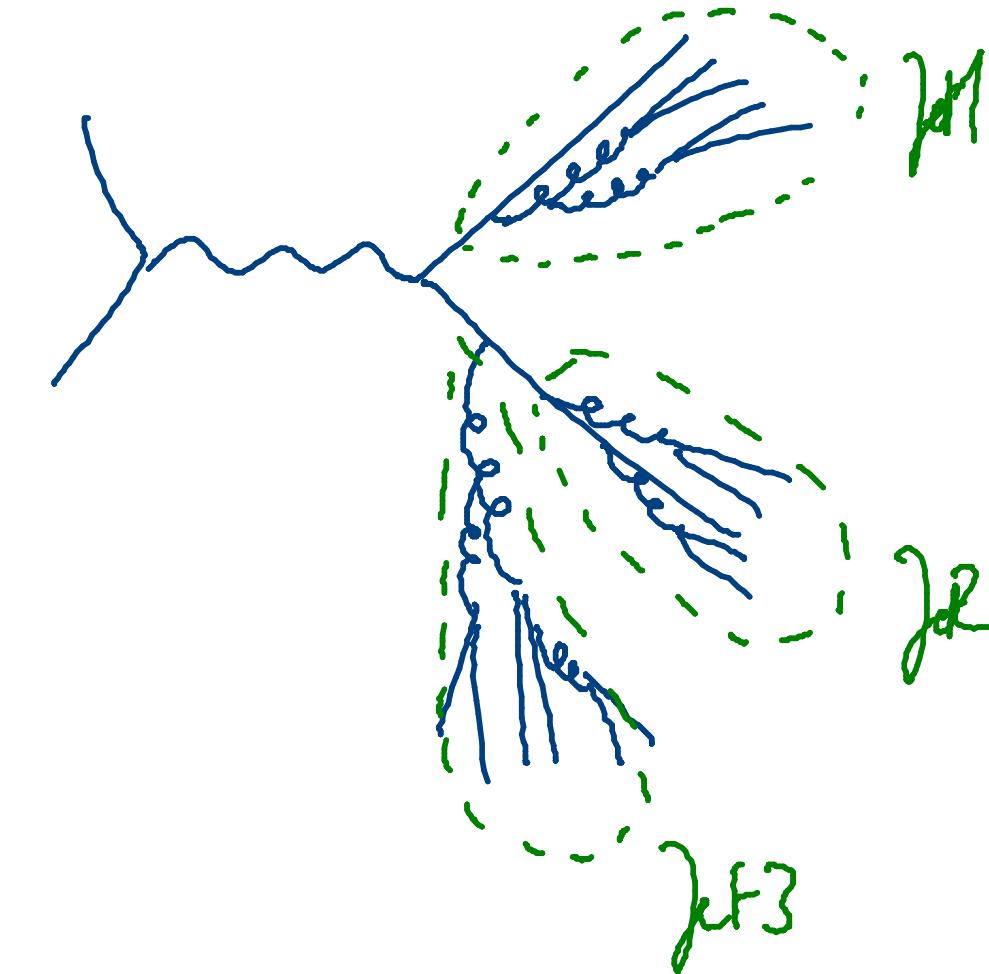
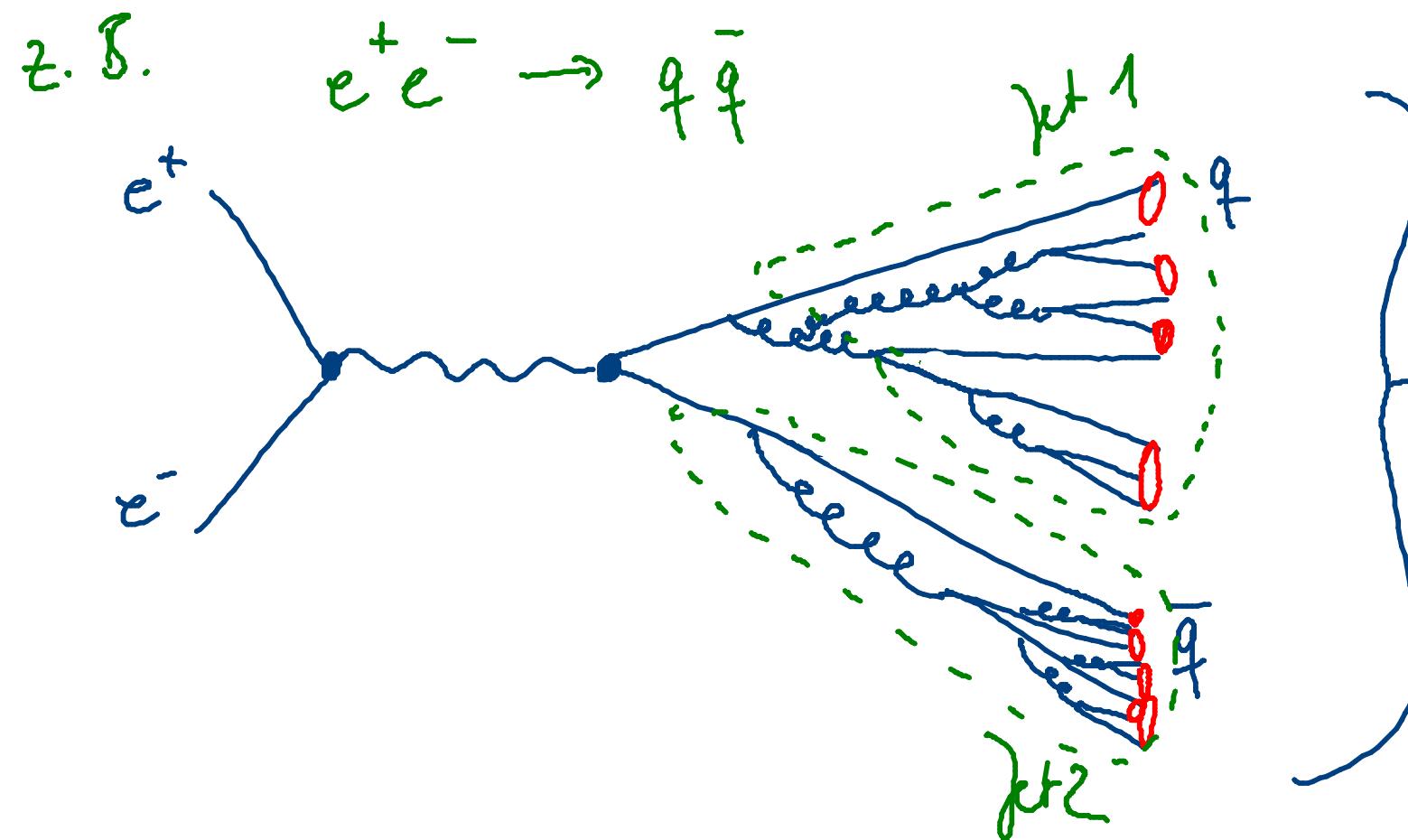
π^+
Pion

= {
 $u_r d_{\bar{s}}$
 $u_s d_{\bar{b}}$
 $u_g d_{\bar{g}}$

p
Proton

= {
 $u_u d_d g$
 $u_d u_g d_s$
...
}

- in Experimenten der Teilchenphysik: Rückschlüsse auf Wechselwirkung kurzzeitig freier Quarks durch Messung der Hadronen

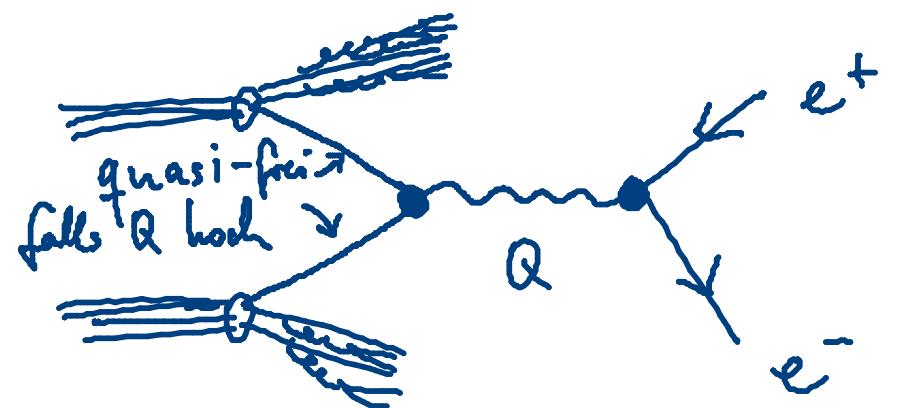


5.2.3 Hadronencollisionen und QCD

$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ aber ... was wenn umgedreht?

$q\bar{q} \rightarrow e^+e^-$ und beobachtbar?

- Hadronencollisionen z. B. am LHC



Beschreibung der Quarks im Proton
durch Partondichtenfunktionen (PDFs)

$f_q(x)$

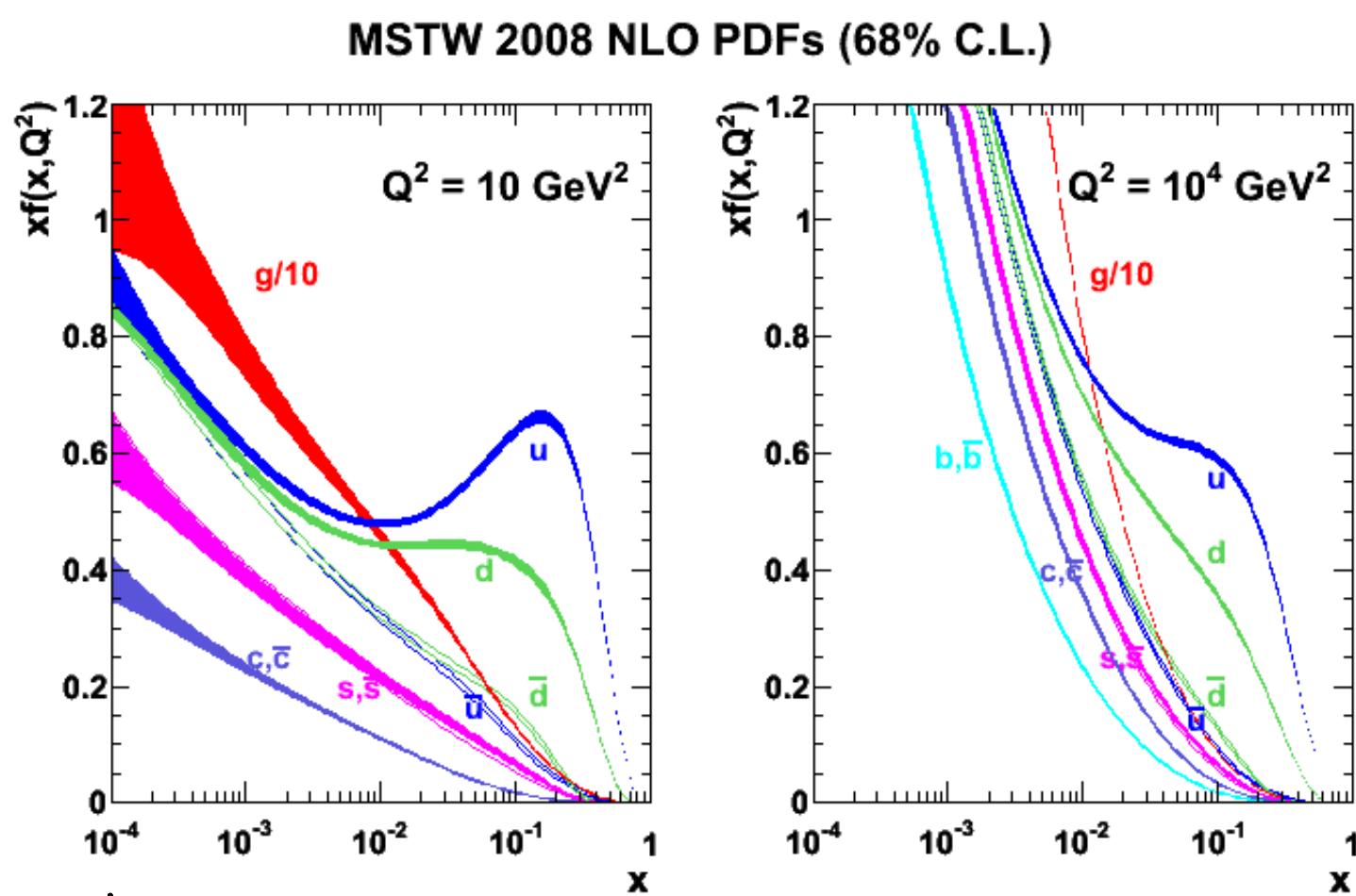
Wahrscheinlich-
heitsdichte

Impulsbruchteil
des Protons

$\rightarrow \delta$ -Peak bei $x = \frac{1}{3}$

für naives Bild $\begin{pmatrix} u \\ u \\ d \end{pmatrix}$

- $f_q(x)$ müssen gemessen werden:
→ Peak für u und d bei $x = \frac{1}{3}$
- sonst Verteilung
- auch $\neq 0$ für s, c, b, g
- sogar Q -Abhängigkeit $f(x, Q^2)$



- differenzierbarer WQ durch Faltung mit Quark-Dichten:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} (pp \rightarrow e^+e^-) = \sum_{q,\bar{q}} \int dx_1 \int dx_2 f_q(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}(x_2, Q^2) \cdot$$

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} (q\bar{q} \rightarrow e^+e^-)$$

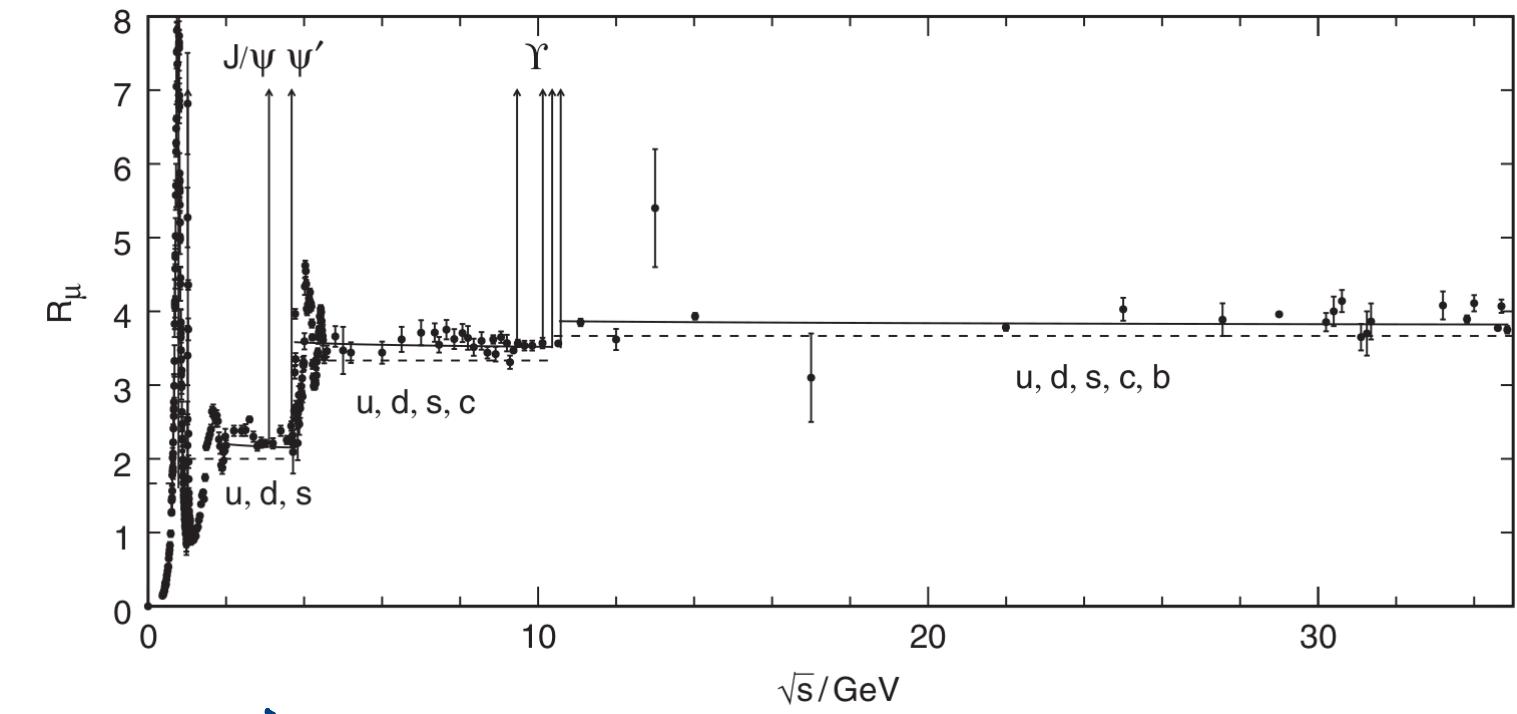
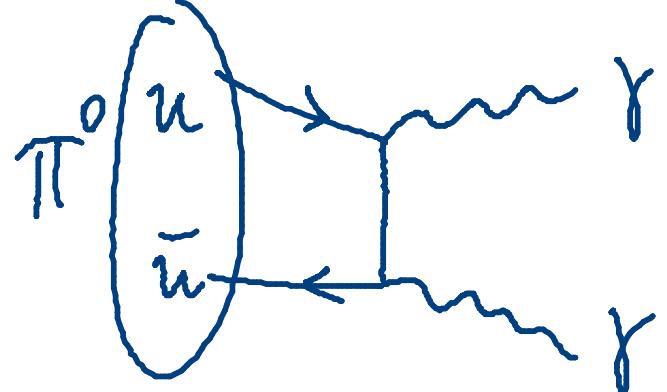
- Impulsanteil: $p_f = x \cdot p_{\text{Proton}}$

