

Gaslaser

GL

Oliver Matthes, Valentin Boettcher

3. November 2019

Datum der Durchführung:

3. November 2019

Ort:

HZDR Dresden/Rossendorf Geb. 620/123

Betreuer:

Tim Ziegler

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Besetzungsinversion und Laserbedingung	3
2.2	Optischer Resonator	5
2.2.1	Matrizenoptik	5
2.2.2	Stabilität im Resonator	6
2.3	Modenstruktur und Linienverbreiterung des Laser-Lichtes	7
2.4	Fabry-Perot-Interferometer	7
2.5	Malus Law	8
3	Versuchaufbau und Geräte	8
4	Durchführung	9
4.1	Stabilitätsbereich	9
4.2	Justage und Messung der Verstärkung im Einfachdurchgang	9
4.3	Aufbau des Hemisphärischen Resonators	10
4.4	Messung der Polarisationsseigenschaften	10
4.5	Messung der Kaustik	10
4.6	Messung des Spektrums mit dem Faserspektrometer	10
4.7	Messung von Spektren mit dem FPI	10
5	Auswertung	11
5.1	Verstärkung im Einfachdurchgang	11
5.2	Ausgangsleistung in Abhängigkeit der Resonatorlänge	11
5.3	Polarisationsseigenschaften des Laserstrahls	12
5.4	Messung der Kaustik	12
5.5	Messung des Spektrums mit dem Faserspektrometer	12
5.6	Kalibrierung der Zeitachse des Oszilloskops	12
5.7	Bestimmung der Finesse	13
5.8	Modenstruktur des kommerziellen Lasers	13
5.9	Longitudinale Modenstruktur des offenen HeNe-Lasers	14
5.10	Betrachtung der Linienverbreiterung	14

6 Literatur**15**

1 Einleitung

Der LASER ist seit seiner Erfindung in den 1960er Jahren in der modernen Physik zu einem Standardwerkzeug geworden. Unter anderem kann ein Laserstrahl zur Erzeugung von sehr tiefen Temperaturen (Untersuchung von Quanteneffekten, Bose-Einstein Kondensation), zur Erzeugung und Untersuchung von Schockwellen und zur Beschleunigung von Elementarteilchen genutzt werden. Auch in der Technik findet der LASER aufgrund der hohen Kohärenz und Intensität des emittierten Lichtstrahls vielfach Anwendung. So hat man alltäglich mit auf Lasertechnologie basierenden Barcode-Scannern und CD-Spielern zu tun. Auch die moderne Telekommunikationstechnik um das Internet nutzt LASER zur Datenübertragung.

Zum näheren Verständnis sollte zunächst das Akronym LASER geklärt werden.

Acronym 1.1 (Laser) LIGHT AMPLIFICATION BY STIMULATED EMISSION OF RADIATION.

Dementsprechend verstärkt ein LASER also Licht durch stimulierte Emission. Da die stimulierte Emission von Strahlung ein Photon in allen seinen Eigenschaften kopiert, wird im Allgemeinen kohärentes und bedingt durch die Verstärkung sehr intensives Licht erzeugt.

Der grundlegende Aufbau eines Lasers ist erstaunlich einfach. So besteht ein Laser aus:

1. einem aktiven Medium (Gase, Festkörper)
2. einem optischen Resonator (meist rotationssymmetrische, sphärische Spiegel)
3. einer "Energiepumpe" (Lichtblitze, Elektronenstöße)

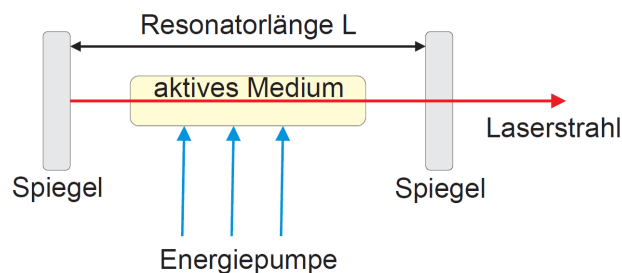


Abbildung 1: Schema eines Lasers

Die Energiepumpe erzeugt im aktiven Medium eine Ungleichgewichtsbesetzung von Energieniveaus, die die induzierte Emission begünstigt. Die Photonen oszillieren im Resonator mehrfach und werden bei jedem Durchlauf verstärkt, bis sie den Resonator verlassen.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Besetzungsinversion und Laserbedingung

Die Elektronen in Atomen nehmen nach der Quantenmechanik nur diskrete Energien an. Wenn ein Elektron seinen Zustand wechselt, wird bei diesem Übergang Licht emittiert oder absorbiert wobei für die Energien E_i und die Frequenz des beteiligten Photons ν gilt:

$$h\nu = E_2 - E_1 \quad (1)$$

Es gibt drei Prozesse, die nun die Anzahl der Atome im Grundzustand N_1 und der angeregten Atome N_2 beeinflussen.

Absorbtion Ein Photon wird von einem Atom absorbiert, welches dementsprechend angeregt wird. Die Häufigkeit dieses Prozesses ist proportional zur spektralen Energiedichte.

Spontane Emission Ein angeregtes Atom geht in einen tieferen Zustand über und sendet ein Photon aus. Dieser Prozess ist unabhängig von der umgebenden spektralen Energiedichte.

Stimulierte Emission Das Atom wird von einem passenden Photon zur Emission eines zweiten, identischen Photons angeregt und geht in einen tieferen Zustand über. Die Häufigkeit dieses Prozesses ist proportional zur spektralen Energiedichte.

Durch Aufstellung von Ratengleichungen für das thermische Gleichgewicht in einem Zweiniveausystem wird deutlich, dass in einem solchen Fall die spontane Emission überwiegt und keine Verstärkung auftreten kann, da die Wahrscheinlichkeit für Absorbtion und stimulierte Emission gleich, sowie immer mehr Teilchen im Grundzustand als im angeregten Zustand sind.

Für die Photonenzahldichte q gilt mit der spektralen Energiedichte $\rho(\nu)$ und dem Einsteinkoeffizienten für stimulierte Emission und unter Vernachlässigung der spontanen Emission:

$$\frac{dq}{dt} = \rho(\nu)B_{21}(N_2 - N_1) \quad (2)$$

Damit eine Verstärkung auftritt muss gelten:

$$N_2 > N_1 \quad (\text{Erste Laserbedingung})$$

Eine Besetzungsinversion kann erst mit einem Dreiniveausystem hergestellt werden. Da dort allerdings das untere Laserniveau der Grundzustand ist, wäre eine sehr hohe Pumprate notwendig. Bei einem Vierniveausystem kann man durch die Nutzung eines selten thermisch besetzten Niveaus schon mit relativ geringen Pumpraten eine Besetzungsinversion erzeugen.

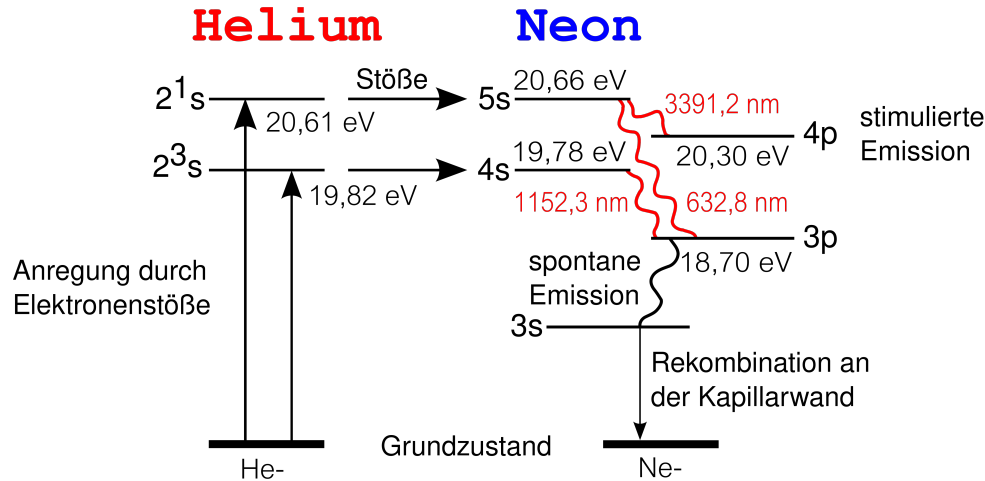


Abbildung 2: Vierniveausystem des HeNe-Laser

Der HeNe-Laser basiert auf dem in Abbildung 2 dargestellten Vierniveausystem. Das Helium wird (z.B. mit Elektronenstößen) angeregt (nach 2^1S bzw. 2^3S) und überträgt diese Anregung durch Atomstöße an das Neon, dessen Niveaus ($5S$, $4S$) ähnlich liegen. Der im optisch sichtbaren Bereich liegende Übergang $5S \rightarrow 3P$ wird vorwiegend im HeNe-Laser genutzt und ist für eine Besetzungsinversion besonders vorteilhaft, da die Lebensdauer der S Niveaus höher als die der P Niveaus ist.

