



## [75.12-95.04] ANALISIS NUMERICO

2<sup>ER</sup> CUATRIMESTRE 2020

---

### PRIMER TRABAJO PRACTICO

---

#### AUTORES

Andrade, Agustin Ariel. aandrade@fi.uba.ar	- 104046
Correa, Valentina Laura. vcorrea@fi.uba.ar	- 104415
Diaz Real, Maria Sol. mdiazr@fi.uba.ar	- 105177
Garcia, Pablo. pdg1976@gmail.com	- 75322
Sabatino, Gonzalo. gsabatino@fi.uba.ar	- 104609
Zeida, Candela. czeida@fi.uba.ar	- 103902

#### CÁTEDRA 5

Mg. Ing. Miryam Sassano (Jefa de cátedra)  
Ing. Matías Payva (JTP)  
Sr. Ezequiel García (Ay. 2do)  
Srta. María Agustina Turano (Ay. 2do)  
Sr. Santiago Husain (Ay. 2do)

#### FECHA DE ENTREGA

18 de noviembre de 2020

#### CALIFICACIÓN

# Índice

<b>1. Ejercicio candado: Fuerza bruta</b>	<b>2</b>
1.1. Introducción . . . . .	2
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.3. Respuestas teóricas . . . . .	2
1.3.1. ¿Sirve como método de búsqueda de raíces? . . . . .	2
1.3.2. ¿Bajo que condiciones lo utilizaría? . . . . .	2
1.3.3. ¿Sería correcto hablar de convergencia? . . . . .	2
1.4. Presentación de resultados . . . . .	2
1.4.1. Gráficos . . . . .	2
<b>2. Ejercicio calculadora: Baskara</b>	<b>3</b>
2.1. Introducción . . . . .	3
2.2. Objetivos . . . . .	3
2.3. Detalles de implementación . . . . .	3
2.4. Respuestas teóricas . . . . .	3
2.4.1. ¿Se justifica conseguir los componentes que nos permitan aumentar a 64 bits con el algoritmo del primer ítem? . . . . .	3
2.4.2. ¿Se justifica conseguir los componentes que nos permitan reducir a 16 bits con el algoritmo del segundo ítem? . . . . .	3
2.5. Presentación de resultados . . . . .	3
2.5.1. Tablas . . . . .	3
2.5.2. Ecuaciones . . . . .	4
<b>3. Ejercicio volumen: Búsqueda de raíces</b>	<b>5</b>
3.1. Introducción . . . . .	5
3.2. Objetivos . . . . .	5
3.3. Supuestos . . . . .	5
3.4. Presentación de resultados . . . . .	5
3.4.1. Tablas . . . . .	5
3.4.2. Gráficos . . . . .	8
3.4.3. Ecuaciones . . . . .	11
<b>4. Conclusiones</b>	<b>13</b>
<b>5. Referencias</b>	<b>13</b>

## 1. Ejercicio candado: Fuerza bruta

### 1.1. Introducción

En el presente ejercicio, se desarrollará la búsqueda de la combinación de la clave de un candado. Ejecutaremos el experimento de diferentes formas, con el fin de comparar las ventajas/desventajas de cada método implementado.

### 1.2. Objetivos

El objetivo de esta sección del trabajo es utilizar el método de fuerza bruta y analizar si dicho método es práctico, si es correcto hablar de convergencia, y bajo que condiciones sería más eficiente utilizarlo. Además, se pretende estudiar si realmente sirve como método de búsqueda de raíces y si cuenta con un criterio de búsqueda fijo o no.

### 1.3. Respuestas teóricas

#### 1.3.1. ¿Sirve como método de búsqueda de raíces?

En principio sí, pero no es práctico, porque se itera a ciegas sin otro criterio que el de repetir hasta acercarse a un valor, y por otro lado no es necesariamente útil, porque al acercarse lo suficiente al valor buscado, el algoritmo se detiene y devuelve un valor, pero no nos asegura que el valor devuelto sea la raíz a hallar.

#### 1.3.2. ¿Bajo que condiciones lo utilizaría?

Lo utilizaríamos en caso de que no haya otra manera de encontrar la raíz, pero se nos asegura que la hay. Y donde, además, no tengamos algún criterio por el que podríamos encontrarla de una manera más eficaz o más rápida.

