Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ingeniería

2do Cuatrimestre de 2020

Análisis numérico

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Curso:

Sassano

Integrantes:

integrante 1	mail	padrón
integrante 2	mail	padrón
integrante 3	mail	padrón
integrante 4	mail	padrón
integrante 5	mail	padrón
integrante 6	mail	padrón

Lenguaje Elegido: lenguaje

1. Enunciado

1. **Resolución de EDOs**

   Los modelos depredador-presa se desarrollaron de manera independiente en la primera parte del siglo XX, gracias al trabajo del matemático italiano Vito Volterra y del biólogo estadounidense Alfred Lotka. Estas ecuaciones se conocen como las ecuaciones de LotkaVolterra.

   El ejemplo más simple es el sistema:

$$\frac{\delta x}{\delta t} = ax - bxy \tag{1}$$

$$\frac{\delta y}{\delta t} = cxy - dy \tag{2}$$

   Dónde:

   x número de presas.

   y número de depredadores.

   a es la razón de crecimiento de las presas.

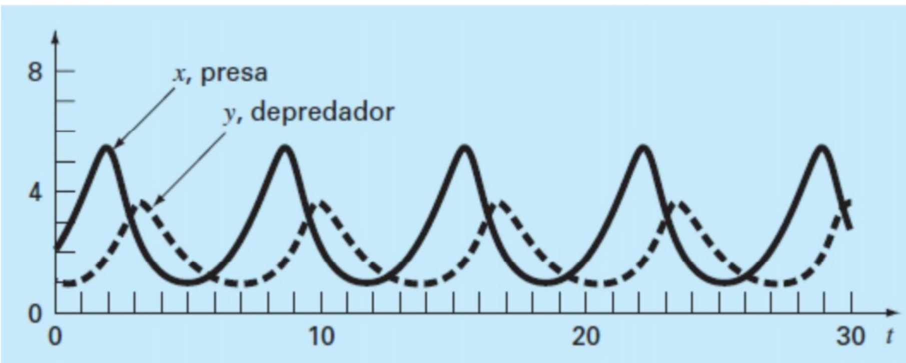
   c es la razón de muerte del depredador.

   b y d es la razón que caracteriza el efecto de interacción $presa - depredador$ sobre la muerte de presas y el crecimiento del depredador respectivamente.

   Los términos que se multiplican (es decir los que involucran) hacen que las ecuaciones sean no lineales.

   (a) Utilice los siguientes valores de los parámetros para la simulación $depredador - presa$:
   $a = 1.2$, $b = 0.6$, $c = 0.8$, $d = 0.3$
   Emplee como condiciones iniciales en $t = 0$:
   $x = 2$, $y = 1$
   Integre desde $t = 0$ hasta $t = 30$.
   Utilice Runge-Kutta de orden cuatro con paso 0.1, para obtener las soluciones.

   (b) Grafique las soluciones obtenidas con un graficador deberá obtener un gráfico similar al siguiente:



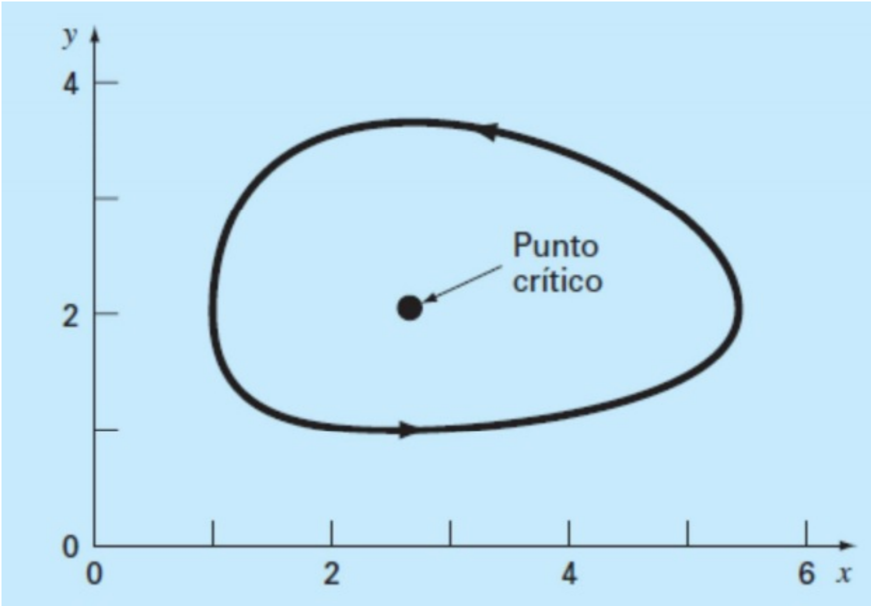
   (c) Observe que se obtiene un patrón cíclico. Así, como inicialmente la población del depredador es pequeña, la presa crece de manera exponencial. En cierto momento, las presas son tan numerosas que la población del depredador empieza a crecer. Después el aumento de depredadores causa que la presa disminuya. Esta disminución, a su vez, lleva a una disminución de los depredadores. Con el tiempo, el proceso se repite. Observe que, como se esperaba, el pico en la curva para el depredador se retrasa respecto al de la presa. Además, observe que el proceso tiene un periodo fijo; es decir, se repite cada cierto tiempo. Determine el pico tanto para la presa como para el predador a partir del gráfico que realizó. Determine también el período.

