

Práctica con Utilitario

Introducción Al Procesamiento de Señales

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ingeniería / Informática



Autores

Valeria Micol García

NºAlumno: 03404/7

Ivan Joaquin Barrios

NºAlumno: 03313/5



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

Introducción

En esta práctica se aborda el análisis y procesamiento de señales discretas utilizando el software Octave. El objetivo principal es desarrollar habilidades prácticas en el diseño, simulación y análisis de sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI). Esto incluye la representación de señales mediante la Transformada de Fourier de Tiempo Discreto (TFTD), el análisis de sistemas mediante su respuesta impulsional y en frecuencia, y la implementación de filtros para la corrección de distorsiones introducidas por canales digitales.

A lo largo del informe se exploran diferentes ejercicios prácticos que permiten consolidar conceptos teóricos como convolución, estabilidad y causalidad en sistemas, y el diseño de filtros FIR para corregir los efectos de un canal con ecos.



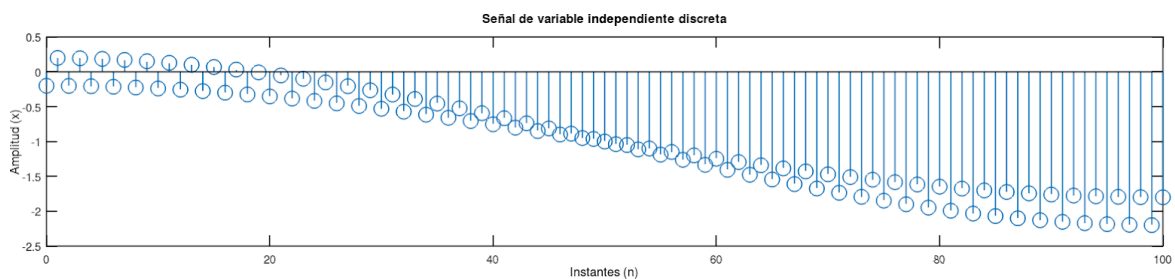
INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

Ejercicio 1

1. Análisis de una señal discreta

1.1 Gráfico de la señal

Se grafica la señal $x[n]$ dada, representando sus valores discretos utilizando el número de alumno 03313/5 con la función `senal.m`.

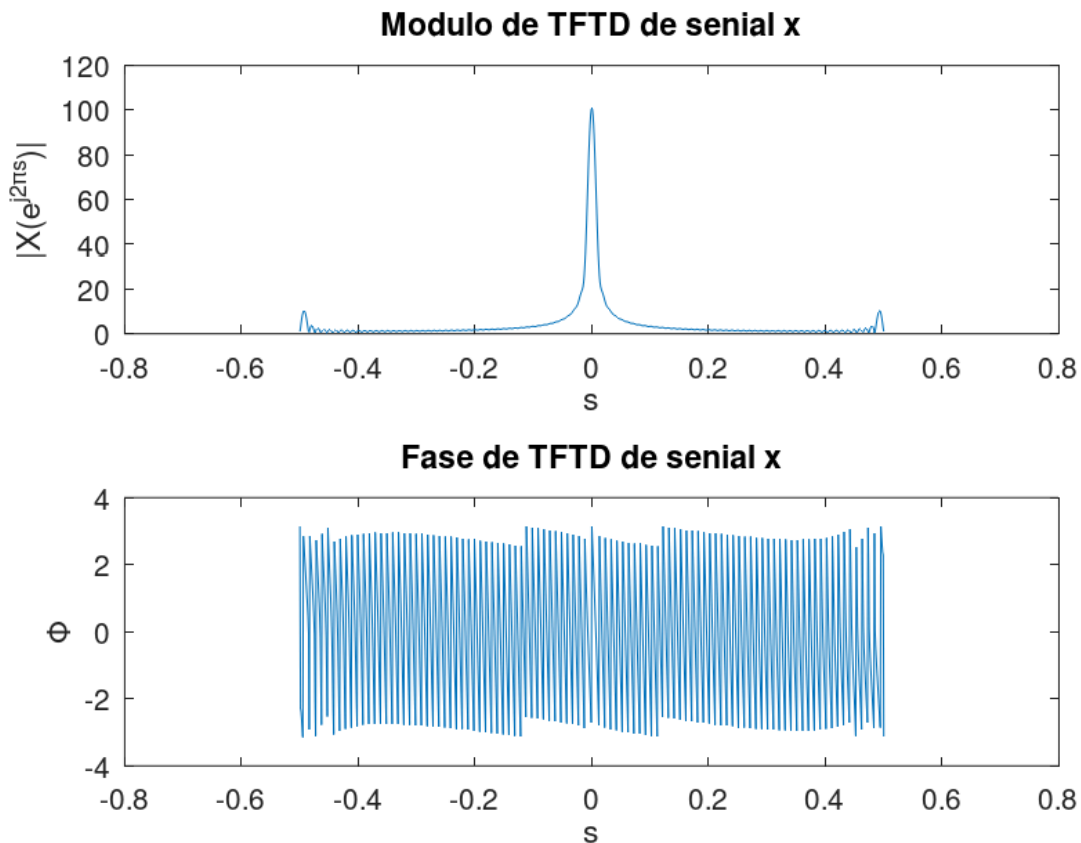


1.2 Transformada de Fourier de Tiempo Discreto

Se aplica la TFTD a la señal $x[n]$, obteniendo su representación en el dominio de la frecuencia. El espectro de magnitud $|X(e^{j\omega})|$ y fase se grafican para identificar sus componentes de frecuencia.



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES



1.3 Componentes de frecuencia identificados

a) Frecuencia principal ($s=0$):

Mirando el módulo de la TFTD, la amplitud máxima cerca de $s=0$ indica que la señal tiene una componente de baja frecuencia o tendencia continua predominante.

b) Frecuencias laterales (ondas pequeñas):

Las ondulaciones alrededor del pico central sugieren que hay componentes de frecuencia adicionales que se superponen con la frecuencia dominante.



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

2. Respuesta impulsional y en frecuencia de sistemas

Se analizan los sistemas dados mediante su respuesta impulsional y en frecuencia, discutiendo sus características.

Sistema 1:

$$y[n] = \frac{1}{2}x[n] + \frac{1}{2}x[n-1]$$

Para obtener la respuesta impulsional reemplazamos $x[n]$ por $\delta[n]$, obteniendo $y[n] = h[n]$.

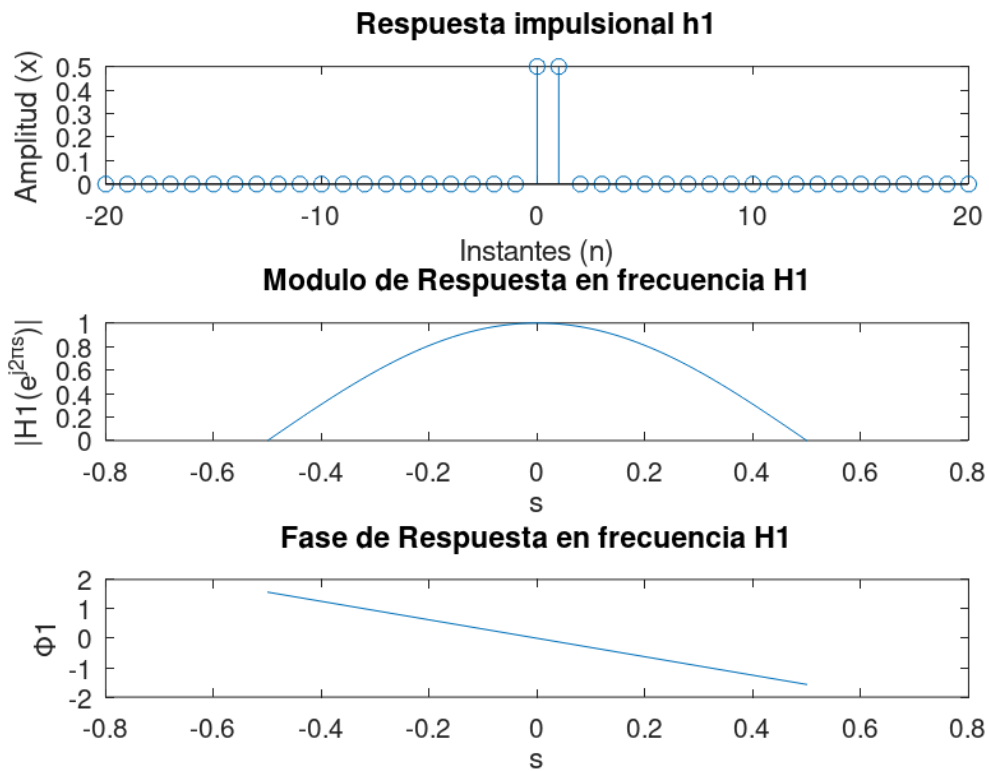
$$h_1[n] = \frac{1}{2} \cdot \delta[n] + \frac{1}{2} \cdot \delta[n-1]$$

Realizando la TFTD de $h[n]$, obtenemos la respuesta en frecuencia.

$$H_1(e^{j2\pi S}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot e^{-j2\pi S}$$



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES



Sistema 2:

$$y[n] = \frac{1}{2}x[n] - \frac{1}{2}x[n-1]$$

Para obtener la respuesta impulsional reemplazamos $x[n]$ por $\delta[n]$, obteniendo $y[n] = h[n]$.

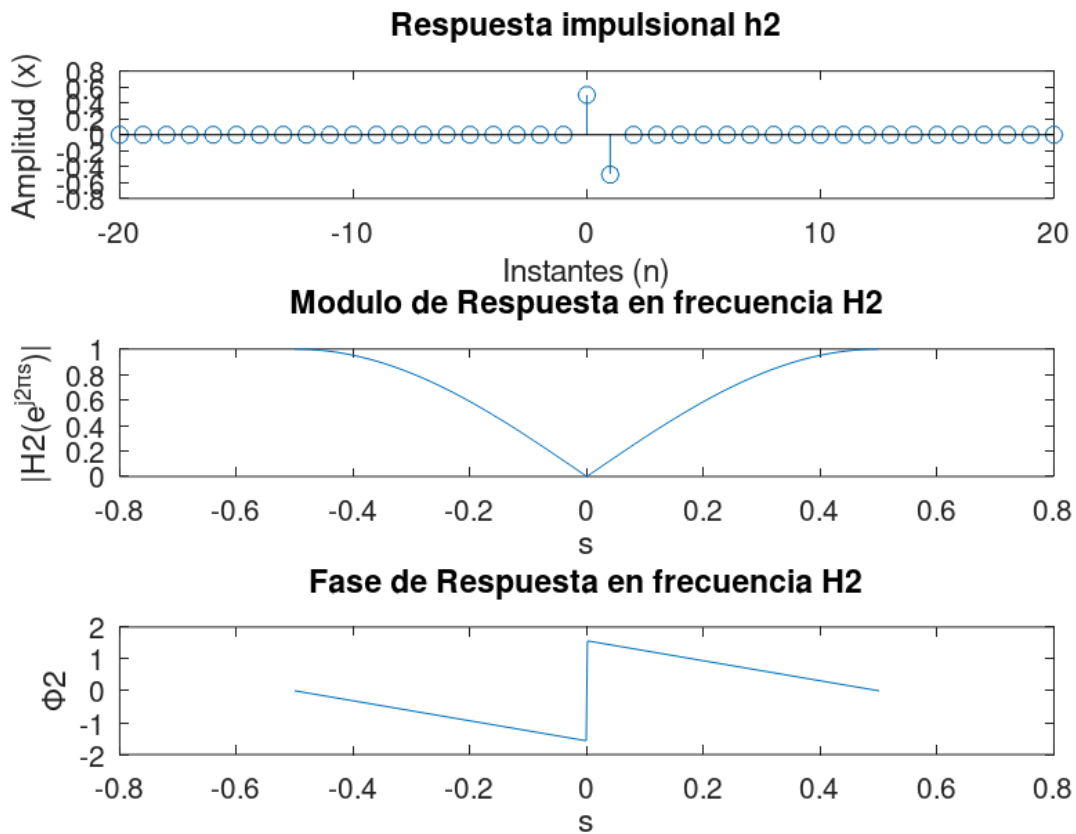
$$h_2[n] = \frac{1}{2} \cdot \delta[n] - \frac{1}{2} \cdot \delta[n-1]$$

Realizando la TFTD de $h[n]$, obtenemos la respuesta en frecuencia.

$$H_2(e^{j2\pi s}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot e^{-j2\pi s}$$



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES



Sistema 3:

$$y[n] = \frac{1}{4}x[n] + \frac{1}{4}x[n-1] + \frac{1}{2}y[n-1]$$

Para obtener la respuesta en frecuencia aplicamos TFTD en ambos lados de la igualdad y despejamos $Y(e^{j2\pi s})/X(e^{j2\pi s}) = H(e^{j2\pi s})$.

Luego antitransformamos para obtener la respuesta impulsional $h3[n]$



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

$$y[n] = \frac{1}{4} \cdot x[n] + \frac{1}{4} \cdot x[n-1] + \frac{1}{2} \cdot y[n-1]$$

Aplicamos TFRD a ambos lados del igual

$$Y(e^{j2\pi s}) = \frac{1}{4} \cdot X(e^{j2\pi s}) + \frac{1}{4} \cdot X(e^{j2\pi s}) \cdot e^{-j2\pi s} + \frac{1}{2} \cdot Y(e^{j2\pi s}) \cdot e^{-j2\pi s}$$

$$Y(e^{j2\pi s}) \left(1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-j2\pi s}\right) = X(e^{j2\pi s}) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot e^{-j2\pi s}\right)$$

$$\frac{Y(e^{j2\pi s})}{X(e^{j2\pi s})} = \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot e^{-j2\pi s}\right)}{\left(1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-j2\pi s}\right)}$$

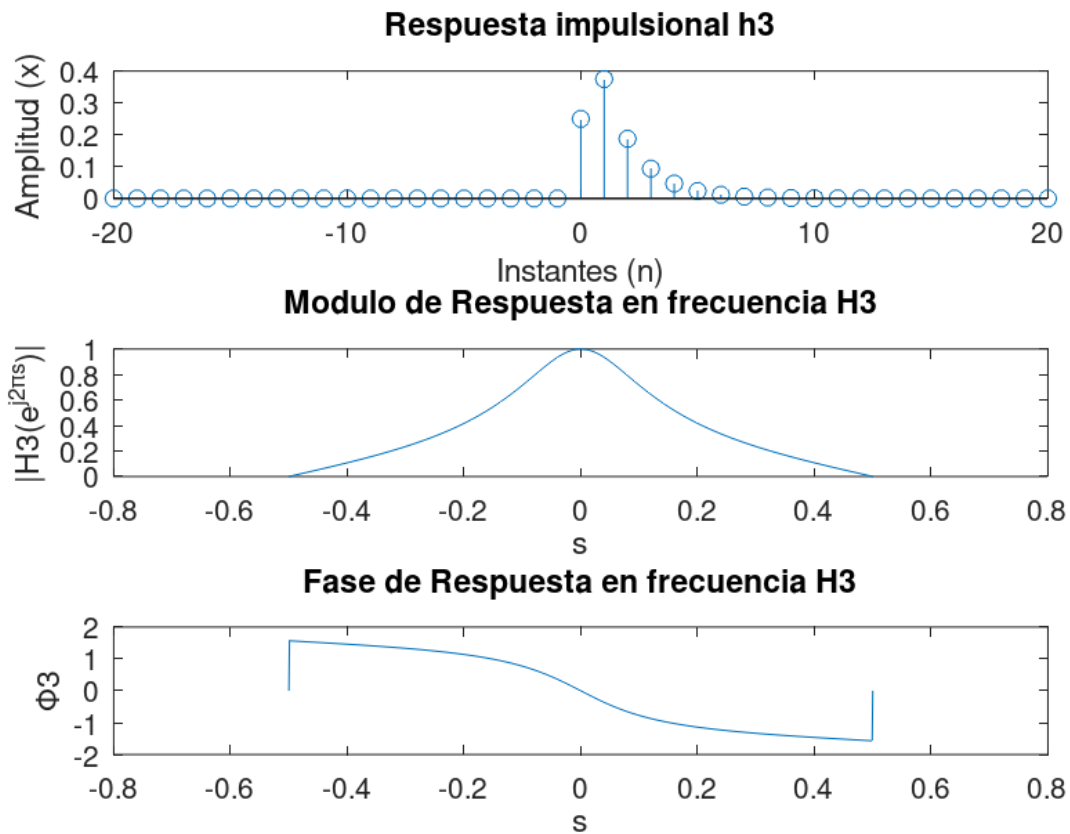
$$H_3(e^{j2\pi s}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-j2\pi s}} + \frac{1}{4} \cdot \frac{e^{-j2\pi s}}{1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-j2\pi s}}$$

Si amitransformamos obtenemos la rra impulsional

$$h_3[n] = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n] + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot u[n-1]$$



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES



Sistema 4:

$$y[n] = \frac{1}{4}x[n] - \frac{1}{4}x[n-1] - \frac{1}{2}y[n-1]$$

Para obtener la respuesta en frecuencia aplicamos TFTD en ambos lados de la igualdad y despejamos $Y(e^{j2\pi s})/X(e^{j2\pi s}) = H(e^{j2\pi s})$.

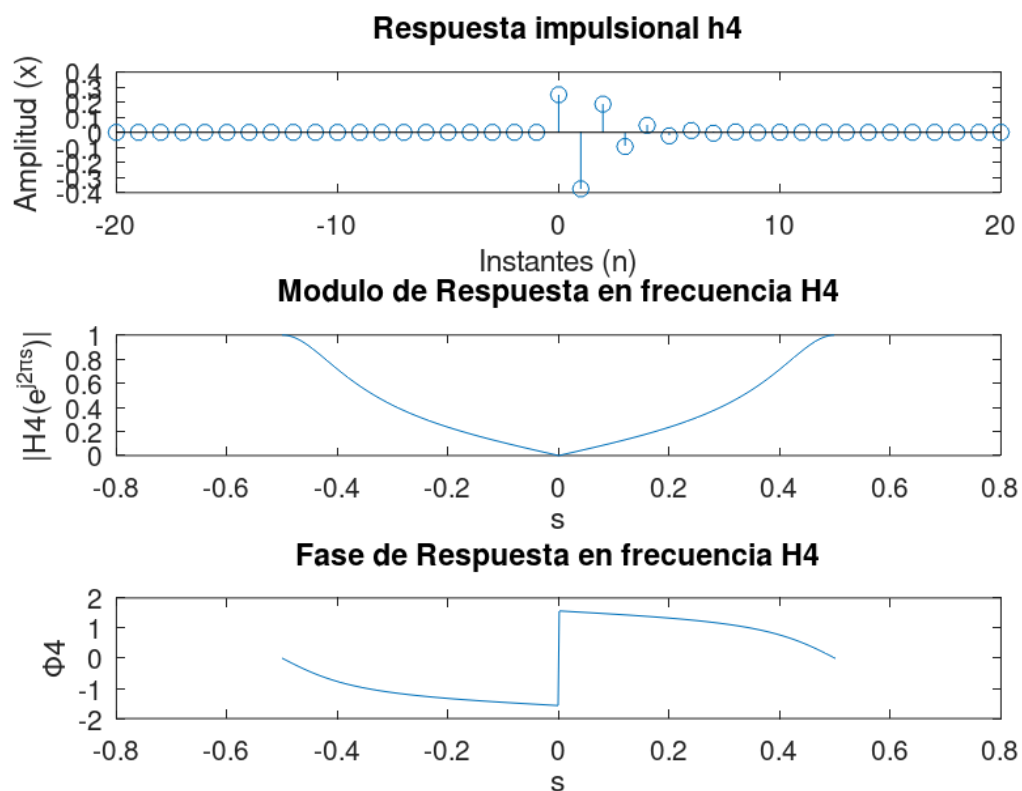


INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

$$h_4[n] = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n] - \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot u[n-1]$$

Luego antitransformamos para obtener la respuesta impulsional $h[n]$

$$H_4(e^{j2\pi s}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cdot e^{-j2\pi s}} - \frac{1}{4} \cdot \frac{e^{-j2\pi s}}{1 + \frac{1}{2} \cdot e^{-j2\pi s}}$$



Tipos de sistemas



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

El sistema 1 y 2 se tratan de sistemas **FIR**, ya que:

- La salida $y[n]$ depende únicamente de la entrada $x[n]$ y su retardo ($x[n-1]$).
- No hay términos de retroalimentación (es decir, $y[n-1]$ no aparece en la ecuación).

Por lo tanto, ambos sistemas son **FIR**, ya que su respuesta al impulso tiene una duración finita (2 muestras).

Por otro lado, los sistemas 3 y 4 se tratan de sistemas **IIR** debido a que:

- La salida $y[n]$ depende tanto de la entrada ($x[n], x[n-1]$) como de la salida anterior ($y[n-1]$).
- La presencia de $y[n-1]$ indica **retroalimentación**, lo que hace que la respuesta impulsional pueda extenderse infinitamente.

Entonces ambos son sistemas **IIR**, ya que la retroalimentación provoca una respuesta al impulso de duración infinita.

Además, podemos observar que los filtros de los sistemas 1 y 3 eliminan las componentes de alta frecuencia, por lo que tenemos filtros pasa bajos. Sin embargo, en los sistemas 2 y 4 podemos ver filtros pasa altos, ya que se eliminan las componentes de baja frecuencia.



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

3. Codificación de los sistemas y verificación con resultados analíticos

Se pudo ver en la sección con título 2. **Respuesta impulsional y en frecuencia de sistemas** cómo los siguientes sistemas codificados tuvieron la misma respuesta impulsional y respuesta en frecuencia que los vistos analíticamente.

%Respuesta impulsional del sistema 1

```
function y = sistema1(n,x)
    y = zeros(size(n));
    for i = 1:length(n)
        if i == 1
            y(i) = 1/2 * x(i);
        else
            y(i) = 1/2 * x(i) + 1/2 * x(i - 1);
        end
    end
end
```

%Respuesta impulsional del sistema 2

```
function y = sistema2(n,x)
    y = zeros(size(n));
    for i = 1:length(n)
        if i == 1
            y(i) = 1/2 * x(i);
        else
            y(i) = 1/2 * x(i) - 1/2 * x(i - 1);
        end
    end
end
```

%Respuesta impulsional del sistema 3

```
function y = sistema3(n,x)
    y = zeros(size(n));
    for i=1:length(n)
        if i == 1
            y(i) = 1/4 * x(i);
        else
            y(i) = 1/4 * x(i) + 1/4 * x(i - 1) + 1/2 * y(i - 1);
        end
    end
end
```



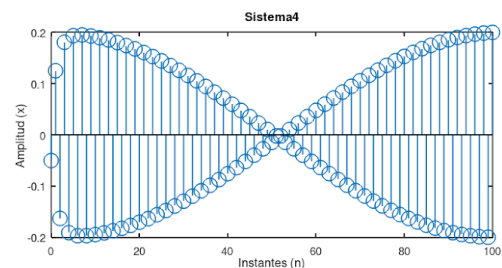
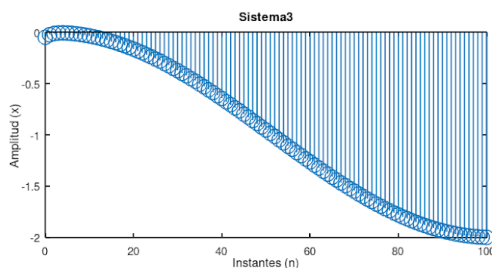
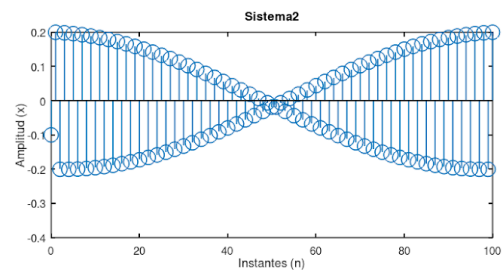
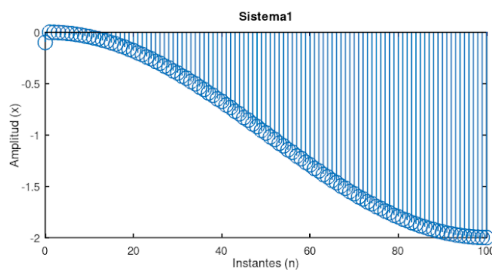
INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

```
%Respuesta impulsional del sistema 4  
  
function y = sistema4(n,x)  
    y = zeros(size(n));  
    for i = 1:length(n)  
        if i == 1  
            y(i) = 1/4 * x(i);  
        else  
            y(i) = 1/4 * x(i) - 1/4 * x(i - 1) - 1/2 * y(i - 1);  
        end  
    end  
end
```

4. Señales de salida para cada sistema

Se procesan señales de entrada con los sistemas dados y se analizan las señales de salida.

Podemos ver en cada gráfico las salidas de cada sistema con la entrada del inciso 1.

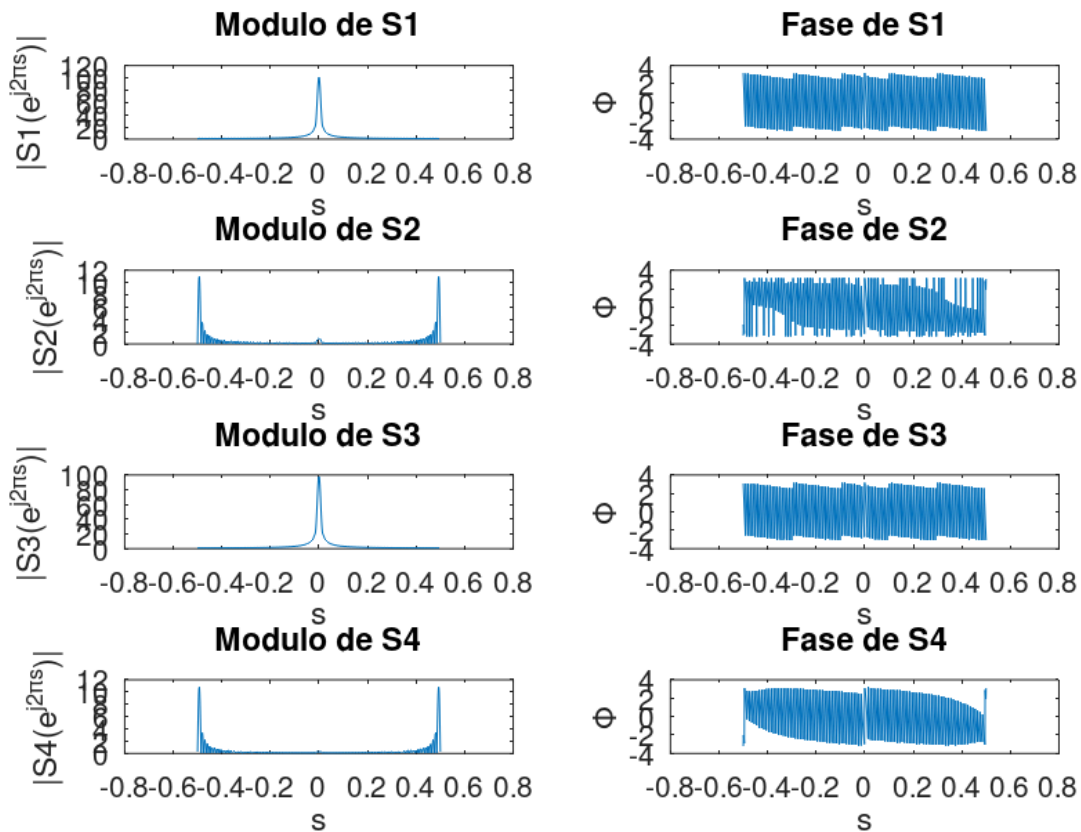


5. TFTD de las señales de salida

Ahora obtenemos las TFTD de cada salida y las graficamos:



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES



Los filtros de los sistemas 1 y 3 podemos ver que eliminan las componentes de alta frecuencia vistas en la señal x del inciso 1. Esto se corresponde al comportamiento de un filtro pasa bajos.

Los filtros de los sistemas 2 y 4 podemos ver que eliminan las componentes de BAJA frecuencia. Por lo que es un filtro pasa alto.

Ejercicio 2

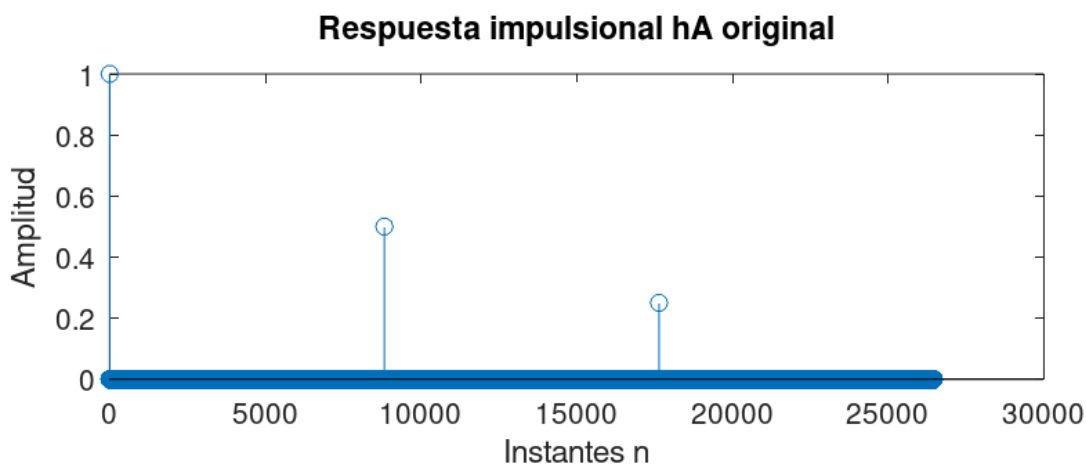
1. Modelo de un canal digital con dos ecos



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

1.1 Respuesta impulsional del canal

Se representa gráficamente la respuesta impulsional $h_A[n]$ del canal digital, interpretando el modelo con dos ecos. Se utilizó el número de alumno 033135.



1.2 Ecuación en diferencias

Como se puede ver en la imagen de la respuesta impulsional, tenemos 3 pulsos, uno en $n=0$, otro en $n=8820$ y otro en $n=17640$, de los cuales tienen una amplitud de 1, 0.5 y 0.25 respectivamente, por lo tanto tenemos la siguiente ecuación en diferencias.

$$y[n] = x[n] + 0,5 \cdot x[n - 8820] + 0,25 \cdot x[n - 17640]$$

1.3 Estabilidad del Sistema

Se puede ver en la imagen de la respuesta impulsional, es finita, lo que significa que es absolutamente sumable porque la serie de su módulo converge a un número finito. Entonces tenemos que el SLID es estable.



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

2. Función que implementa ecuación en diferencias

Se implementa el sistema del canal digital en Octave utilizando su ecuación en diferencias.

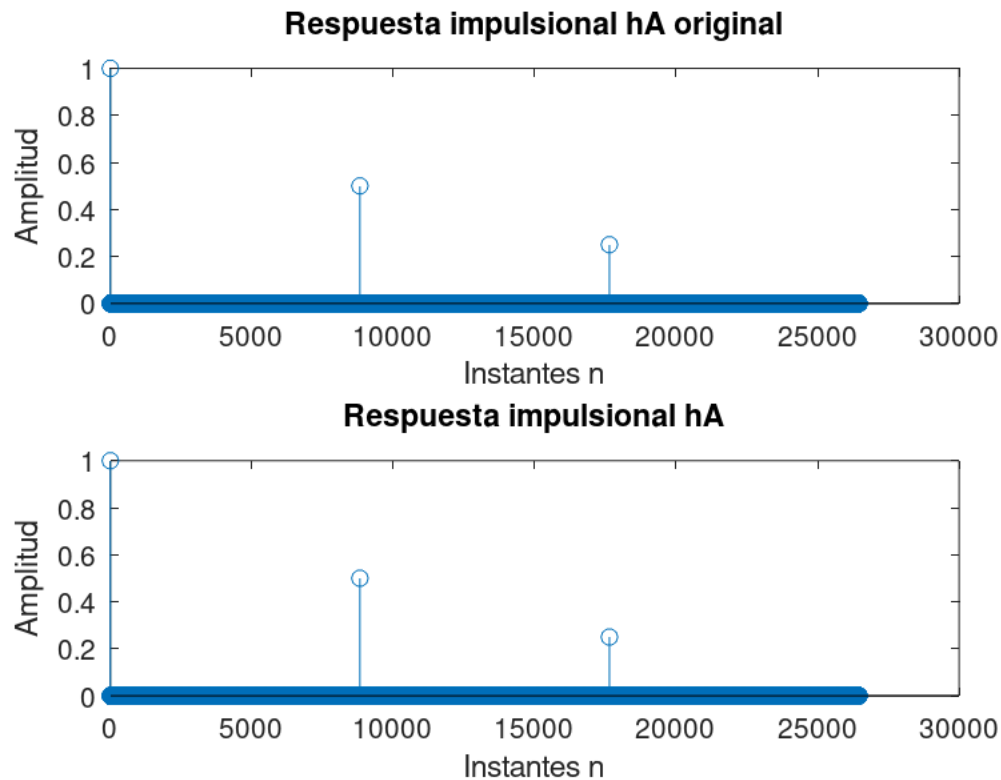
```
1 function y = ecuacionEnDiferencias (n,x)
2
3     y = zeros(size(n));
4
5     for i = 1:length(n)
6         y(i) = x(i);
7
8         if i > 8820
9             y(i) = y(i) + 0.5 * x(i - 8820);
10        end
11
12        if i > 17640
13            y(i) = y(i) + 0.25 * x(i - 17640);
14        end
15    end
16 end
```

Se verifica que la respuesta impulsional obtenida numéricamente coincida con la teórica.

Al compararlas, podemos ver que se realizó correctamente la ecuación en diferencias del sistema.



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES



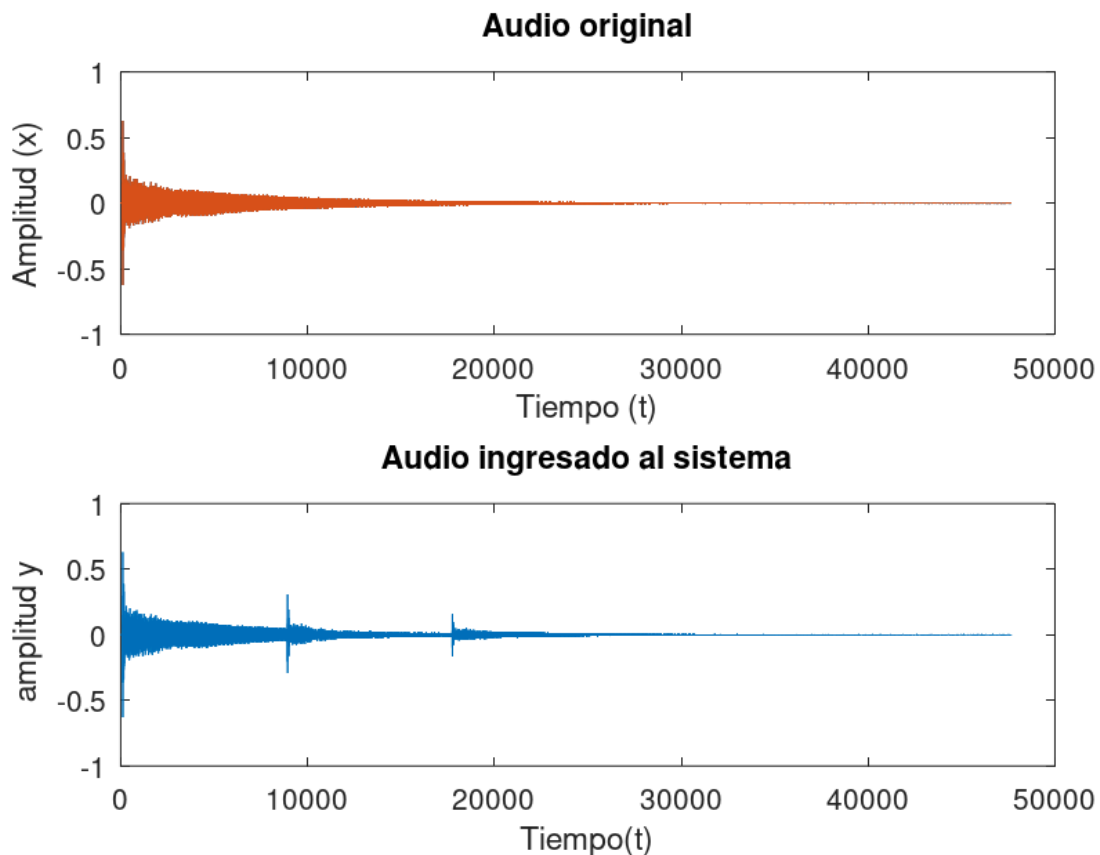
3. Aplicación del canal a una señal de audio

Utilizando el comando `audioread`, podemos traernos la señal en `x` y su respectiva frecuencia de muestreo `fs`. Escuchamos la señal y la graficamos en su forma pura. Luego, graficamos la señal ingresando la misma en el sistema con la ecuación en diferencias hecha en 2). A continuación se muestran ambos gráficos, viendo que al ingresarla al sistema con su ecuación en diferencias se observan en los segundos posteriores dos ecos



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

3.2 Gráfico de la señal de entrada y salida en el tiempo



4. Corrección del canal mediante filtros FIR

Para intentar corregir el efecto del eco que se genera en y , colocamos un filtro en cascada h_f . El caso ideal sería que la respuesta impulsional total de la cascada (h_c) se aproxime a una única delta de Kronecker, pero esto no es posible en la práctica debido a que siempre quedan ecos, aún así, se logra disminuir la atenuación de ellos.



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

- Filtro con 1 rama

$$h_f = \delta[n] - \varphi \cdot \delta[n-a_1]$$

$$h_c[n] = \{h_A * h_f\}[n]$$

$$h_c[n] = \delta[n] + 0,5 \cdot \delta[n-8820] + 0,25 \cdot \delta[n-17640] - \varphi \cdot \delta[n-a_1] + \dots \\ \dots + \varphi \cdot 0,5 \cdot \delta[n-8820-a_1] - \varphi \cdot 0,25 \cdot \delta[n-17640-a_1]$$

Si queremos que $h_c \approx \delta[n]$ calculamos valores de φ y a_1 tal que se eliminen los retardos. En este caso, si $\varphi = 0.5$ y $a_1 = 8820$, entonces se eliminan cuatro términos en la ecuación de h_c , pero a la vez se agrega un retardo más alejado y de menos amplitud:

$$h_c[n] = \{h_A * h_f\}[n]$$

$$h_c[n] = \delta[n] + 0,5 \cdot \delta[n-8820] + 0,25 \cdot \delta[n-17640] - 0,5 \cdot \delta[n-8820] - \dots \\ \dots - 0,25 \cdot \delta[n-17640] - (0,5) \cdot 0,25 \cdot \delta[n-26460]$$

$$h_c[n] = \delta[n] - 0,125 \cdot \delta[n-26460]$$



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

- Filtro con dos ramas

$$h_f[n] = \delta[n] - \varphi \cdot \delta[n-a_1] - \beta \cdot \delta[n-a_2]$$

Ahora, con una rama más de retardo podemos eliminar el eco que quedó en el filtro anterior. Usando los valores de ese retardo se deciden los valores de las constantes $\beta = -0,125$ y $a_2 = 26460$

$$h_f[n] = \delta[n] - 0,5 \cdot \delta[n-8820] + 0,125 \cdot \delta[n-26460]$$

$$h_c[n] = \{h_A * h_f\}[n] = \delta[n] + 0,125 \cdot \delta[n-26460] - 0,125 \cdot \delta[n-26460] - \dots$$
$$\dots + 0,5 \cdot 0,125 \cdot \delta[n-8820-26460] + 0,25 \cdot 0,125 \cdot \delta[n-17640-26460]$$

$$h_c[n] = \delta[n] + 0,0625 \cdot \delta[n-35280] + 0,03125 \cdot \delta[n-44100]$$

Se observa en el resultado de $h_c[n]$ que se agregaron dos ecos más, pero más atenuados y más lejos, con amplitudes de las deltas menores.



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

- Filtro con tres ramas

$$h_f[n] = \delta[n] - \varphi \cdot \delta[n - a_1] - \beta \cdot \delta[n - a_2] - \theta \cdot \delta[n - a_3]$$

Con la rama de retardo nueva eliminamos uno de los ecos sobrantes que quedan en el filtro de dos ramas. Es por eso que se deciden los valores $\theta = 0,0625$ y $a_3 = 35280$.

$$h_f[n] = \delta[n] - 0,5 \cdot \delta[n - 8820] + 0,125 \cdot \delta[n - 26460] - 0,0625 \cdot \delta[n - 35280]$$

$$h_c[n] = \{ h_A * h_f \} [n]$$

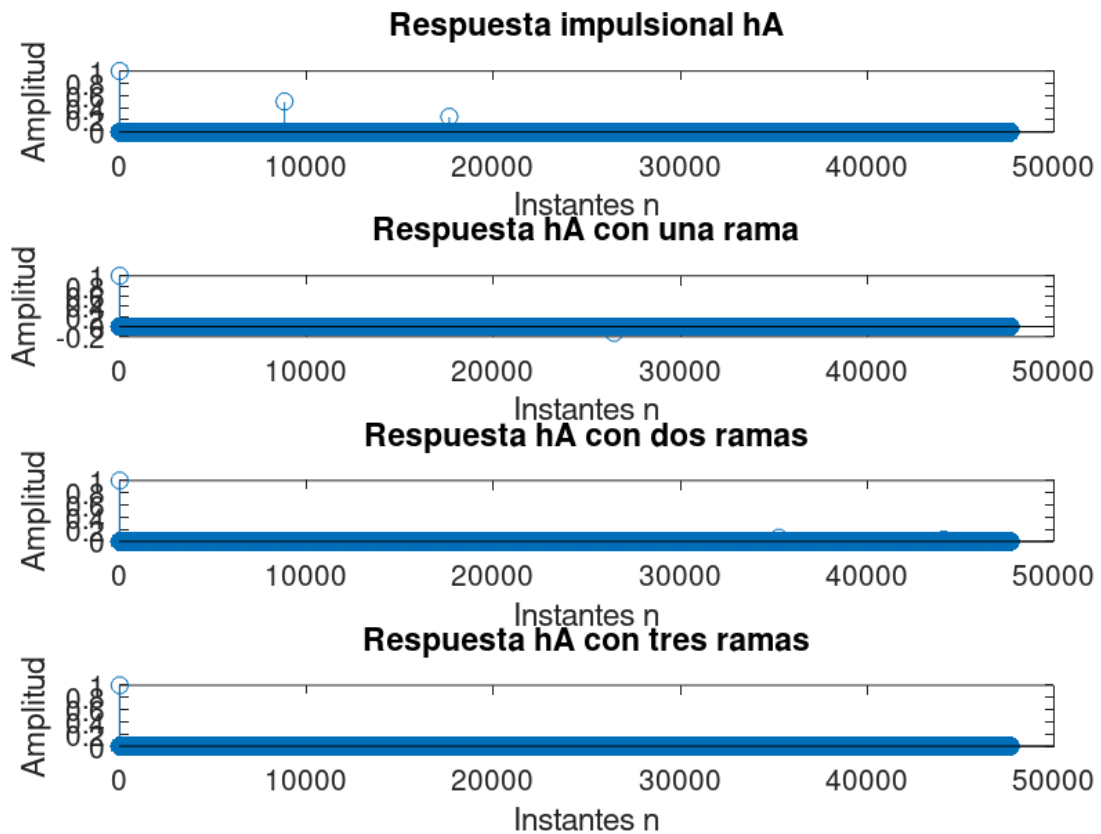
$$h_c[n] = \delta[n] + 0,0625 \cdot \delta[n - 35280] + 0,03125 \cdot \delta[n - 44100] - 0,0625 \cdot \delta[n - 35280] - \dots \\ \dots - 0,5 \cdot 0,0625 \cdot \delta[n - 8820 - 35280] - 0,25 \cdot 0,0625 \cdot \delta[n - 17640 - 35280]$$

$$h_c[n] = \delta[n] - 0,0156 \cdot \delta[n - 52920]$$

Se puede ver como el único eco está en $n=52920$, una distancia muy lejana teniendo en cuenta los casos anteriores, y además la amplitud de este mismo es muy chica. Esto hace que en el audio sea casi imperceptible el eco.



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

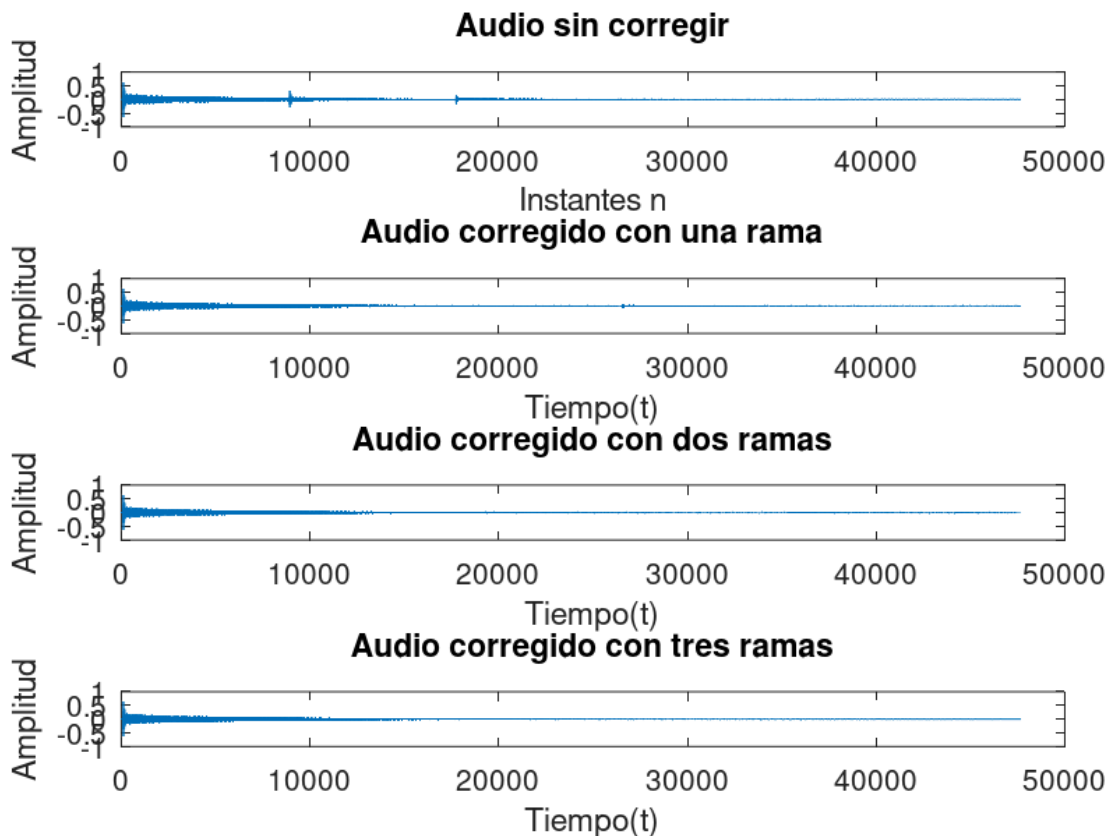


Podemos ver en cada respuesta impulsional, que la amplitud de las deltas es cada vez más chica y además, están cada vez más alejadas, esto hace que en el audio se eliminen los ecos hasta que sea casi imperceptible al oído.

5. Filtrado de la señal y



INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES



Conclusión

Al pasar el audio por los diferentes filtros, notamos que al llegar al filtro de tres ramas de retardo se atenúan los ecos de tal forma que son imperceptibles. Por otro lado, el filtro con dos ramas no elimina los ecos por completo, sino que por el contrario, genera nuevos de menor tamaño. Concluimos que a medida que vamos agregando más ramas de retardo en el filtro, siempre va a aparecer una nueva delta de menor amplitud y a una mayor distancia, la cual su efecto sonoro será más atenuado.