#### 1.3.3. ¿Sería correcto hablar de convergencia?

No, porque para hablar de convergencia es necesario poder calcular el error de la solución propuesta en cada iteración, lo que en el método de fuerza bruta no ocurre. Eso se debe a que se recorre el intervalo en el que está la solución de manera lineal y progresiva, sin saber cuán lejos o cerca se está de hallar el valor que cumpla con las condiciones impuestas de error, lo que no quiere decir que no haya error, pero no son debidos al metodo.

### 1.4. Presentación de resultados

#### 1.4.1. Gráficos

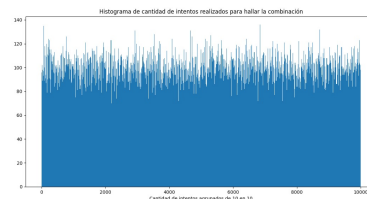


Figura 1: Gráfico del histograma

## 2. Ejercicio calculadora: Baskara

### 2.1. Introducción

La idea del ejercicio será en replicar la lógica de una calculadora que trabaja en 32 bits para encontrarle raíces a polinomios de grado 2.

### 2.2. Objetivos

El objetivo central es tener una noción de cómo mejorar o empeorar la precisión en una computadora con distinta cantidad de bits, mejorando los algoritmos para encontrar raíces.

### 2.3. Detalles de implementación

- Más allá de que el enunciado pedía programar un algoritmo para la búsqueda de raíces, para polinomios de grado 2, *reales*, consideramos el caso en donde se ingresen los parámetros que conlleven a obtener una raíz negativa, para asegurarnos de trabajar con datos válidos. En este caso se vio conveniente lanzar una excepción.
- Consideramos el caso en donde  $a$  sea igual a 0, para asegurarnos de no llegar al punto de realizar una división por 0. En este caso se vio conveniente lanzar una excepción.
- Al momento de considerar qué formulas hacen romper la búsqueda de raíces del polinomio, se llegó a la conclusión de que para un  $b^2 \gg 4ac$  se necesitan utilizar las ecuaciones (1) y (2) de la sección de ecuaciones.

### 2.4. Respuestas teóricas

#### 2.4.1. ¿Se justifica conseguir los componentes que nos permitan aumentar a 64 bits con el algoritmo del primer item?

En primer lugar, el algoritmo de la búsqueda de raíces sin lógica adicional tiene la desventaja de no calcular correctamente lo que necesitamos en el caso en donde  $b^2$  es mucho mayor a  $4ac$ , ya que obtendríamos un numerador que tiende a 0. En esta situación los resultados no son los esperados, con lo cual, invertir mucho mas en algo no tan eficiente podría no ser la mejor decisión. Con respecto a la resolución con lógica, no hay un real beneficio/costo que justifique el gasto de más.

#### 2.4.2. ¿Se justifica conseguir los componentes que nos permitan reducir a 16 bits con el algoritmo del segundo item?

Si para el uso que se le va a dar al programa, no son necesarias las 7 cifras significativas que otorgan los 32 bits, y con las 3 asociadas a los 16 bits son suficientes, sería una buena decisión abaratar los costos. Por otro lado, el producto tampoco va a perder calidad en la situación borde anteriormente mencionada, ya que se tiene en cuenta en su lógica al momento del cálculo.

### 2.5. Presentación de resultados

#### 2.5.1. Tablas

a	b	c	convencional_x1	convencional_x2	optimizada_x1	optimizada_x2
01	1000000000000000	1	0	1	1000000000000000	1
11	2	1	1	1	1	1
21000	10000000	1	-1E-07	9999 9999999	-1E-07	9999 9999999
31	1000000000000000000	1E-05	0	1000000000000000	0	1000000000000000
41000	1000000000000	1	0	-100000000	0	-100000000
51000	100000000000	1	0	-100000000	0	-100000000
61000	100000000	1	-1E-07	9999 9999999	-1E-07	9999 9999999
71E-15	10000000010	10	0	-1.000000001E+025	0	-1.000000001E+025
81	1E+032	1	0	-1E+032	0	-1E+032

Figura 2: Gráfico de comparación entre raíces

**2.5.2. Ecuaciones**

$$x_1 = \frac{-2 * c}{b + \sqrt{b^2 - (4ac)}} \quad (1)$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2)$$

### 3. Ejercicio volumen: Búsqueda de raíces

#### 3.1. Introducción

En esta última y más importante parte del trabajo práctico, introduciremos los distintos métodos de búsqueda de raíces vistos en clase de forma práctica para resolver la ecuación pedida.