5.2.4 Experimentelle Bestätigungen der QCD

- $R_\mu : e^+ e^- \rightarrow q\bar{q}$ vs. $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$

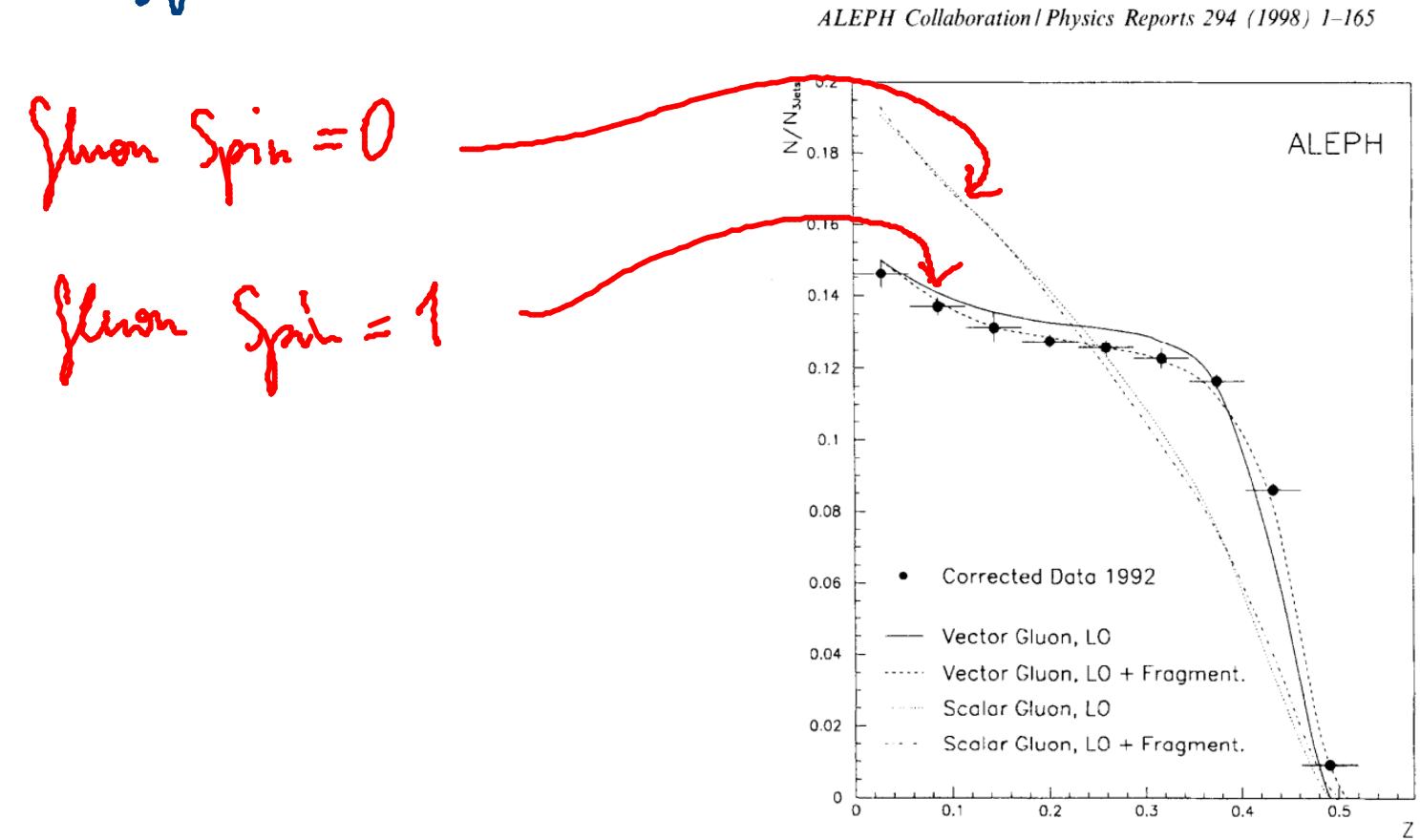
- sehr ähnlich:

Pionzerfall

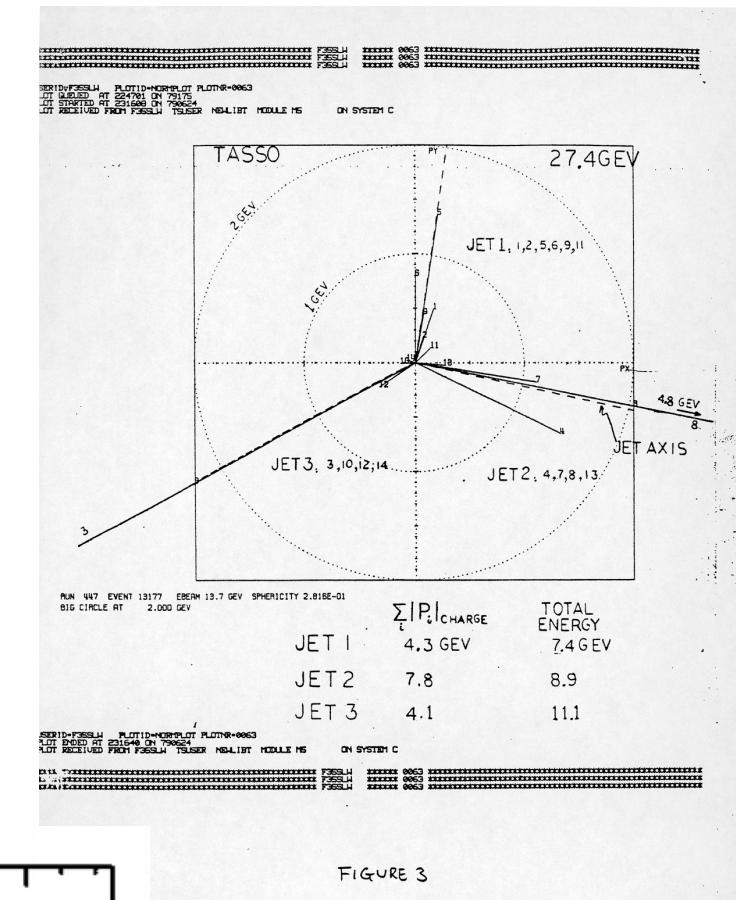
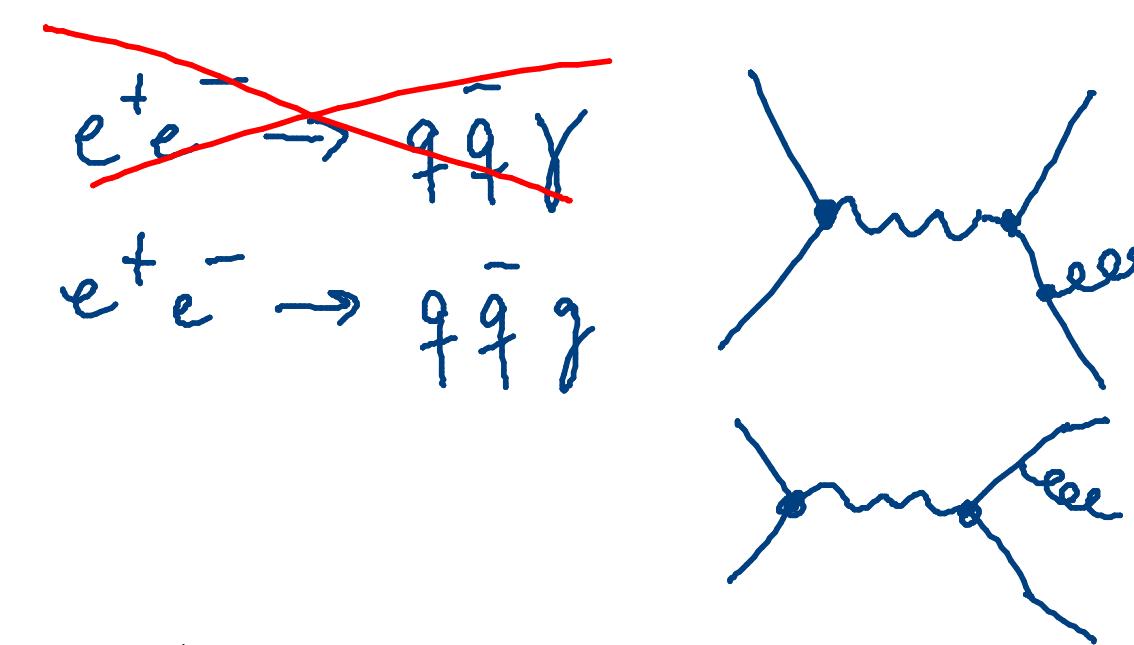


$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{\text{theor.}} (\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) &= 0,81 \text{ eV} \cdot N_c^2 \\ \Gamma_{\text{exp.}} (\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) &= 7,7 \pm 0,5 \text{ eV} \end{aligned} \right\} \Rightarrow N_c = 3$$

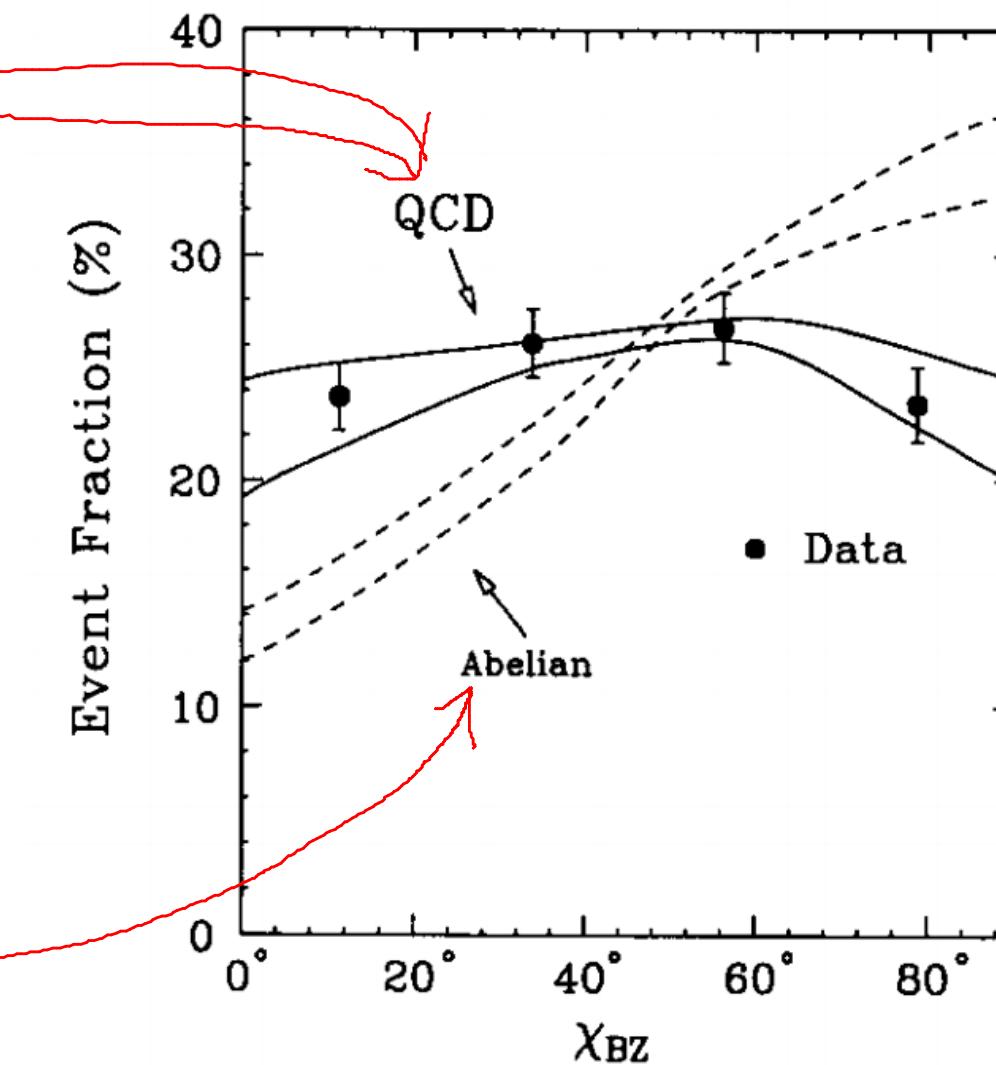
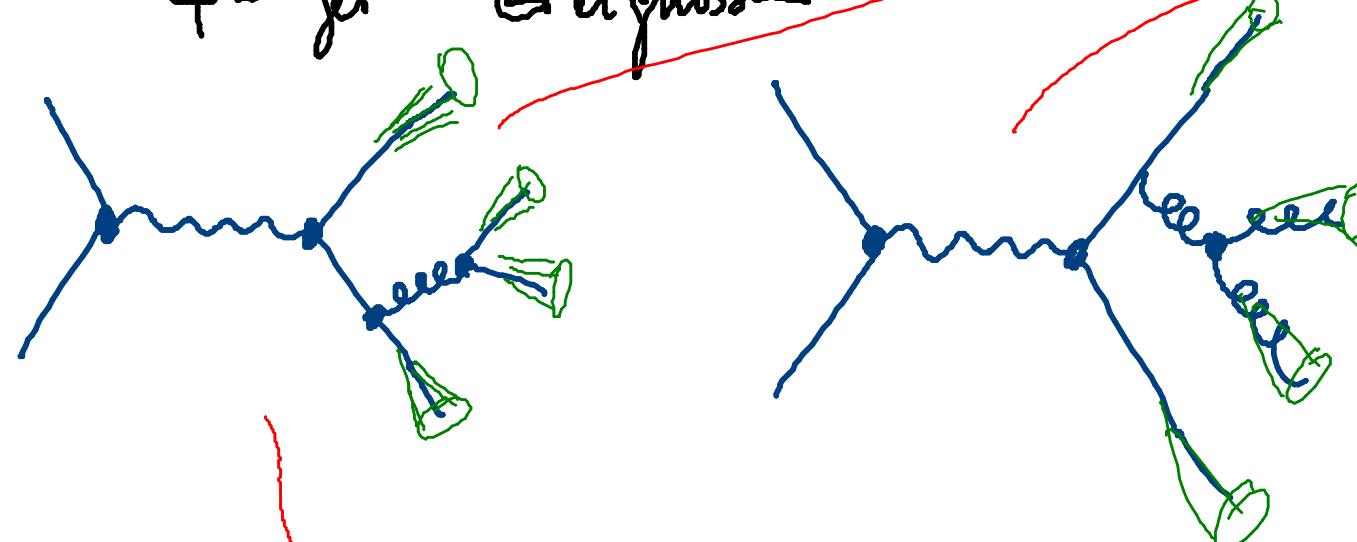
- Gluonen werden indirekt sichtbar
→ als Anstauschteilchen mit Spin 1
in Winkelverteilungen von Hadronen



→ als externes Teilchen in 3-jet-Ereignissen
bei TASSO



→ Selbstwechselwirkung sichtbar in
4-jet-Ereignissen



5.3 SCHWACHE WECHSELWIRKUNG

- Wiederholung des Eichmechanismus, diesmal mit anderer Eichgruppe:

$$SU(2) \text{ mit 3 Generatoren} \quad \hat{T}_k = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_k \quad (\hat{\sigma}_k = 3 \text{ Pauli-Matrizen})$$

$$\psi \rightarrow \psi'(x) = e^{ig_w \cdot \theta_k(x) \cdot \hat{T}_k} \cdot \psi(x)$$

\Rightarrow ähnlich wie bei Spin:

ψ bekommt zwei Zustände und wird durch Quantenzahl

I_w und $I_w^{(3)}$ beschrieben

Betrug des schwachen Isospins

$$\text{z.B. } I_w = \frac{1}{2}$$

3. Komponente des schwachen Isospins

$$\text{z.B. } I_w^{(3)} = \pm \frac{1}{2}$$

- Nutzt uns diese Gruppe für die Beschreibung des SM?

