



**FACULTAD  
DE INGENIERIA**

Universidad de Buenos Aires



# ARBOLES: B



## Algoritmos y programación II (75.41 & 95.15)

Curso Mariano Méndez

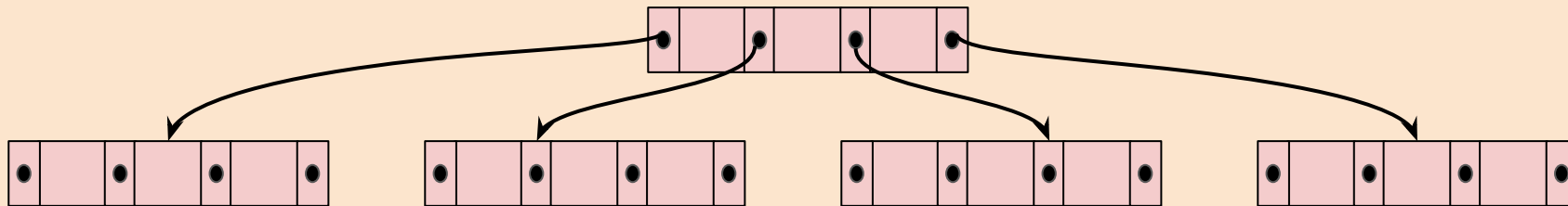
1er cuatrimestre 2021  
Valentina Laura Correa

# Características









## ÁRBOL B

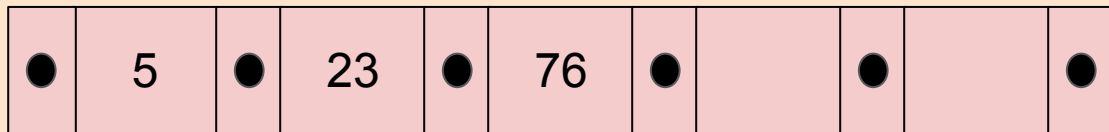
- ↪ poca profundidad
- ↪ acceso poco costoso
- ↪ claves ordenadas
- ↪ un nodo con  $k$  claves tiene como máximo  $m = k+1$  descendientes
- ↪ la cantidad mínima de claves es  $\lfloor k/2 \rfloor$  (excepto la raíz)
- ↪ la cantidad mínima de descendientes es  $\lceil m/2 \rceil$  (excepto hojas y raíz)





## ÁRBOL B

-  poca profundidad
-  acceso poco costoso
-  claves ordenadas
-  un nodo con  $k$  claves tiene como máximo  $m = k+1$  descendientes
-  la cantidad mínima de claves es  $\lfloor k/2 \rfloor$  (excepto la raíz)
-  la cantidad mínima de descendientes es  $\lceil m/2 \rceil$  (excepto hojas y raíz)



Cantidad máx de claves: ?

Cantidad mín de claves: ?

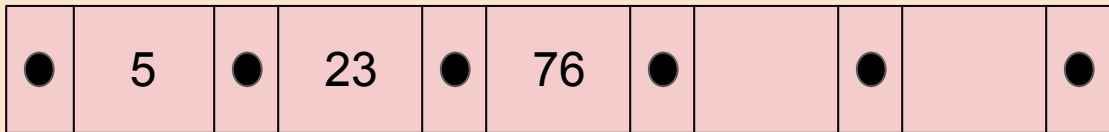
Cantidad máx de descendientes: ?

Cantidad mín de descendientes: ?



## ÁRBOL B

- ↗ poca profundidad
- ↗ acceso poco costoso
- ↗ claves ordenadas
- ↗ un nodo con  $k$  claves tiene como máximo  $m = k+1$  descendientes
- ↗ la cantidad mínima de claves es  $\lfloor k/2 \rfloor$  (excepto la raíz)
- ↗ la cantidad mínima de descendientes es  $\lceil m/2 \rceil$  (excepto hojas y raíz)



Cantidad máx de claves: 5

Cantidad mín de claves: ?

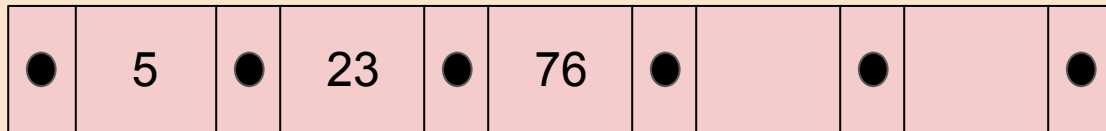
Cantidad máx de descendientes: ?

Cantidad mín de descendientes: ?



## ÁRBOL B

- ↪ poca profundidad
- ↪ acceso poco costoso
- ↪ claves ordenadas
- ↪ un nodo con  $k$  claves tiene como máximo  $m = k+1$  descendientes
- ↪ la cantidad mínima de claves es  $\lfloor k/2 \rfloor$  (excepto la raíz)
- ↪ la cantidad mínima de descendientes es  $\lceil m/2 \rceil$  (excepto hojas y raíz)



Cantidad máx de claves: **5**

Cantidad mín de claves: **2**

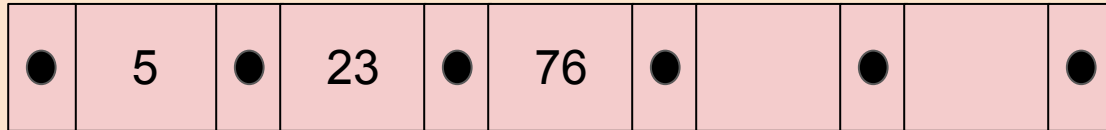
Cantidad máx de descendientes: **?**

Cantidad mín de descendientes: **?**



## ÁRBOL B

- ↗ poca profundidad
- ↗ acceso poco costoso
- ↗ claves ordenadas
- ↗ un nodo con  $k$  claves tiene como máximo  $m = k+1$  descendientes
- ↗ la cantidad mínima de claves es  $\lfloor k/2 \rfloor$  (excepto la raíz)
- ↗ la cantidad mínima de descendientes es  $\lceil m/2 \rceil$  (excepto hojas y raíz)



Cantidad máx de claves: **5**







Cantidad mín de claves: **2**

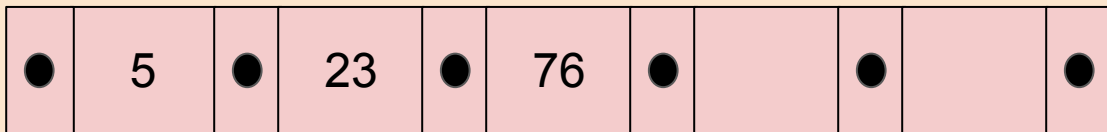
Cantidad máx de descendientes: **6**

Cantidad mín de descendientes: **?**



## ÁRBOL B

-  poca profundidad
-  acceso poco costoso
-  claves ordenadas
-  un nodo con  $k$  claves tiene como máximo  $m = k+1$  descendientes
-  la cantidad mínima de claves es  $\lfloor k/2 \rfloor$  (excepto la raíz)
-  la cantidad mínima de descendientes es  $\lceil m/2 \rceil$  (excepto hojas y raíz)



Cantidad máx de claves: **5**

Cantidad mín de claves: **2**

Cantidad máx de descendientes: **6**

Cantidad mín de descendientes: **3**



# Inserción

Numero a insertar: **43**



Numero a insertar: **43**



●	12	●	20	●	43	●		●		●
---	----	---	----	---	----	---	--	---	--	---

Numero a insertar: **50**

●	12	●	20	●	43	●		●		●
---	----	---	----	---	----	---	--	---	--	---

Numero a insertar: 50



●	12	●	20	●	43	●	50	●		●
---	----	---	----	---	----	---	----	---	--	---

Numero a insertar: 8

●	12	●	20	●	43	●	50	●		●
---	----	---	----	---	----	---	----	---	--	---

Numero a insertar: 8



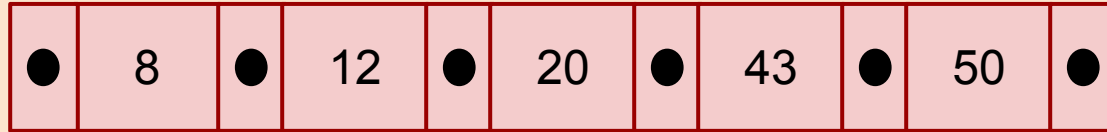
●	8	●	12	●	20	●	43	●	50	●
---	---	---	----	---	----	---	----	---	----	---