#### 3.2. Objetivos

Nuevamente, nuestro objetivo será realizar una comparación entre los diferentes métodos, notando similitudes y diferencias en valores tales como las raíces en sí, órdenes de convergencia, cotas y gráficos.

#### 3.3. Supuestos

Lo que se busca en este ejercicio es obtener la abscisa para obtener cada volumen deseado.

En el caso de la primera función, el porcentaje de volumen calculado se halló según la ecuación (7), donde el cálculo se efectuó como:

- $s = 6 + 5 + 7 + 2 + 9 + 2$  (último número en el padrón de cada estudiante)
- $n = 6$  (cantidad de integrantes)

Con lo cual, la función queda subida según el porcentaje indicado.

En los métodos se puede apreciar la diferencia en el orden de convergencia entre los distintos métodos, que se puede apreciar en la subsección Tablas.

La semilla de los métodos de Newton-Raphson y Newton-Raphson modificado se elige haciendo dos iteraciones de bisección, para que tenga una buena aproximación inicial y pueda converger más rápido.

Para calcular el error de todos los métodos, que nosotros llamamos "cotas", hay que tener en cuenta el error de truncamiento por cada iteración (por ejemplo en newton raphson, se tiene que, como se aproxima por polinomio de taylor, se trunca el segundo término) y error de la computadora al realizar los cálculos (como bien se explica en el punto 2). En el presente informe no se los tendrán en cuenta, pero no significa su inexistencia.

Para el método de Punto Fijo obtuvimos una modificación de la función. Ya que, al querer acotar las dos funciones originales (ecuaciones (6) y (8)), no lográbamos tener convergencia. Al tomar la ecuación (9), lo que se hace es que, al tomar  $f(x) = 0$  porque queremos encontrar una raíz de la función, podemos despejar  $x$  y utilizar esa función como  $g(x)$ . Por lo tanto, la ecuación (11) es la utilizada por la segunda función para garantizar una convergencia del método de punto fijo. Utilizamos la ecuación (11) como el método de Newton-Raphson ya que, al igualar la ecuación a 0, podemos introducir términos que despejen  $x$  que al volver a distribuir quede igual que la ecuación original.

#### 3.4. Presentación de resultados

##### 3.4.1. Tablas

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
0.6375	110.53456495960498	0.0	0.0
1.53125	51.4995987436141	0.0	0.0
2.478125	29.046725166941627	0.0	0.53125
3.451625	14.935512062190952	1.0	0.265625
4.43828125	7.519274715935495	1.0	0.1328125
5.444921875	3.762397287512755	1.0	0.5
6.4482421875	1.8792436936619765	1.0	0.5
45.4.498822306302859	3.410605131648481e-12	1.0	0.5
46.4.498822306302889	1.7053025658242404e-12	1.0	0.5
47.4.4988223063029045	7.958078640513122e-13	1.0	0.5
48.4.4988223063029125	4.831690603168681e-13	0.9175378398080271	0.5294117647058824
49.4.498822306302909	1.7053025658242404e-13	1.2750700305581852	0.4444444444444444
50.4.498822306302911	1.1368683772161603e-13	0.8547556456757274	0.0321690314676842
51.4.49882230630291	5.684341886080802e-14	1.0	0.0321690314676842

Figura 3: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_1(x)$  utilizando el método de la bisección

