UNAP
FINESI

Series de Tiempo

VI Semestre
Grupo: B

MODELOS LINEALES NO ESTACIONARIOS
(Modelos ARIMA)

Mtr. Alcides Ramos Calcina
FINESI

Introducción

- La mayoría de las series económicas no se comportan de forma estacionaria, bien porque suelen ir cambiando de nivel en el tiempo.
- Por ejemplo, la serie de Precios de combustible de la Figura 1 o porque la varianza no es constante como se muestra en la Figura 2 con la serie Exportaciones por grupo de productos de Puno.
- En principio cabe imaginar infinitas formas por las cuales se puede introducir la no estacionariedad en un proceso. Sin embargo, interesa considerar solamente ciertos tipos de procesos no estacionarios que sean adecuados para describir el comportamiento de series.
- En este capítulo trataremos los modelos ARIMA que constituyen una clase particular de procesos no estacionarios. Que en muchos casos son suficientes para representar el comportamiento de las series.

Introducción

Figura 1
Índices reales de precios de combustibles y de tarifas de servicios públicos - Precios de Combustibles - Gasohol 90 Octanos, periodo 2010 – 2023.

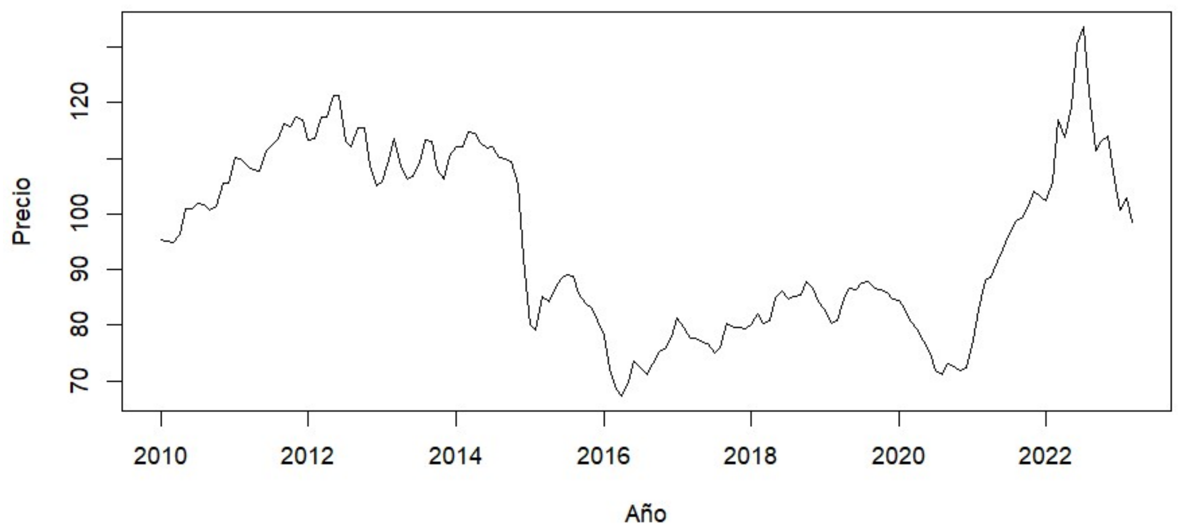
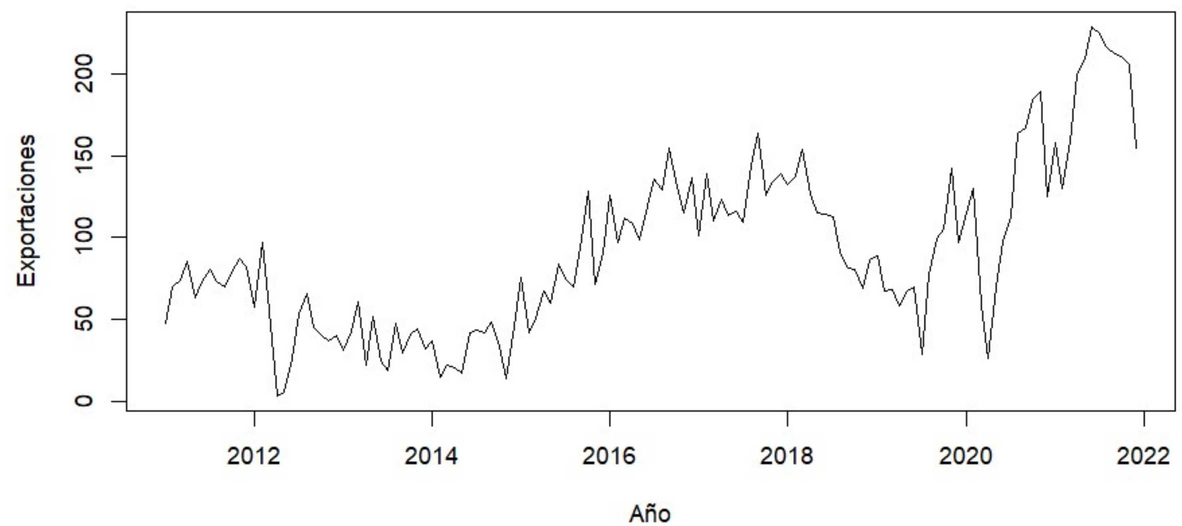
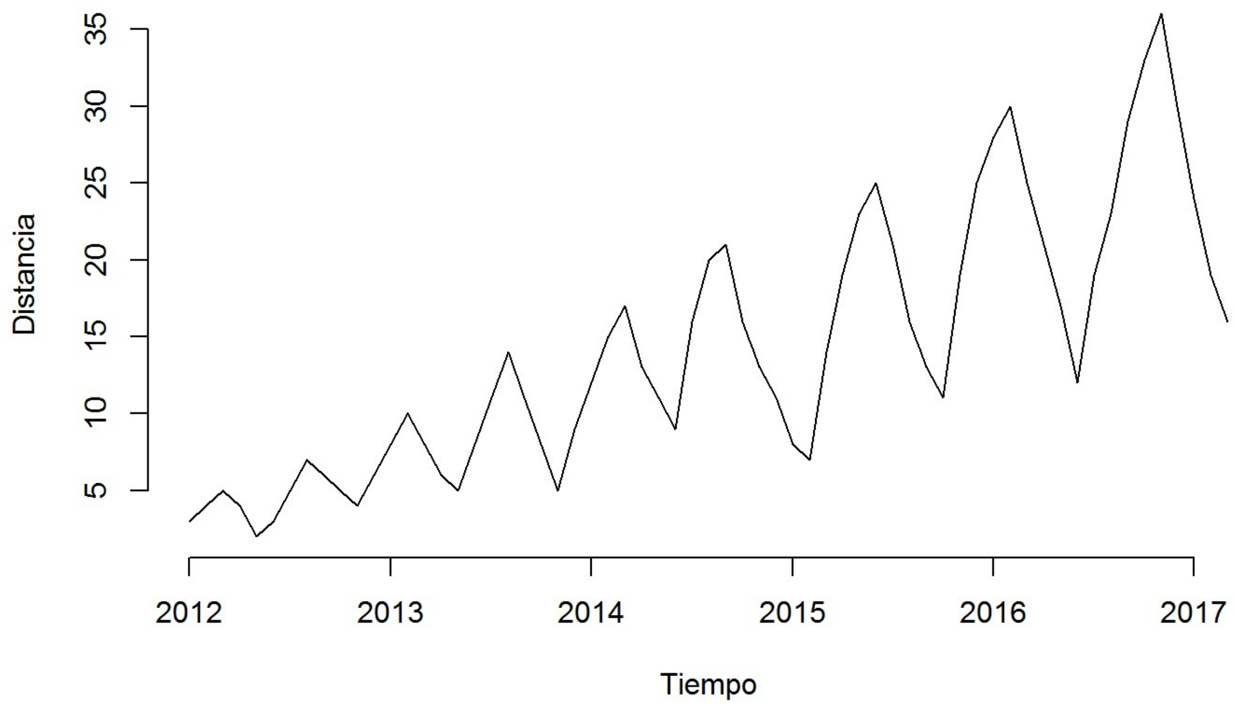


Figura 2
Exportaciones por grupo de productos de Puno (Valores FOB en millones de US$) - Productos tradicionales – Mineros, periodo 2011 – 2021.



1. No estacionariedad en varianza

- Cuando una serie no es estacionaria en varianza como se muestra en la figura, no se puede sostener el supuesto de que ha sido generada por un proceso con varianza constante en el tiempo



- La solución es transformar la serie mediante algún método que estabilice la varianza.