Numero a insertar: 2

●	8	●	12	●	20	●	43	●	50	●
---	---	---	----	---	----	---	----	---	----	---

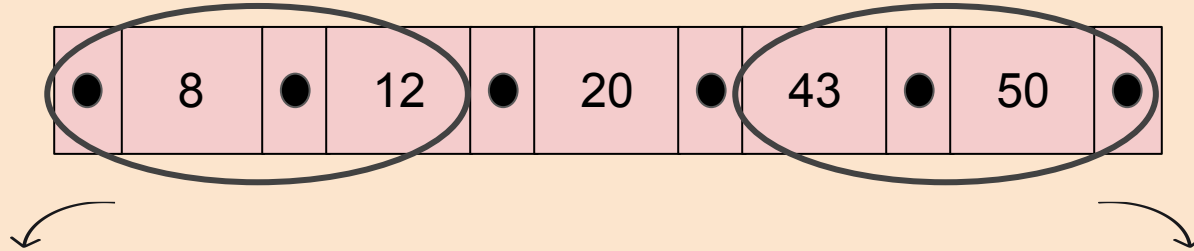


Numero a insertar: 2



 Overflow

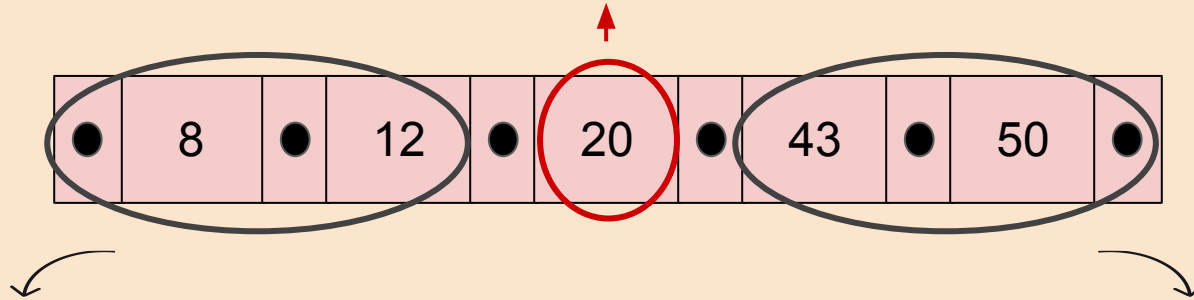
Numero a insertar: 2



Overflow

- Dividimos al nodo generando dos

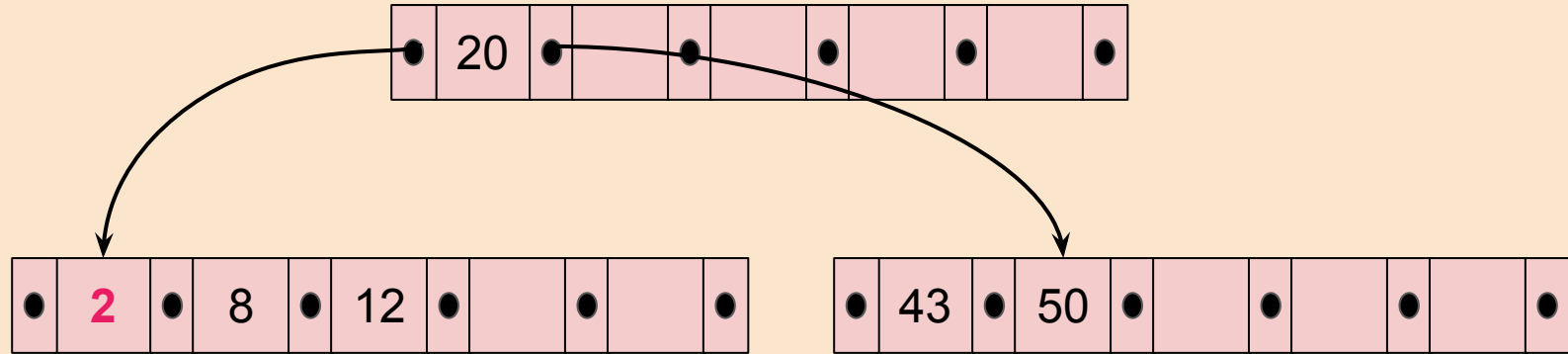
Numero a insertar: 2



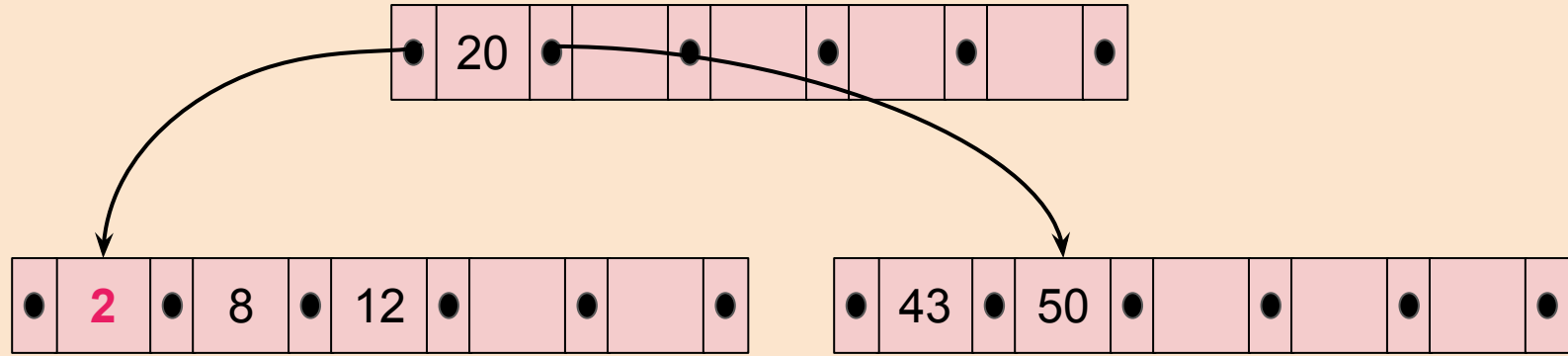
Overflow

- Dividimos al nodo generando dos
- Promovemos al nivel superior la clave del medio