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
06.375	110.53456495960498	0.0	0.0
15.3125	51.49905867436141	0.0	0.0
24.78125	29.046725166941627	0.0	0.53125
34.515625	14.939512062190952	1.0	0.265625
44.3828125	7.519274715935495	1.0	0.1328125
54.44921875	3.762397287512755	1.0	0.5
64.482421875	1.8792436936619785	1.0	0.5
194.498824834823608	0.00022920577859613543	1.0	0.5
204.498822808265686	0.00011460288598641455	1.0	0.5
214.498821794986725	5.730144539484172e-05	1.0	0.5
224.4988223016262054	2.8650722896372827e-05	1.0	0.5
234.498822354945946	1.4325361320288721e-05	1.0	0.5
244.498822428296076	7.162680674355215e-06	1.0	0.5

Figura 4: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_1(x)$  utilizando el método de la bisección, en donde se aprecia que la cota es  $10^{-5}$

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
06.375	110.53456495960498	0.0	0.0
17.4375	36.42616345259705	0.0	0.0
27.96875	10.205606139736233	0.0	0.53125
38.234375	2.68878469450749	1.0	0.265625
48.3671875	0.689369685735123	1.0	0.1328125
58.43359375	0.1744888790116761	1.0	0.5
68.466796875	0.04389054623652555	1.0	0.5
78.4833984375	0.011006177369495163	1.0	0.5
88.49169921875	0.0027557369437545276	1.0	0.5
98.495649609375	0.00066510837308559	1.0	0.5
108.4979248046875	0.00017243008716150143	1.0	0.5
118.49896240234375	4.311571046855335e-05	1.0	0.5
128.499481201171875	1.077995119658226e-05	1.0	0.5
138.499740600585938	2.6951157678927755e-06	1.0	0.5

Figura 5: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_2(x)$  utilizando el método de la bisección

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
06.375	110.53456495960498	0.0	0.0
17.4375	36.42616345259705	0.0	0.0
27.96875	10.205606139736233	0.0	0.53125
38.234375	2.68878469450749	1.0	0.265625
48.3671875	0.689369685735123	1.0	0.1328125
58.43359375	0.1744888790116761	1.0	0.5
68.466796875	0.04389054623652555	1.0	0.5
78.4833984375	0.011006177369495163	1.0	0.5
88.49169921875	0.0027557369437545276	1.0	0.5
98.495649609375	0.00066510837308559	1.0	0.5
108.4979248046875	0.00017243008716150143	1.0	0.5
118.49896240234375	4.311571046855335e-05	1.0	0.5
128.499481201171875	1.077995119658226e-05	1.0	0.5
138.499740600585938	2.6951157678927755e-06	1.0	0.5

Figura 6: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_2(x)$  utilizando el método de la bisección, en donde se aprecia que la cota es  $10^{-5}$

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
04.6228070173499995	139.6786885139639	0.0	0.0
14.428571428482471	10.97360471494028	0.0	0.0
24.498851495725492	3.9835236782823707	0.0	0.07038006724302104
34.498822419871448	0.007299292755192255	6.207154045683805	0.00012907585404331456
44.498822306302707	8.4223705180666e-06	1.116561054286464	1.135687410780406e-07
54.498822306302909	1.358983772161603e-11	1.9820391143796604	2.5799092981436823e-30
64.49882230630291	5.684341886080802e-14	0.40969141928343483	2.5799092981436823e-30

Figura 7: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_1(x)$  utilizando el método de la secante

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
08.5	0.0	0	0

Figura 8: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_2(x)$  utilizando el método de la secante

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
04.467884990115555	46.68245079807633	0.0	0.0
14.498810182437059	1.7495526692970316	0.0	0.0
24.498822306302678	0.00066510837308559	0.0	1.212386381868265e-05
34.49882230630291	1.149373929365538e-10	1.9889458351774036	2.0321522242738865e-12
44.498822306302909	5.684341886080802e-14	0.4958105509690056	2.0321522242738865e-12

Figura 9: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_1(x)$  utilizando el método de Newton-Raphson