Bestandsaufnahme der fehlende Teile:

- W^\pm -Boson, Z^0 -Boson als Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung
- Neutrinos + geladene Leptonen + Quarks als Träger der schwache Ladung

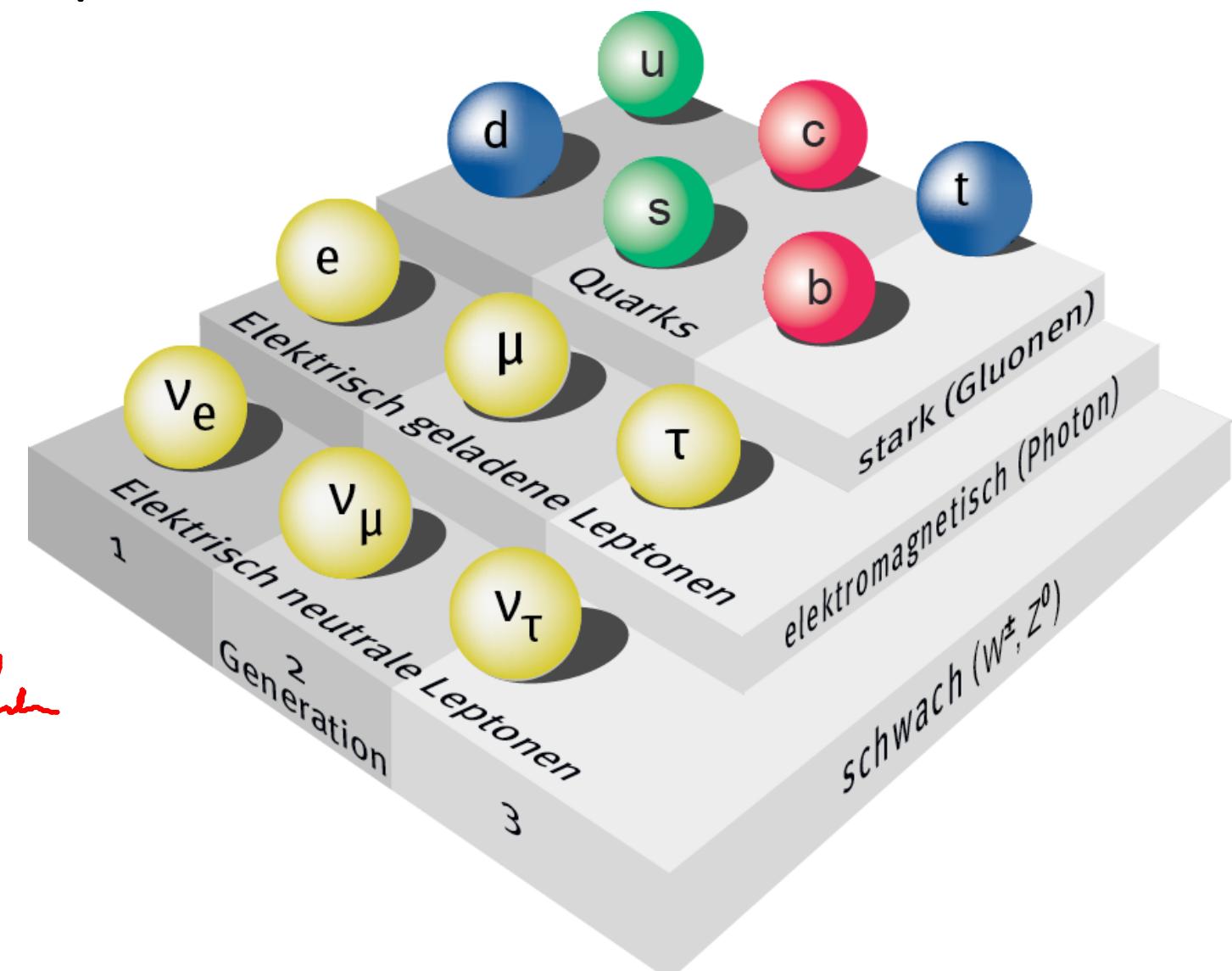
- Idee: zwei Einstellungen von $\gamma_4 \equiv 2$ unterscheidbare Teilchen

$$\gamma_4(x) = \begin{pmatrix} \nu_e(x) \\ e(x) \end{pmatrix} \xrightarrow{\quad} \left\{ \begin{array}{l} l_W^{(3)} = +\frac{1}{2} \\ l_W^{(4)} = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$$

dito für alle anderen Paare

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \xrightarrow{\quad} \begin{array}{l} l_W^{(3)} = +\frac{1}{2} \\ l_W^{(4)} = -\frac{1}{2} \end{array}$$

+ analog für Antiteilchen, mit entgegengesetzter Ladung (= schw. Isospin)



- 3 Eichfelder für Gleichinvarianz

W_1, W_2, W_3 koppeln entsprechend den Pauli-Matrizen

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Kopplung von } \overset{(3)}{W} = +\frac{1}{2} \text{ mit } -\frac{1}{2} \text{-Fermion}$$

\Rightarrow Ladungsänderung durch Austauschteilchen

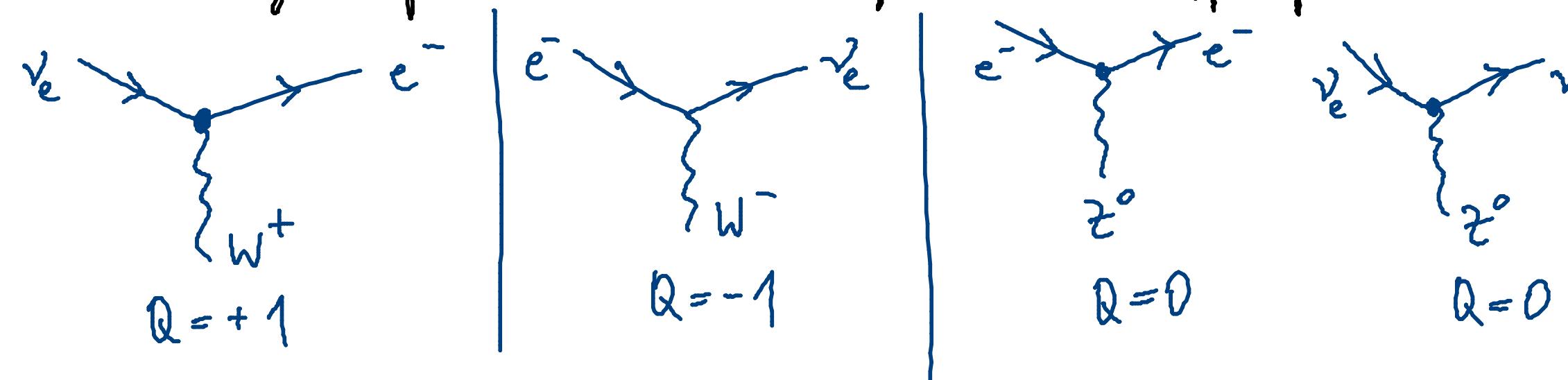
$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Kopplung von gleichen Zuständen} \Rightarrow \text{neutrales Austauschteilchen}$$

\hookrightarrow könnte die für uns relevante Eichgruppe von W^+, W^-, Z^0 sein.

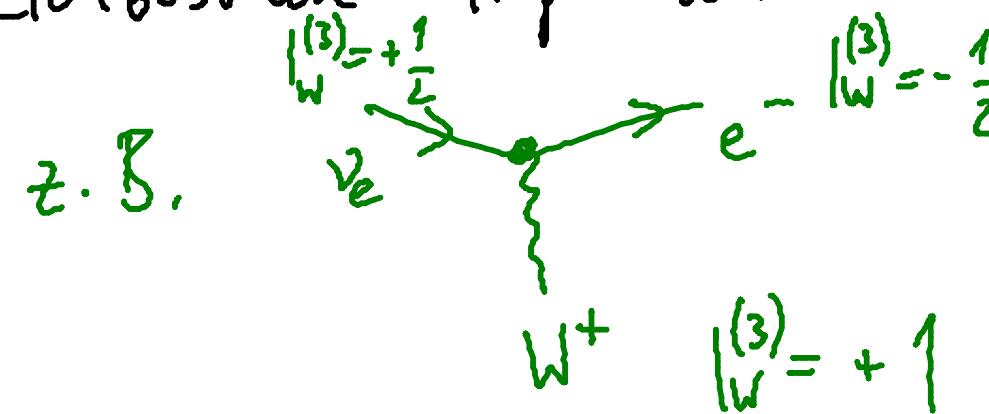
Aber: mehrere experimentelle Fakten widersprechen diesem simplen Bild!

5.3.1 Die Eichbosonen W^+, W^-, Z^0

- el. Ladungen passen zu den vorgeschlagenen Kopplungen an



- Eichbosonen tragen selbst eine schwache Ladung



analog $|_{W}^{(3)}(W^-)| = -1$

$$|_{W}^{(3)}(Z^0)| = 0$$

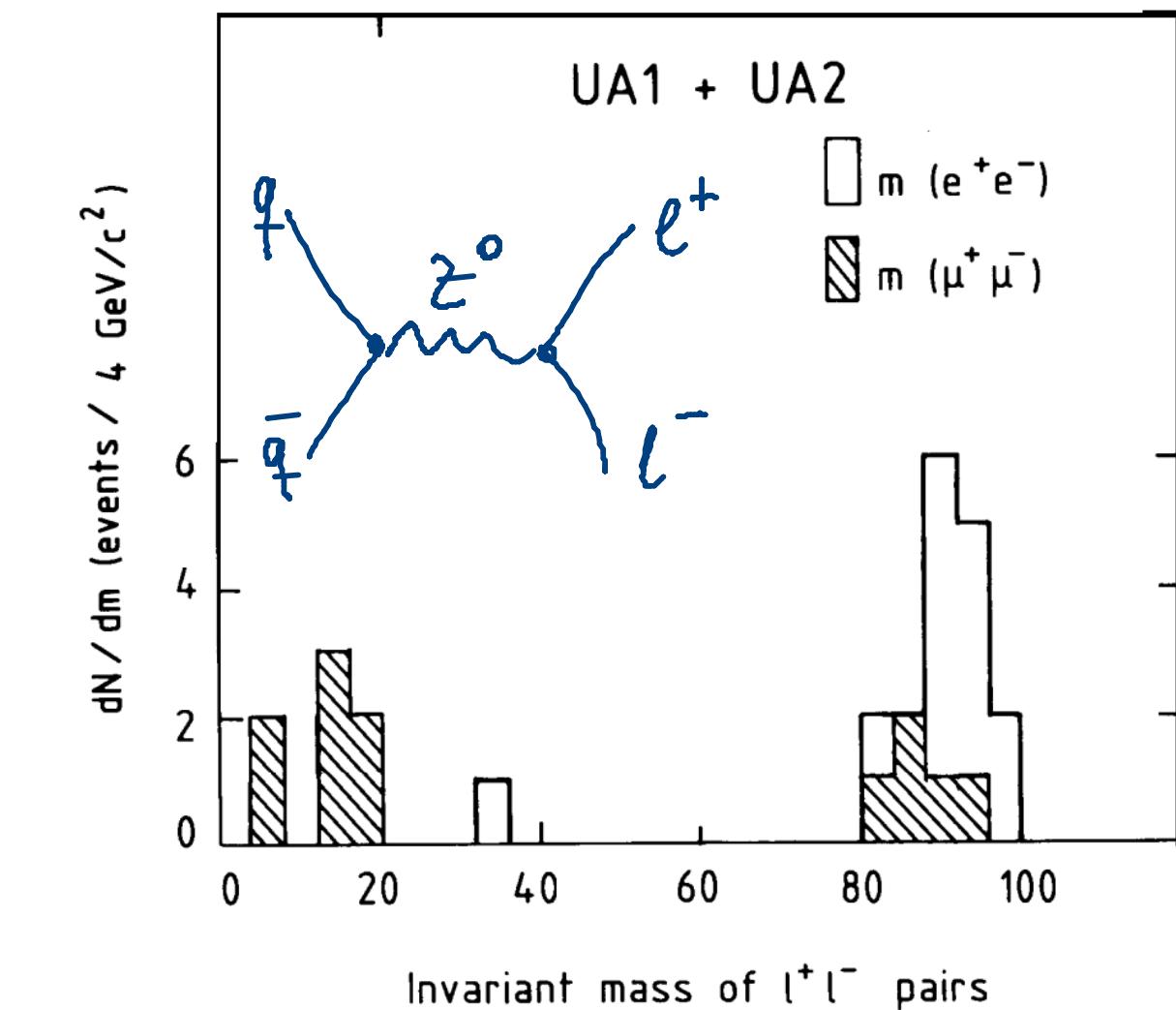
- Eichbosonen so wie bisher eingeführt \dagger masselos

Aber experimentell:

$$m_{W^\pm} = 80,385 \pm 0,015 \text{ GeV}$$

$$m_Z = 91,1876 \pm 0,0021 \text{ GeV}$$

\leadsto Higgs-Mechanismus (s. später)



- eigenwertige geladene Kopplung mit σ_2 (imaginär!)

$$\sigma_2 \gamma^{(v)} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix} \quad \rightarrow ?$$

\Rightarrow physikalische Kopplung bzw. Gelbfotonen findet man als Auf/Abssteigeroperatoren durch Mischung von W_1 und W_2 :

$$\sigma_{\pm} = \frac{1}{2} (\sigma_1 \pm i \sigma_2)$$

Ladungsoperatoren im schwachen Isospin-Raum
 \hookrightarrow sinnvoll: $\gamma^{(e)} \xrightleftharpoons{\sigma_{\pm}} \gamma^{(v)}$

\Rightarrow geladene Gelbfotonen

$$W^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_1 \mp i W_2)$$

5.3.2 Die elektroschwache Vereinheitlichung

- Idee: Mischung funktionierte für Definition der physischen W^\pm
↳ für W_3 ?
→ Ähnlichkeit von Z^0 und γ !
- Erweiterung der Galgruppe $SU(2)$ durch die elektromagnetische $U(1)$, aber leicht modifiziert, damit erst nach der Mischung das Photon entsteht:

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{ig' \frac{Y}{2} \theta(x)} \psi(x)$$

d.h. im Vergleich zur QED:

$$\left. \begin{array}{l} Q.e \rightarrow g' \frac{Y}{2} \\ A^\mu \rightarrow B^\mu \end{array} \right\} \text{Wechselwirkung } g' \frac{Y}{2} \gamma^\mu B_\mu \psi$$

- Übergang zu physikalischen Goldsonsen durch Mischung

$$A^{\dagger} = B^{\dagger} \cos \theta_w + W_3^{\dagger} \cdot \sin \theta_w$$

$$Z^{\dagger} = -B^{\dagger} \sin \theta_w + W_3^{\dagger} \cdot \cos \theta_w$$

↑ „schwacher Mischungswinkel“

$$\sin \theta_w \approx 0,2$$

- Mischungswinkel fällt hier vom Himmel
 ↳ Später: Higgs-Mechanismus \Rightarrow automatisch

5.3.3 Paritätsverletzung und die Häufigkeit der schwachen Wechselwirkung

• Paritätsoperator

= Transformation der Raumspiegelg.:

$$\psi(\vec{x}, t) \rightarrow \psi'(\vec{x}, t) = \hat{P} \psi(\vec{x}, t) = \psi(-\vec{x}, t)$$