Um nun die Verstärkungswirkung des Lasers in Anwendungen zu nutzen, ist eine Betrachtung von Energieverlusten nötig. Üblicherweise durchqueren Photonen einen Resonator der Länge L mehrfach und werden dabei durch stimulierte Emission verstärkt. Allerdings treten auch immer Verluste auf, sodass pro doppelten Umlauf die Intensität um einen Faktor $e^{-\kappa}$ korrigiert werden muss, wobei κ der sog. Verlustkoeffizient ist. Nach dieser Betrachtung muss die Verstärkung größer sein als der Verlust. Mit dem Wirkungsquerschnitt $\sigma_{21} = B_{21} \frac{h\nu}{c}$ ergibt sich:

$$\sigma_{21}(N_2 - N_1) \cdot 2L \geq \kappa \quad (\text{zweite Laserbedingung})$$

Falls nur Verluste bei der Reflexion an den Resonatorspiegeln auftreten, gilt mit den Reflexionskoeffizienten r_1, r_2 :

$$\kappa = -\ln(r_1 \cdot r_2) \quad (3)$$

Falls der Laserprozess stabil ist, stellt sich ein Gleichgewicht ein und die zweite Laserbedingung gilt mit einem Gleichheitszeichen.

2.2 Optischer Resonator

Ein optischer Resonator besteht im einfachsten Fall aus zwei Spiegeln mit den Radien R_1, R_2 im Abstand L . (Siehe auch Abbildung 5.)

Damit sich in longitudinaler Richtung eine stehende Welle ausbilden kann, muss L ein Vielfaches der halben Wellenlänge des Lichtes sein. Der Abstand der möglichen Frequenzen (Moden) beträgt daher:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L} \quad (4)$$

Wenn man die elektromagnetische Wellengleichung für in der x, y -Ebene langsam veränderliche Felder nähert (paraxial) ergeben sich analytische Lösungen für strahlenartige Felder. Diese Strahlen zeigen in transversaler Richtung unterschiedliche Intensitätsverteilungen von denen die einfachste und am wenigsten divergierende Mode die Form einer Gaußverteilung hat: **Gauß-Strahl**

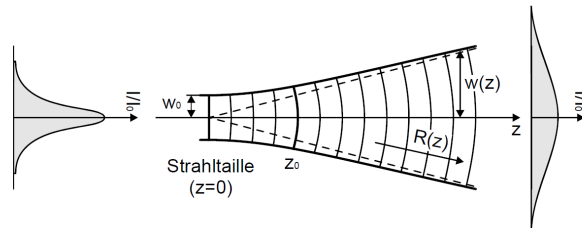


Abbildung 3: Gauß-Strahl

Dieser Strahl wird, wie in Abbildung 3 ersichtlich, charakterisiert durch die Strahldicke $w(z)$ und den Radius der Wellenfronten $R(z)$. Die Angabe von Amplitude, Strahltaile $w(z=0) = w_0$ und Wellenlänge beschreibt den Strahl vollständig.

2.2.1 Matrizenoptik

Um eine Stabilitätsbedingung für den Resonator aufzustellen, muss zuerst das Verhalten des Lichtfeldes beschrieben werden. Die Matrizenmethode der Strahlenoptik ist auch auf Gaußstrahlen anwendbar und stellt daher ein probates Mittel dar. Diese basiert auf der zweidimensionalen Darstellung des Lichtstrahles durch einen Vektor:

$$\begin{pmatrix} d \\ \alpha \end{pmatrix} \hat{=} \begin{pmatrix} \text{Abstand zur Achse} \\ \text{Winkel zur Achse} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Das optische System wird durch eine Matrix dargestellt, die man eleganterweise durch Multiplikation der Matrizen der Einzelsysteme erhält.

$$\mathfrak{M}_{\text{System}} = \mathfrak{M}_1 \cdot \dots \cdot \mathfrak{M}_n = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (6)$$

Die hier benötigten Matrizen sind im folgenden aufgeführt.

Element	Matrix	Parameter
freie Ausbreitung	$\begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	Weglänge s
dünne Linse	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$	Brennweite f
sphärischer Spiegel	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{pmatrix}$	Radius R

Tabelle 1: Einige optische Matrizen

Definiert man $\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)}$ so transformiert sich dieser Parameter mit der Matrix $\mathfrak{M}_{\text{System}}$ wie folgt:

$$q' = \frac{Aq + B}{Cq + D} \quad (7)$$

So kann man die Kaustik eines Laserstrahls, der in einem hemisphärischen Resonator entsteht und durch eine Linse mit Brennweite f fokussiert wie folgt berechnet.

Da $R_2 = \infty$ kann man $z = 0$ (Position des Beamwaist) auf die Spiegelposition legen. Aus dem in 2.2.2 diskutierten Anpassungen, ergibt sich der Beamwaist am Endspiegel zu:

$$w_0^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2 L(R - L) \quad (8)$$

Wenn s den Weg vor der Linse und x den Weg nach der Linse bezeichnet, dann ergibt sich für den Imaginärteil von q' :

$$b' = b \cdot \frac{AD - CB}{A^2 + B^2 b^2} \quad (9)$$

Damit kann man den Beamwaist des resultierenden Strahls berechnen:

$$w' = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi \cdot b'(x)}} \quad (10)$$

2.2.2 Stabilität im Resonator

Wenn man den Gaußstrahl so anpasst, dass $R(z_1) = R_1$, $R(z_2) = R_2$ (siehe Abbildung 4) und fordert, dass der Strahl nach zweifacher Reflexion in sich selbst übergeht, so erhält man ein geometrisches Kriterium für die Resonatorstabilität.

Mit der Definition

$$g_i = 1 - \frac{L}{R_i}; \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

ist ein Resonator stabil, falls:

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \quad (12)$$

2.3 Modenstruktur und Linienverbreiterung des Laser-Lichtes

Da, wie in 2.2 diskutiert, mehrere Moden im Resonator stabil sind, werden im Allgemeinen auch mehrere Moden verstärkt. Unterschiedliche Moden werden in der Regel unterschiedlich verstärkt, sodass nur endlich viele Moden die zweite Laserbedingung erfüllen, also über der Verlustgrenze liegen. Da höhere transversale Moden schneller Divergieren als die Gaußmode, sind bei diesen Moden die Beugungsverluste größer, sodass meist nur wenige davon über der Verlustgrenze liegen. [1, S. 171] Die longitudinalen Moden unterscheiden sich in ihren Frequenzen und liegen mit steigender Resonatorlänge zunehmend dicht (4). Die stimulierte Emission akzeptiert aufgrund der sog. **Linienverbreiterung** mehrere Frequenzen, also mehrere longitudinale Moden, die sich die Besetzungsinversion teilen müssen.

