UNAP

FINESI

Series de Tiempo

VI Semestre

Grupo: B

EJEMPLOS

Modelos ARMA

Mtr. Alcides Ramos Calcina

FINESI

Ejemplo 8

Un analista de Atron Corporation, tuvo una serie de tiempo de lecturas de un proceso que necesitaba ser pronosticado. Los datos se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2
Lecturas para procesos Atron.

t	Yt	t	Yt	t	Yt	t	Yt	t	Yt
1	60.0	16	88.5	31	79.5	46	84.0	61	72.0
2	81.0	17	76.5	32	64.5	47	73.5	62	66.0
3	72.0	18	82.5	33	99.0	48	78.0	63	73.5
4	78.0	19	72.0	34	72.0	49	49.5	64	66.0
5	61.5	20	76.5	35	78.0	50	78.0	65	73.5
6	78.0	21	75.0	36	63.0	51	88.5	66	103.5
7	57.0	22	78.0	37	66.0	52	51.0	67	60.0
8	84.0	23	66.0	38	84.0	53	85.5	68	81.0
9	72.0	24	97.5	39	66.0	54	58.5	69	87.0
10	67.8	25	60.0	40	87.0	55	90.0	70	73.5
11	99.0	26	97.5	41	61.5	56	60.0	71	90.0
12	25.5	27	61.5	42	81.0	57	78.0	72	78.0
13	93.0	28	96.0	43	76.5	58	66.0	73	87.0
14	75.0	29	79.5	44	84.0	59	97.5	74	99.0
15	57.0	30	72.0	45	57.0	60	64.5	75	72.0

Fuente: Hanke, J.E. - Pronóstico en los negocios.

Ejemplo 8

Primeramente, cargamos las librerías necesarias, las cuales ya fueron utilizadas hasta ahora e importamos los datos.

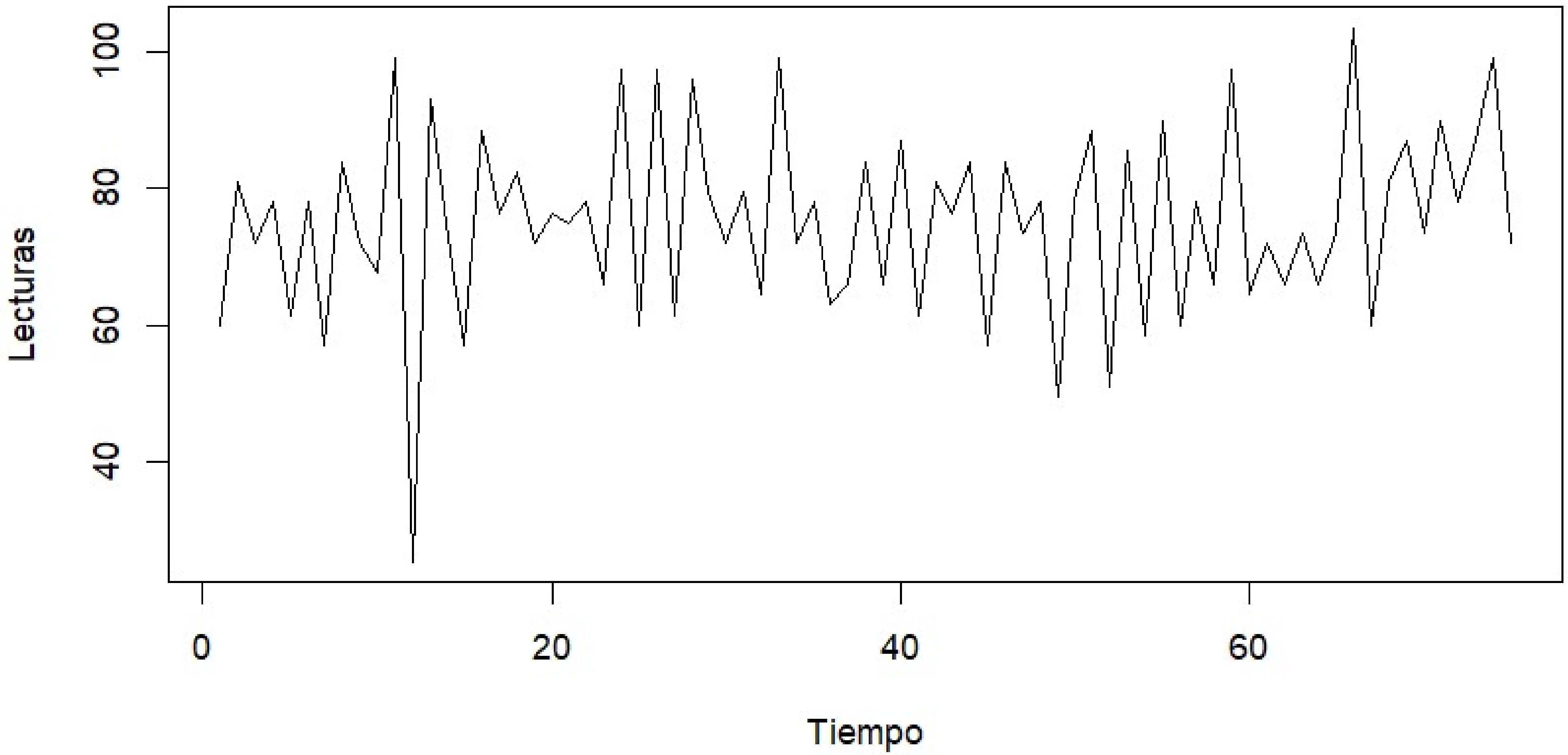
```
library(forecast) # Modelo ARIMA
library(tseries)  # Para series de tiempo
library(TSA)      # Para series de tiempo
library(urca)     # Para hacer el Test de Raiz Unitaria
library(ggplot2)  # Para hacer gráficos
library(dplyr)    # Para la manipulación de datos

#Importar datos
library(readxl)
datos <- read_excel("D:/.../Ejm_4_8-Atron.xlsx")
View(datos)
```