   (d) Duplique el valor de los parámetros y repita lo realizado en el ítem anterior.
   ¿Puede extraer alguna relación entre los parámetros y los picos encontrados?

(e) Una representación estado-espacio es útil para distinguir la estructura fundamental del modelo. En lugar de graficar x e y versus t, se grafica x versus y.

Esta gráfica ilustra la manera en que interactúan las variables de estado (x e y) y se la conoce como una representación estado-espacio.

Grafique la representación estado-espacio para los parámetros dados en el primer ítem, deberá obtener un gráfico como el que sigue:



La interacción entre el depredador y la presa define una órbita cerrada en sentido derecho. Observe que hay un punto crítico o de reposo en el centro de la órbita.

La localización exacta de este punto se determina poniendo las ecuaciones (1) y (2) en estado estacionario ($\frac{\delta x}{\delta t} = \frac{\delta y}{\delta t} = 0$) y resolviendo para $(x, y) = (0{,}0)$ y $(\frac{c}{d}, \frac{a}{b})$.

La primera es el resultado trivial, si empezamos sin depredador y sin presa, no sucederá nada.

La segunda es el resultado más interesante si las condiciones iniciales se consideran como $x = \frac{c}{d}$ e $y = \frac{a}{b}$ en $t = 0$, la derivada será cero y las poblaciones permanecerán constantes.

(f) Verificar lo del ítem anterior para el caso del ejercicio primer ítem.

(g) Realizar un programa donde el usuario ingrese las condiciones iniciales y obtenga la solución para un intervalo de tiempo comprendido entre $t = 0$ hasta $t = 20$.

2. Especificación de formato de informe y entrega

- El informe técnico no debe exceder las 8 hojas.
- Debe seguir las especificaciones de informes del curso. Las mismas las encontrará en el campus, en la sección "Especificación de informes". Antes de entregar el trabajo práctico, tenga a bien de verificar el cumplimiento de la guía y formato especificados en dicho documento.
- El día de entrega, debe adjuntar en la sección correspondiente del campus un archivo comprimido en formato ZIP conteniendo el informe en formato PDF y una carpeta con los scripts de código necesarios para la verificación por parte de los docentes de los resultados del trabajo.
- El nombre del archivo ZIP a cargar en el campus debe ser de la forma `TPx_grupo_z`,donde `x` es el número de TP y `z` es el número de grupo. Por favor siga este formato para facilitarle a los docentes la descarga de los trabajos.
- Respecto a los resultados obtenidos, el informe debe indicar al lector qué y cómo ejecutar los archivos de código fuente para reproducir los mismos resultados que se muetran en el documento.
- El no cumplimiento de lo especificado en esta sección puede ser razón de correcciones del informe.

Referencias

[1] Cheney, W.; Kincaid, D. *Numerical Mathematics and Computing.* 6ta ed. EE.UU.: Thomson Brooks/Cole, 2008.

[2] Burden, R. L,; Faires, J.D. *Análisis Numéirco.* 2da ed. México: Iberoamérica, 1996.