Für die Linienverbreiterung sind unter anderem die Energie-Zeit Unschärfe, strahlungsfreie Übergänge, elastische Stöße (Druckverbreiterung) und der Dopplereffekt (Dopplerverbreiterung) verantwortlich. Dabei unterscheidet zwischen *homogener*- (die ersten drei Beispiele) und *inhomogener* Linienverbreiterung, wobei erstere auf alle Gasatome gleichzeitig und letztere nur auf bestimmte Atomgruppen wirkt.

Beim HeNe-Laser in diesem Versuch überwiegt die Dopplerverbreiterung, deren Halbwertsbreite hier angegeben werden soll.

$$(\Delta\nu)_{\text{Doppler}} = 2 \cdot \nu_0 \left(\frac{2kT \ln 2}{mc^2} \right)^{1/2} \quad (13)$$

where: T — Temperatur
 ν_0 — Zentralfrequenz
 m — mittlere Atommasse

2.4 Fabry-Perot-Interferometer

Das *Fabry-Perot-Interferometer* (im Folgenden FPI) beruht auf Vielstrahlinterferenz, worin sich auch seine hohe spektrale Auflösung begründet. Die einfallende Welle wird zwischen zwei planparallelen Flächen (genannt Etalon, Abstand d , Reflexionsvermögen R) sehr oft reflektiert. Die Wellen, die das Etalon verlassen, interferieren nur bei bestimmten Abständen d oder Wellenlängen λ konstruktiv.

Damit kann das FPI sowohl als Interferometer zur Messung von Frequenzen, als auch als Modenfilter eingesetzt werden.

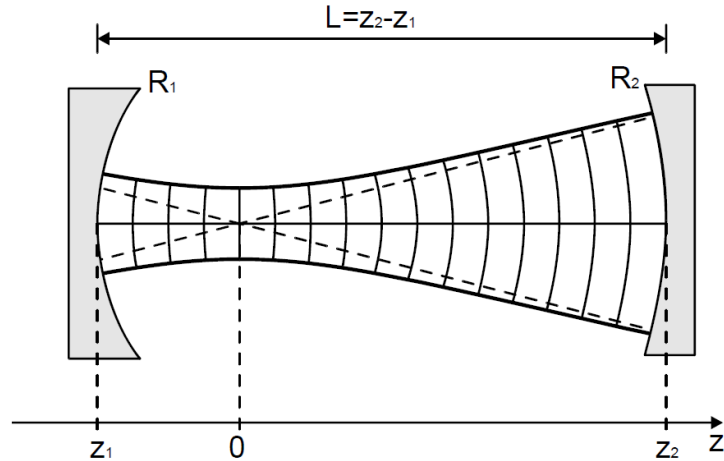


Abbildung 4: Gauß-Strahl im Resonator

Der *freie Spektralbereich* (FSR) des FPI gibt an, wie weit die einzelnen passierenden Frequenzen auseinander liegen und kann zur Kalibrierung von Frequenzdifferenzen genutzt werden. Es gilt:

$$\text{FSR} = \frac{c}{2 \cdot d} = \delta\nu \quad (14)$$

$$\Delta\text{FSR} = \frac{c}{2 \cdot d^2} \cdot \Delta d \quad (15)$$

Die *Finesse* des FPI ist der Quotient aus FSR und Halbwertsbreite der Peaks, also ein Maß für die Auflösung des FPI:

$$\mathfrak{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (16)$$

Es sollte also $R \rightarrow 1$ gelten.

Es ist zu beachten, dass die hier aufgeführten Beziehungen nur bei senkrechten Strahleinfall gelten.

2.5 Malus Law

Die Intensität einer ebenen Welle nach einem Polfilter ergibt sich durch Projektion der Eingangswelle auf die Richtung des Filters. Die Quadratur ergibt sich aus der Intensitätsberechnung $\propto E^2$. Θ bezeichnet den relativen Winkel der Polarisationsrichtungen.

$$I(\Theta) = I_0 \cdot \cos^2 \Theta \quad (17)$$

3 Versuchaufbau und Geräte

Der Versuchaufbau ist schematisch in Abbildung 5 dargestellt und umfasst unter anderem:

Spiegel Nummeriert von 1 bis 10.

Laser Kommerzieller HeNe-Laser und grüner Justagelaser.

Blenden Als Justagehilfe und zum Ausblenden von unerwünschten Moden.

Linsen und Filter Zur Untersuchung der Strahleigenschaften. (Sammellinse, Polfilter, Graufilter)

Fabry Perot Interferometer Festaufbau, Konfokal

Leistungsmessgerät Zur Leistungsmessung und als Justagehilfe.

Faserspektrometer OCEAN OPTICS HR2000+ als Referenzmessgerät.

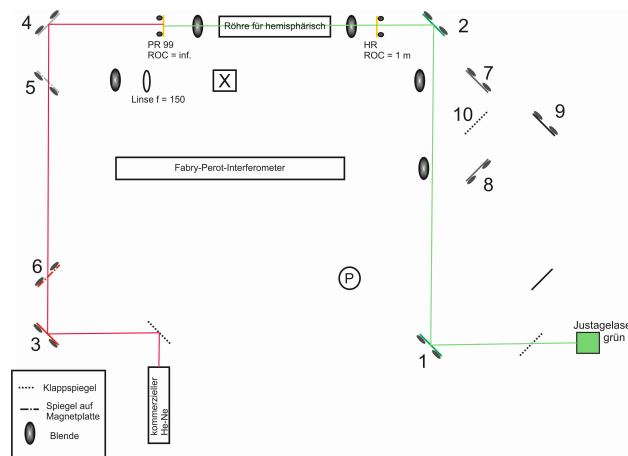


Abbildung 5: Versuchsaufbau

4 Durchführung

4.1 Stabilitätsbereich

Da $g_1(R_1 = \infty) = 1$ folgt mit $R_2 = 1 \text{ m}$ und $0 \leq g_2 \leq 1$:

$$0 \text{ m} \leq L \leq 1 \text{ m} \quad (18)$$

Das ist auch aus dem Stabilitätsdiagramm ersichtlich.

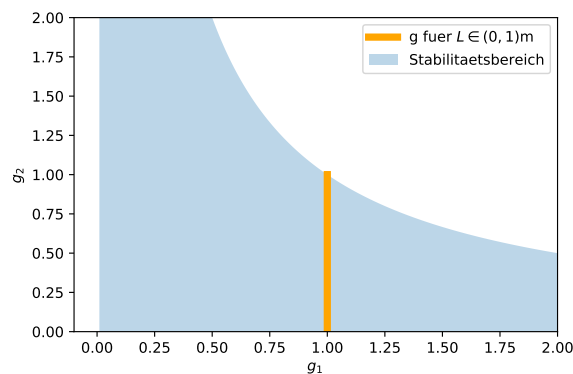


Abbildung 6: Stabilitätsdiagramm

4.2 Justage und Messung der Verstärkung im Einfachdurchgang

Durch Anpassen der Spiegel 4 und 5 und zweier Blenden auf der optischen Achse (OA) der HeNe-Röhre wurde der rote Laser parallel zur OA ausgerichtet, sodass er die Röhre ohne störende Reflexe an den Kappilarwänden passierte. Auf ähnliche Weise geschah das auch mit dem grünen Laser (über Spiegel 1, 2).

Anschließend wurde die Leistung des kommerziellen Lasers vor der Röhre und bei Durchgang durch diese im deaktivierten und im aktiven Zustand sowie der Untergrund des Powermeters gemessen. Bei allen Leistungsmessungen wurde die Raumbeleuchtung abgeschaltet. Die Messzeit wurde auf 150 s festgelegt, da die Schwankung des Messwertes ab dieser Zeit annähernd konstant blieb.

4.3 Aufbau des Hemisphärischen Resonators

Nach dem Einbau der Resonatorspiegel wurde deren Justage mit Hilfe von Rückreflexen der Justagelaser durchgeführt. Die anfängliche Leistung des Lasers war gering, konnte jedoch durch Beamwalken erheblich gesteigert werden (auf ca 1 mW).