Graficamos la serie de lecturas.

```
Y <- ts(datos$Yt, start = 1, frequency = 1)
plot(Y, xlab="Tiempo", ylab="Lecturas")
```

Ejemplo 8

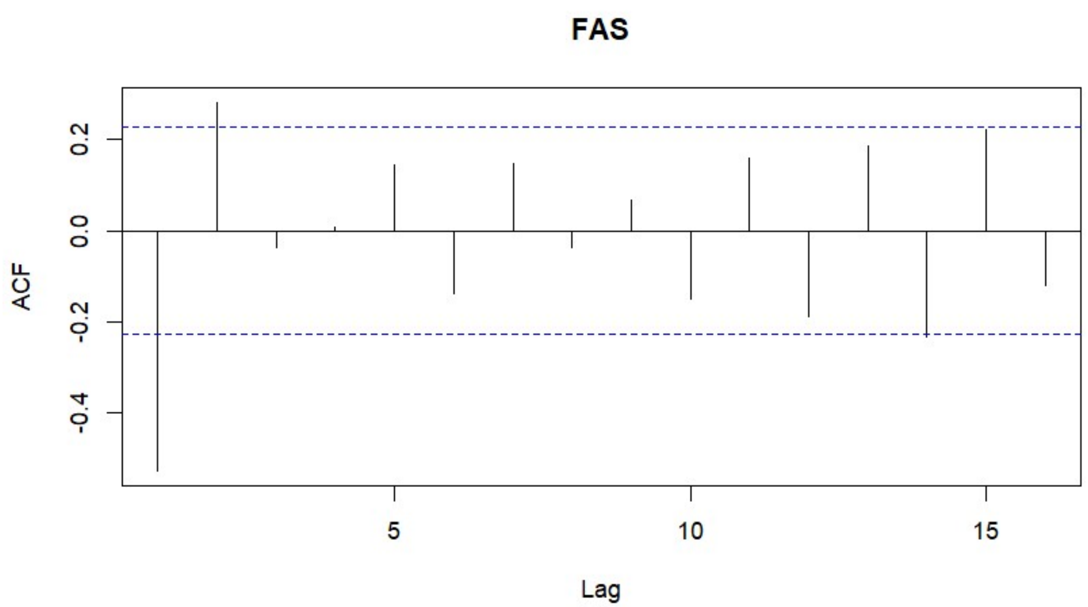
Lecturas para el proceso de Atron.