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
0.799404761904728	10.534561105453406	0.0	0.0
18.25236085995563	2.479363647543778	0.0	0.0
28.377418967343509	0.6041995763560521	0.0	0.0
38.439008424384172	0.14926567613980524	0.9764173999680479	0.0615894570406627
48.469577679992017	0.037102803390439476	0.9889990116343859	0.0305692556078458
58.48480705258359	0.009249552803112238	0.9946793350754739	0.4588558018681669
68.49240806038905	0.002309153314968171	0.9973826488134584	0.4766470094077795
188.4999981470611	1.3744738686543379e-10	0.9999171363539984	0.4999761241339628
198.49999973006611	3.439226841078889e-11	1.000295736641753	0.5005193523624073
208.499999534569476	8.58335624798201e-12	1.0041267912531773	0.4979038435281607
218.49999976324862	2.1600499167107046e-12	1.008763650120193	0.4972971704587851
228.499999871143325	5.115907697472721e-13	1.0095797688706654	0.5025492820956356
238.49999992070269	1.1368683772161603e-13	1.035705176485979	0.5286666909332248
248.499999947547042	5.684341886080802e-14	0.7880821855852184	0.5286666909332248

Figura 10: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_2(x)$  utilizando el método de Newton-Raphson

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
0.799404761904728	10.534561105453406	0.0	0.0
18.25236085995563	2.479363647543778	0.0	0.0
28.377418967343509	0.6041995763560521	0.0	0.0
38.439008424384172	0.14926567613980524	0.9764173999680479	0.0615894570406627
48.469577679992017	0.037102803390439476	0.9889990116343859	0.0305692556078458
58.48480705258359	0.009249552803112238	0.9946793350754739	0.4588558018681669
68.49240806038905	0.002309153314968171	0.9973826488134584	0.4766470094077795
78.496205161352435	0.000576860390276132	0.9987018360190966	0.4867498116152713
88.498102863170509	0.0001441713521330712	0.9993535174097706	0.4925387511224605
98.499051502170246	3.6039576204878656e-05	0.9996774071984155	0.4958378719674645
108.499525768726704	9.0063619239408704e-06	0.9998388957379903	0.4976995739952009

Figura 11: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_2(x)$  utilizando el método de Newton-Raphson, en donde se aprecia que la cota es  $10^{-5}$

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
0.799404761904728	10.534561105453406	0.0	0.0
14.498866191570307	2.823243273236926	0.0	0.0
24.498822306329538	0.0024817313872063096	0.0	0.0
34.498822306302909	1.5059242741699563e-09	0.2341358037987916	2.6629365379449155e-11
44.49882230630291	5.684341886080802e-14	0.7201047261957572	2.6629365379449155e-11

Figura 12: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_1(x)$  utilizando el método de Newton-Raphson modificado

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
0.799404761904728	10.534561105453406	0.0	0.0
14.498866191570307	2.823243273236926	0.0	0.0
24.498822306329538	0.0024817313872063096	0.0	0.0
34.498822306302909	1.5059242741699563e-09	0.2341358037987916	2.6629365379449155e-11
44.49882230630291	5.684341886080802e-14	0.7201047261957572	2.6629365379449155e-11

Figura 13: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_2(x)$  utilizando el método de Newton-Raphson modificado

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
0.799404761904728	10.534561105453406	0.0	0.0
14.498866191570307	2.823243273236926	0.0	0.0
24.498822306329538	0.0024817313872063096	0.0	0.0
34.498822306302909	1.5059242741699563e-09	0.2341358037987916	2.6629365379449155e-11
44.49882230630291	5.684341886080802e-14	0.7201047261957572	2.6629365379449155e-11

Figura 14: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_1(x)$  utilizando el método de punto fijo



Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
0.14.1249999999999999	2.439159292035397	0.0	0.0
1.11.685840707964601	1.4481642445708083	0.0	0.0
2.10.237676463393793	0.8196812525355046	0.0	1.4481642445708083
3.9.41795210858289	0.4440843960483889	1.0916449992595039	0.8196812525355046
4.8.9739108148099	0.23278421484040557	1.0768962805638622	0.4440843960483889
5.8.74112659966494	0.11945470838334948	1.0538452362153998	0.5646717183954449
6.8.621671891586145	0.060549766782214576	1.0329335973575502	0.5740221674947501
22.8.50000187462961	9.3567061296927e-07	1.000230627502457	0.5000730614663674
23.8.500000938959197	4.670160915765109e-07	1.0017778710447343	0.4988199642204280
24.8.500000471943105	2.3454439990189258e-07	1.0005167889072337	0.5010896192419424
25.8.500000237398705	1.0760049740099475e-07	0.991105213781938	0.515404652599563
26.8.500000129798208	4.919986906770646e-08	1.131404619049101	0.4623974230611137
27.8.500000060598339	5.2622056062495903e-08	1.004253832692615	0.3964324037145788
28.8.500000027776283	0.0	-0.09077923988345646	0.3964324037145788