Numero a insertar: 2



Numero a insertar: 2

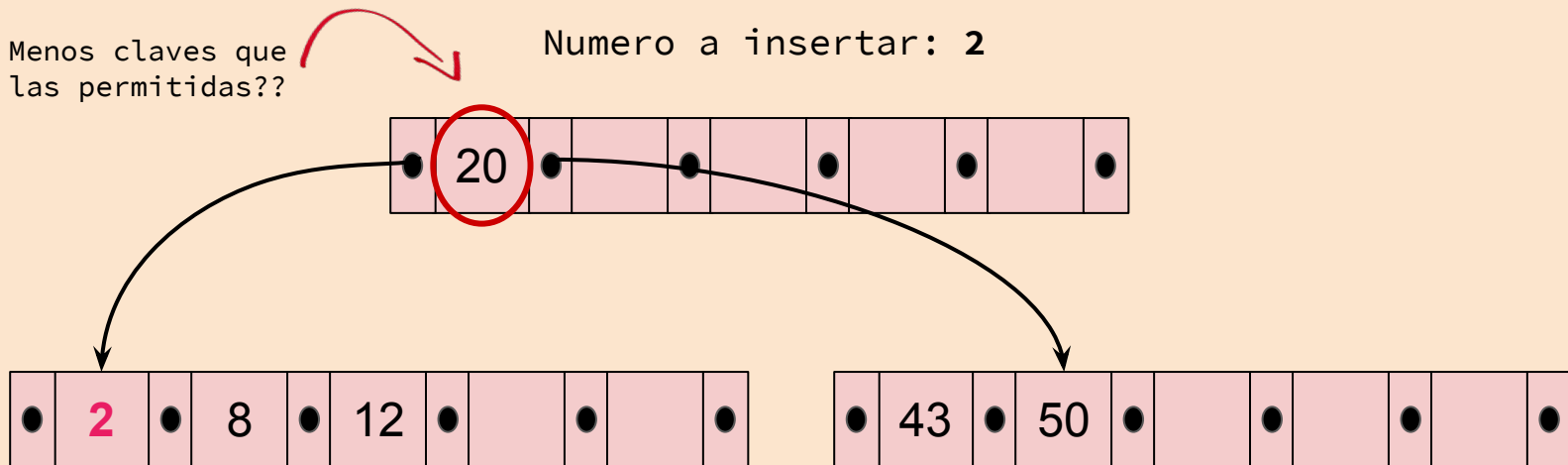


números < 20

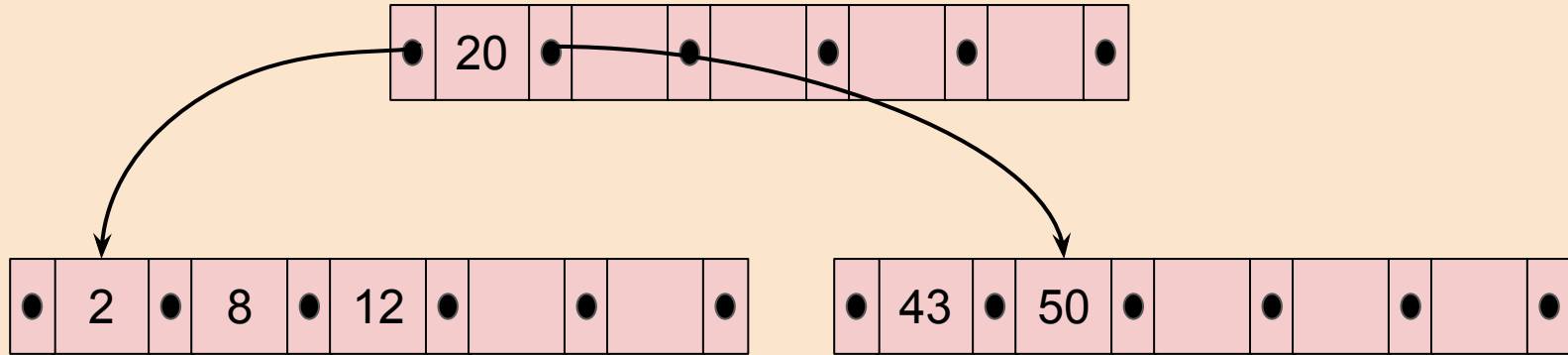
números > 20

Menos claves que  
las permitidas??