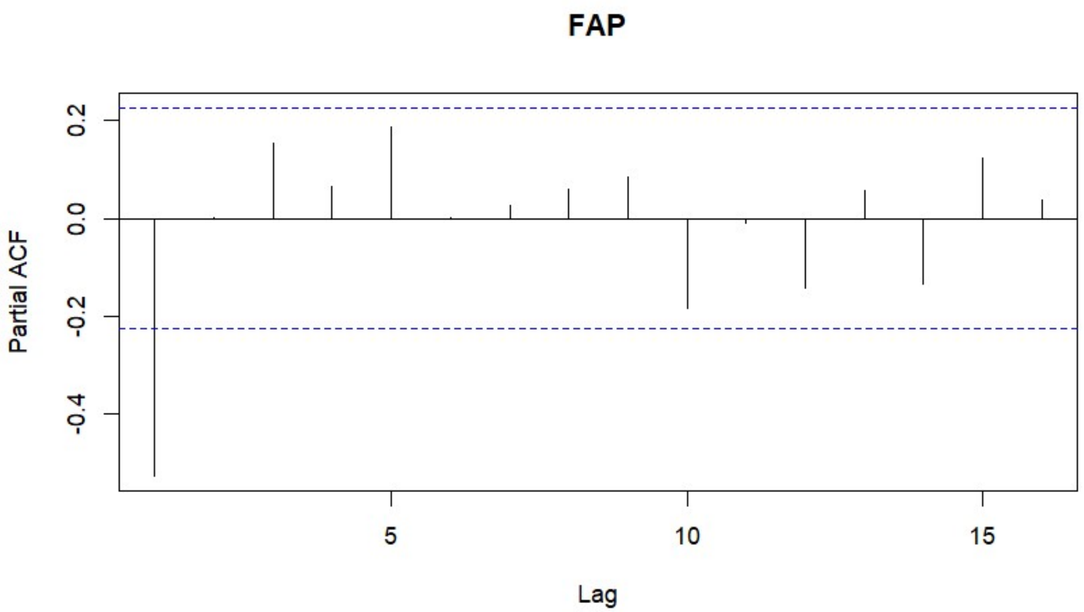


Ejemplo 8

Para poder realizar mejor el análisis, es necesario graficar los correlogramas simple y parcial con 16 retardos.

```
acf(Y, lag.max = 16, main="FAS")
pacf(Y, lag.max = 16, main="FAP")
```





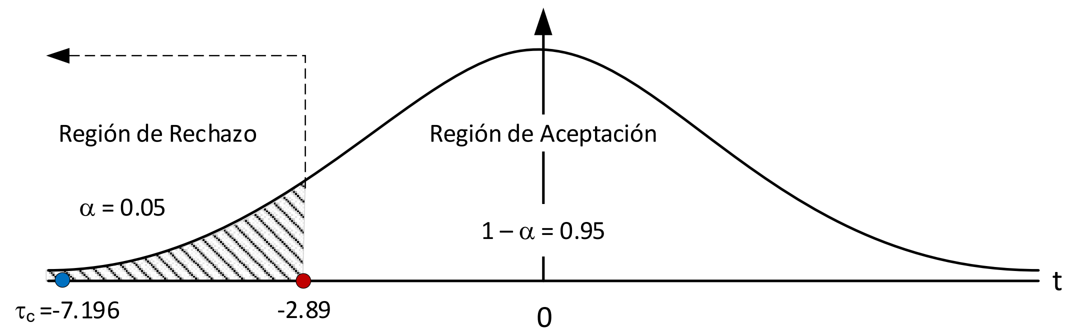
Observando el correlograma podemos deducir que los coeficientes de autocorrlación (ACF) desciende rápidamente al tercer coeficiente, por tanto, son indicios de estacionariedad. Por otro lado, luego descienden lentamente y podría indicar que la series sea no estacionaria. Para salir de la duda, realizaremos la prueba de Raíz Unitaria.

Ejemplo 8

Realizaremos la prueba de raíz unitaria de Dickey-Fuller para confirmar lo mencionado.

```
Y_adf <- ur.df(Y, type="drift", selectlags = "AIC", lags = 1)
summary(Y_adf)
```

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression drift

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + z.diff.lag)

...

Value of test-statistic is: -7.196 25.9131

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.51 -2.89 -2.58
phi1  6.70  4.71  3.86
```



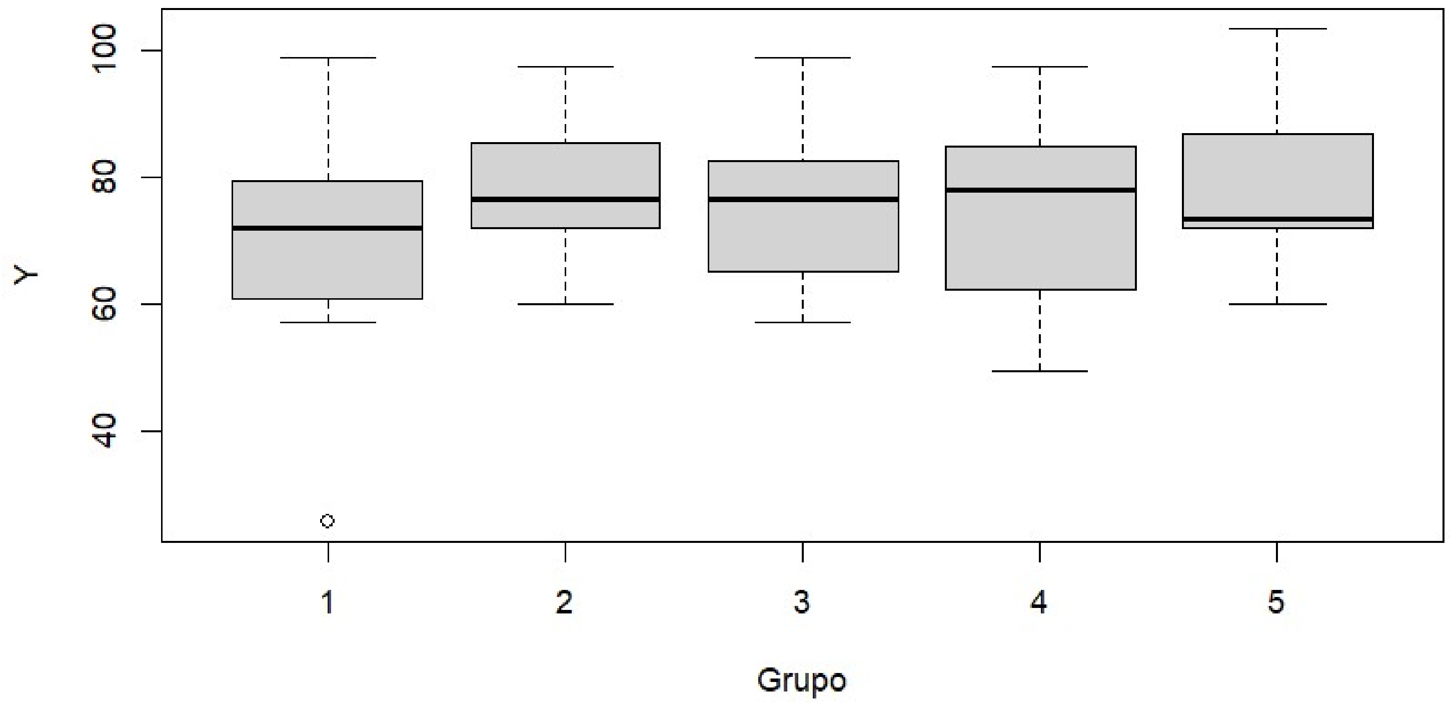
Comparado el valor del estadístico de tau con los valores críticos, es decir, $\tau_{calculado} = -7.196 < \tau_{crítico} = -2.89$, entonces se rechaza la hipótesis nula (H_0) y aceptamos la hipótesis alterna (H_1), con lo cual concluimos que la serie es **Estacionaria**.

Ejemplo 8

ESTACIONARIEDAD EN VARIANZA.