Figura 15: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_2(x)$  utilizando el método de punto fijo

Raíces	Cotas	Orden de convergencia	constante asintótica
0.14.1249999999999999	2.439159292035397	0.0	0.0
1.11.685840707964601	1.4481642445708083	0.0	0.0
2.10.237676463393793	0.8196812525355046	0.0	1.4481642445708083
3.9.41795210858289	0.4440843960483889	1.0916449992595039	0.8196812525355046
4.8.9739108148099	0.23278421484040557	1.0768962805638622	0.4440843960483889
5.8.74112659966494	0.11945470838334948	1.0538452362153998	0.5646717183954449
6.8.621671891586145	0.060549766782214576	1.0329335973575502	0.5740221674947501
13.8.500959532045382	0.0004797479707523422	1.0003250890274034	0.5041733255320743
14.8.50047978407463	0.00023988752359649368	1.0001627087306422	0.5023163296895451
15.8.500239896551033	0.00011984713703522564	1.00008139001889	0.5012720397456897
16.8.500119949413998	5.9974413460395226e-05	1.0000408280243644	0.5006926655540015
17.8.500059975000537	2.9987431261702113e-05	1.000020272534976	0.5003745977388965
18.8.500029867569276	1.4993734023249772e-05	1.000009523334607	0.5002022413731007
19.8.500014993835252	7.496748450463997e-06	1.0000090326314413	0.5001061911231204

Figura 16: Gráfico para las raíces, cotas, orden de convergencia y constante asintótica de  $f_2(x)$  utilizando el método de punto fijo, en donde se aprecia que la cota es  $10^{-5}$

### 3.4.2. Gráficos

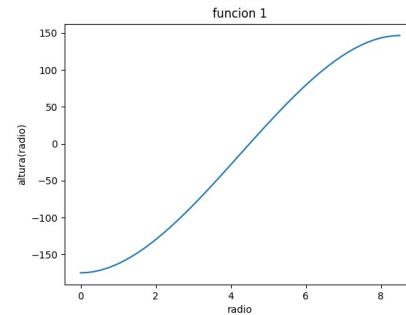


Figura 17: Gráfico de  $f_1(x)$

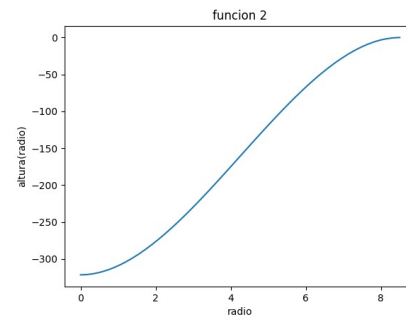
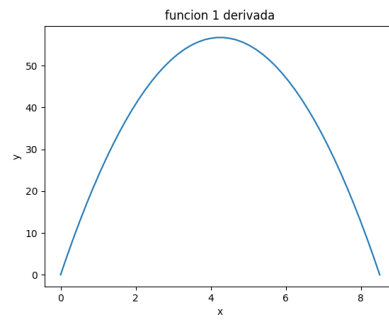
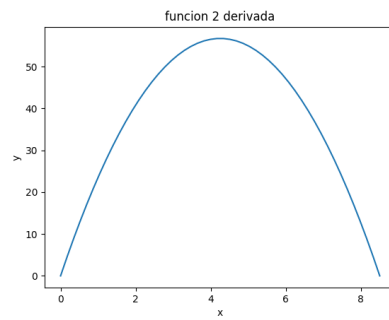
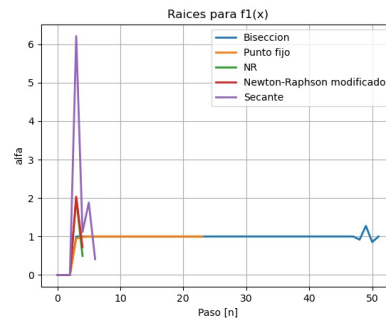