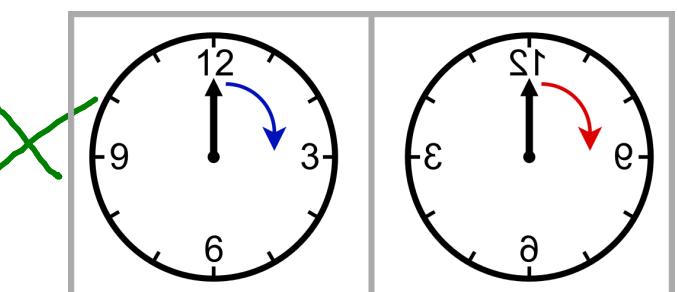
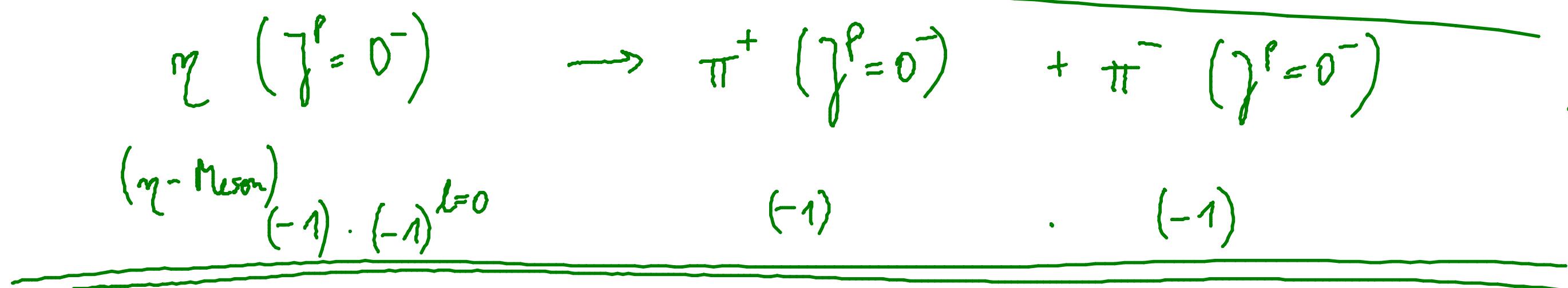
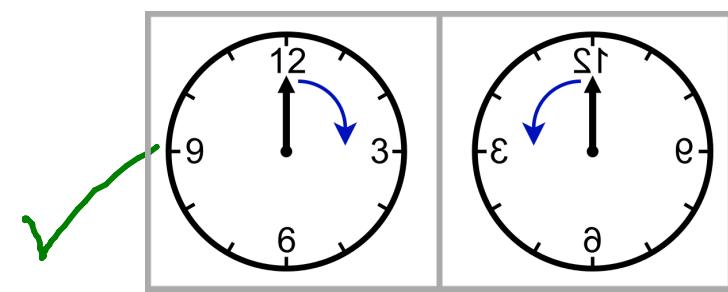
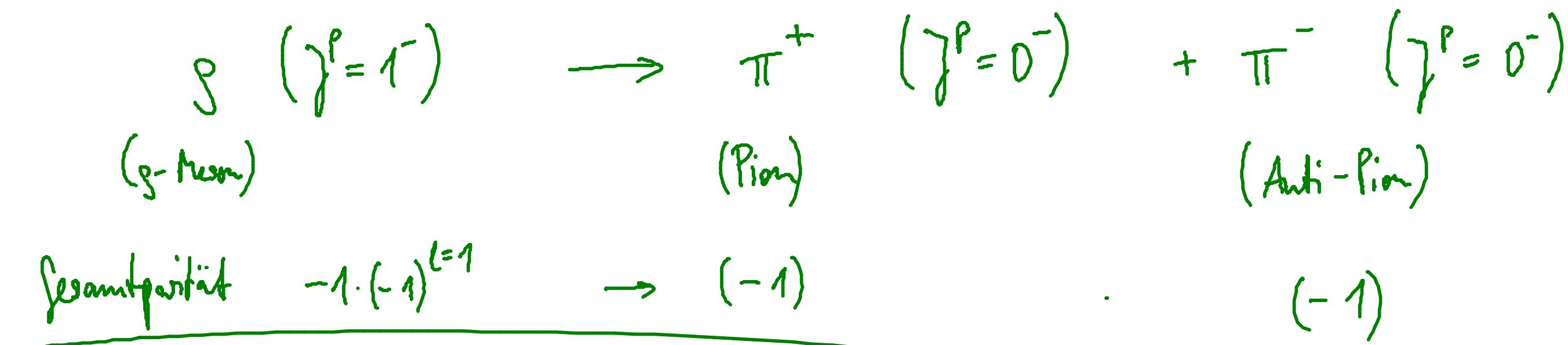
- da $\hat{P}^2 = \underline{1}$ \Rightarrow jeder Zustand hat Paritäts-EW $P=+1$ oder $P=-1$
- für Spinosen kann man zeigen: $\hat{P} = \gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\xrightarrow{\text{Fermionen}} P=+1$ (s. Übung 3.5) $\xrightarrow{\text{Anti-Ferm.}} P=-1$
- für Skalaronen: $P(\gamma) = P(g) = P(W^\pm) = P(Z^0) = -1$

↳ „intrinsische Parität“: für zusammengesetzte Systeme kommt noch die Parität entsprechend Drehimpuls hinzumultipliziert: $P = (-1)^l$

- Erhalten QED und QCD die Parität?

Jar! (mit der „Vektorkopplung“ $\bar{F}y^{\dagger}y$ siegbar)

Experimentell und beobachtbar, z.B. durch Existenz / Verbot mancher Zerfälle:



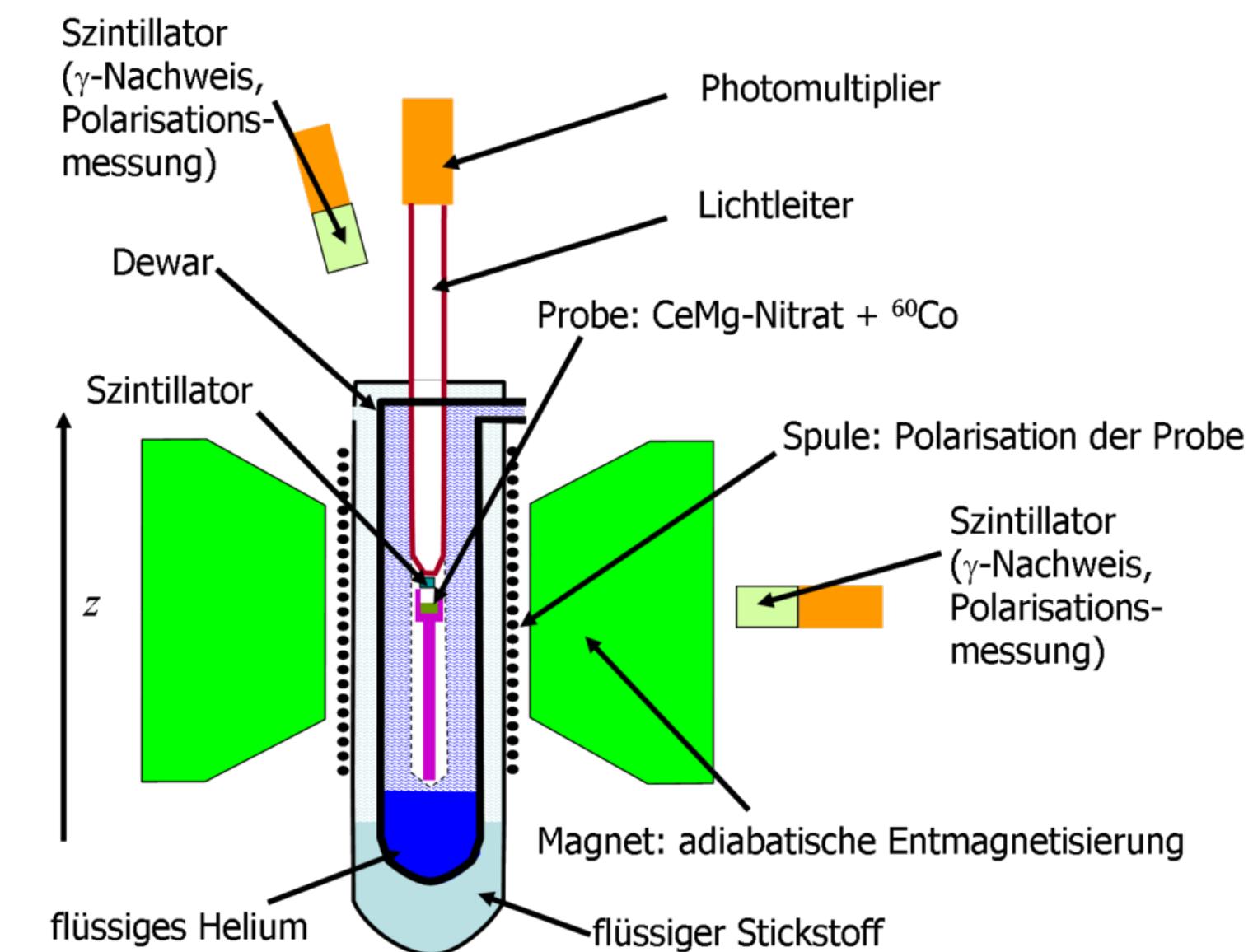
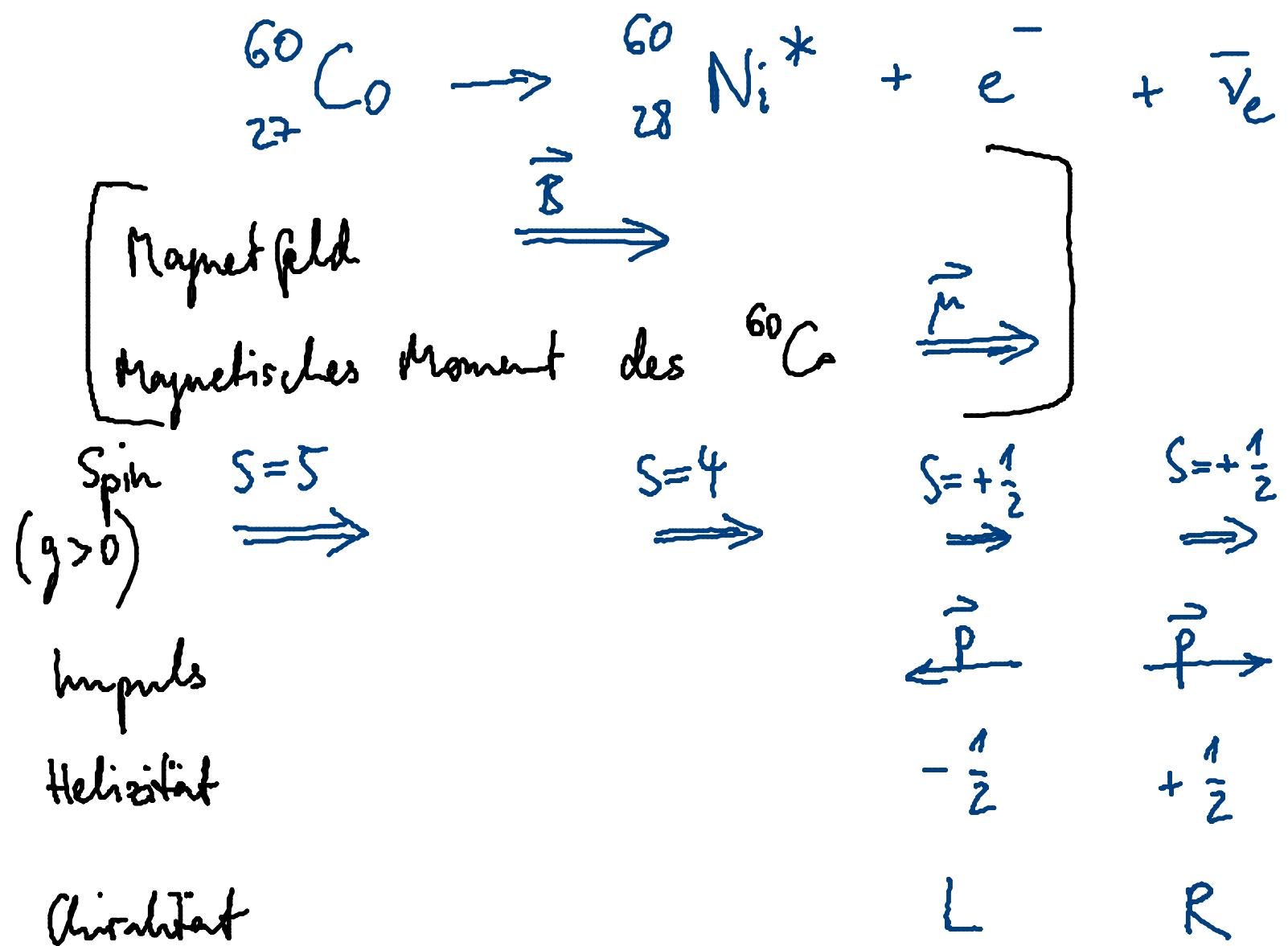
↳ Lange Zeit angenommen: Natur = positiv erhalten
(Wigner, 1927) (im Spiegel alles gleich)

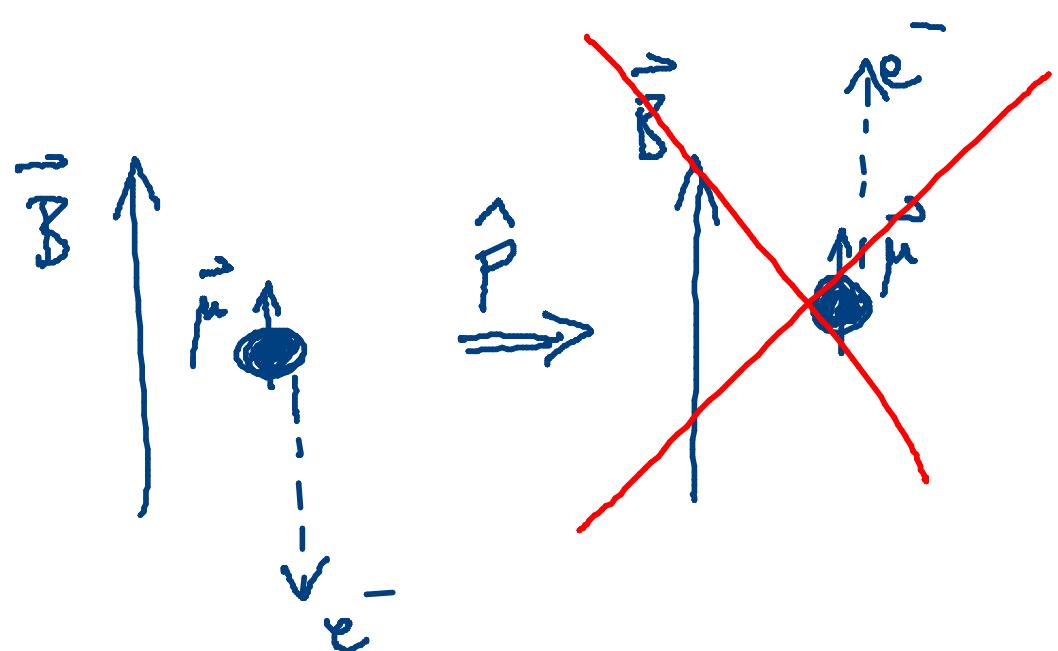
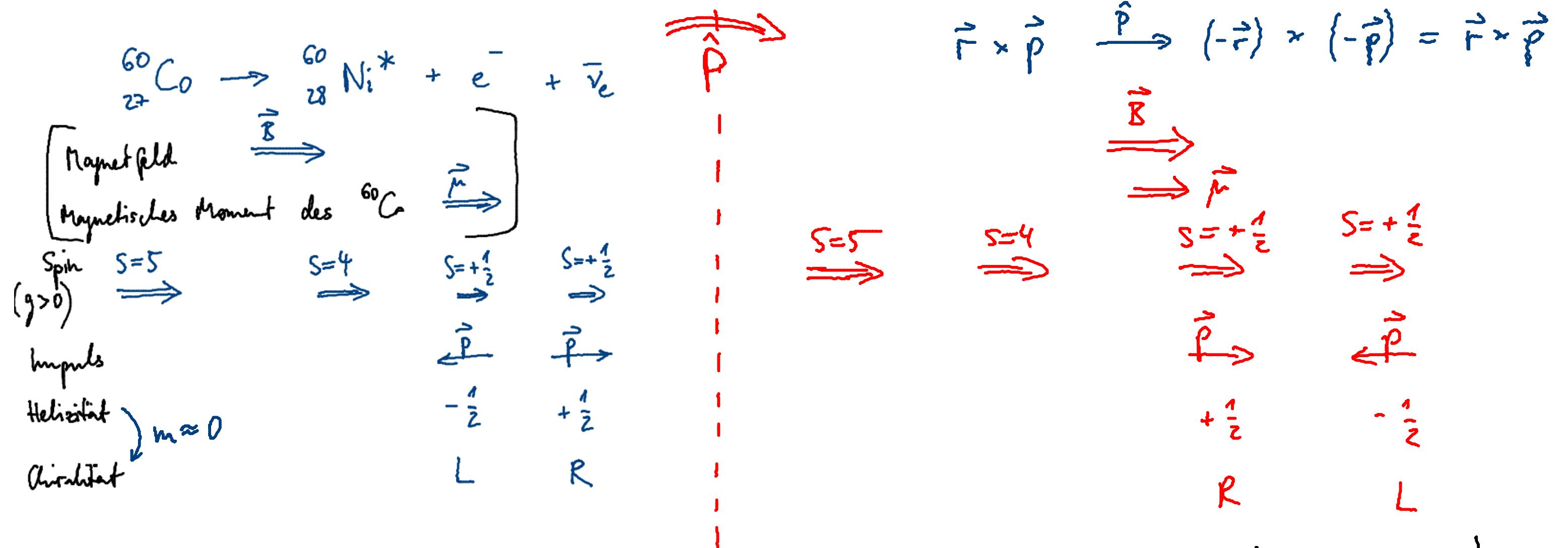
• Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung

1957 Experiment mit β -Zerfall von ^{60}Co

durchgeführt von C. S. Wu

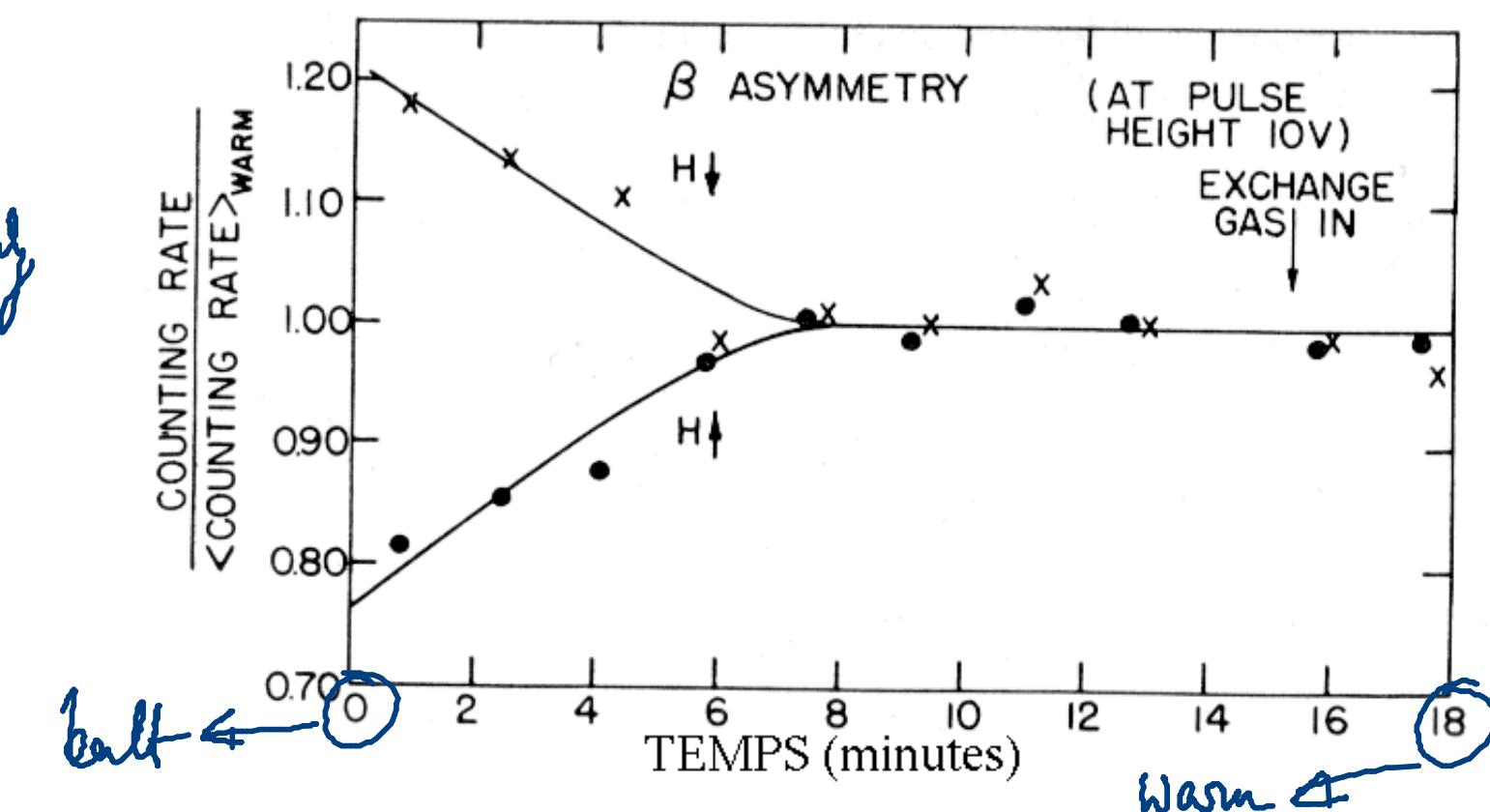
(nach Vorschlag von Lee, Yang)





⇒ Erwartung: (unter Paritätsymmetrie)
 genauso viele e^- in \vec{B} -Richtung wie entgegen gesetzt
 Beobachtung: Elektronen fliegen (fast) immer
 entgegengesetzt zur \vec{B} -Richtung!

- Experimentelle Anmerkungen
 - Messung entweder bei 0° und 180° oder durch Drehung des Magnetfeldes
 - Schwierigkeit des Experiments: ^{60}Co - Polarisation möglichst hoch
trotz geringen magn. Moments
 \Rightarrow hohes Magnetfeld + niedrige Temperatur
 $(2,3\text{ T}) \quad (0,003\text{ K})$
 - erreichter Polarisationsgrad: 60%
gemessen mit Winkelverteilung der Adregungsphotonen in $^{60}\text{Ni}^* \rightarrow ^{60}\text{Ni} + 2\gamma$
(QED = peritätsäberhahnd !)
 - \rightarrow nur antiständige Asymmetrie, nicht vollständig



- β -Kernzerfälle = schwache WW

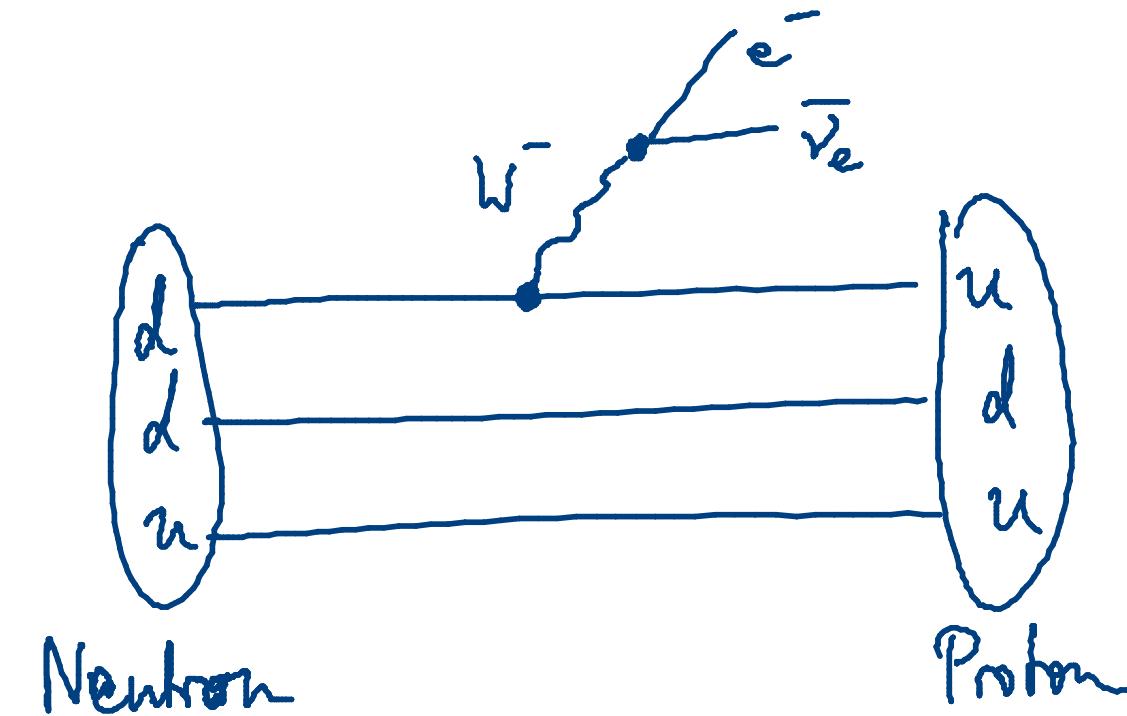
\Rightarrow schwache WW nicht paritätsinvariant

- Extras: ~~P-invariant~~ \rightarrow CP-invariant?
(Ladungskonjugation + Spiegelung)

später ~~CP-invariant~~ \rightarrow CPT-invariant?
(+ Zeitumkehr)

bisher: ja!

- Wie bauen wir jetzt eine Theorie mit P-Verletzung in Fermionen-WW?



Mögliche Bausteine von γ -Matrizen & Spinoren für Lorentz-inv. ME:

Skalar	$\bar{q} q$	(S)
Pseudoskalar	$\bar{q} \gamma^5 q$	(P)
Vektor	$\bar{q} \gamma^\mu q$	(V)
Axialvektor	$\bar{q} \gamma^\mu \gamma^5 q$	(A)
Tensor	$\bar{q} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) q$	(T)

$$\gamma^5 := i \cdot \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

„Chiralitätsoperator“
(\rightarrow ÜA 3.5)

Experimentell: Kopplung an W^\pm -Bosonen hat die Form:

$$\bar{q} (\gamma^\mu - \gamma^\mu \gamma^5) q \quad ("V-A")$$

Kann man eine solche Kopplung aus einer Gichttheorie gewinnen?
 → Trick: ziehen den $(1-\gamma^5)$ -Teil in die Spinoren

- links- und rechtsständige Projektionsoperatoren angewendet auf Dirac- $\{\psi\}$ ne:

$$u = u_L + u_R = \underbrace{\frac{1}{2}(1-\gamma^5)}_{\equiv \hat{P}_L} u + \underbrace{\frac{1}{2}(1+\gamma^5)}_{\equiv \hat{P}_R} u$$

Projektionseigenschaften: $\hat{P}_L + \hat{P}_R = 1$, $\hat{P}_L^2 = \hat{P}_R$, $\hat{P}_R^2 = \hat{P}_L$, $\hat{P}_L \hat{P}_R = 0$

- schwache Wechselwirkung (w_1, w_2, w_3) lassen wir dann nur auf linkständige Fermionen (und rechtsständige Antifermionen) wirken!

→ linkständige Fermionen sind Doublets mit $l_w = \frac{1}{2}$:

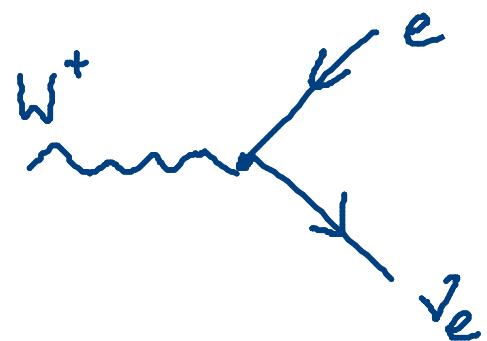
$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$$

und rechtsständige Fermionen sind Singlets mit $l_w = 0$: rh. Neutrinos ignoriert, → weit steril

$$(e)_R, (\mu)_R, (t)_R, (u)_R, (c)_R, (t)_R, (d)_R, (s)_R, (b)_R$$

5.3.4 Zusammenfassung als Feynmanregeln

- geladener schwacher Vertex


$$= -i \frac{g_w}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5)$$

+ dito für alle Isospin-Dubletts

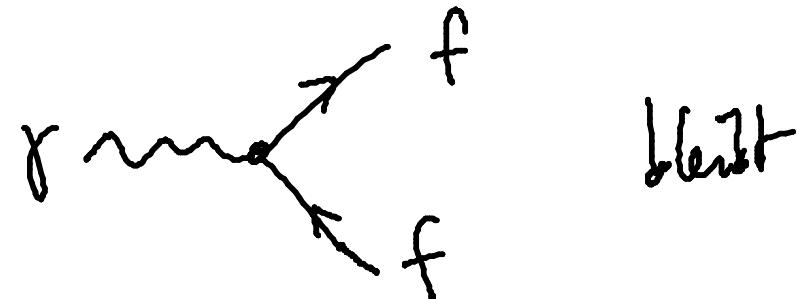
- Riesenerfolg: haben EM und schwache WW auf eine einheitliche Kopplungskonstante | Ladung | Gichgruppe zurück geführt:

$$U(1)_Y \times SU(2)_L$$

schwarze
Hyperladung $\leftarrow Y = 2(Q - I_W^{(3)}) \rightarrow$ schwache Isospin

bzw. $e = g_w \sin \theta_w = g' \cos \theta_w$

- neutrale Vertices



$$U(1)_Y \times SU(2)_L$$

schwache Hypercharge $\leftarrow Y = 2(Q - I_W^{(3)}) \rightarrow$ schwache Isospin
bzw. $e = g_W \sin \theta_W = g' \cos \theta_W$

Feynman diagram showing a wavy line labeled "z" entering from the left and splitting into two fermion lines labeled "f".

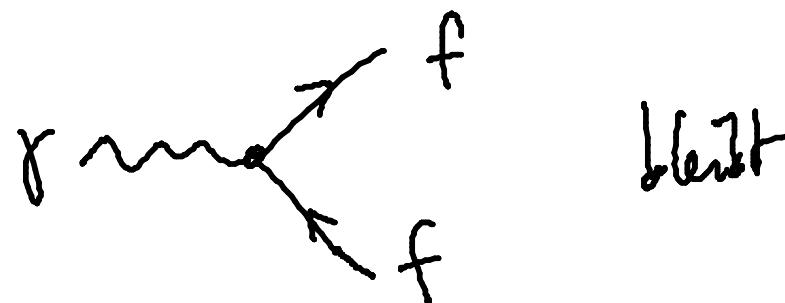
$$= -i g_z \cdot \gamma^\mu \cdot \frac{1}{2} (c_v - c_A \gamma^5)$$

$$c_v = I_W^{(3)} - 2Q \sin^2 \theta_W$$

$$c_A = I_W^{(3)}$$

\Rightarrow falls $c_v = c_A \Rightarrow$ rein linkshändig (nur für Neutrinos der Fall: $Q=0$)
im Allgemeinen gesicht \Rightarrow antientige Paritätsverletzung

- neutrale Vertices



$$U(1)_Y \times SU(2)_L$$

$$\text{schwache Hypercharge} \leftarrow Y = 2 \left(Q - I_W^{(3)} \right) \rightarrow \text{schwache Isospin}$$

bzw. $e = g_W \sin \theta_W = g' \cos \theta_W$

\parallel

g_e

$\frac{g_w}{\cos \theta_w}$

$$= -i g_z \cdot \gamma^\mu \cdot \frac{1}{2} (c_v - c_A \gamma^5)$$
 $c_v = I_W^{(3)} - 2 Q \sin^2 \theta_W$
 $c_A = I_W^{(3)}$

\Rightarrow falls $c_v = c_A \Rightarrow$ rein linkshändig (nur für Neutrinos der Fall: $Q=0$)

im Allgemeinen gesicht \Rightarrow anterlge Paritätsverletzung

$$\alpha_w = \frac{g_w^2}{4\pi} \rightarrow \frac{\alpha}{\alpha_w} = \frac{e^2}{g_w^2} = \sin^2 \theta_W \approx 0,23 \Rightarrow$$

\Rightarrow schwache WW eigentlich stärker!

Aber: Propagator des G-bosons in ME:

$$P_{\text{QED}} \sim \frac{1}{g^2}$$

$$P_W \sim \frac{1}{g^2 - m_W^2}$$

$$\alpha_W = \frac{g_W^2}{4\pi} \rightarrow \frac{\alpha}{\alpha_W} = \frac{e^2}{g_V^2} = \sin^2 \theta_W \approx 0,23 \Rightarrow$$
$$\frac{g^2}{m_W^2} \quad \frac{1}{m_W^2}$$

now für Hochenergie experimente ist $g^2 > m_W^2$ \Rightarrow schwache WW wird relativ stark

5.4 DER HIGGS-MECHANISMUS

5.4.1 Masse-Terme in der Lagrange-dichte

- Masse-terme = quadratisch im entsprechende Feld,
z. B. für Fermion in Dirac - feldung

$$\mathcal{L} = i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi$$

bzw. skalares feld: $\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} m^2 \phi^2$

- Kann man analog auch für Gch bosonen Masse-terme hinzufügen?

$$\mathcal{L}_{m_\phi} \sim m_\phi^2 A_\mu A^\mu$$

Nein: verletzt Einschvarianz!