```
Grupo <- c(rep(1:5,rep(15,5)))
boxplot(datos$Yt~Grupo, xlab = "Grupo", ylab="Y")
```

Creamos una variable a la que denominaremos “Grupo”, la cual será una división de la serie en 5 grupos de 15 observaciones cada una.



En la figura se observa que las varianzas en los 5 grupos no varían significativamente, con lo cual podemos suponer que la serie de lecturas de Atron es **estacionaria en varianza**.

Ejemplo 8

Identificación del orden de un proceso AR.

- ✓ En el correlograma se observa que FAS es infinita de forma sinusoidal, por tanto nos indicaría un proceso AR(1),
- ✓ El primer coeficiente de autocorrelación parcial (PAC) de la muestra es -0.528 y este es significativamente distinto de cero en el nivel de 5%, debido a que permanece fuera del rango.
- ✓ Así mismo, el segundo FAP o el retardo r_2 se trunca (próximo a cero) es no significativo a un nivel de 5% y es de signo opuesto y las demás autocorrelaciones parciales también son pequeñas y están dentro de los límites de confianza.
- ✓ Por tanto, este patrón de autocorrelaciones parciales sugiere un modelo AR(1).

Ejemplo 8

Identificación del orden de un proceso MA.

✓ Los coeficientes de autocorrelación simples (FAS), la primera y segunda se ve que son claramente significativamente distintos de cero, es decir que no están dentro del intervalo de confianza. Por tanto, se sugiere un modelo MA(2).

```
FAS[1:2]

Autocorrelations of series ‘Y’, by lag
     1      2
-0.528  0.281
```

Del análisis podemos plantear los siguientes modelos:

- AR(1)
- MA(2)
- ARMA(1, 2).

Ejemplo 8

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

✓ **Modelo AR(1)**

```
modelo_1 = arma(Y, order = c(1,0))
summary(modelo_1)

Call:
arma(x = Y, order = c(1, 0))

Model:
ARMA(1,0)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-37.4151  -7.9524  -0.4835   7.9480  29.7410

Coefficient(s):
           Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
ar1        -0.52866     0.09693   -5.454 4.92e-08 ***
intercept 115.25227     7.41905   15.535  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Fit:
sigma^2 estimated as 136.2,  Conditional Sum-of-Squares = 9945.21,  AIC = 585.42
```

- Los parámetros estimados son significativos ($p < \alpha = 0.05$), por tanto, el modelo puede ser utilizado para los pronósticos.

- Se incluye un término constante (intercept) en los modelos para permitir que las lecturas varíen en torno a un nivel distinto de cero

Ejemplo 8

Por consiguiente, la ecuación de pronóstico de AR(1) incluyendo la constante es:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + a_t$$

Finalmente, el modelo es:

$$Y_t = 115.25227 - 0.52866 Y_{t-1} + a_t$$

Con el operador de retardos:

$$\left(1 + 0.52866 L\right) Y_t = 115.25227 + a_t$$

Ejemplo 8

✓ **Modelo MA(2)**

```
modelo_2 =  arma(Y, order = c(0,2))
summary(modelo_2)

Call:
arma(x = Y, order = c(0, 2))

Model:
ARMA(0,2)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-37.1348  -7.4207  -0.8232   7.4842  28.7654