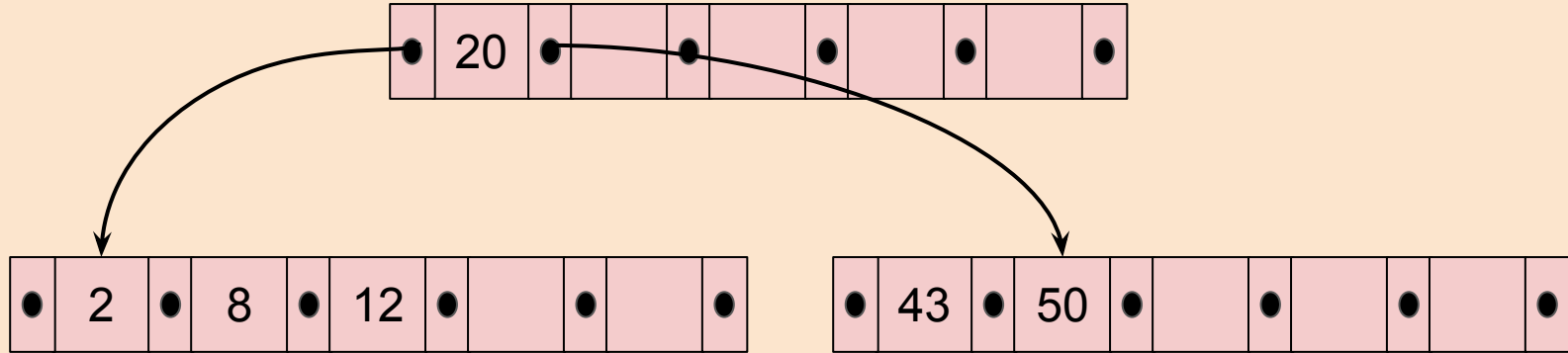
Numero a insertar: 2



Numero a insertar: 2

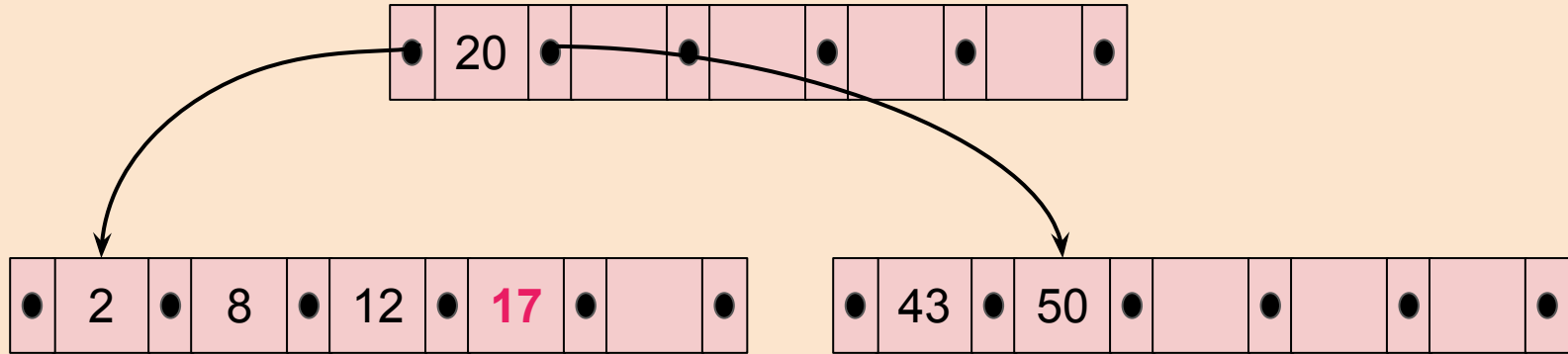


Numero a insertar: **17**

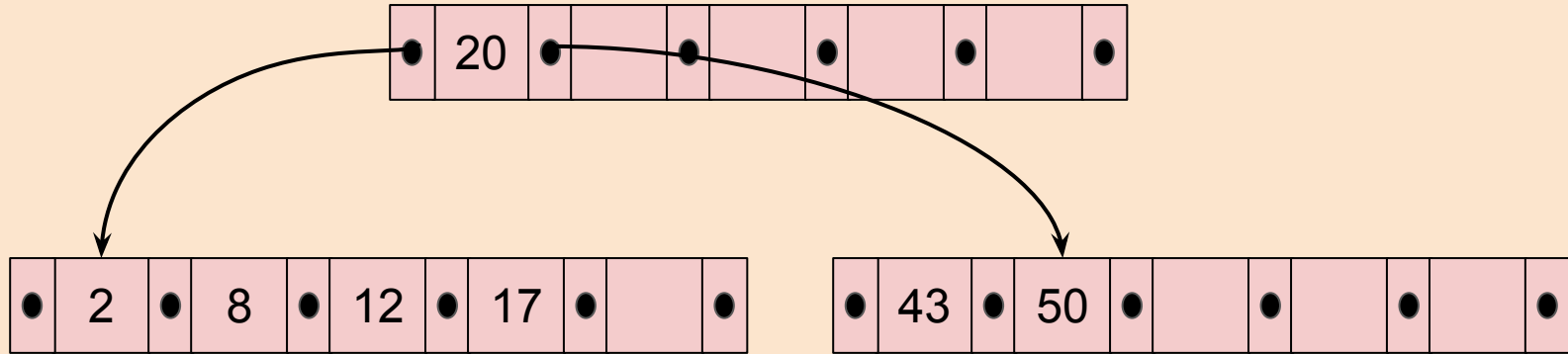




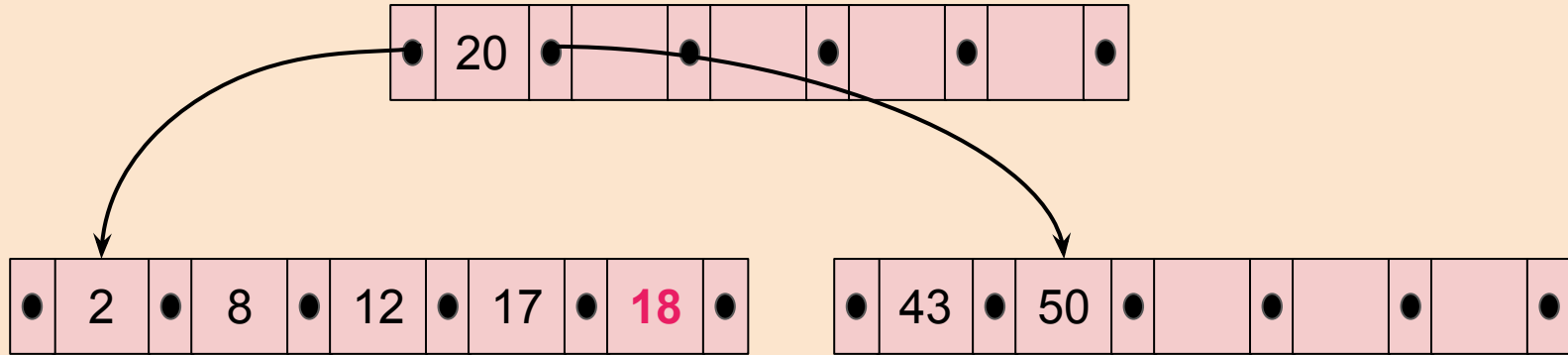
Numero a insertar: 17



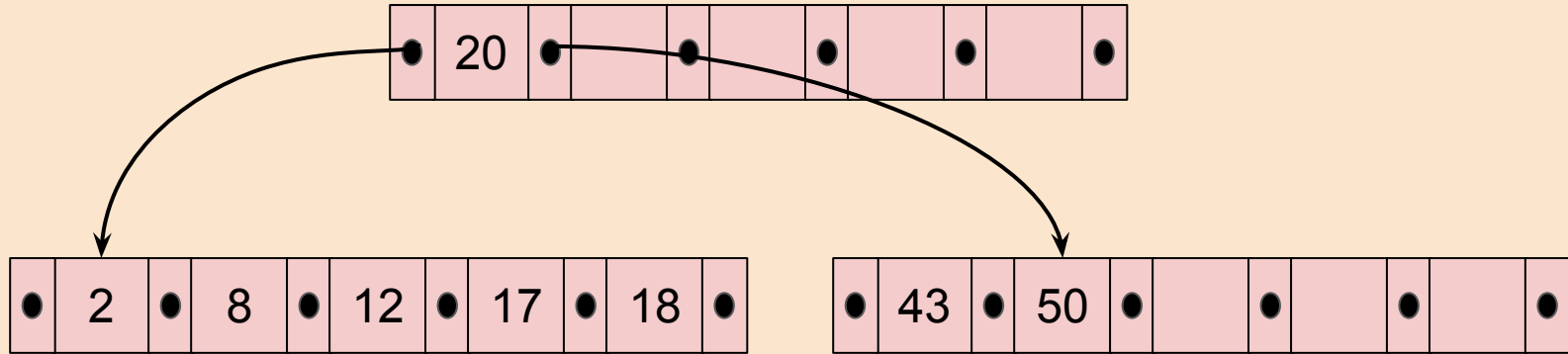
Numero a insertar: **18**



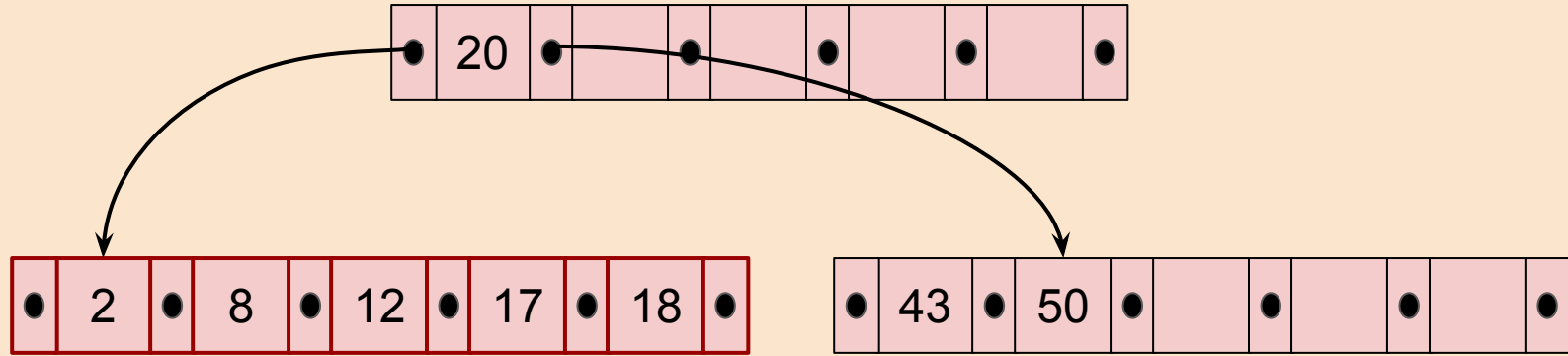
Numero a insertar: **18**



Numero a insertar: **19**

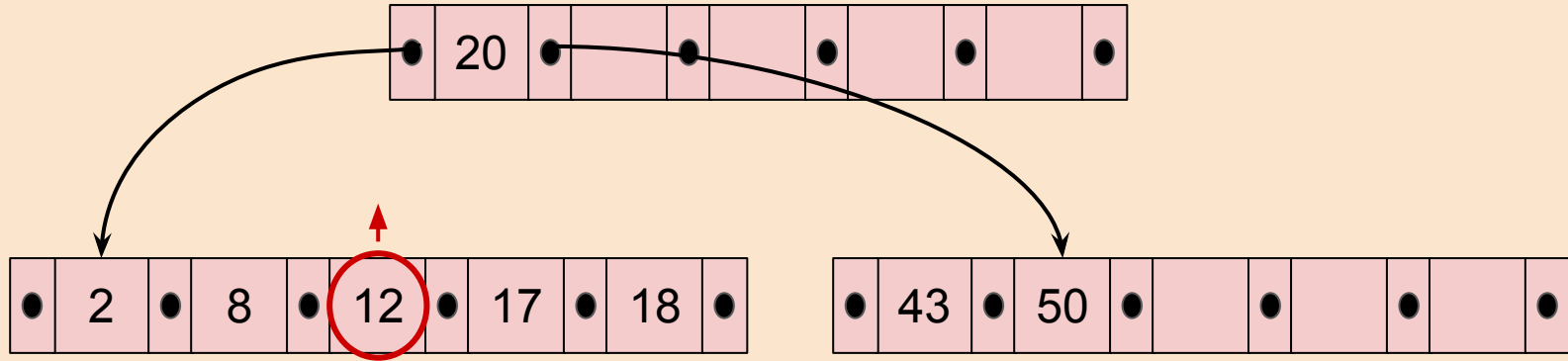