Anschließend wurde der Laserstrahl auf eine zweite optische Bahn justiert und die Ausgangsleistung des Lasers in Abhängigkeit der Resonatorlänge gemessen. Die Länge wurde durch Verschieben des gekrümmten Spiegels verstellt.

4.4 Messung der Polarisationsseigenschaften

Nach Einstellung der Resonatorlänge auf 80 cm, wurde ein Polarisationsfilter in den Strahlengang gebracht und die transmittierte Leistung in Abhängigkeit des Polfilterwinkels gemessen. Die Messzeit wurde aus Zeitgründen auf 1 min reduziert. Da die Polarisationsrichtung des Lasers mit der Nullstellung des Polfilters übereinstimmte, konnte der Polarisationswinkel absolut abgelesen werden.

4.5 Messung der Kaustik

Zur Messung der Kaustik wurde eine Linse mit $f = 15$ cm einem Abstand $s = (64.5 \pm 2.0)$ cm in den Strahlengang gebracht und alles bis auf die Gaußmode ausgeblendet. Die Strahlkaustik konnte dann mit einer CCD Kamera bei fester Linse aufgenommen werden. Mit dem Programm LASER LIGHT INSPECTOR wurde nach Anpassung der Belichtung auf eine Sättigung von 200/255 das FWHM des Lasertstrahls durch einen automatischen Gauß-Fit bestimmt (in vertikaler Richtung, da Anomalie in horizontaler Richtung). Der Abstand des Kamerasensors wurde durch die Brennweite der Linse abgeschätzt.

Die Messunsicherheiten erbeben sich aus der Schwierigkeit, die genauen Abstände der Aufpunkte der Spiegel zu bestimmen und wurden geschätzt.

4.6 Messung des Spektrums mit dem Faserspektrometer

Das Faserspektrometer OCEAN OPTICS HR+C1743 wurde in den Strahlengang gebracht und das Spektrum des offenen HeNe-Lasers digital aufgenommen.

4.7 Messung von Spektren mit dem FPI

Nach Justage des Strahlengangs auf das FPI durch Rückreflexe wurde der Abstand der Spiegel auf $d = (7.50 \pm 0.25)$ cm bestimmt. Dabei war darauf zu achten, dass der Strahl genau mittig auf die Spiegel trifft, sodass 14 gilt. Falls der Strahl nicht in der Mitte auftrifft kommt es zu Mehrfachumläufen und der Wegunterschied verdoppelt sich.

Die Ungenauigkeit von d wurde geschätzt (stat. Ungenauigkeit), da ein genaues Ablesen wieder aufgrund perspektivischer Effekte schwierig war.

Anschließend wurde das Spektrum des kommerziellen Lasers ohne Filter und zweifach mit Polfilter in verschiedenen Stellungen mit Hilfe eines Digitaloszilloskops aufgenommen. Zwecks der Untersuchung der longitudinalen Modenstruktur des offenen Lasers wurde dessen Spektrum bei zwei verschiedenen Resonatorlängen gemessen.

	Mittelwert [μW]	Standardabweichung [μW]	Minimum [μW]	Maximum [μW]
Untergrund	0.839	0.031	0.771	0.888
Röhre aktiv	965.161	4.2	958.229	973.112
Röhre inaktiv	907.161	17.5	885.229	949.112
vor Röhre	1319.161	2.0	1319.229	1329.112

Tabelle 2: Leistungsmessungen des Einfachdurchgangs mit abgezogenem Untergrund

5 Auswertung

5.1 Verstärkung im Einfachdurchgang

Die systematischen Messungenauigkeiten liegen beim Powermeter weit unter der statistischen Schwankung und werden hier vernachlässigt.

Der Untergrund der Messung ist in Relation zum Rest der Messungen relativ gering und wurde in Tabelle 2 abgezogen. Da er jedoch eine Größenordnung unter den üblichen Messwerten und deren statistischer Schwankung liegt, wird der Untergrund in allen folgenden Messungen vernachlässigt, weil die Messbereiche nicht vergleichbar sind. Die inaktive Röhre absorbiert den kommerziellen Laser relativ stark (ca. 0.4 mW), wobei die Leistung des durch die Röhre transmittierten Strahles relativ stark schwankt.

Die Aktivierung der Röhre verstärkt den Strahl kaum ($\approx 6\%$), scheint diesen aber zu stabilisieren, auch wenn die Leistungsschwankung immer noch größer als vor der Röhre ist.

Um einen leistungstarken Laser-Strahl zu erzeugen, sind demnach also viele Durchgänge notwendig.

5.2 Ausgangsleistung in Abhängigkeit der Resonatorlänge

Wie in Abbildung 7 zu sehen und in Tabelle 3 zu lesen, bricht die Leistung ab ca. 90 cm ein und wird bei 1 m sehr klein. Das bestätigt die Stabilitätsbedingung aus 4.1. Der Leistungseinbruch vor der eigentlichen Stabilitätsgrenze ist eventuell auf die zunehmende Abweichung von der paraxialen Näherung und Justageschwierigkeiten aufgrund der langen Weglänge zurückzuführen.

Die Messabweichungen der Länge wurden auf $\Delta L = 0.5\text{ cm}$ abgeschätzt und sind von statistischer Natur. Der systematische Fehler des Lineals ist im Vergleich sehr klein ($\approx 0.5\text{ mm}$). Der hohe Schätzwert der Messungenauigkeit ist bedingt durch die Schwierigkeiten des Ablesens der Spiegelposition (Perspektivabhängigkeit durch Abstand zum Maßstab).

Vernachlässigt wurden hier die Ungenauigkeiten, die sich beim Einstellen des Leistungsmaximums durch Beamwalken ergeben, da die Betrachtungen hier eher qualitativer Natur sind.

L [cm]	P [mW]	ΔP [μW]
60	0.991	7.1
75	1.01	6.3
90	0.99	4.6
95	0.825	3.0
100	0.313	5.0

Tabelle 3: Maximalleistung in Abhängigkeit der Resonatorlänge

5.3 Polarisationsseigenschaften des Laserstrahls

Die im Laser verbauten Brewsterfenster erlaubten nur Moden mit einer Polarisationsrichtung. Somit folgt die Transmission, wie in Abbildung 8 zu erkennen, sehr gut dem Gesetz von Malus.

Am der letzte Messwert liegt deutlich über der theoretischen Kurve und auch andere Punkte liegen neben der Kurve. Gründe dafür könnten ungenaue Einstellung und besondere Eigenschaften des Strahls oder Filters sein.

Die Messungenauigkeiten resultieren hier aus der Statistik des Leistungsmessgerätes und der Einstellung des Polfilters, sind also beide statistischer Natur. Die Abweichungen von der Theorie über die Abweichungsgrenzen hinaus deuten auf unterschätzte (systematische) Faktoren hin.

5.4 Messung der Kaustik

Da die Intensität des Gausstrahls proportional zu $\exp\left\{\frac{-2r^2}{w^2}\right\}$ ist, gilt also:

$$w = 2\sigma = \frac{\text{FWHM}}{\sqrt{2 \ln 2}} \quad (19)$$

Da die Messung der Entfernung des CCD Chips ungenau war, wurde neben dem initialen Beamwaist w_0 auch ein Offset δ der Kameraposition gefittet. Es ergeben sich $w_0 = (396 \pm 16) \mu\text{m}$ und $\delta = 1.2 \text{ cm}$ (Ungenauigkeit aus Fitfehler).

Wie in Abbildung 9 zu erkennen, ist die Übereinstimmung mit der Theoretischen Kurve sehr gut. Alle Werte stimmen innerhalb der Toleranzen mit der Theoriekurve überein. Das verifiziert die gauß'sche Optik und spricht dafür, dass nur die Gaußmode angeregt wurde.