Coefficient(s):
           Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
ma1         -0.5588      0.1113   -5.019 5.19e-07 ***
ma2          0.3576      0.1082    3.306 0.000946 ***
intercept   75.4757      1.0552   71.527  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Fit:
sigma^2 estimated as 133.5,  Conditional Sum-of-Squares = 9609.13,  AIC = 585.88
```

- En este caso, igualmente los parámetros estimados son significativos ($p < \alpha$), por tanto, este modelo también puede ser utilizado para los pronósticos de las lecturas de Atron.

Ejemplo 8

La ecuación de pronóstico de MA(2) incluyendo la constante es:

$$Y_t = \mu + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2}$$

$$Y_t = 75.4757 + a_t - 0.5588 a_{t-1} + 0.3576 a_{t-2}$$

Con el operador de retardos:

$$Y_t = 75.4757 + \left(1 + 0.5588L - 0.3576L^2\right) a_t$$

Ejemplo 8

✓ **Modelo ARMA(1, 2)**

```
modelo_3 =  arma(Y, order = c(1,2))
summary(modelo_3)

Call:
arma(x = Y, order = c(1, 2))

Model:
ARMA(1,2)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-37.4434  -7.6953  -0.8584   7.5209  29.2182

Coefficient(s):
           Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
ar1         0.08353     0.35187    0.237  0.81236
ma1        -0.63420     0.32975   -1.923  0.05445 .
ma2         0.38820     0.15719    2.470  0.01353 *
intercept  69.17086    26.58329    2.602  0.00927 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Fit:
sigma^2 estimated as 133.4,  Conditional Sum-of-Squares = 9602.29,  AIC = 587.82
```

- Por último, los parámetros estimados no son significativos ($p > \alpha$), excepto por MA(2) para un nivel de significancia del 5%, por tanto, este modelo no puede ser utilizado para los pronósticos de las lecturas de Atron.