Numero a insertar: **19**

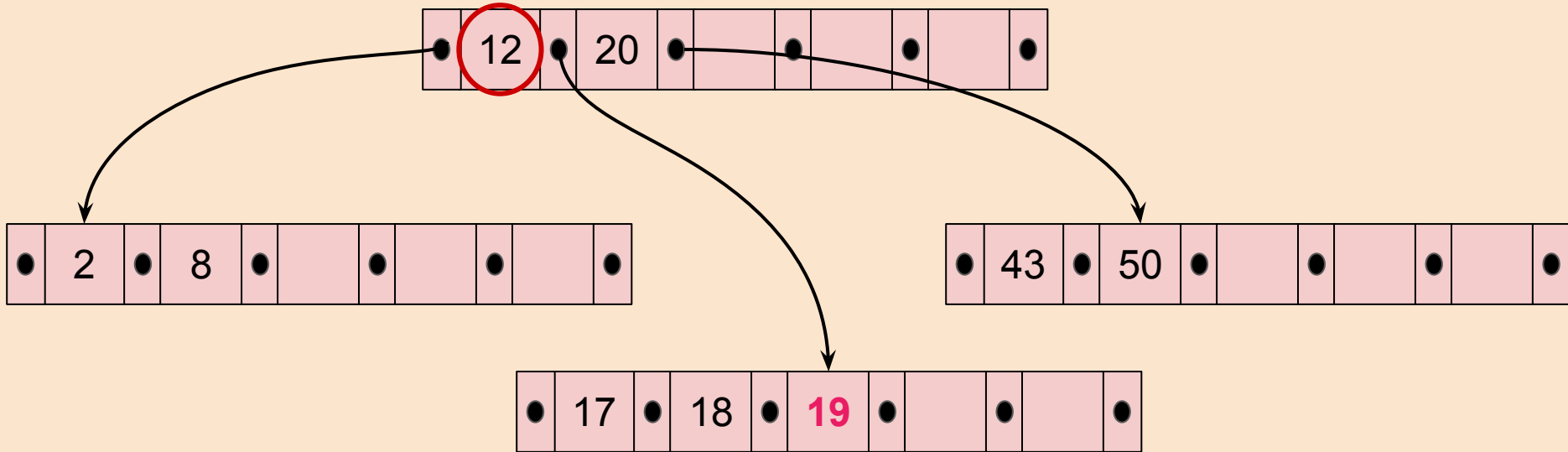


Overflow

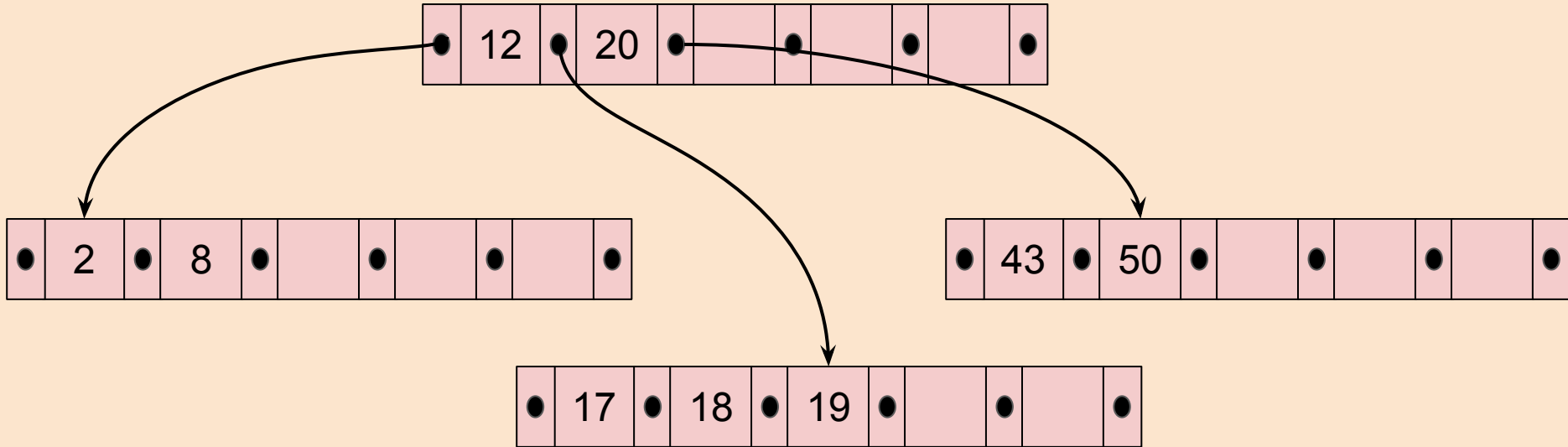
Numero a insertar: **19**



Numero a insertar: **19**

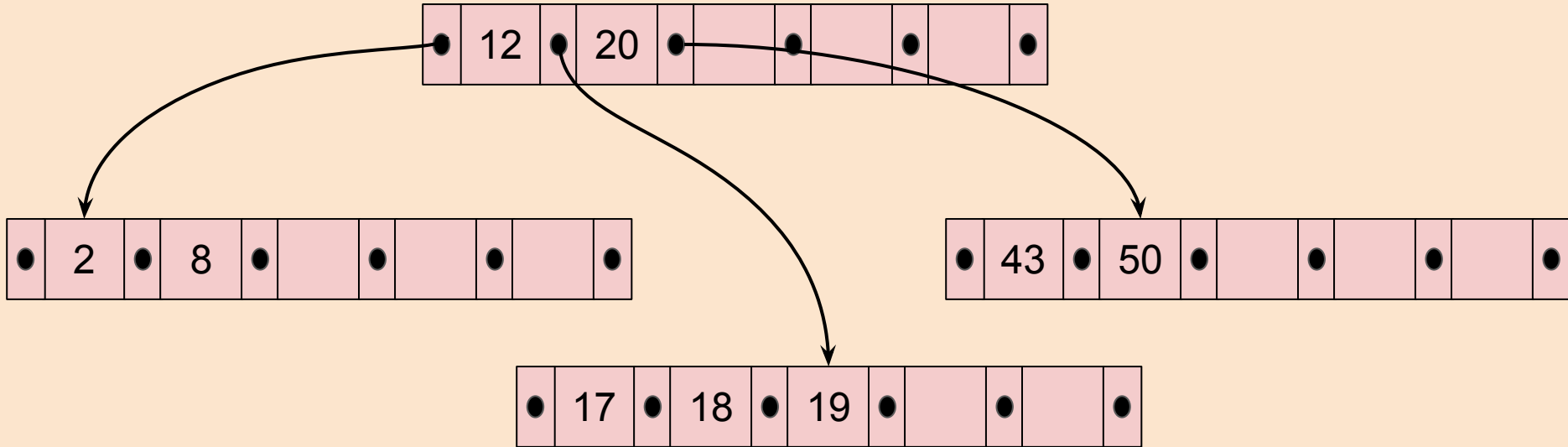


Numero a insertar: **19**

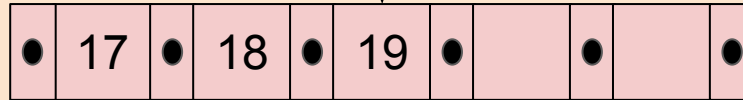
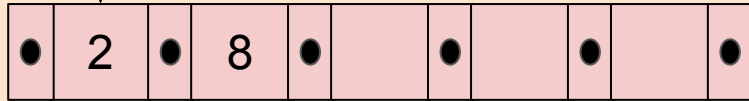
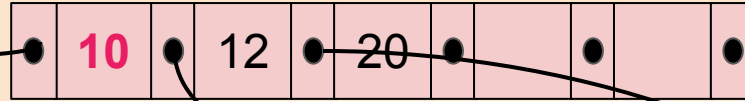




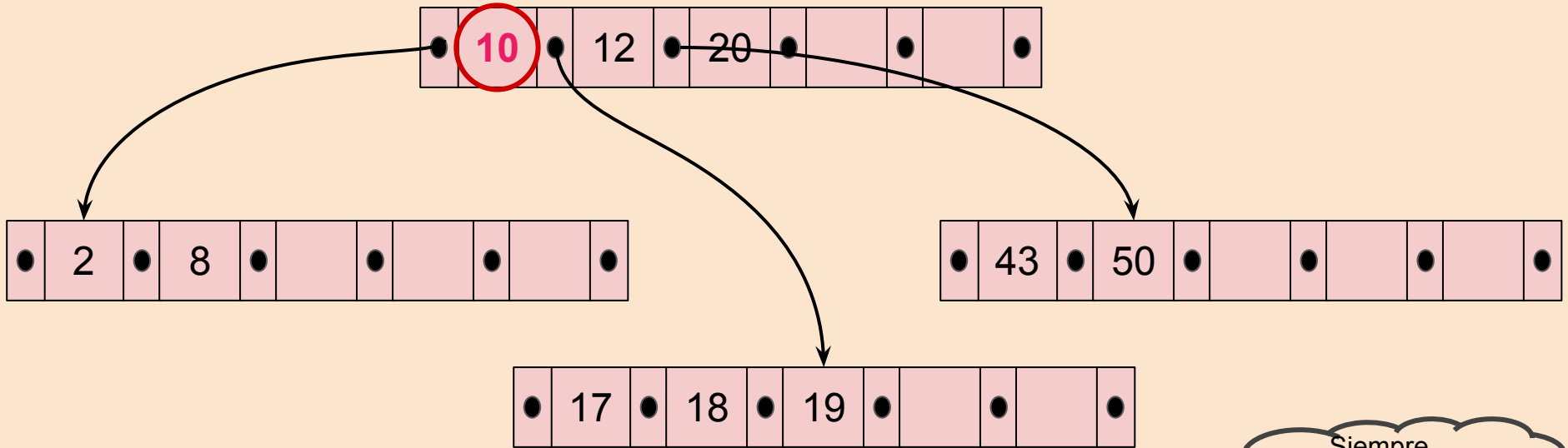
Numero a insertar: **10**



Numero a insertar: 10 ; ✓ ?