→ Suche dynamische Mechanismus, der solche Terme eich invariant gewirkt.

5.4.2 Vorberichtung: skalare Felder und spontane Symmetriebrechung

- Lagrange-Funktion für skalares Feld ϕ (real)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial^\mu \phi)(\partial_\mu \phi) - V(\phi)$$

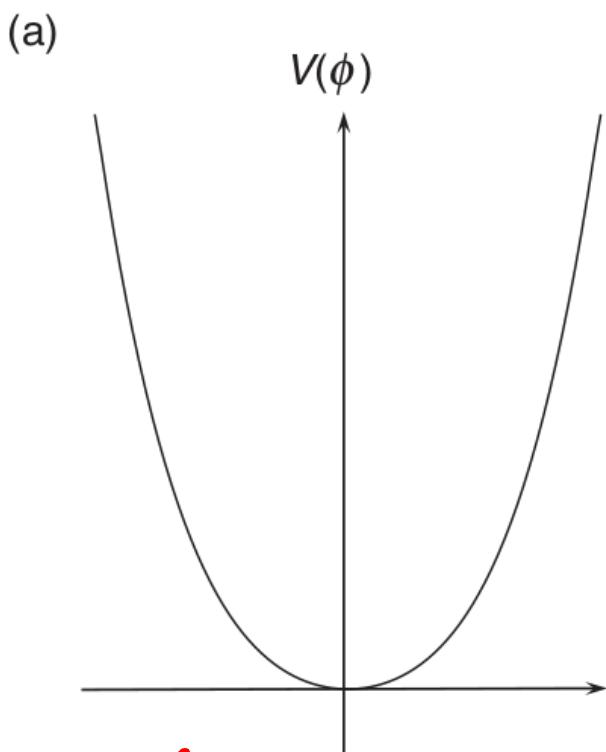
Betrachte: $V(\phi) := \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4$

mit $\mu^2 > 0$ (\rightarrow nicht mehr als Masse μ interpretierbar)

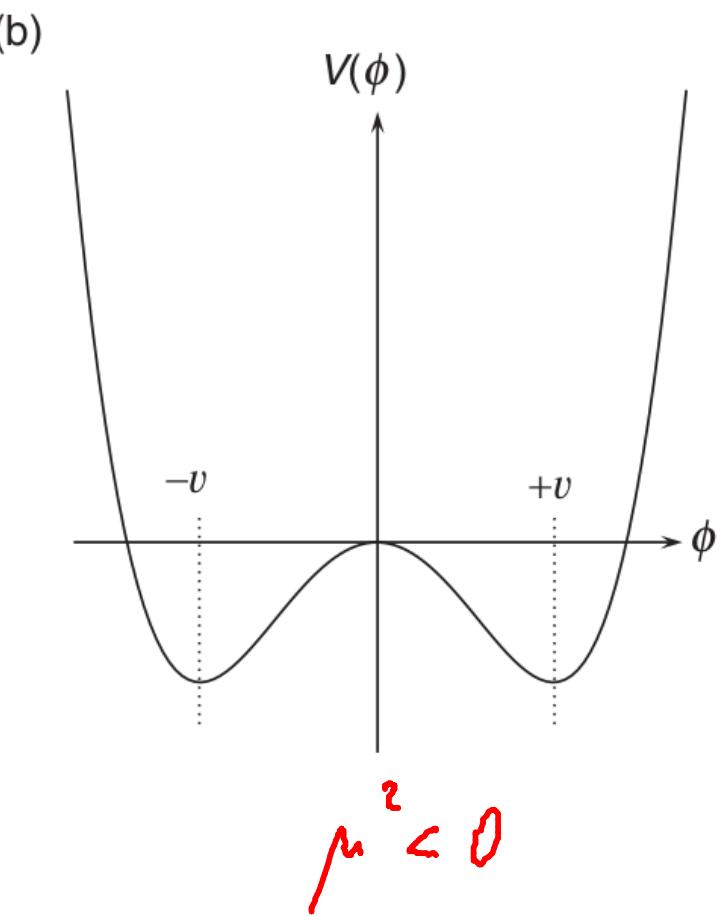
- Störungstheorie: Entwicklung der Zustände um Vakuum

$$\phi_{\min} = \pm v = \pm \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}$$

$(\equiv$ Minimum von V)



$$\mu^2 \geq 0$$

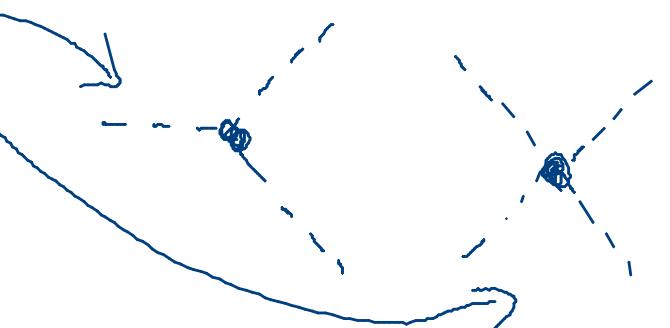


$$\mu^2 < 0$$

\hookrightarrow Betrachte verschobenes Feld η mit

$\phi(x) = v + \eta(x) \Rightarrow$ „spontane Symmetriebrechung“ durch Wahl des $+v$ -Minimums

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \underbrace{\lambda v^2 \eta^2}_{= \frac{1}{2} m_\eta^2} - \lambda v^2 \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4 + \cancel{\frac{1}{4} \lambda v^4} \xrightarrow{\text{const}} \\ &\quad \Rightarrow \text{Massenterm für das skalare Feld selbst} \end{aligned}$$



5.4.3 Der Higgs-Mechanismus am Beispiel $U(1)$

- benötige: komplexes skalares Feld $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 + i\phi_2)$
mit Potential: $V(\phi) = \mu^2 \phi^2 + \lambda \phi^4$ ($\mu^2 < 0$)

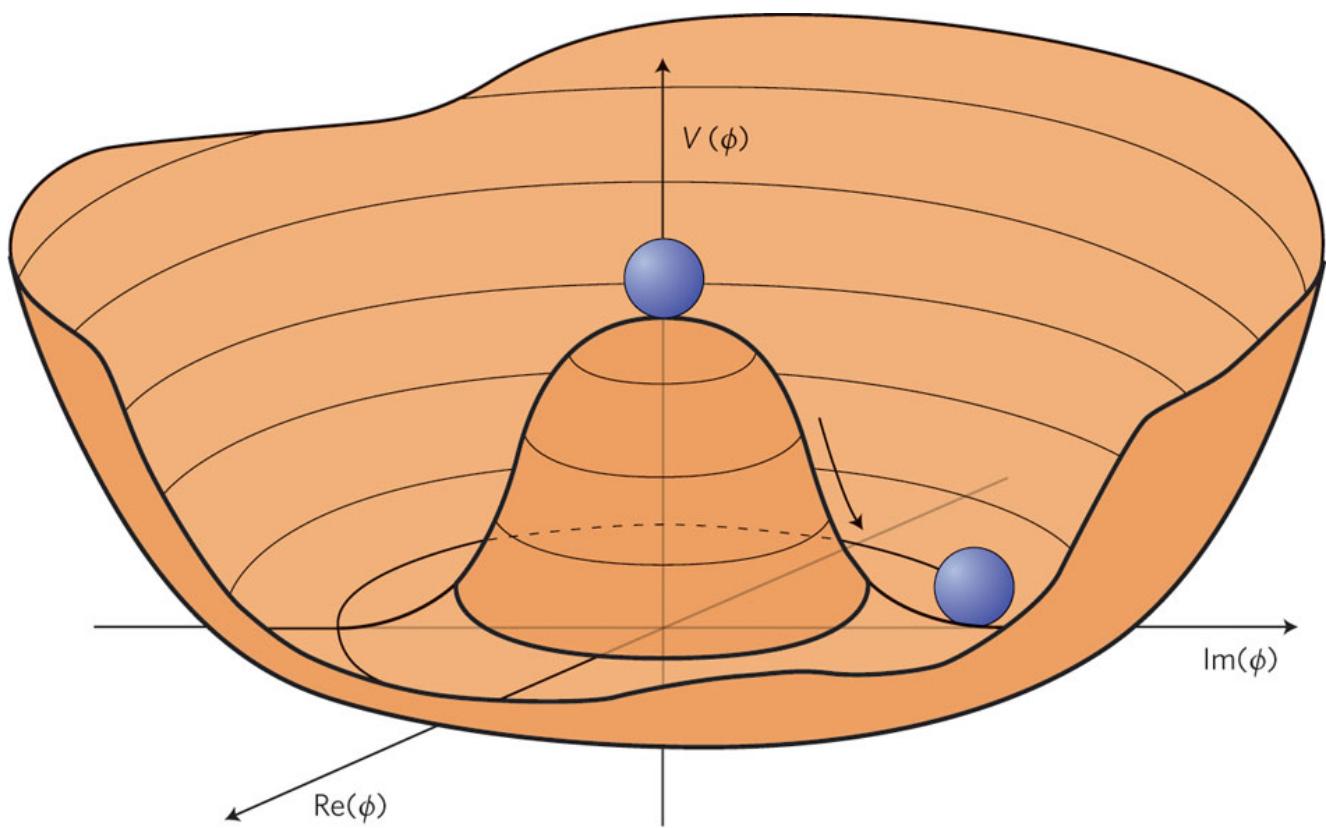
- Eichtheorie \Rightarrow muss in \mathcal{L} erscheinen

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ig A_\mu$$

um Invarianz unter $\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{ig\theta(x)} \phi(x)$

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu \phi)^* (D^\mu \phi) - \mu^2 \phi^2 - \lambda \phi^4$$

- Betrachte $\mu^2 < 0 \Rightarrow$ verschobene Felder $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (v + \eta(x) + i\zeta(x))$
 \Rightarrow „spontane Symmetriebrechung“ der $U(1)$



$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \underbrace{\frac{1}{2} (\partial_\mu \eta) (\partial^\mu \eta)}_{\text{massives } \eta\text{-Boson ("Higgs")}} - \lambda v^2 \eta^2 + \underbrace{\frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi) (\partial^\mu \varphi)}_{\text{masseloses } \varphi\text{-Boson ("Goldstone")}} + \underbrace{\frac{1}{2} g^2 v^2 A_\mu A^\mu}_{\text{massives Eichboson!}} + \dots$$

(immer noch der gleiche Lagrangian!)

$U(1)$ gebrochen \Rightarrow Masseterm für $U(1)$ -Eichboson

• Diskussion:

- Zusätzliches Teilchen φ jenseits des Higgs $\rightarrow ?$

Man kann per Eich-Trafo $A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{g v} \partial_\mu \varphi$ das φ aus \mathcal{L} verschwinden lassen

$$\Rightarrow \text{reelles } \phi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(v + \eta(x) \right) \quad (\text{unitäre Eichung})$$

$\text{Higgs-Feld } h(x)$

- $\mathcal{L} = \dots$ enthält noch WW -Terme zwischen Higgs-Bosonen und Eichboson (\Rightarrow s. Sk)
- Eichbosonmasse $m_A = g \cdot v$ proportional zur Stärke der gebrochenen WW
und zum Vakuumerwartungswert des Higgs-Feldes
- Higgsbosonmasse $m_H = \sqrt{2\lambda} \cdot v$
- 2 Freiheitsgrade $(\phi_1, \phi_2) \rightarrow$ 1 scalares Teilchen + massives Eichboson

5.4.4 Der Higgs-Mechanismus im Standardmodell $U(1)_Y \otimes SU(2)_L$

- brachte 4 neue Freiheitsgrade (3 massive Goldbosone + 1 Higgsboson)

↳ minimales Modell: komplexe schwaches Dublett

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^+ (\partial^\mu \phi) - \mu^2 \phi^+ \phi - \lambda (\phi^+ \phi)^2$$

$$\text{mit } D^\mu = \partial^\mu + ig' \frac{Y}{2} B^\mu + ig_W \cdot \hat{T}_k \cdot W_k^\mu$$

⇒ selbe Prozedur wie oben, in unitärer Fähngung entsteht: $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$

$$(\partial_\mu \phi)^+ (\partial^\mu \phi) = \frac{1}{2} (\partial_\mu h)(\partial^\mu h) + \frac{1}{8} g_W^2 (W_{1\mu} + iW_{2\mu})(W_1^\mu - iW_2^\mu) (v+h)^2 + \frac{1}{8} (g_W W_{3\mu} - g' B_\mu)(g_W W_3^\mu - g' B^\mu) (v+h)^2$$

$$(\partial_\mu \phi)^+ (\partial^\mu \phi) = \underbrace{\frac{1}{2} (\partial_\mu h)(\partial^\mu h)}_{\text{I}} + \underbrace{\frac{1}{8} g_W^2 (W_{1\mu} + i W_{2\mu})(W_1^\mu - i W_2^\mu)(v+h)^2}_{\text{II}} + \underbrace{\frac{1}{8} (g_W W_3 - g' B_\mu)(g_W W_3^\mu - g' B^\mu)(v+h)^2}_{\text{III}}$$

I II III

Kinetischer Term des Higgsfeldes W^\pm -Masse + Kopplung an das Higgsfeld Z^0/γ -Masse + Kopplung an das Higgsfeld

II in den physikalischen Feldern $W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_1 \mp i W_2)$

$$\frac{1}{4} g_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} (v+h)^2 = \underbrace{\frac{1}{4} g_W^2 v^2 W_\mu^- W^{+\mu}}_{m_W = \frac{1}{2} g_W v} + \underbrace{\frac{1}{2} g_W v W_\mu^- W^{+\mu} h}_{\sim \frac{1}{2} g_W^2 v = g_W m_W} + \underbrace{\frac{1}{4} g_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} h h}_{h \dashv \quad \quad \quad h \quad \quad \quad W^+ \quad \quad \quad W^-}$$

III physikalische Felder? (= Masseneigenzustände)

$$(\partial_\mu \phi)^+ (\partial^\mu \phi) = \underbrace{\frac{1}{2} (\partial_\mu h)(\partial^\mu h)}_{\text{I}} + \underbrace{\frac{1}{8} g_W^2 (W_{1\mu} + i W_{2\mu})(W_1^\mu - i W_2^\mu)(v+h)^2}_{\text{II}} + \underbrace{\frac{1}{8} (g_W W_{3\mu} - g' B_\mu)(g_W W_3^\mu - g' B^\mu)(v+h)^2}_{\text{III}}$$

Kinetischer Term des Higgsfeldes

W^\pm -Masse + Kopplung an das Higgsfeld

Z^0/γ -Masse + Kopplung an das Higgsfeld

III physikalische Felder? (=Massenzustände)

$$\text{III.1} = \frac{v^2}{8} (g_W W_{3\mu} - g' B_\mu)(g_W W_3^\mu - g' B^\mu) = \frac{v^2}{8} (W_{3\mu} \quad B_\mu) \begin{pmatrix} g_W^2 & -g_W g' \\ -g_W g' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_3^\mu \\ B^\mu \end{pmatrix}$$

↓ Diagonalisierung von \hat{M}

$$\frac{v^2}{8} (A_\mu \quad Z_\mu) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & g_W^2 + g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix}$$

$m_A = 0$

$m_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g_W^2 + g'^2}$

$\equiv \hat{M}$
(nicht-diagonale Massenmatrix)

$$\rightarrow A_\mu = \frac{g_W}{\sqrt{g_W^2 + g'^2}} B_\mu + \frac{g'}{\sqrt{\dots}} W_{3\mu} ; \quad Z_\mu = \frac{-g'}{\sqrt{\dots}} B_\mu + \frac{g_W}{\sqrt{\dots}} W_{3\mu}$$

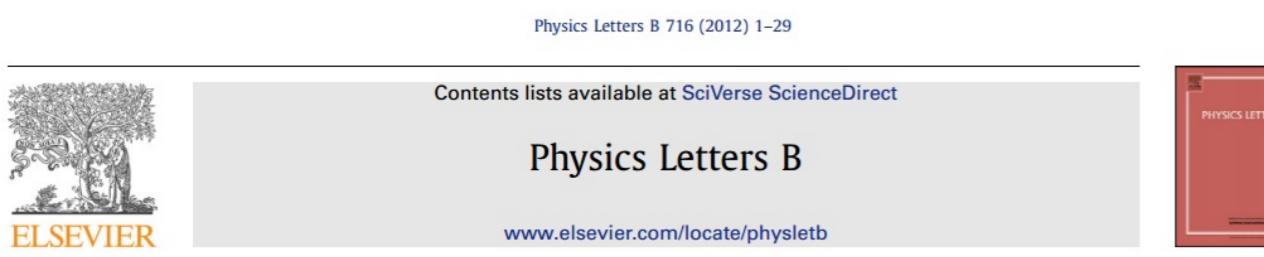
$\equiv \cos \theta_W$ $\equiv \sin \theta_W$

$-\sin \theta_W$ $\cos \theta_W$

III.2, III.3 \rightarrow Kopplungen von Higgs und Z^0 -Bosonen $\sim m_Z$

5.4.5 Eigenschaften des Higgs-Bosons

- skalares Teilchen (Spin 0) (einziges im SM!)
- Masse im SM nicht vorhergesagt: $m_H^2 = 2\lambda v^2$ freier Parameter
↳ Messungen unabhängig von Masse aufgesetzt



Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC \star

ATLAS Collaboration*

This paper is dedicated to the memory of our ATLAS colleagues who did not live to see the full impact and significance of their contributions to the experiment.