Ejemplo 8

Prueba de la condición de Estacionariedad e Invertibilidad

Probaremos las condiciones de estacionariedad e invertibilidad impuestas a los procesos AR(1) y MA(2) respectivamente.

- Parámetros de AR(1): Estacionariedad

Como: $|\phi| = |-0.52866| = 0.52866 < 1$, es entonces **estacionario.**

- Parámetros de MA(2): Invertibilidad

Como:

$$\begin{cases} -0.5588 + 0.3576 = -0.2012 < 1 \\ -0.5588 - 0.3576 = -0.9164 < 1 \\ |0.3576| < 1 \end{cases}$$

entonces, es **invertible**.

Ejemplo 9

Un analista intenta pronosticar los errores (desviaciones desde el objetivo) que resultan del control de calidad de un proceso de manufactura que está bajo su administración. Los datos se proporcionan en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3
Errores del resultado de control de calidad.

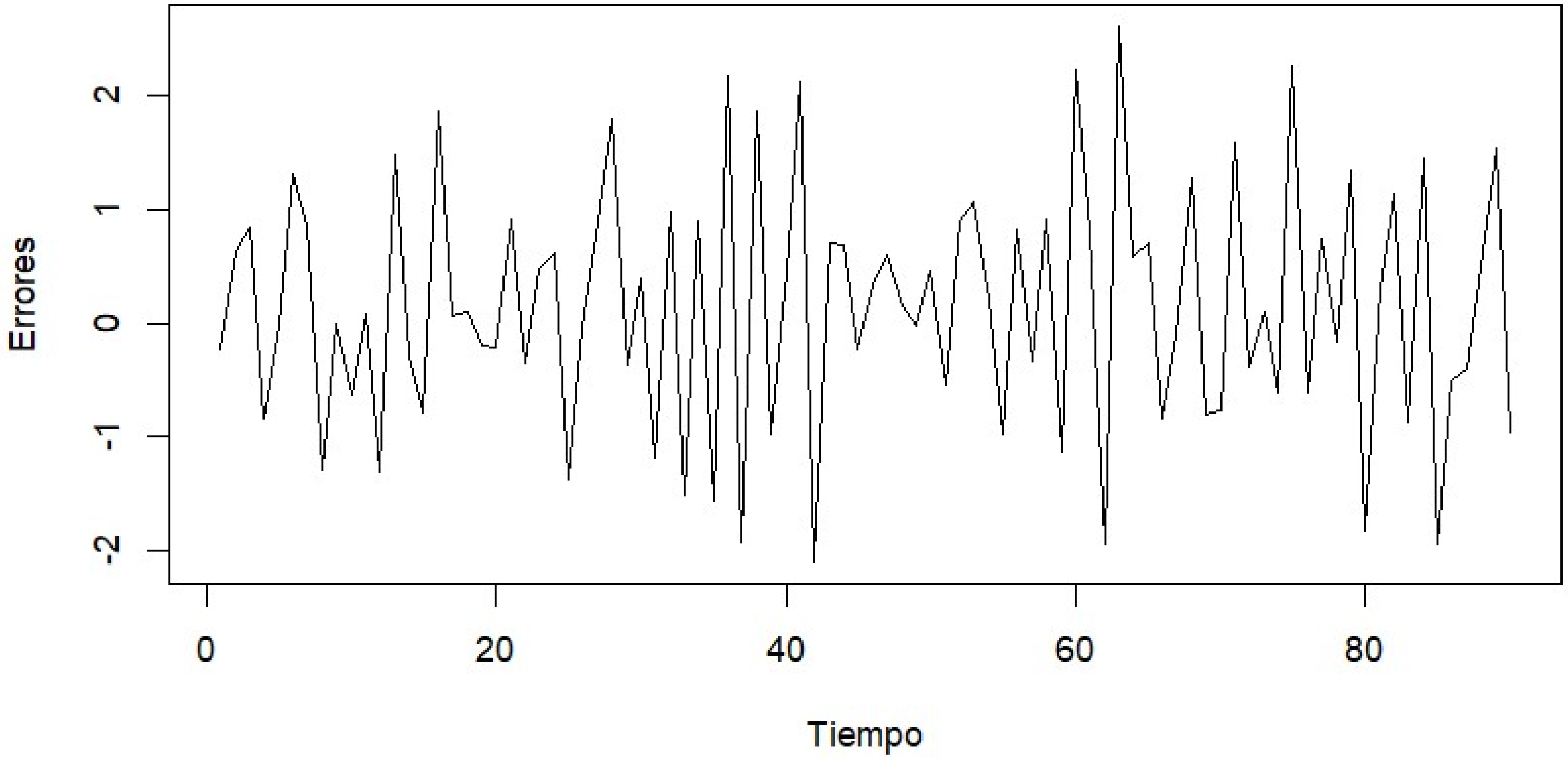
t	Yt	t	Yt	t	Yt	t	Yt	t	Yt
1	-0.23	19	-0.20	37	-1.93	55	-0.97	73	0.10
2	0.63	20	-0.21	38	1.87	56	0.83	74	-0.62
3	0.84	21	0.91	39	-0.97	57	-0.33	75	2.27
4	-0.83	22	-0.36	40	0.46	58	0.91	76	-0.62
5	-0.03	23	0.48	41	2.12	59	-1.13	77	0.74
6	1.31	24	0.61	42	-2.11	60	2.22	78	-0.16
7	0.86	25	-1.38	43	0.70	61	0.80	79	1.34
8	-1.28	26	-0.04	44	0.69	62	-1.95	80	-1.83
9	0.00	27	0.90	45	-0.24	63	2.61	81	0.31
10	-0.63	28	1.79	46	0.34	64	0.59	82	1.13
11	0.08	29	-0.37	47	0.60	65	0.71	83	-0.87
12	-1.30	30	0.40	48	0.15	66	-0.84	84	1.45
13	1.48	31	-1.19	49	-0.02	67	-0.11	85	-1.95
14	-0.28	32	0.98	50	0.46	68	1.27	86	-0.51
15	-0.79	33	-1.51	51	-0.54	69	-0.80	87	-0.41
16	1.86	34	0.90	52	0.89	70	-0.76	88	0.49
17	0.07	35	-1.56	53	1.07	71	1.58	89	1.54
18	0.09	36	2.18	54	0.20	72	-0.38	90	-0.96

Fuente: Hanke, J.E. - Pronóstico en los negocios.

Ejemplo 9

Con las librerías necesarias cargadas, importamos los datos y graficamos.