Die Ungenauigkeit der z Koordinate (Abstand der Kamera) ist statistischer Natur und wurde auf 1 cm geschätzt (was sich nun gut mit dem Offset deckt). Die systematische Unsicherheit des FWHM wurde auf 1 px = 5.6 μm geschätzt. Die software gab leider keine statistischen Unsicherheiten für den FWHM Wert an.

Der theoretische Wert für den Beamwaist liegt bei 284 μm und liegt nicht innerhalb der Toleranzen. Gründe dafür könnten Effekte an der Blende und Abweichungen der Geometrie durch ungenaue Einstellung der Resonatorspiegel sein.

5.5 Messung des Spektrums mit dem Faserspektrometer

Das in Abbildung 10 geplottete Spektrum zeigt, wie zu erwarten war, einen großen Peak bei $\lambda_0 = 631.9 \text{ nm}$. Es sind keine individuellen Moden erkennbar. Der Abstand der einzelnen Messpunkte beträgt rund $\Delta\lambda = 0.5 \text{ nm}$.

Damit ergibt sich für die Frequenzauflösung um λ_0 :

$$\Delta\nu = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} = 3.30 \times 10^{11} \text{ Hz} \quad (20)$$

Der Modenabstand beträgt nach 4 (Ungenauigkeiten aus $L = (80.0 \pm 0.5) \text{ cm}$ erst in vierter Nachkommastelle):

$$\delta\nu = 1.87 \times 10^{11} \text{ Hz} < \Delta\nu \quad (21)$$

Somit können keine individuellen Moden aufgelöst werden.

5.6 Kalibrierung der Zeitachse des Oszilloskops

Man gewinnt mit 14:

$$\text{FSR} = (2.00 \pm 0.07) \text{ GHz} \quad (22)$$

Im folgenden werden die wird die Einheit der Zeitachse mit u bezeichnet. Mit den Positionen zweier zusammengehöriger Peaks (siehe Abbildung 11) $t_1 = 88 u$, $t_2 = 204 u$ ($\Delta t = 1 u$, 1 Digit) kann man eine Beziehung zwischen u und Hz herstellen.

$$u = \frac{\text{FSR}}{t_2 - t_1} = 0.172 \text{ MHz} \quad (23)$$

$$\Delta u = \sqrt{\left(\frac{\Delta \text{FSR}}{x_2 - x_1}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\text{FSR}}{(x_2 - x_1)^2} \Delta t\right)^2} = 0.07 \text{ MHz} \quad (24)$$

Die Auflösung des FPI ist also um Größenordnungen besser, als die des Faserspektrometers. Die Unsicherheit der Einheitsumrechnung, die sich aus der Längenmessung des FPI und der Digitalisierungsungenauigkeit fortpflanzt, ist erstaunlich gering.

Falls eine Größe g in u gemessen und dann in Hz umgerechnet wird, so gilt für ihre Unsicherheit:

$$\Delta g = \sqrt{(g \cdot \Delta u)^2 + (\Delta g \cdot u)^2} \quad (25)$$

Diese Relation wird im Folgenden immer angewandt.

5.7 Bestimmung der Finesse

Zur Bestimmung der Finesse wurde das FWHM der vier Peaks in Abbildung 11 gemittelt.

$$\overline{\text{FWHM}} = 4.72 u = (81 \pm 6) \text{ MHz} \quad (26)$$

$$\sigma_{\overline{\text{FWHM}}} = 0.31 u \quad (27)$$

$$\Delta \overline{\text{FWHM}} = \sqrt{(\overline{\text{FWHM}} \cdot \Delta u)^2 + \left(\frac{\sigma_{\overline{\text{FWHM}}}}{\sqrt{4}} \cdot u\right)^2} \quad (28)$$

Für die Finesse gilt nun:

$$\mathfrak{F} = \frac{\text{FSR}}{\overline{\text{FWHM}}} = 24.6 \pm 2.0 \quad (29)$$

$$\Delta \mathfrak{F} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \text{FSR}}{\overline{\text{FWHM}}}\right)^2 + \left(\frac{\text{FSR}}{\overline{\text{FWHM}}^2} \cdot \Delta \overline{\text{FWHM}}\right)^2} \quad (30)$$

Das ist sicherlich kein überragender Wert (vgl. Anleitung, Anhang), aber, wie in Abbildung 11 zu erkennen, zur Auflösung der longitudinalen Moden ausreichend.

5.8 Modenstruktur des Kommerziellen Lasers

Nach Abbildung 12 haben die beiden erkennbaren Moden des kommerziellen Lasers genau orthogonale Polarisation. Ein Plot beider Spektren in ein Diagramm war leider nicht möglich, da die Daten einer Aufnahme fehlerhaft waren.

Der Abstand der Moden des kommerziellen Lasers wird den Daten aus Abbildung 13 entnommen und über die fünf sichtbaren Gruppen gemittelt:

$$\overline{\delta \nu_k} = (37.6 \pm 2.2) u = (650 \pm 40) \text{ MHz} \quad (31)$$

Die Ungenauigkeiten kommen hier aus der Statistik der Mittelung.
Damit kann nun die unbekannte Länge des Resonators bestimmt werden.

$$L_k = \frac{c}{2 \cdot \delta\nu_k} = (23.1 \pm 1.6) \text{ cm} \quad (32)$$

$$\Delta L_k = \left| \frac{c}{2 \cdot \delta\nu_k^2} \cdot \Delta\delta\nu_k \right| \quad (33)$$

Dieses Ergebnis erscheint plausibel und die Präzision ist mit den vorhergehenden Längenmessungen vergleichbar.

5.9 Longitudinale Modenstruktur des offenen HeNe-Laser

Die Bestimmung des Modenabstandes verläuft analog zu 5.8 (auch hier wird gemittelt). Da sich der Maßstab der Zeitachse des Oszilloskops geändert hat, muss die Umrechnung in Hz wieder analog zu 5.6 kalibriert werden.

Die gemessenen Spektren und Peakpositionen sind in Abbildung 14 dargestellt.

Die Präzision ist hier durch die geringe Anzahl von sichtbaren Moden limitiert.

Die Ungenauigkeit der Messung der Resonatorlänge wurde wieder auf 0.5 cm geschätzt.

Mit 4 kann aus der Resonatorlänge der Modenabstand berechnet werden. Man erhält nun für die Modenabstände:

L [cm]	$\delta\nu$ Theorie [MHz]	$\delta\nu$ experimentell [MHz]
80	187.4 ± 1.2	201 ± 14
60	249.8 ± 2.1	279 ± 11

Tabelle 6: Modenabsände am offenen HeNe-Laser

Es ergibt sich also für $L = 60$ cm in Übereinstimmung innerhalb der Fehlergrenzen. Für $L = 60$ cm ist die Differenz größer als die Messungenauigkeiten. Dieser Umstand könnte eventuell auf die geringe Anzahl von Peaks über die gemittelt wird zurückzuführen sein. Da somit die Statistik mangelhaft wird, könnten vernachlässigte systematische Abweichungen zum Tragen kommen (die Messunsicherheiten wurden unterschätzt).

5.10 Betrachtung der Linienverbreiterung

Die geringe Anzahl sichtbarer Moden macht es schwierig, qualifizierte Aussagen über die Einhüllende zu treffen und lässt auf eine hohe Verlustgrenze schließen. Eventuell wurde auch die zum Ausblenden der ungewünschten Transversalmoden verwendete Blende zu sehr zuge dreht.

Die Temperatur in der Laser Röhre sollte die Umgebungstemperatur ≈ 300 K übersteigen. Wie in der Anleitung und in [1, S. 60] dargestellt, sollte bei solchen Temperaturen der Hauptanteil der Linienverbreiterung durch die inhomogene Dopplerverbreiterung zustandekommen (Dopplerverbreiterung ca. 1.5 GHz). Die Einhüllende des Modenspektrums sollte also einer Gaußkurve gleichen, da die Intensitäten der einzelnen Moden zum Profil der Dopplerverbreiterung proportional sind (Gaußkurve).