1. No estacionariedad en varianza

- En general, para estabilizar la varianza se utilizan las transformaciones Box-Cox:

$$Y_t^{(\lambda)} = \begin{cases} \dfrac{Y_t^{\lambda} - 1}{\lambda} & \lambda \neq 0 \\ \ln(Y_t) & \lambda = 0 \end{cases}$$

donde: λ es el parámetro de transformación.

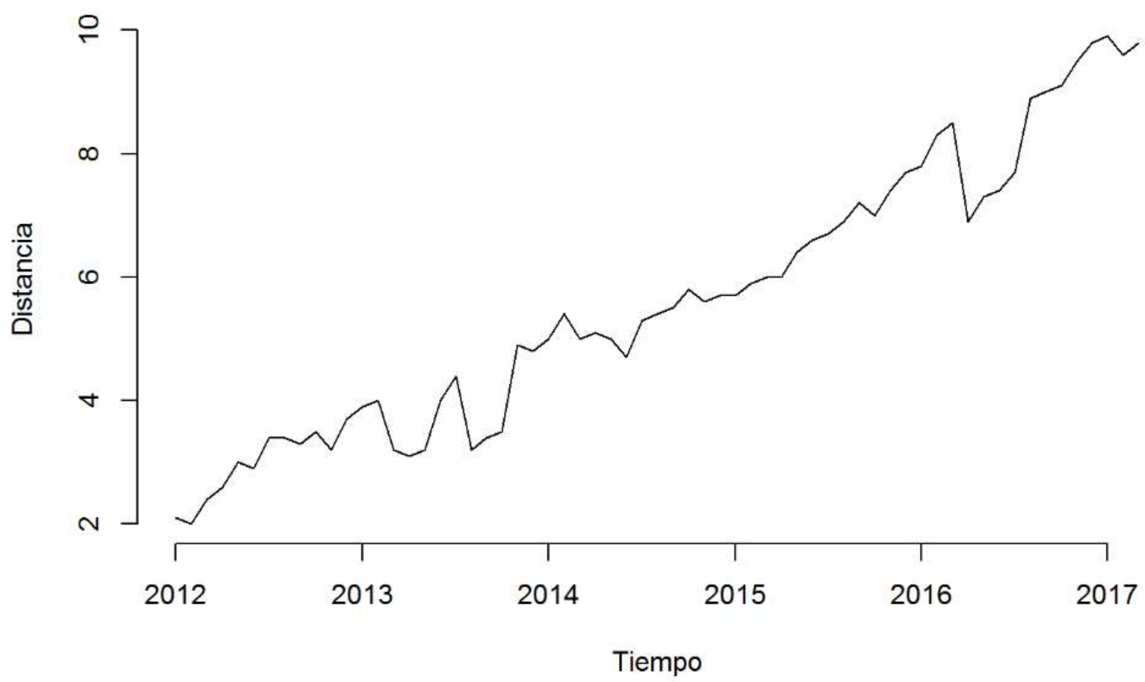
- Es interesante señalar que, usualmente, las transformaciones Box-Cox no sólo estabilizan la varianza, sino que también mejoran la aproximación a la distribución normal del proceso Y_t.

2. Estacionariedad en Media

- La tendencia es el movimiento a largo plazo de la serie una vez eliminados los ciclos y el término irregular, esta tendencia se suele producir debido a la evolución de las preferencias, la tecnología, de la demografía, etc.

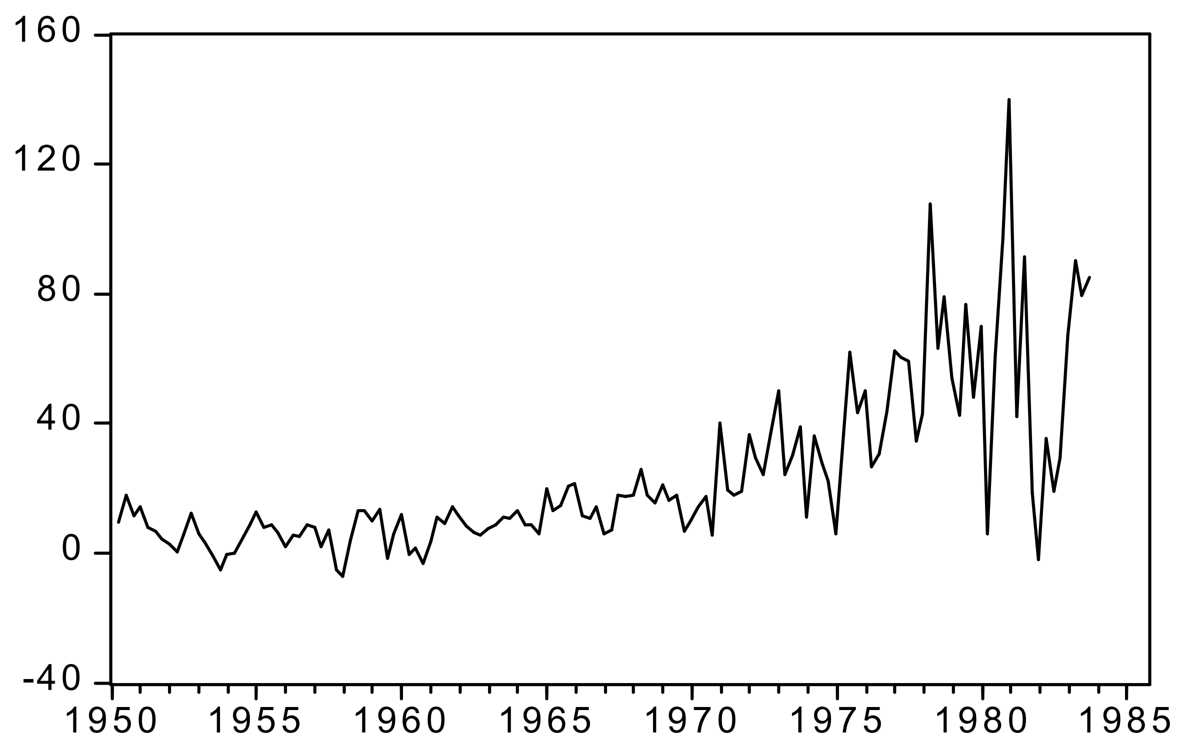
- La tendencial puede ser creciente o decreciente, exponencial o aproximadamente lineal.

- La figura muestra una serie que presentan un comportamiento sistemático de este tipo, por tanto, no son estacionarias y no evolucionan en torno a un nivel constante.



2. Estacionariedad en Media

- La no estacionariedad en media en muchos casos viene acompañado de la no estacionariedad en varianza, a la que se denomina series de tiempo que son no estacionario en media y varianza como se ve en la figura.



- A continuación, se presenta las diferentes transformaciones para alcanzar estacionariedad.

Transformaciones para alcanzar la Estacionariedad

1) SERIE NO ESTACIOANRIA EN MEDIA

Transformación diferencia: $\Delta = (1 - L)$

$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = (1 - L) Y_t$ — Primera diferencia

$\Delta[\Delta Y_t] = \Delta[Y_t - Y_{t-1}] = \Delta Y_t - \Delta Y_{t-1} = \Delta^2 Y_t$ — Segunda diferencia

…

$\Delta^d Y_t$ — *d*-ésima diferencia de *Yt*

2) SERIE NO ESTACIONARIA EN VARIANZA

Transformación de Box-Cox

3) SERIE NO ESTACIOANRIA EN MEDIA Y VARIANZA

Transformación diferencia de los logaritmos o el logaritmo de la diferencia

$$\Delta \ln Y_t = \ln Y_t - \ln Y_{t-1} = (1 - L) \ln Y_t$$

3. Modelos ARIMA

- Los modelos autorregresivos e integrados de promedios móviles ARIMA pueden ser vistos como una generalización de los modelos ARMA donde previamente se ha diferenciado la serie.

- Un proceso integrado *Yt* se le denomina ARIMA(p, d, q) si tomando diferencias de orden d se obtiene un proceso estacionario ARMA(p, q).

- La **I** central del término ARIMA indica Integrado.

- El orden de integración del proceso es el número de diferencias que hay que tomar al proceso para conseguir la estacionariedad en media, o lo que es lo mismo, el número de raíces unitarias del proceso.

- En la práctica, los procesos que surgen más habitualmente en el análisis de las series temporales, especialmente las económicas son los **I**(0) e **I**(1), encontrándose los **I**(2) con mucha menos frecuencia.

3. Modelos ARIMA

- En general, si una serie Y_t es integrada de orden d, se puede representar por el siguiente modelo:

$$\Delta^d Y_t = \delta + \phi_1 \Delta^d Y_{t-1} + \phi_2 \Delta^d Y_{t-2} + \cdots + \phi_p \Delta^d Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q}$$

$$\phi_p(L)\Delta^d Y_t = \delta + \theta_q(L) a_t$$

donde el polinomio autorregresivo estacionario $\phi_p(L)$ y el invertible de medias móviles $\theta_q(L)$ no tienen raíces comunes.

- El modelo anterior se denomina:

Modelo Autorregresivo Integrado de Medias Móviles de orden (p, d, q) o ARIMA(p, d, q)

donde
- ✓ ***p*** es el orden del polinomio autorregresivo estacionario,
- ✓ ***d*** es el orden de integración de la serie, es decir, el número de diferencias que hay que tomar a la serie para que sea estacionaria,
- ✓ ***q*** es el orden del polinomio de medias móviles invertible.

3.1. Diferenciación de una serie

- La metodología ARIMA impone dos condiciones a las series temporales que se desea modelar:

  - Media constante
  - Varianza constante

- Si una serie temporal posee tendencia, ésta debe eliminarse previamente. Una alternativa es a través de la diferenciación de la serie temporal.

- La diferenciación consiste: $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$

- La diferenciación se puede aplicar de forma sucesiva. Así, la diferenciación anterior se denomina diferenciación de orden 1.

- Análogamente, la diferenciación de orden 2 es la resultante de aplicar dos diferenciaciones a la serie temporal, es decir:

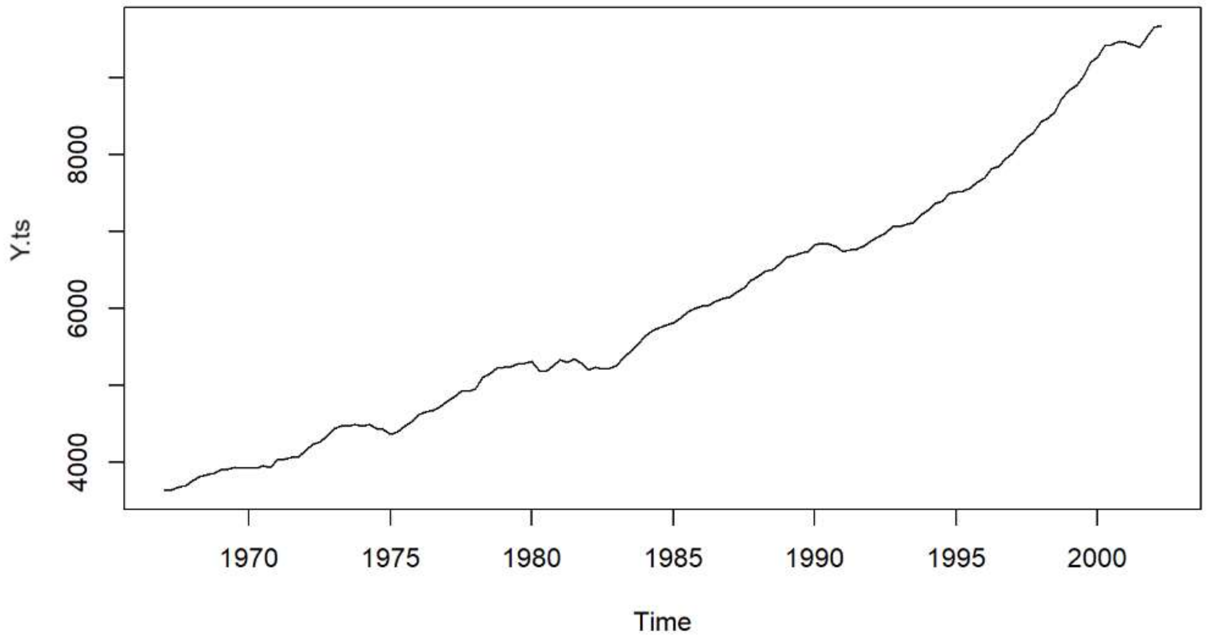
$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$$

$$\Delta^2 Y_t = \Delta Y_t - \Delta Y_{t-1}$$

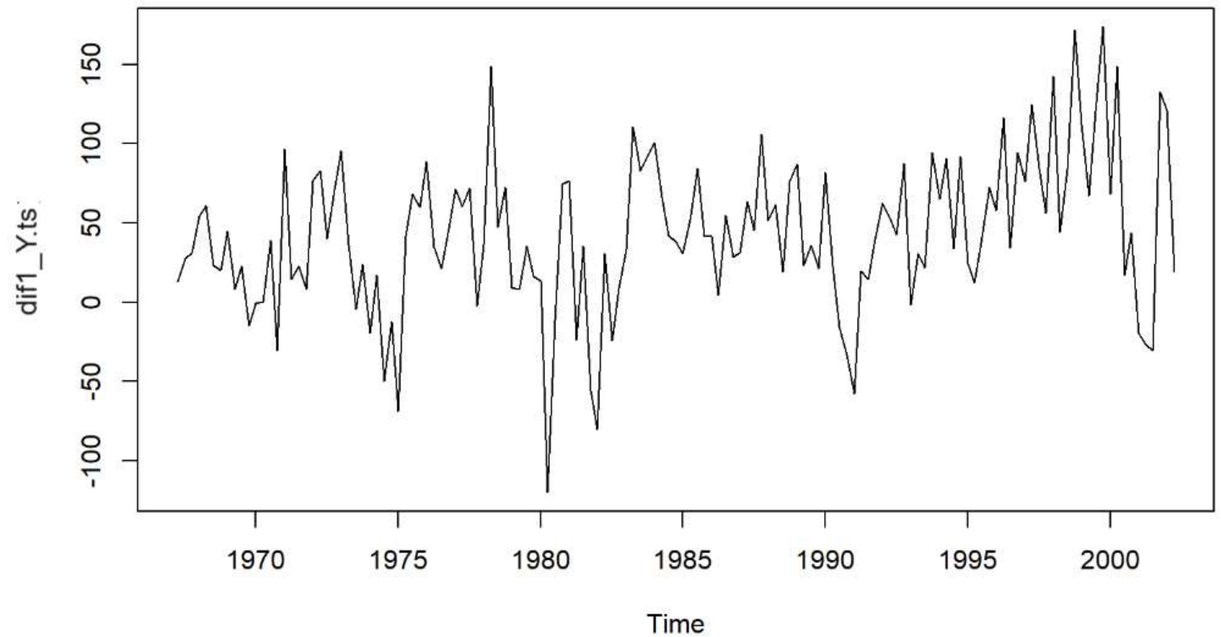
3.1. Diferenciación de una serie

- Por ejemplo, podemos ver en las figuras, la serie original y la serie con diferencia de orden 1 respectivamente.

Serie Y original no estacionaria en media.



Serie Y diferenciada en orden 1.



3.1. Diferenciación de una serie

- Y nos planteamos la siguiente interrogante: ¿Cómo se distingue la necesidad de diferenciar una serie temporal?

    1. Observando si la serie temporal posee una tendencia:

        - *Tendencia lineal*: diferenciación de orden 1
        - *Tendencia cuadrática*: diferenciación de orden 2

    2. A partir de las funciones de autocorrelación simple y parcial:

        - Es necesario diferenciar una serie temporal cuando su FAS/FAP revela un término autorregresivo de orden 1, donde $\phi_1 = 1$.

3.2. Modelos

a) Modelo Integrado de Media Móvil de orden (0, d, q)

Escribimos el modelo IMA(0, d, q) así:

$$\Delta^d Y_t = \delta + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q}$$

en forma compacta es:

$$\Delta^d Y_t = \delta + \theta(L) a_t$$

b) Modelo de Autoregresivo Integrado de orden (p, d, 0)

El modelo ARI(p, d, 0) sería:

$$\Delta^d Y_t = \delta + \phi_1 \Delta^d Y_{t-1} + \phi_2 \Delta^d Y_{t-2} + \cdots + \phi_p \Delta^d Y_{t-p} + a_t$$

en forma compacta es:

$$\phi(L) \Delta^d Y_t = \delta + a_t$$


GRACIAS
https://aulavirtual2.unap.edu.pe/