```
Y <- ts(datos$Yt, start = 1, frequency = 1)
plot(Y, xlab="Tiempo", ylab="Errores")
```

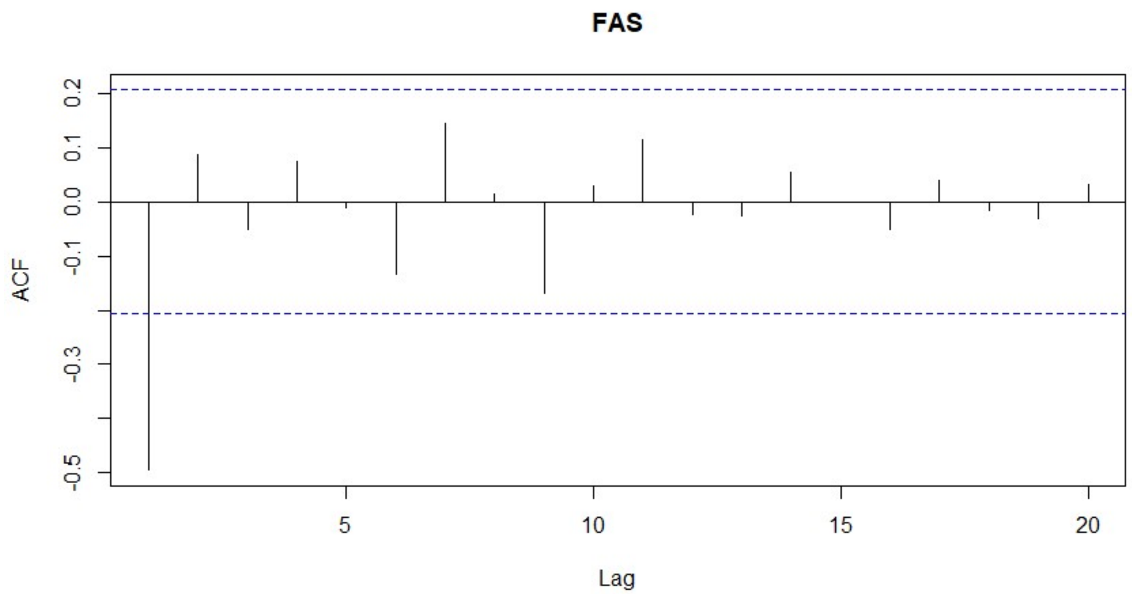


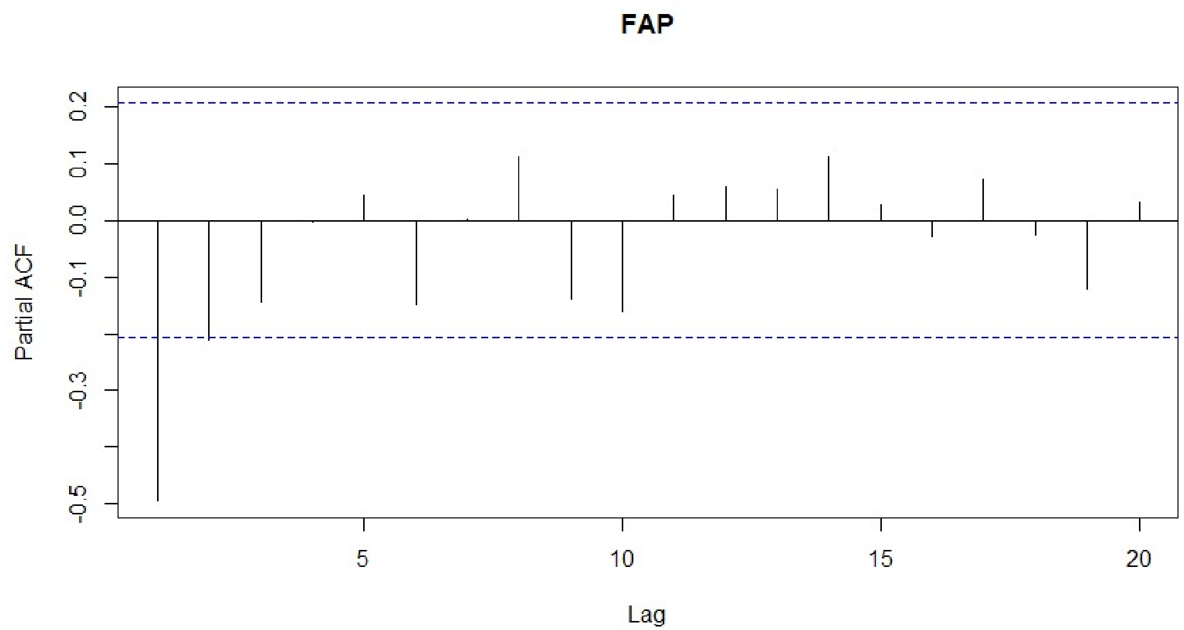
Para verificar si la serie de errores es estacionaria, graficaremos el correlograma muestral de la FAS y la FAP.

Ejemplo 9

En este caso se considera 20 retardos, debido a que nos interesa conocer el comportamiento de los 10 a 15 primeros coeficientes de correlación..