ARTICLE INFO

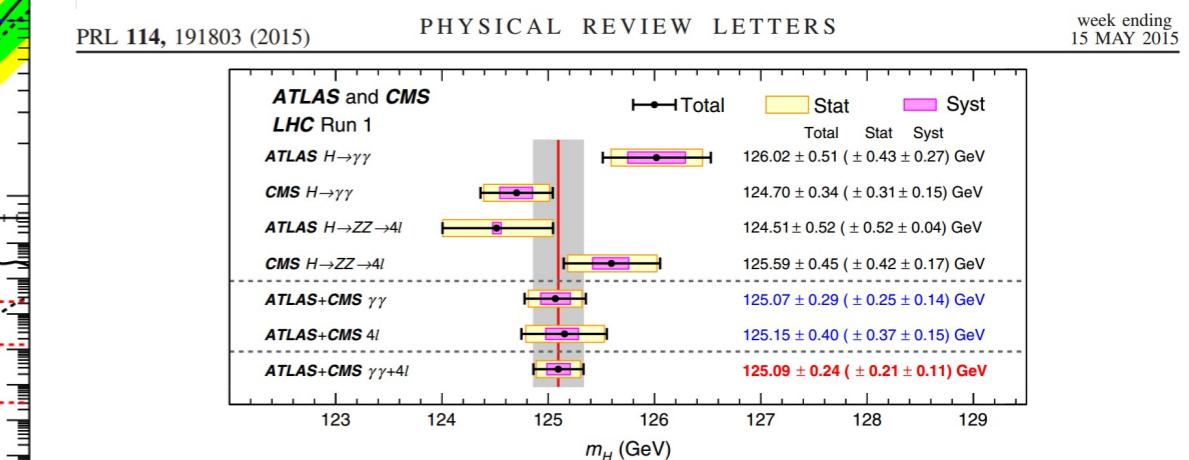
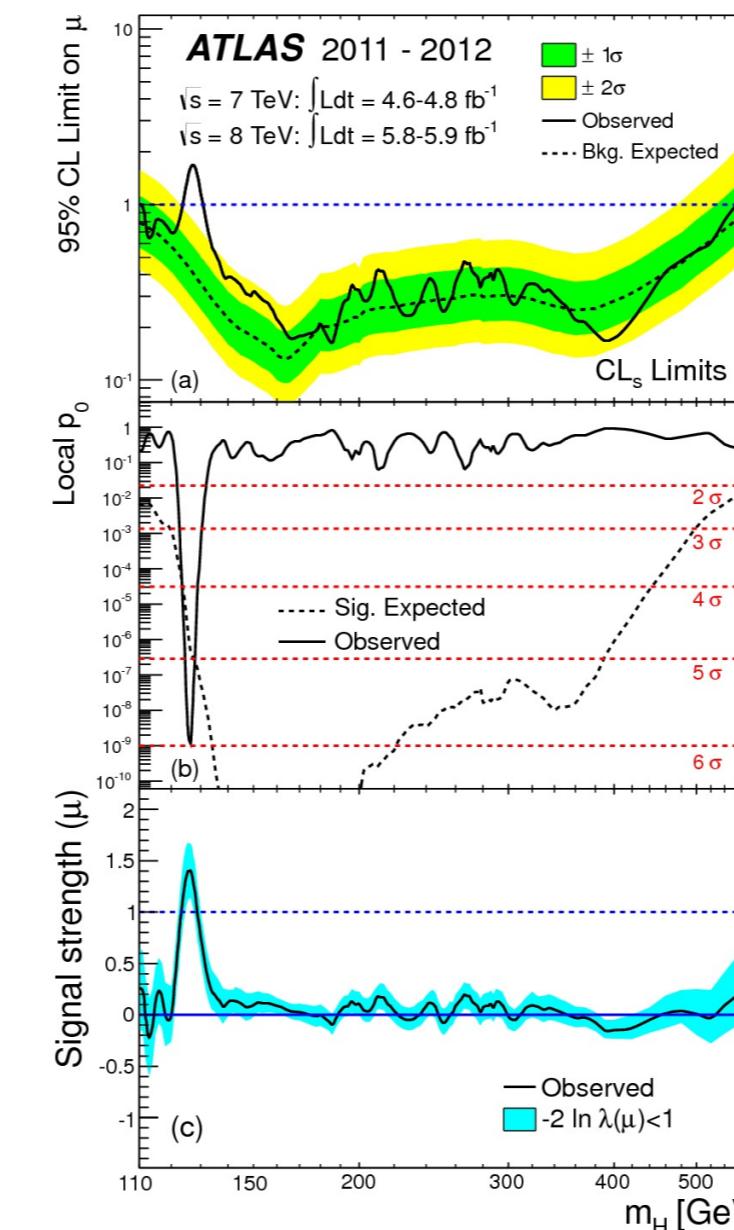
Article history:
Received 31 July 2012
Received in revised form 8 August 2012
Accepted 11 August 2012
Available online 14 August 2012
Editor: W.-D. Schlatter

ABSTRACT

A search for the Standard Model Higgs boson in proton-proton collisions with the ATLAS detector at the LHC is presented. The datasets used correspond to integrated luminosities of approximately 4.8 fb^{-1} collected at $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ in 2011 and 5.8 fb^{-1} at $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ in 2012. Individual searches in the channels $H \rightarrow ZZ^{(*)} \rightarrow 4\ell$, $H \rightarrow \gamma\gamma$ and $H \rightarrow WW^{(*)} \rightarrow e\nu\mu\nu$ in the 8 TeV data are combined with previously published results of searches for $H \rightarrow ZZ^{(*)} \rightarrow 4\ell$ and $H \rightarrow \gamma\gamma$ in the 7 TeV data and results from improved analyses of the $H \rightarrow ZZ^{(*)} \rightarrow 4\ell$ and $H \rightarrow \gamma\gamma$ channels in the 7 TeV data. Clear evidence for the production of a neutral boson with a measured mass of $126.0 \pm 0.4 \text{ (stat)} \pm 0.4 \text{ (sys)} \text{ GeV}$ is presented. This observation, which has a significance of 5.9 standard deviations, corresponding to a background fluctuation probability of 1.7×10^{-9} , is compatible with the production and decay of the Standard Model Higgs boson.

© 2012 CERN. Published by Elsevier B.V. All rights reserved.

$$m_H = (125,09 \pm 0,24) \text{ GeV}$$

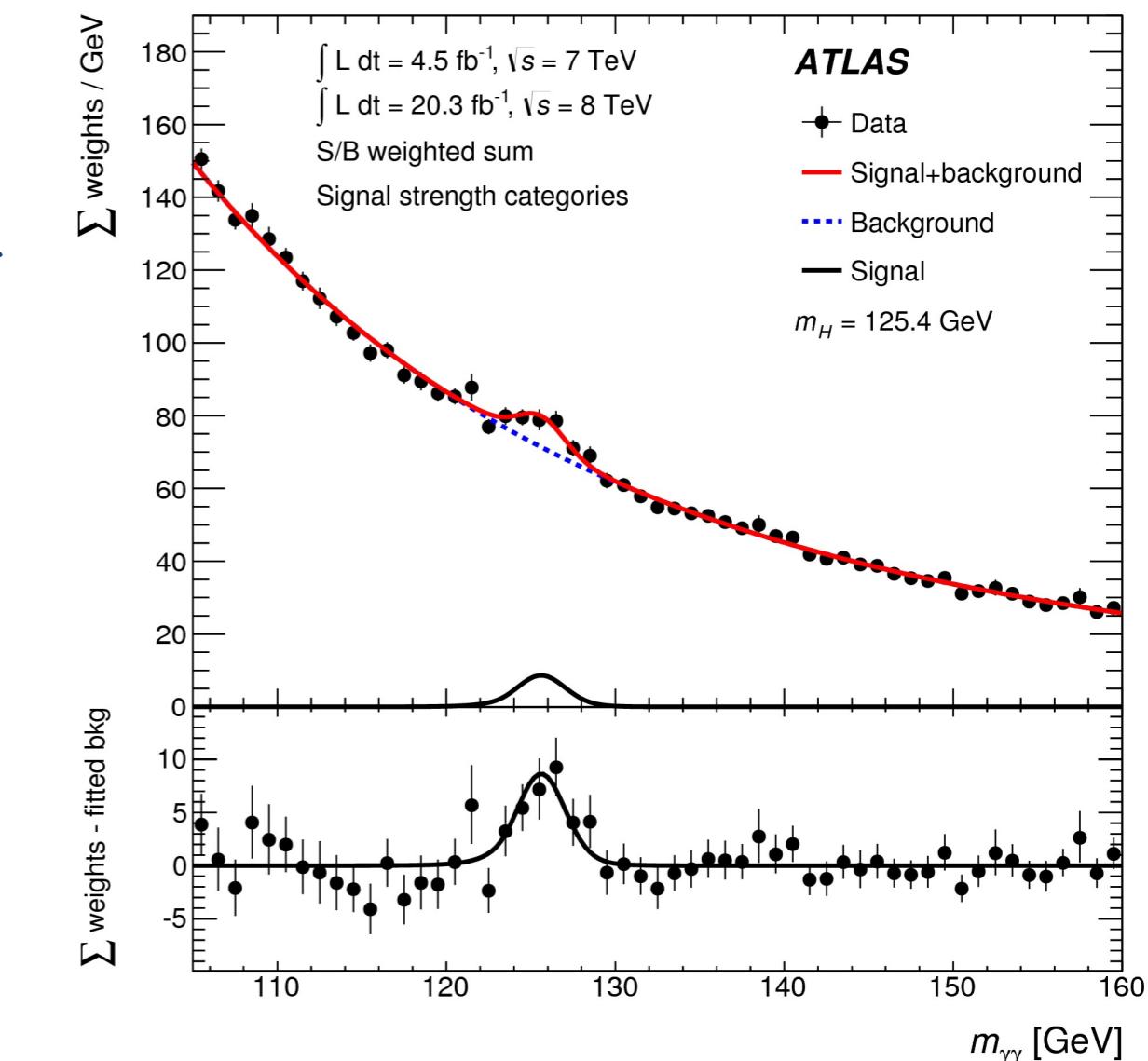


- elektrisch neutral
- Lebensdauer lässt sich für gegebene Masse aus den Partialbreiten der Zerfallsprozesse berechnen:

$$\rightarrow \Gamma_{H(125)} \approx 4 \text{ MeV} \rightsquigarrow \tau = \dots ?$$

Messung auf diesem Niveau noch nicht möglich, z.B. invarianten Masse

Detektorauflösung zu schlecht
um in MeV-Bereich zu gelangen



5.4.6 Massen der Fermionen

- Massenterm der Fermionen in Dirac- \mathcal{L} :

$$\mathcal{L}_m = -m \bar{\psi} \psi = -m \bar{\psi} \left(\frac{1-\gamma^5}{2} + \frac{1+\gamma^5}{2} \right) \psi = -m (\bar{\psi}_R \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_R)$$

aber in $SU(2)$: linkshändige Doublets $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$ und rechtsständige Singlets (e_R)

$\Rightarrow \mathcal{L}_m$ nicht invariant unter $SU(2)_L$

- Ausweg: same Massenterm mit Hilfe des Higgs- Doublets

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L}_m = -g_e \left[(\bar{\nu}_e \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi^{+*} \phi^{0*}) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right]$$

„Yukawa“-Kopplung $\rightarrow SU(2)$ -invariant

$$\mathcal{L}_m = -g_e \left[(\bar{\nu}_e \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi^{+*} \quad \phi^{0*}) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right]$$

aber mit spontan gebrochener Symmetrie

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L}_m = -\underbrace{\frac{g_e}{\sqrt{2}} v}_{\sim} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{g_e}{\sqrt{2}} \cdot h \cdot (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L)$$

$$g_e \doteq \sqrt{2} \frac{m_e}{v}$$

$$= -\underbrace{m_e \bar{e}e}_{\text{Massenterm}} - \underbrace{\frac{m_e}{v} \bar{e}eh}_{\text{Vertex}} \sim \frac{m_e}{v}$$

- Masse wird aber nicht vorhergesagt (im Gegensatz zu Goldbosonen), sondern durch Yukawa - Kopplungsparameter „richtig“ gesetzt: $g_f = \sqrt{2} \frac{m_f}{v}$

5.4.7 Vakuum - Stabilität

Teilchen- und Kernphysik WS 2015/16

- Können nun endlich auf Definition und Potential unseres Vakuums zurückkommen

wel wir die fundamentale Lagrange - Funktion unseres Universums (vermeintlich) kennen!

- Potential jetzt bekannt:

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^+ \phi^- + \lambda (\phi^+ \phi^-)^2$$

$$\downarrow \text{mitäre Gleichung} \quad \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix}$$

$$V(h) = \frac{\mu^2}{2} (v+h)^2 + \frac{\lambda}{4} (v+h)^4$$

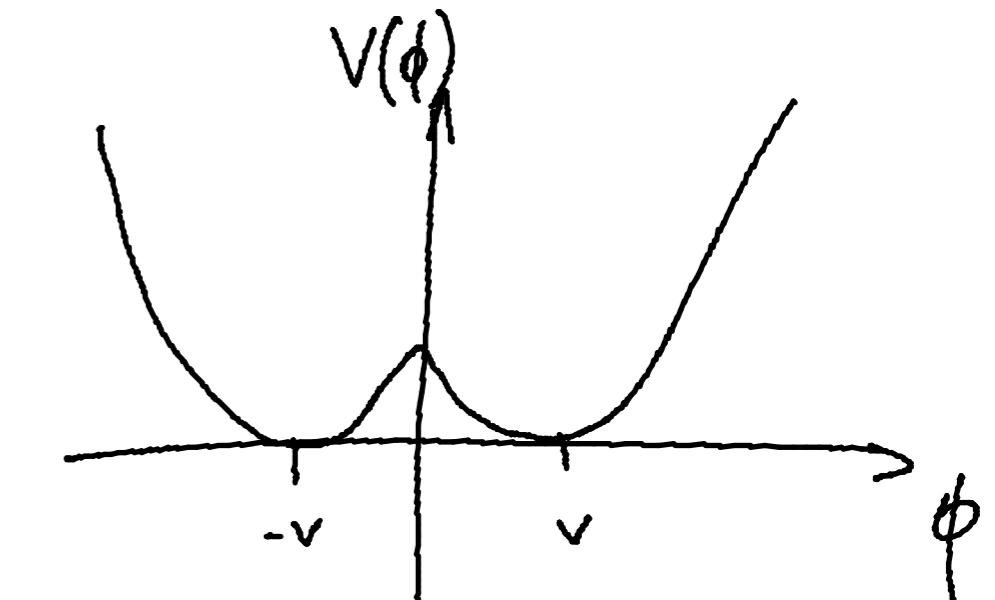
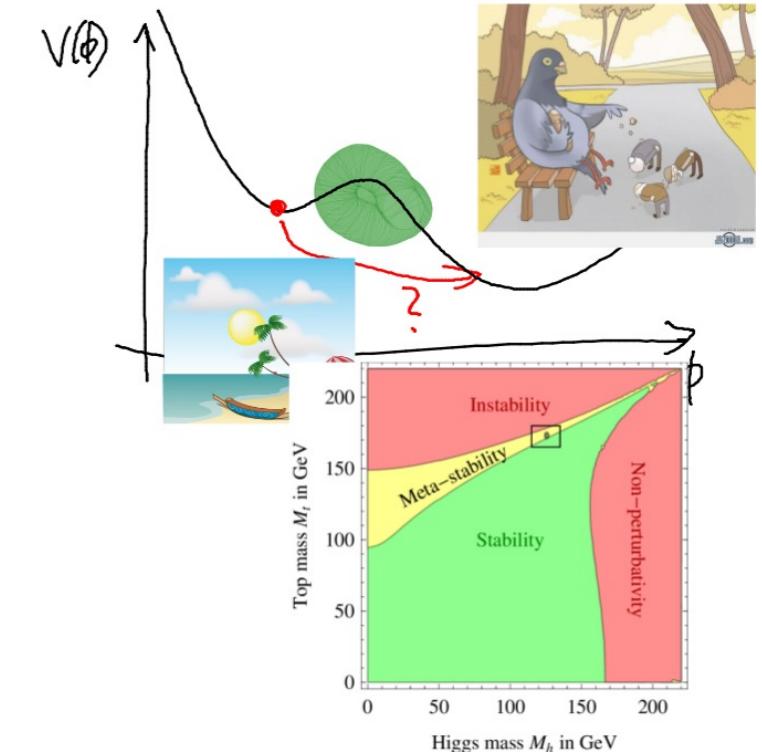
$$\text{mit } \mu^2 < 0 \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{m_h^2}{2v^2} > 0 \quad \Rightarrow$$

\Rightarrow alles fein, Grundzustand $\phi=v$ ist stabiles Vakuum

Astrophysiker Stephen Hawking:
"Gottesteilchen" könnte das Universum zerstören



Eines der größten Mysterien der Wissenschaft, das Higgs-Teilchen (oder auch Gottesteilchen genannt), könnte die Welt ins Wanken bringen. Das behauptet zumindest der berühmte Astrophysiker Stephen Hawking.