Numero a insertar: 10

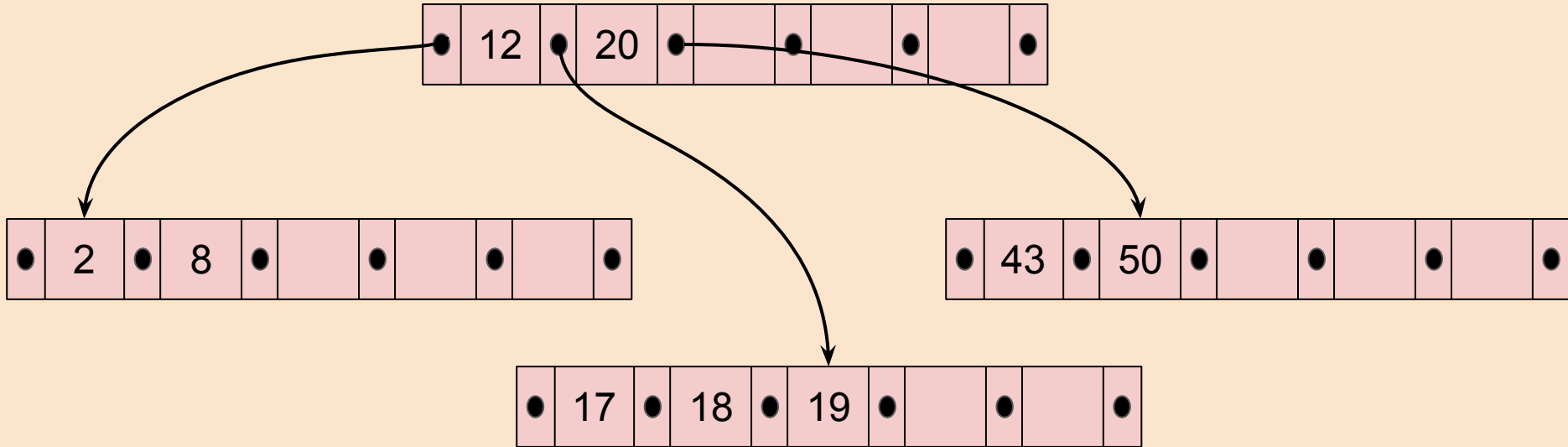


✗

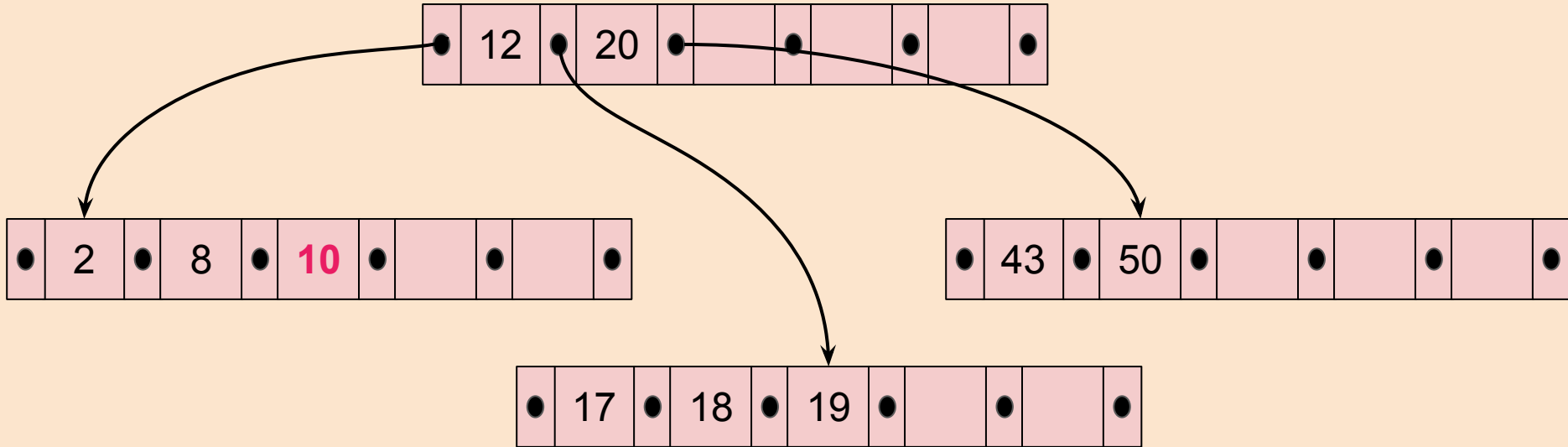


Siempre  
insertamos en  
nodos hoja

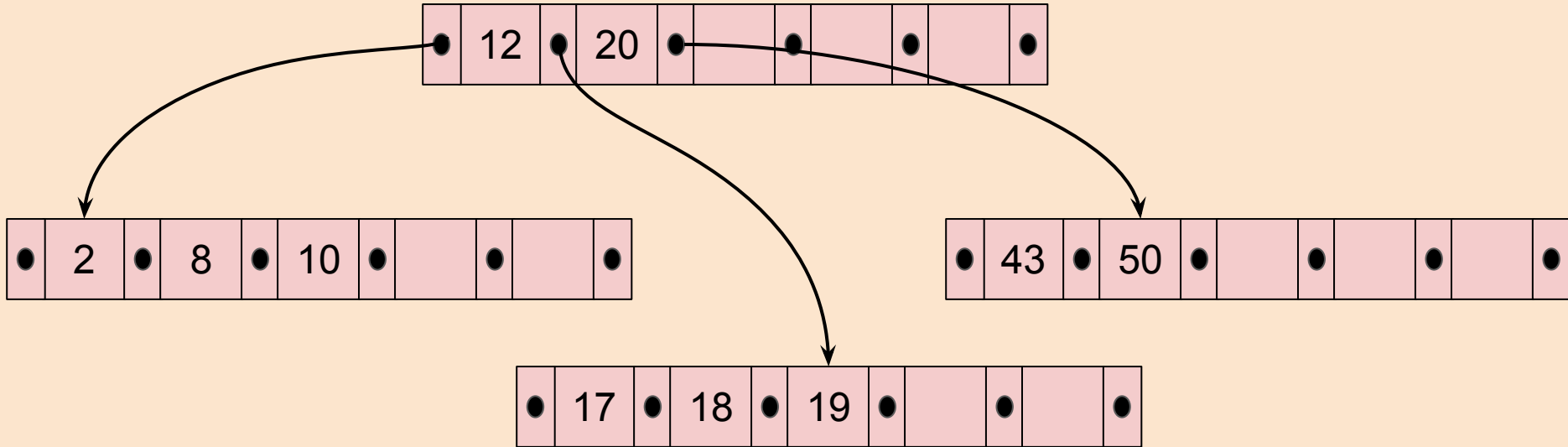
Numero a insertar: **10**



Numero a insertar: **10**



Numero a insertar: **10**

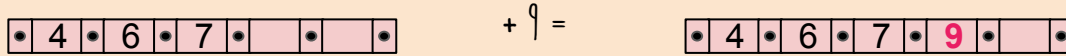




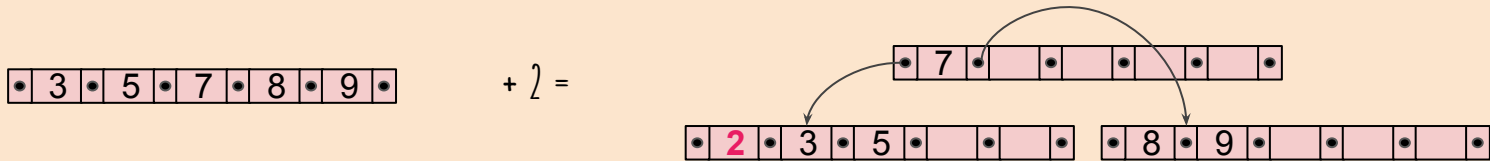
## CASOS POSIBLES AL INSERTAR



tengo lugar para la clave, puedo insertar :)