Um eine Schätzung für die Linienverbreiterung zu erhalten, wurde eine Gaußfunktion über die drei bei $L = 80$ cm sichtbaren Peaks mit abgezogener Baseline gefittet (siehe Abbildung 15). Als freie Parameter wurden die Standardabweichung σ und die Höhe gewählt. Der Mittelwert wurde fest auf den höchsten Peak gelegt, da die Verstärkung im Zentrum des Verbreiterungsprofils am größten ist.

Für die Standardabweichung und Breite ergibt sich nun:

$$\sigma = (53 \pm 20) \text{ u} = (340 \pm 130) \text{ MHz} \quad (34)$$

$$\Delta\nu = 2\sqrt{2\ln 2} \cdot \sigma = (800 \pm 300) \text{ MHz} \quad (35)$$

Die Abweichung von σ ergibt sich nicht aus dem Fit Residuum, sondern wurde geschätzt. Die erhaltene Linienverbreiterung $\Delta\nu$ ist ungefähr halb so groß wie der in der Literatur für HeNe-Laser angegebene [1, S. 60].

Dementsprechend erhält man mit 13 (angepasst für σ anstatt der Halbwertsbreite), wobei $m = 3.350\,92 \times 10^{-26} \text{ kg}$ [2] und $\nu_0 = 473.755 \text{ THz}$ [1, S. 226].

$$T = \left(\frac{\sigma \cdot c}{\nu_0} \right)^2 \cdot \frac{m}{k_B} = (110 \pm 90) \text{ K} \quad (36)$$

Das ist also selbst mit bei Ausschöpfung der Unsicherheitsgrenzen kein sinnvolles Ergebnis, da die Temperatur sehr weit unter dem Gefrierpunkt und allemal unter der Zimmertemperatur liegt. Da 36 quadratisch in σ ist, bewirkt eine Verdopplung der Breite eine Vervierfachung der erhaltenen Temperatur. Die zu geringe Linienbreite verfälscht die errechnete Temperatur also enorm. Für ein plausibles Ergebnis wäre fast die Doppelte breite σ notwendig. Soetwas lässt sich nicht als Unsicherheit behandeln, da die Fehlergrenzen dann negative Temperaturen (in K) umfassen. Bei Vernachlässigung anderer Verbreiterungsmechanismen ist ja eigentlich eher zu hohe Temperatur zu erwarten.

Drei sichtbare Moden lassen also keine vernünftige Temperaturabschätzung zu.

6 Literatur

Literatur

¹M. W. Sigrist, *Laser: Theorie, Typen und Anwendungen*, 8. Aufl. 2018 (Springer Berlin Heidelberg, Wiesbaden, 2018).

²J. Meija, T. Coplen, M. Berglund, W. Brand, P. De Bièvre, M. Gröning, N. Holden, J. Irrgeher, R. Loss, T. Walczyk und T. Prohaska, "Atomic weights of the elements 2013 (IUPAC Technical Report)", *Pure and Applied Chemistry* **88**, 265–291 (2016).

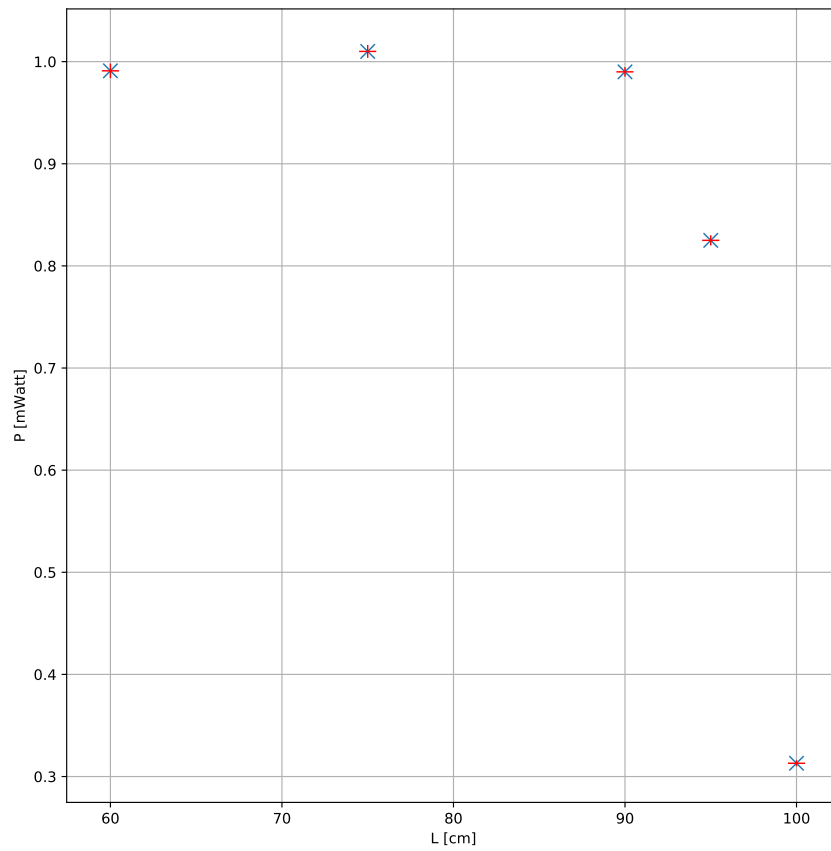


Abbildung 7: Maximale Durchschnittsleistung in Abhängigkeit der Resonatorlänge

Θ [deg]	P [mW]	ΔP [μ W]
180	0.844	3.6
170	0.796	6.1
160	0.728	3.0
130	0.301	1.5
100	0.0163	0.084
90	0.006 11	0.0066
80	0.0445	0.22
60	0.222	1.7
45	0.415	2.2
20	0.733	6.7
10	0.798	2.7
0	0.825	3.1

Tabelle 4: Maximale Durchschnittsleistung in Abhängigkeit des Polarisationswinkels

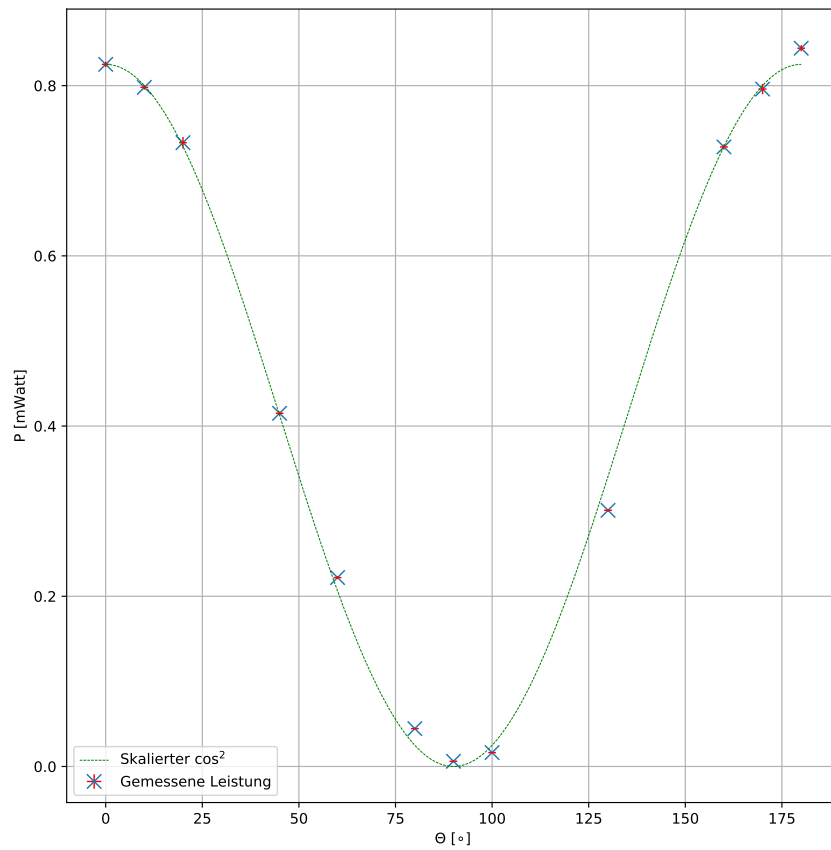


Abbildung 8: Maximale Durchschnittsleistung in Abhängigkeit des Polarisationswinkels

z [cm]	FWHM [px]	w [μm]
11	29.9	142
13	19.1	91
15	14.0	67
17	17.5	83
19	27.7	132
21	41.5	197
23	56.0	266
27	78.3	372