Figura 18: Gráfico de  $f_2(x)$

Figura 19: Gráfico de  $f'_1(x)$ Figura 20: Gráfico de  $f'_2(x)$ Figura 21: Gráfico comparativo de los diferentes órdenes de convergencia para  $f_1(x)$ , según el método de búsqueda de raíces utilizado

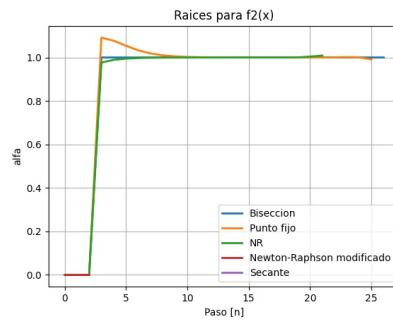


Figura 22: Gráfico comparativo de los diferentes órdenes de convergencia para  $f_2(x)$ , según el método de búsqueda de raíces utilizado

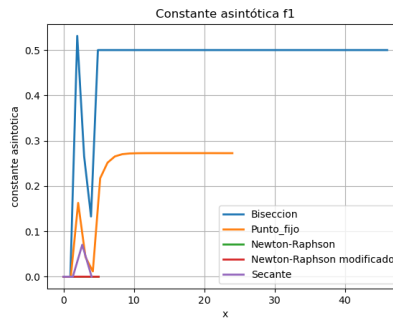


Figura 23: Gráfico de la constante asintótica para la función  $f_1(x)$

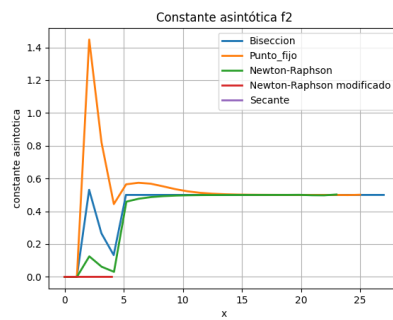


Figura 24: Gráfico de la constante asintótica para la función  $f_2(x)$

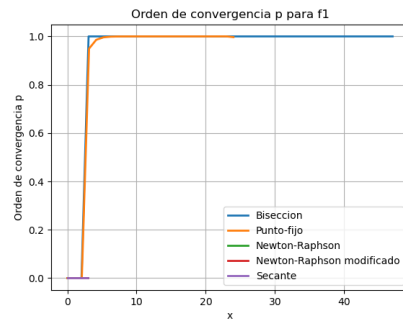


Figura 25: Gráfico comparativo de la convergencia para la función  $f_1(x)$  utilizando los distintos métodos implementados



Figura 26: Gráfico comparativo de la convergencia para la función  $f_2(x)$  utilizando los distintos métodos implementados

### 3.4.3. Ecuaciones

- Ecuación del volumen del tanque otorgada por la catedra:

$$V(x) = \frac{\Pi * x^2 * (3R - x)}{3} \quad (3)$$

- Su derivada:

$$V'(x) = -\Pi * x^2 + \frac{2 * 12,75 * \Pi * x}{3} \quad (4)$$

- Su derivada segunda:

$$V''(x) = (-2 * \Pi * x) + \frac{2 * 12,75 * \Pi}{3} \quad (5)$$

- Ecuación del volumen del tanque lleno hasta el porcentaje especificado en el enunciado:

$$F_1(x) = V(x) - V(2R) * 0,5438596491 \quad (6)$$

- En donde 0.5438596491 es el resultado de la ecuación:

$$\frac{s}{n * 9,5} \quad (7)$$

en donde s es la suma del último dígito de padrón de todos los integrantes del grupo, y n la cantidad de integrantes.

- Ecuación del volumen del tanque lleno al 100 %

$$F_2(x) = V(x) - V(2R) * 1 \quad (8)$$

- Ecuación para método de Punto Fijo

$$G(x) = x + F(x) \quad (9)$$

- Ecuación de G(x) utilizada para la búsqueda de la raíz 1 en el método de punto fijo

$$G_1(x) = \sqrt{\frac{(V(2 * 4, 25) * 0,5438596491 * 3)}{(3 * 4, 25 - x) * \Pi}} \quad (10)$$

- Ecuación de G(x) utilizada para la búsqueda de la raíz 2 en el método de punto fijo

$$G_2(x) = x - \frac{F_2(x)}{F_2'(x)} \quad (11)$$

- Ecuación de Lambda (Constante asintótica)

$$\lambda = \frac{|x^{(k+1)} - x^{(k)}|}{|x^{(k)} - x^{(k-1)}|^p} \quad (12)$$

- Ecuación de Alfa (Orden de convergencia)

$$\alpha = \frac{\log_{10} \left| \frac{x_{n+1}}{x_n} \right|}{\log_{10} \left| \frac{x_n}{x_{n-1}} \right|} \quad (13)$$

## 4. Conclusiones

Una raíz es la solución de un problema. En todo el trabajo se quiso hallar la solución a distintos problemas, comparar distintos métodos de búsqueda de raíces, analizando cuál es el más conveniente.

Cuando empezamos, analizamos el algoritmo de fuerza bruta, aplicado al caso particular de hallar la combinación de un candado. Para estos casos se puede apreciar que es el mejor algoritmo, ya que uno quiere ir combinación por combinación hasta encontrar la deseada (la raíz). El algoritmo no es óptimo en otros casos en los que no sea una iteración fija y no esté garantizado que tiene una raíz (si no tiene combinación el candado, quedará en un ciclo infinito).

En el segundo punto se pudo refinar más la búsqueda de raíces, comparando cómo una calculadora puede mejorar su rendimiento a pesar de no tener el procesador más rápido. Acá se pudo encontrar que, según lo observado en las tablas, al tener un algoritmo más óptimo, uno se puede acercar mejor a la solución en casos bordes, donde  $b$  sea muy grande, y tanto  $a$  como  $c$  sean muy inferiores en comparación. Cuando observamos la tabla, nos encontramos que no había tanta diferencia entre un algoritmo optimizado y el convencional (usando la fórmula resolvente). Ésto se debe a que la computadora de todos los integrantes opera con 64 bits, por lo que las cuentas serán mucho más exactas que al hacerlo con un procesador de 32 bits. Pero aún así, estos métodos siguen siendo muy deficitarios, ya que se encontró un algoritmo para poder optimizar las soluciones de una ecuación cuadrática, y en todo tipo de funciones no servirá.

Por último, nos encontramos con la comparación de los métodos vistos en clase que, al combinarlos con los dos ejercicios anteriores, nos permite tener un panorama más amplio.

Uno quiere garantizar que la convergencia de su método sea lo más rápida posible, ya que ésto garantiza un menor consumo. Los dos métodos con mayor convergencia fueron Newton-Raphson para el caso de la función 1, y Newton-Raphson modificado, para hallar raíces múltiples. En la función 2 nos encontramos con una raíz de multiplicidad doble, ésto se puede ver cuando hallamos la raíz de la derivada de la función con el método del ejercicio 2 y dio exactamente la misma raíz buscada.

Con lo cual, la multiplicidad de Newton-Raphson en el ejercicio 2 es muy inferior, al encontrarse ante estas condiciones.

En las tablas de la última parte del presente trabajo se puede apreciar que tanto el orden de convergencia como la constante asintótica no convergen a un valor, sino que tiene cierta diferencia respecto a iteraciones anteriores. Esto se debe a que, al iterar, se está cerca de perder la definición de la computadora, por lo tanto, esa sensibilidad dispara los valores en las últimas iteraciones.

Las tablas mostradas reflejan todos los valores calculados, pero en los gráficos se puede apreciar realmente hasta dónde converge cada método.

**La conclusión general es que el mejor método es Newton-Raphson, por la simplicidad del cálculo, pero que su modificación garantiza la convergencia cuadrática (aunque, como desventaja, implica cálculos de derivadas de funciones que pueden no conocerse y podría aplicarse el método de la secante).**

## 5. Referencias

- Burden, 7° edición (capítulo 2)
- Apuntes de clase análisis numérico (curso Sassano)