no tengo lugar -> overflow :( divido en dos y promuevo clave del medio

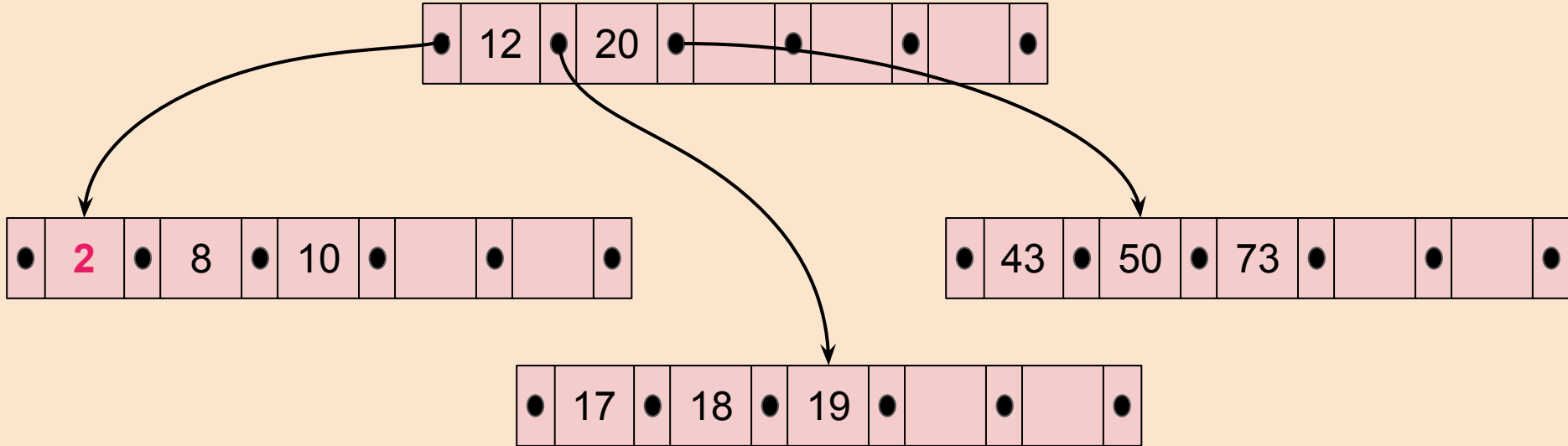


# Eliminación

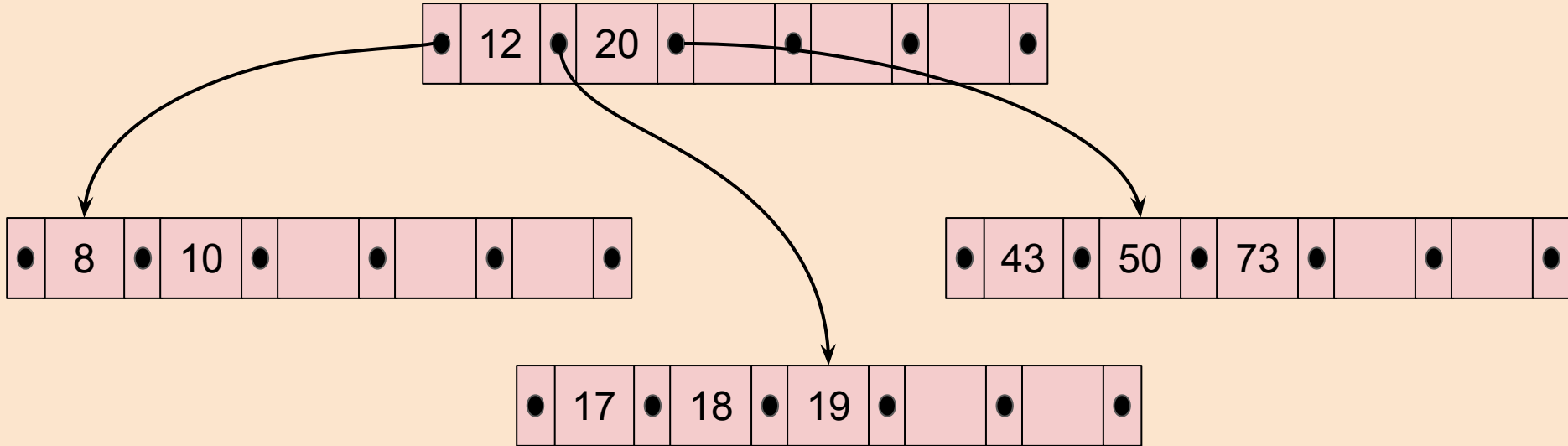




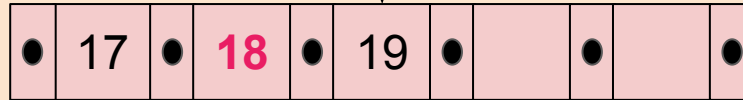
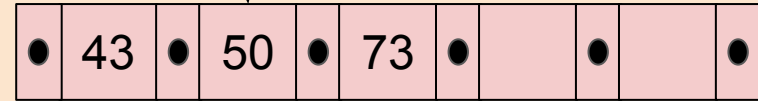
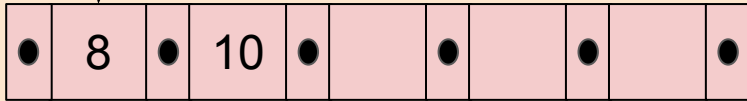
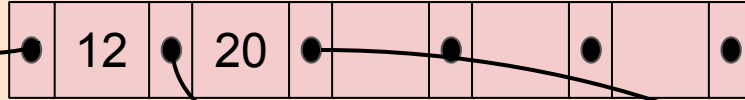
Numero a eliminar: 2



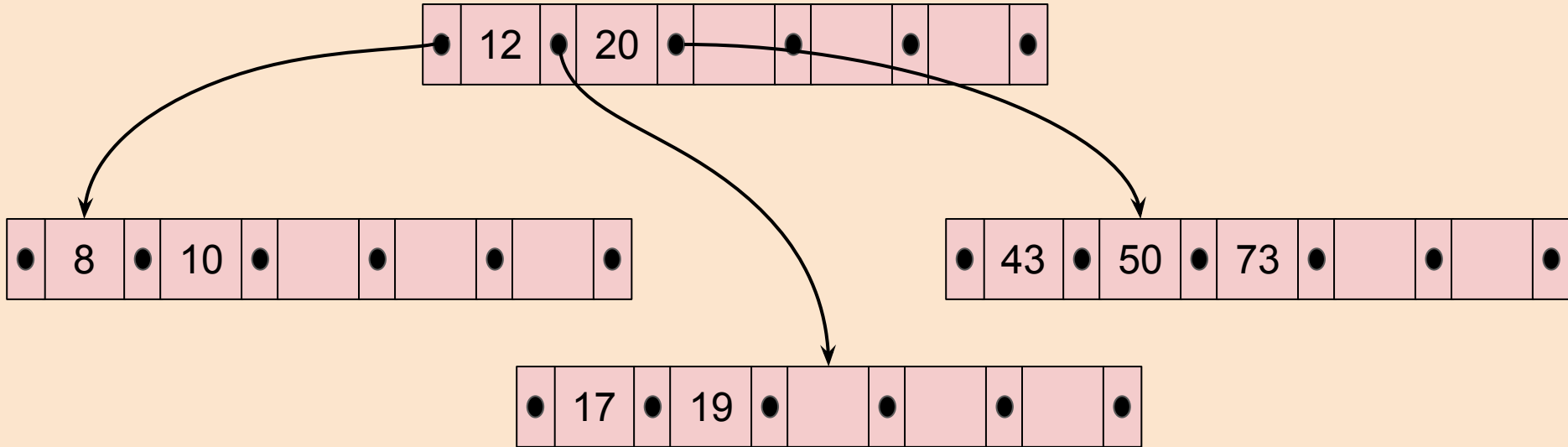
Numero a eliminar: 2



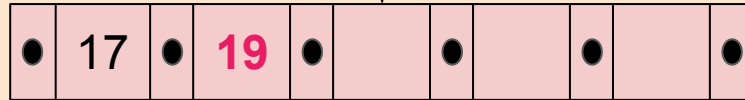
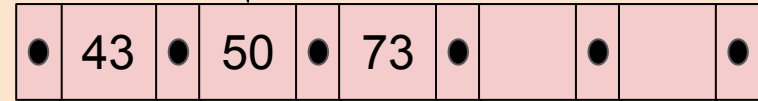
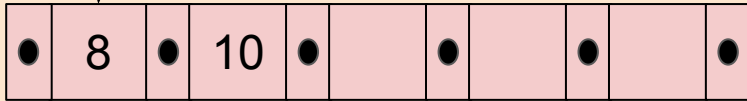
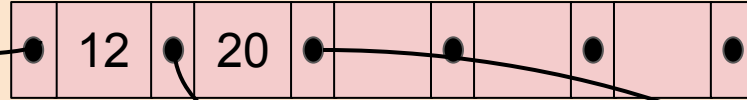
Numero a eliminar: **18**