Tabelle 5: Werte der Kaustikmessung

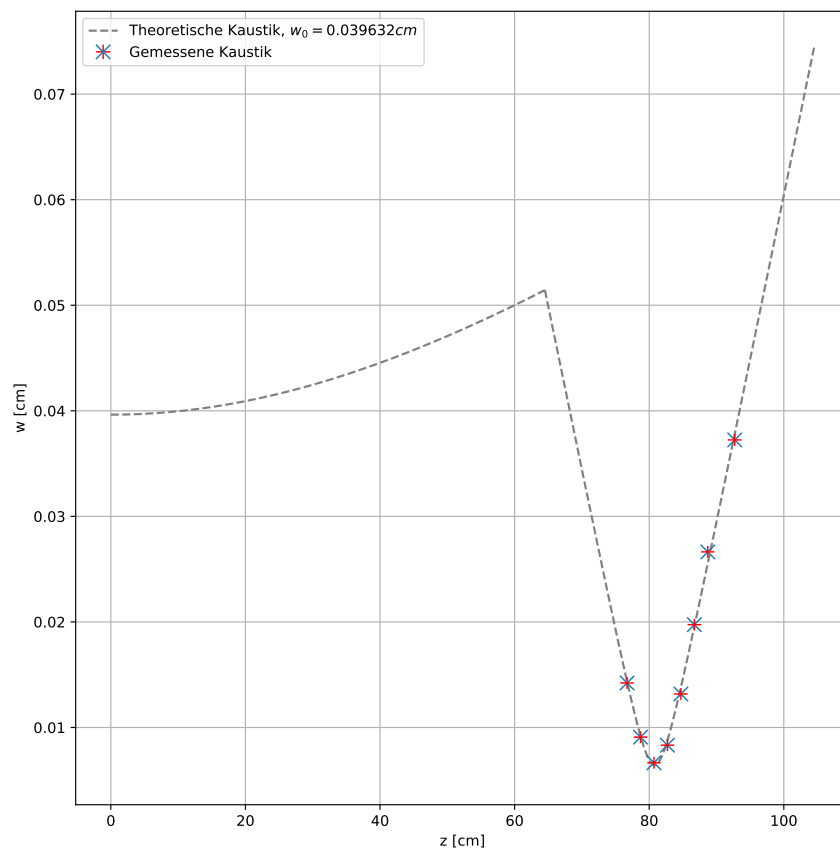


Abbildung 9: Gemessene und Theoretische Kaustik

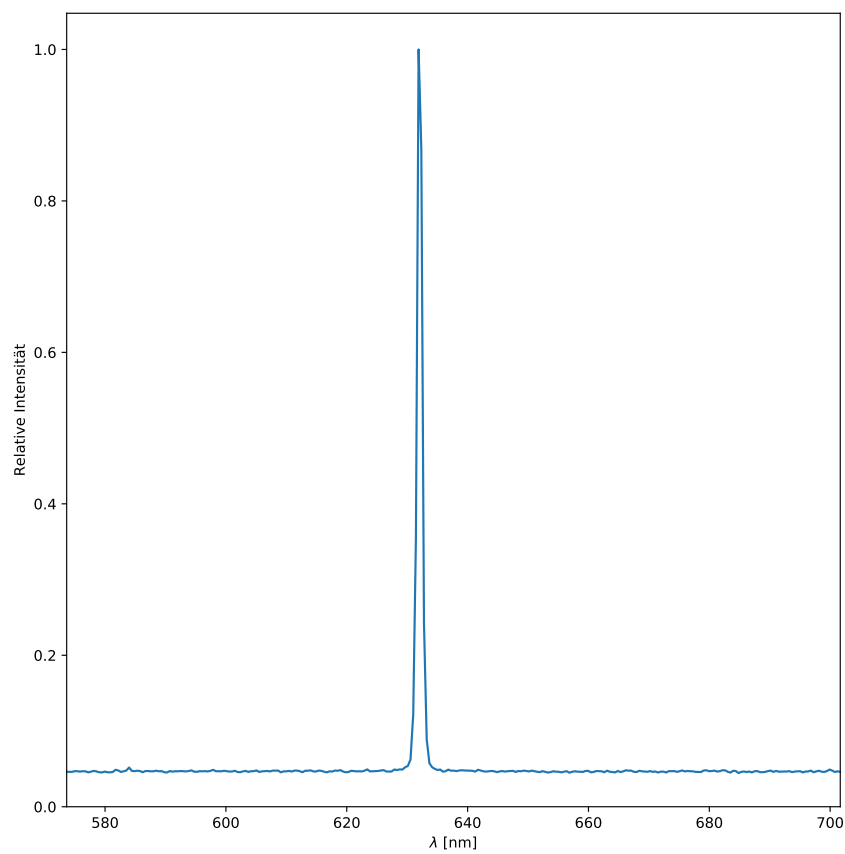


Abbildung 10: Spektrum des offenen HeNe-Lasers

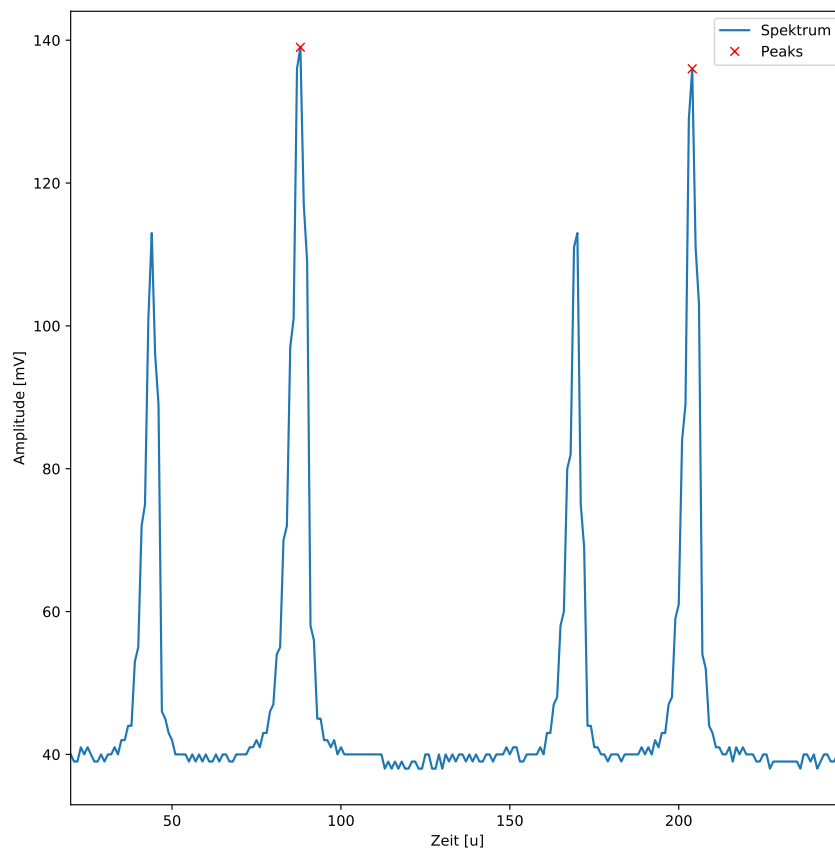


Abbildung 11: Kalibrierung des FSR, Spektrum des Kommerziellen HeNe-Laser

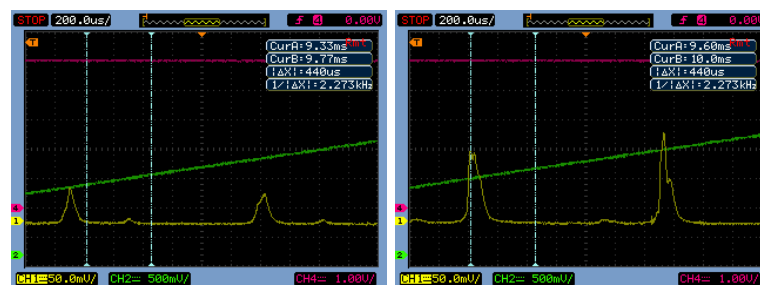


Abbildung 12: Spektrum des kommerziellen HeNe-Lasers für zwei orthogonale Polarisationen

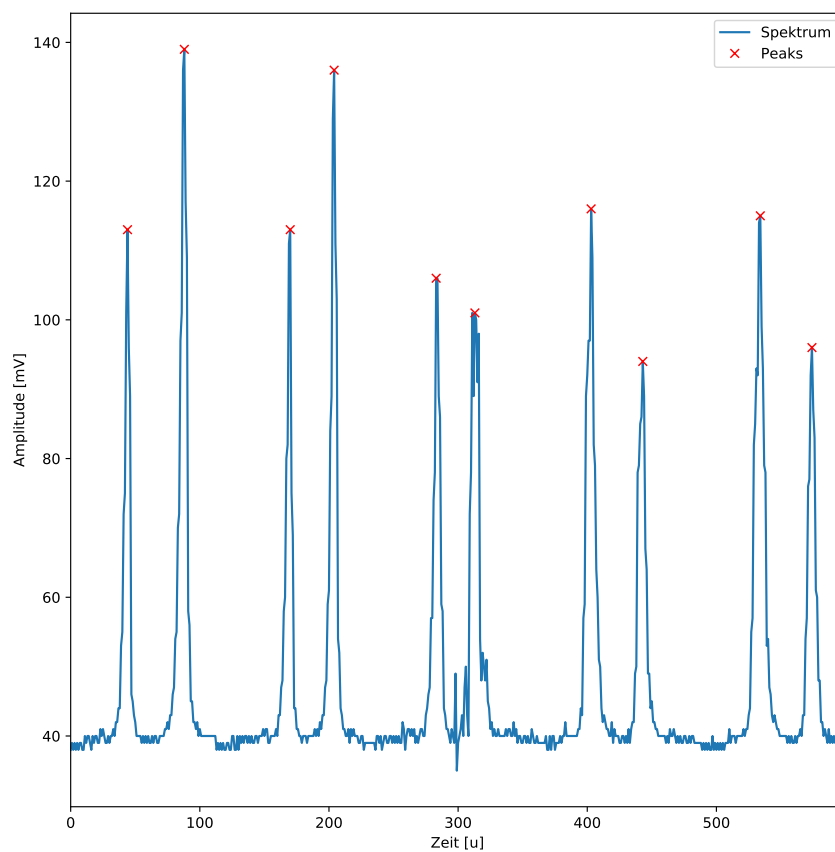


Abbildung 13: Bestimmung der Resonatorlänge, Spektrum des kommerziellen HeNe-Laser

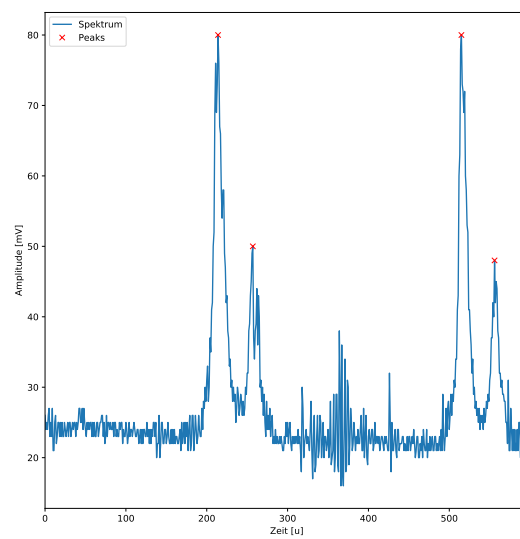
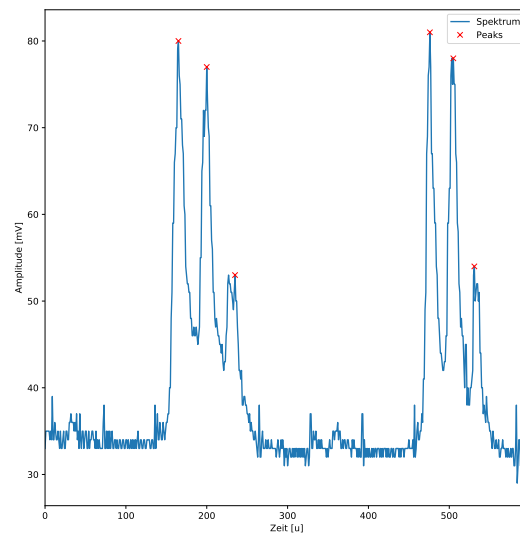


Abbildung 14: Spektrum des offenen HeNe-Laser bei $L = 80$ cm und $L = 60$ cm

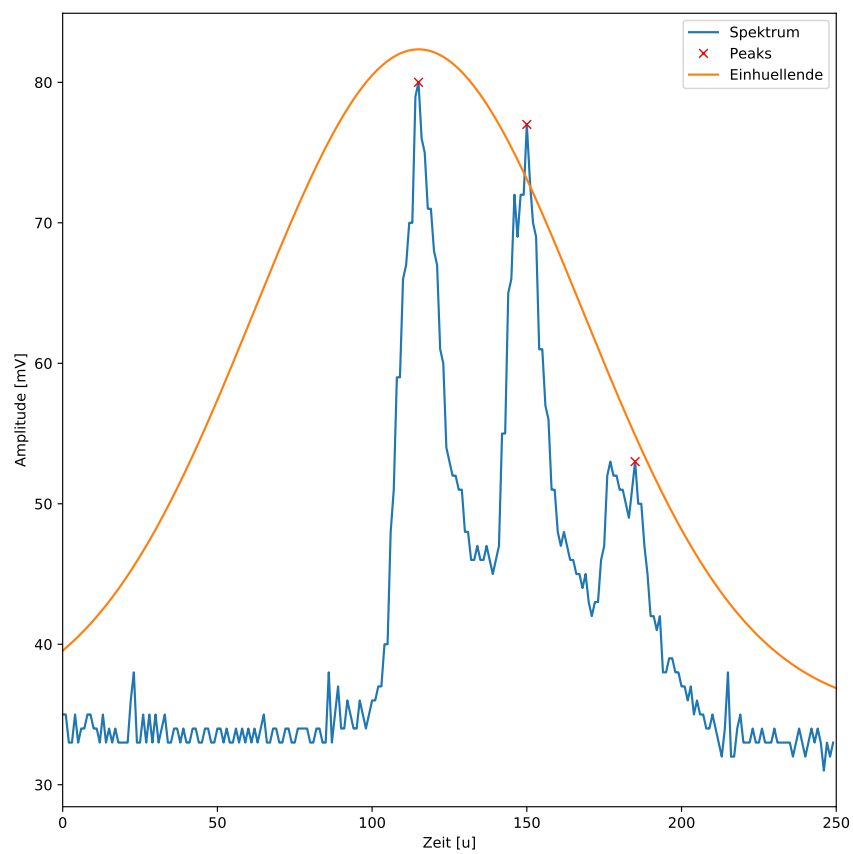


Abbildung 15: Einhüllende der Intensitäten der longitudinalen Moden des offenen HeNe-Laser