Aber: genauere Berechnungen (\rightarrow Higgs-VL) zeigen, dass λ von einer Skala abhängt (exakt analog zu α_s)

$$\lambda(v+h)^4 \xrightarrow{h \rightarrow \infty} \lambda(h) \cdot h^4$$

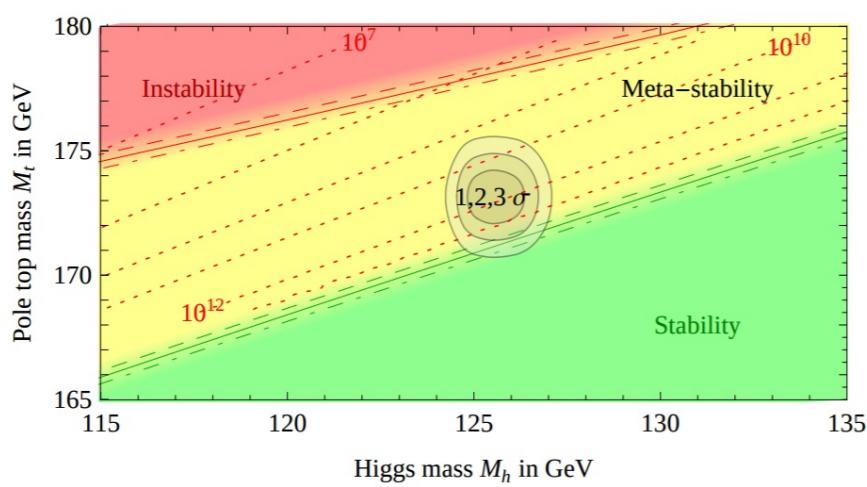
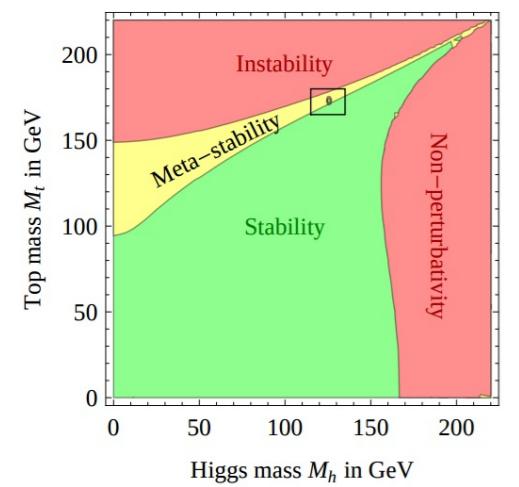
$$\lambda(h) = \lambda(\mu) + \beta_\lambda \ln \left[\frac{h}{\mu} \right],$$

$$(4\pi)^2 \beta_\lambda \approx 24\lambda^2 - 6y_t^4 + \dots,$$

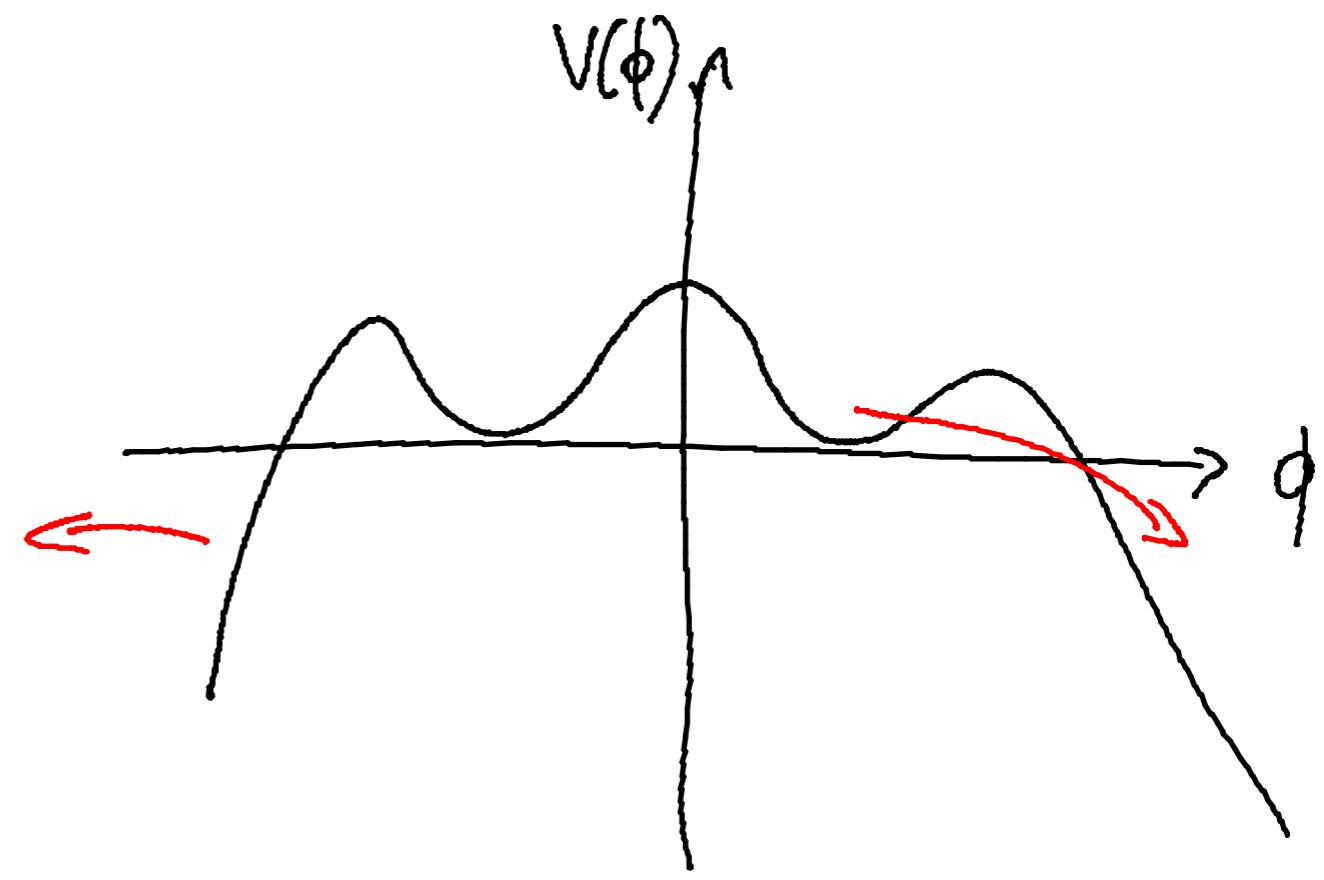
$$y_t(m_t) \approx 1 \text{ & } \lambda(m_t) \approx 0.12$$

$$\Rightarrow \beta_\lambda(m_t) < 0.$$

$$\begin{aligned} y_t^4 &= \text{Yukawa-Kopplung des Top-Quarks} \\ &\equiv g_t^4 = \left(\sqrt{2} \frac{m_t}{v} \right)^4 \end{aligned}$$

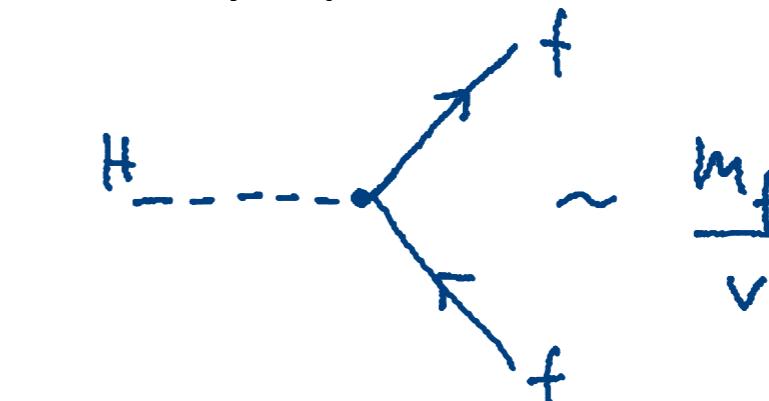
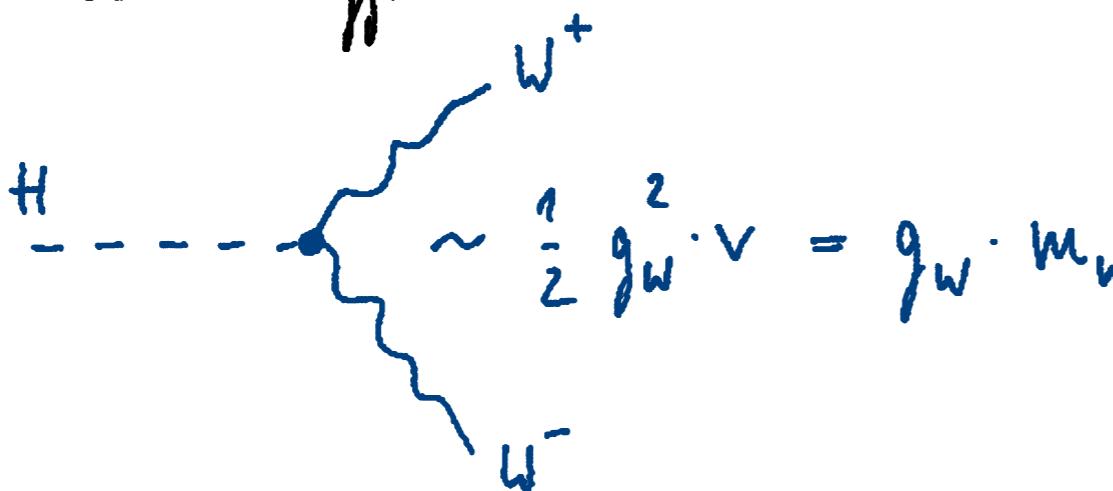


hängt ab von
Vorzeichen von $\lambda(h)$
und damit von
 m_h und m_t



5.4.8 Produktions- und Zerfallsprozesse des Higgs-Bosons

- Kopplungsstärke des Higgs an Fermionen bzw. Bosone proportional zu deren Masse



⇒ dominante Prozesse enthalten schwere Teile

Produktionsprozesse

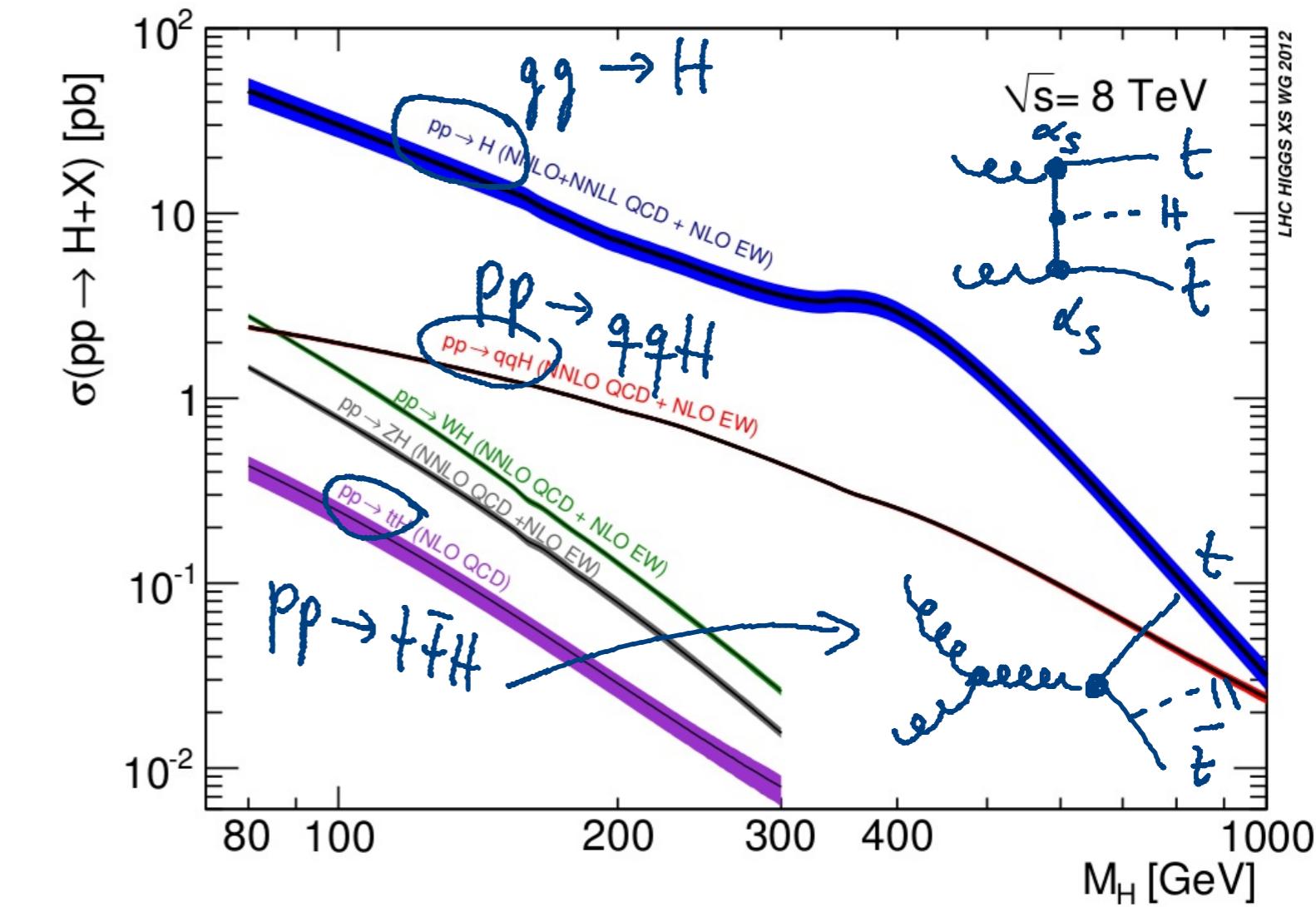
→ bislang: dominanter Produktionsprozess am LHC:

$$gg \rightarrow H \quad (\text{Gluon-Gluon-Fusion})$$

Warum, obwohl Gluonen masselos? → Übergang

→ weiterer wichtiger Produktionsprozess

$$(Vektor-Boson-Fusion)$$



Zerfallsprozesse

→ dominanter Zerfallsprozess

$$H \rightarrow b\bar{b}$$

$$\Gamma(H \rightarrow b\bar{b}) \approx 2 \text{ MeV}$$

$$(\Gamma_H \approx 4 \text{ MeV})$$

→ wichtig für Gt-deckung:

