



[75.12-95.04] ANALISIS NUMERICO

2^{ER} CUATRIMESTRE 2020

SEGUNDO TRABAJO PRACTICO

AUTORES

Andrade, Agustin Ariel. aandrade@fi.uba.ar	- 104046
Correa, Valentina Laura. vcorrea@fi.uba.ar	- 104415
Diaz Real, Maria Sol. mdiazr@fi.uba.ar	- 105177
Garcia, Pablo. pdg1976@gmail.com	- 75322
Sabatino, Gonzalo. gsabatino@fi.uba.ar	- 104609
Zeida, Candela. czeida@fi.uba.ar	- 103902

CÁTEDRA 5

Mg. Ing. Miryam Sassano (Jefa de cátedra)
Ing. Matías Payva (JTP)
Sr. Ezequiel García (Ay. 2do)
Srta. María Agustina Turano (Ay. 2do)
Sr. Santiago Husain (Ay. 2do)

FECHA DE ENTREGA

6 de marzo de 2020

CALIFICACIÓN

Índice

1. Introducción	2
2. Objetivo del trabajo	2
3. Desarrollo	2
3.1. Item A	2
3.2. Item B	2
3.3. Item C	3
3.4. Item D	3
3.5. Item E	4
3.6. Item F	5
4. Ecuaciones	5
5. Conclusiones	5

1. Introducción

En el presente trabajo se desarrollará un modelo depredador-presa a partir de la resolución de las ecuaciones de Lotka-Volterra. Estas ecuaciones son conocidas como ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs), en las cuales aparecen derivadas de una o más variables dependientes respecto a una única variable independiente.

2. Objetivo del trabajo

El objetivo del trabajo es simular el modelo de depredador-presa de Lotka-Volterra, utilizando el método de resolución de ecuaciones diferenciales Runge-Kutta de orden cuatro. A partir de ello, se observarán gráficamente las soluciones obtenidas, los picos de las curvas, sus períodos y lo que ocurre al modificar los valores de los parámetros.

3. Desarrollo

3.1. Item A

Implementando el algoritmo del método de Runge Kutta de Orden 4 para el modelo depredador - presa, si utilizamos los valores propuestos por la cátedra ($a = 1.2$, $b = 0.6$, $c = 0.3$ y $d = 0.8$) obtendremos los siguientes resultados:

tiempo	presa	depredador
0	0	1
1	0.1	2.1248623
2	0.2	2.2596818
3	0.3	2.4007584
4	0.4	2.5603034
5	0.5	2.7264033
6	0.6	2.9029769
7	0.7	3.0897223
8	0.8	3.2805444
9	0.9	3.4910302
10	1	3.7032644
200	29	5.4072518
201	29.1	5.3155047
202	29.2	5.1665209
203	29.3	4.9641312
204	29.4	4.7156635
205	29.5	4.4313382
206	29.6	4.1211925
207	29.7	3.8037506
208	29.8	3.4847295
209	29.9	3.1760364
300	30	2.8852001

Figura 1: Tabla de resultados utilizando el método Runge Kutta Orden 4

Para una mejor visualización, se optó por incluir únicamente los primeros y últimos 10 valores resultantes del método. La tabla completa se puede encontrar dentro de la carpeta item a del código entregado.

3.2. Item B

Utilizando los resultados obtenidos en el ítem anterior, podemos notar la siguiente relación entre los valores obtenidos para la presa - depredador vs. tiempo

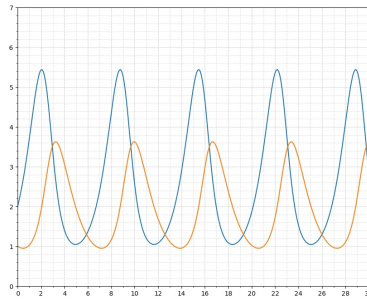


Figura 2: Gráfico de presa - depredador vs. tiempo

3.3. Item C

Observando el gráfico obtenido en el ítem anterior, podemos realizar las siguientes observaciones:

- Para el valor máximo de la relación entre la presa vs tiempo, observamos que su pico máximo se encuentra entre los valores 5.4 y 5.6, obteniendo un resultado con error de 0.2 el cual se debe al propio de nuestra recta numerica utilizada al momento del diseño del gráfico.
- Por otro lado, en cuanto al valor máximo respecto al depredador, notamos este que se encuentra a gran distancia del previo, dado que el pico se aproxima a un numero entre 3.6 y 3.8, nuevamente guiados por el error que nos impone la recta numerica utilizada.
- Concluyendo el análisis gráfico pedido, obtuvimos un período de entre 6 y 7 segundos, tanto para la presa como para el depredador. En este caso, el error generado por la gráfica es mayor lo cual permite una menor presición al momento de la determinación del resultado.

3.4. Item D

Nuevamente, una gráfica presa - depredador vs. tiempo para los valores de los nuevos parámetros, resulta de la siguiente forma:

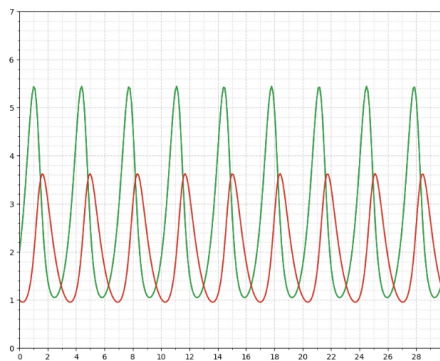


Figura 3: Gráfico de la relación presa - depredador vs tiempo, utilizando los nuevos parámetros

Al duplicar el valor de los parámetros y repetir lo realizado en el ítem anterior, pudimos realizar las siguientes observaciones:

- No existe una relación entre los parámetros y los picos encontrados, los valores máximos no varían.

- Los períodos de las curvas disminuyeron a la mitad tras este aumento de valores al doble. A diferencia del ítem anterior obtuvimos un período de entre 3 y 4 segundos, tanto para la presa como para el depredador.

A continuación, se detalla la tabla de resultados obtenidos con los nuevos valores propuestos dados por las nuevas condiciones. Nuevamente se explicitan únicamente los valores para los primeros y últimos 10 resultados del método, pudiendo encontrar los restantes dentro de la carpeta ítem d perteneciente al código

	tiempo	presa	depredador
0	0	2	1
1	0.1	2.250681	0.9681119
2	0.2	2.5603016	0.9531185
3	0.3	2.8029738	0.9566426
4	0.4	3.2860496	0.9813321
5	0.5	3.7032575	1.031168
6	0.6	4.1411672	1.1117806
7	0.7	4.5761358	1.2307037
8	0.8	4.971468	1.3969999
9	0.9	5.2767301	1.6199021
10	1	5.4326737	1.9051064
290	29	1.1784984	2.6683917
291	29.1	1.1031453	2.4344972
292	29.2	1.0612455	2.2133791
293	29.3	1.0473653	2.0090231
294	29.4	1.0581519	1.8233883
295	29.5	1.0918634	1.6571258
296	29.6	1.1480234	1.5100892
297	29.7	1.2271772	1.3816898
298	29.8	1.3072	1.2714447
299	29.9	1.4607623	1.1776536
300	30	1.6200023	1.1005323

Figura 4: Tabla de resultados utilizando el método Runge Kutta Orden, utilizando los nuevos parametros

3.5. Ítem E

En el siguiente analisis, pudimos hacer la comparacion entre los resultados presa - depredador obtenidos por los metodos desarrollados previamente, resultando en el grafico mostrado a continuacion

Para este analisis, se utilizaron las ecuaciones (1) y (2) en estado estacionario



Figura 5: Representación estado-estacio

la localización del punto crítico se puede apreciar resolviendo la ecuación trivial (para $x=0$ e $y=0$), ya que sin depredador y sin presa no sucede nada. La segunda es el caso resolviendo para

$$x = c/d$$

$$y = a/b$$

Particularmente, observando nuevamente la gráfica podemos notar que dicho punto esta localizado entre los valores de 2.6 y 2.8 en el eje x, y sobre el valor 2 del eje y.

3.6. Item F

Se verifica lo del ítem anterior realizando las respectivas divisiones con las condiciones del ítem a.

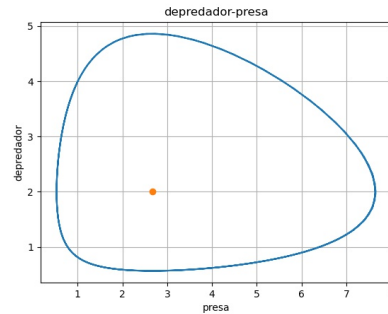


Figura 6: Representación estado-estadio

4. Ecuaciones

Ecuaciones utilizadas dentro del metodo de runge kutta orden 4:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = cxy - dy \quad (2)$$

5. Conclusiones

Analizamos el sistema depredador-presa en el presente trabajo. Algunas conclusiones que sacamos:

Cuanto menor sea la población de presas en el momento inicial, será menor la de los depredadores debido a que las presas son de vital importancia para este sistema, ya que los depredadores necesitan a las presas para alimentarse y vivir, y luego aumentar su población, con lo cual tardarán más tiempo en crecer ambas poblaciones.

El problema de este sistema es que el modelo de Lotka-Volterra supone que las presas crecen exponencialmente, pero los depredadores necesitan cada vez más presas para vivir, y pueden querer comer más presas en determinados momentos, por ello también el crecimiento de las presas puede estar acotado.

Al introducir términos no lineales implica que no se puedan usar técnicas conocidas para resolverlas. En ese sentido, una aproximación numérica implica un recurso simple computacionalmente. Cuando se define el paso $h=0,1$, y el límite de cálculo es de 30 unidades de tiempo, no significa un problema para las computadoras modernas.

Hay dos casos que se trabajaron:

- En el crecimiento de las presas del orden exponencial, el crecimiento de los depredadores al aumentar las presas, el descenso de las presas con el crecimiento de los depredadores, y el decrecimiento de los depredadores con el descenso de las presas se puede observar que los gráficos son idénticos.
- Cuando duplicamos los coeficientes a , b , c y d se redujo a la mitad en el período, sin embargo, las curvas trazadas son idénticas en cuanto al comportamiento sinusoidal.