```
acf(Y, lag.max = 20, main="FAS")
pacf(Y, lag.max = 20, main="FAP")
```





La grafica de la serie de tiempo y las funciones de autocorrelación indican altos indicios de que la serie sea estacionaria; esto debido a que en el FAS se presenta un decrecimiento rápido hacia cero y el primer PAC (-0.496) es menor a 0.9.

Ejemplo 9

Realizaremos la prueba de raíz unitaria de Dickey-Fuller para confirmar la condición de estacionariedad de la serie.

```
Y_adf <- ur.df(Y, type="drift", selectlags = "AIC", lags = 1)
summary(Y_adf)
```

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression drift

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + z.diff.lag)

...
Value of test-statistic is: -9.8448 48.4612

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.51 -2.89 -2.58
phi1  6.70  4.71  3.86
```

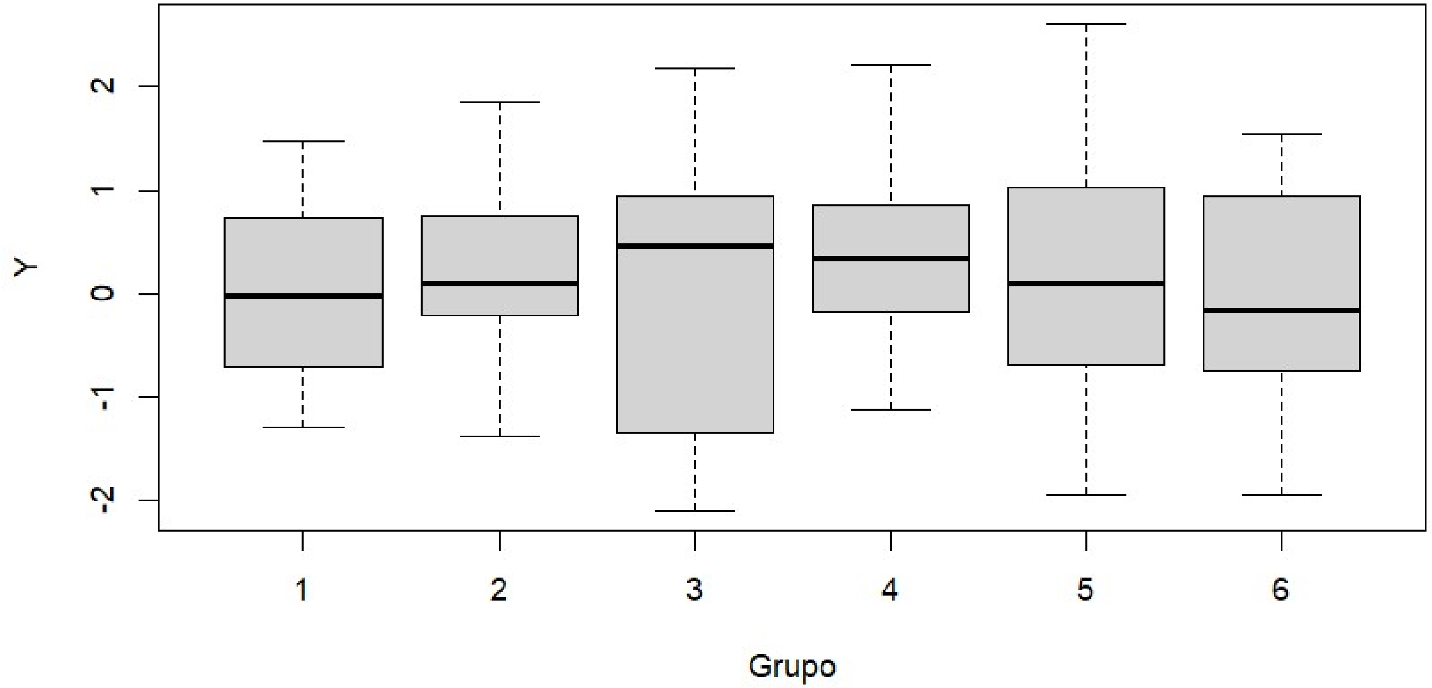
Se tiene que, $\tau_{calculado}$ = -9.8448 < $\tau_{crítico}$ = -2.89, entonces se rechaza la hipótesis nula (H_0) y aceptamos la hipótesis alterna (H_1), con lo cual concluimos que la serie de errores es **Estacionaria**.

Ejemplo 9

Verificamos la **ESTACIONARIEDAD EN VARIANZA**.

```
Grupo <- c(rep(1:6,rep(15,6)))
boxplot(datos$Yt~Grupo, xlab = "Grupo", ylab="Y")
```

Creamos una variable a la que denominaremos “Grupo”, se divide la serie la serie en 6 grupos de 15 observaciones cada una.



Se observar que las varianzas en los 6 grupos no varían significativamente, con lo que podemos suponer que la serie de errores es.**estacionaria en varianza**.

Ejemplo 9

Identificación del orden de un proceso AR.

✓ Vemos claramente que los coeficientes de autocorrelación parcial (FAP) no tienen patrón de comportamiento autorregresivo, dado que estos tienen decrecimiento lento.

Identificación del orden de un proceso MA.

✓ El coeficiente de autocorrelación simples (FAS), se ve claramente que el primer coeficiente es significativamente distinto de cero, por tanto, las conductas de las autocorrelaciones parciales de la muestra se parecen mucho a las cantidades teóricas de un proceso **MA(1)** .

Del análisis podemos plantear el siguiente modelo:

- MA(1)

Ejemplo 9

✓ **Modelo MA(1)**

```
modelo =  arma(Y, order = c(0,1))
summary(modelo)

Call:
arma(x = Y, order = c(0, 1))

Model:
ARMA(0,1)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max 
-1.884955 -0.644042 -0.005987  0.630921  1.921140 

Coefficient(s):
           Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)    
ma1        -0.58496     0.08271   -7.072 1.53e-12 ***
intercept   0.15620     0.04067    3.840 0.000123 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Fit:
sigma^2 estimated as 0.8514,  Conditional Sum-of-Squares = 74.92,  AIC = 244.93
```

- Los parámetros estimados son significativos ($p < \alpha$), por tanto, este modelo es apto para los pronósticos de los errores.

Ejemplo 9

La ecuación de pronóstico de MA(1) incluyendo la constante es:

$$Y_t = \mu + a_t + \theta_1 a_{t-1}$$

$$Y_t = 0.15620 + a_t - 0.58496 a_{t-1}$$

Con el operador de retardos:

$$Y_t = 0.15620 + \left(1 - 0.58496L\right) a_t$$


GRACIAS
https://aulavirtual2.unap.edu.pe/