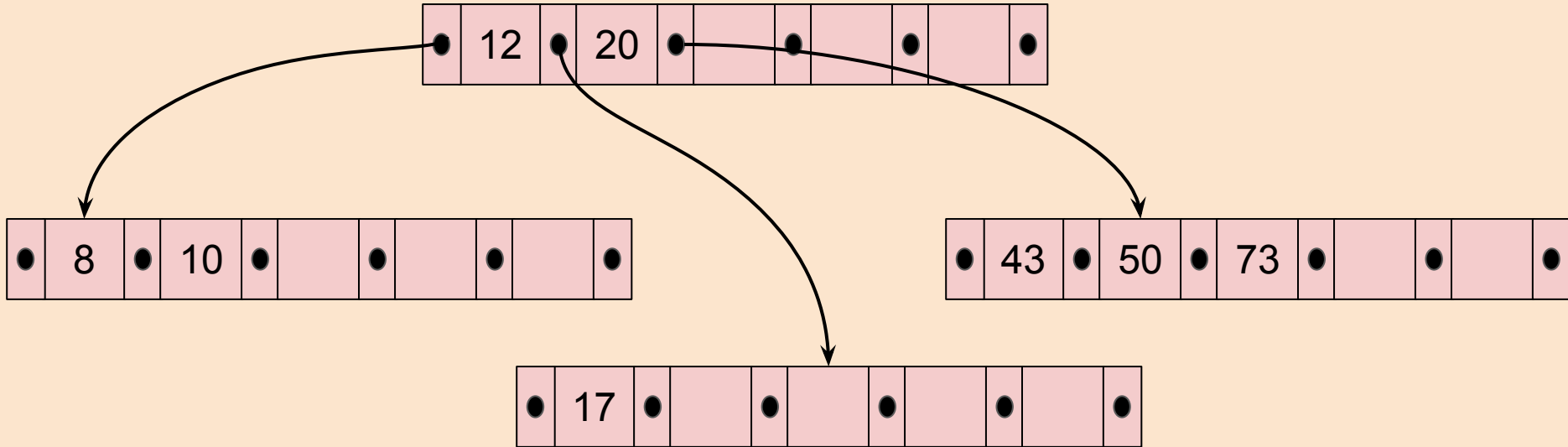
Numero a eliminar: **18**



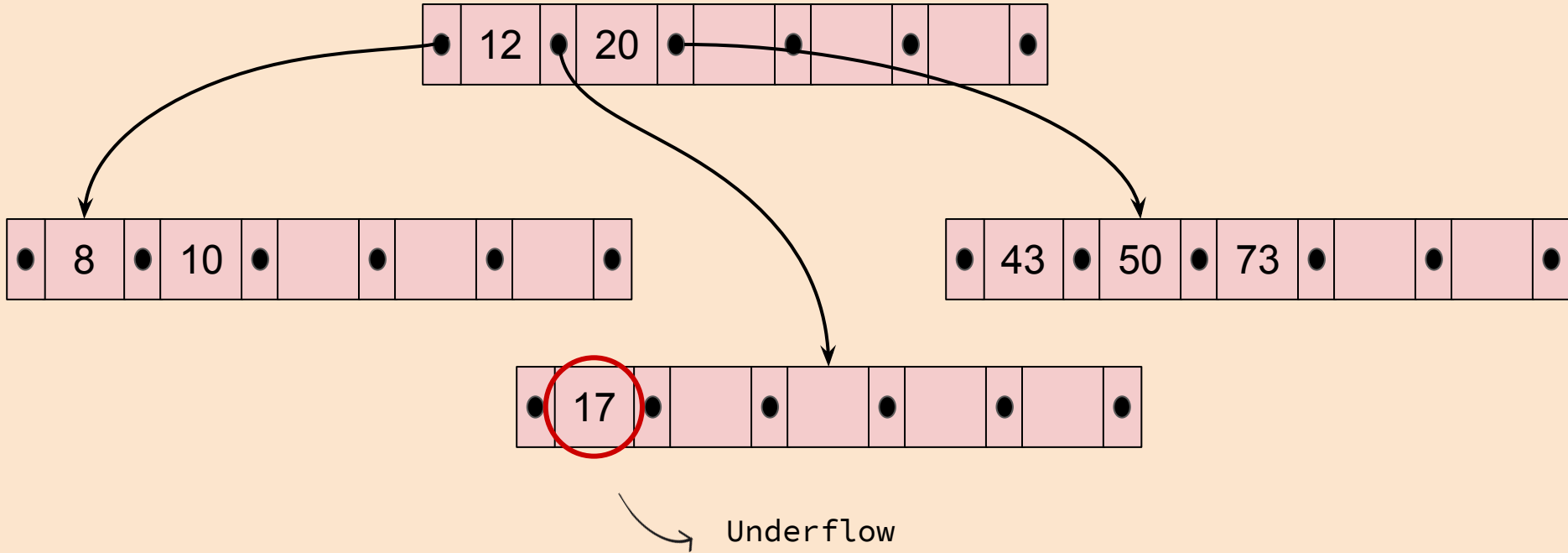
Numero a eliminar: **19**



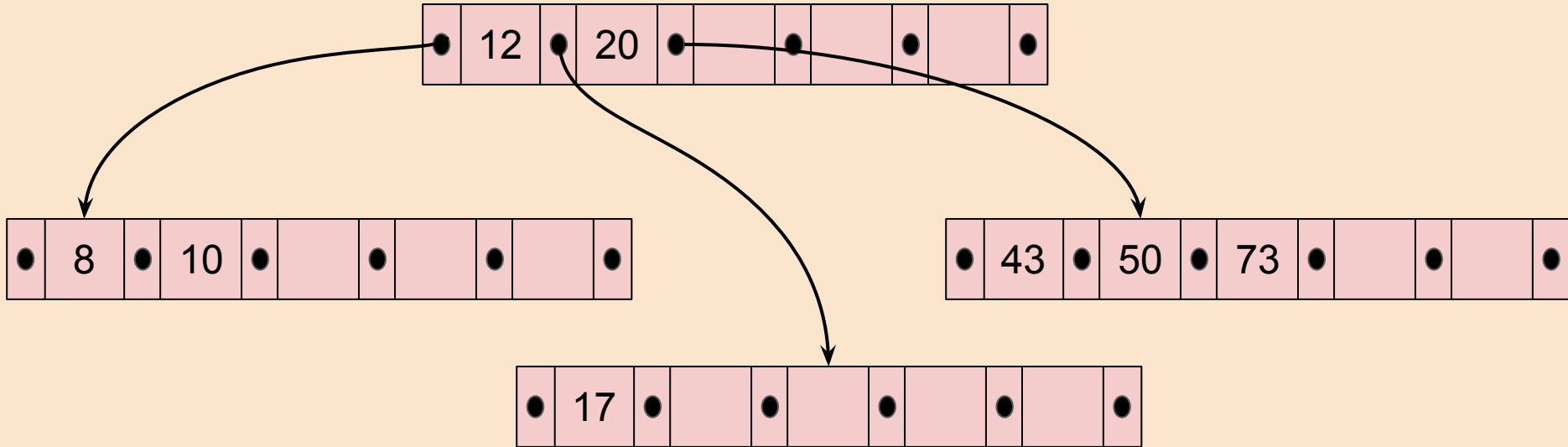
Numero a eliminar: 19



Numero a eliminar: **19**



Numero a eliminar: **19**

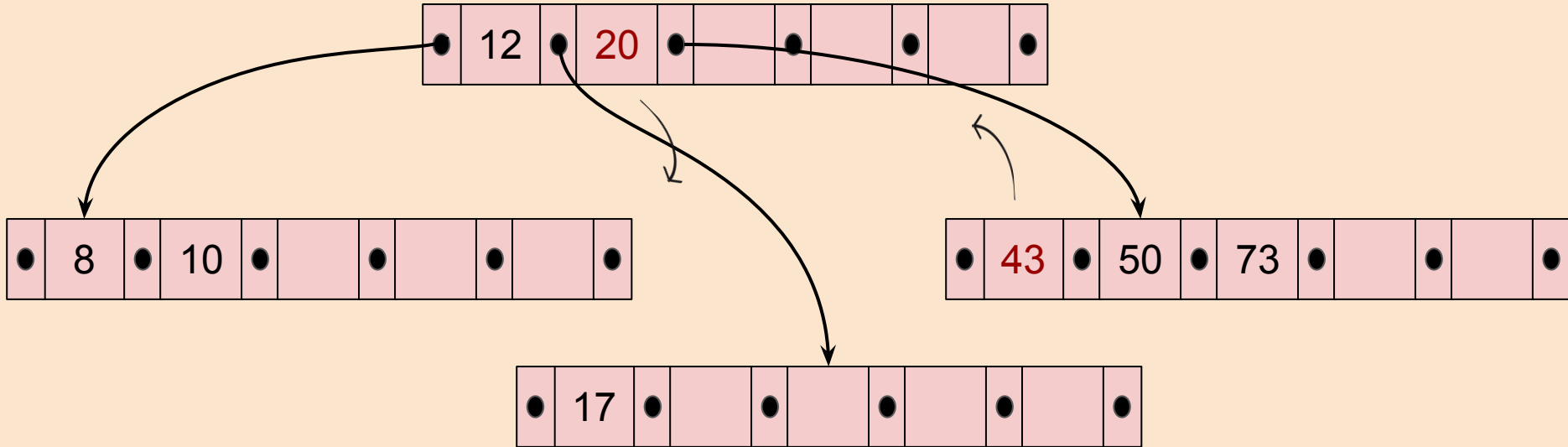


#### REDISTRIBUCIÓN:

- subo clave mas chica del hermano derecho y bajo el padre que separa ambos
- subo clave mas grande del hermano izquierdo y bajo el padre que separa ambos



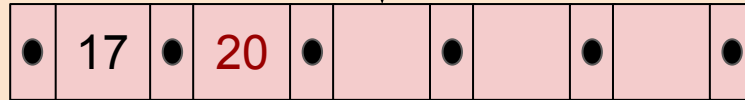
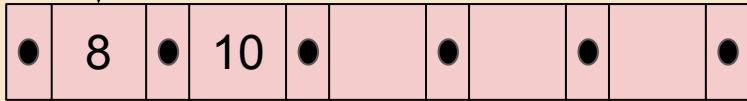
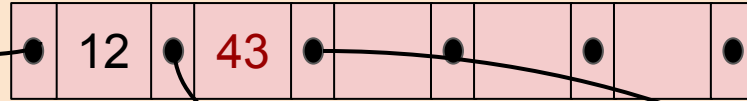
Numero a eliminar: 19



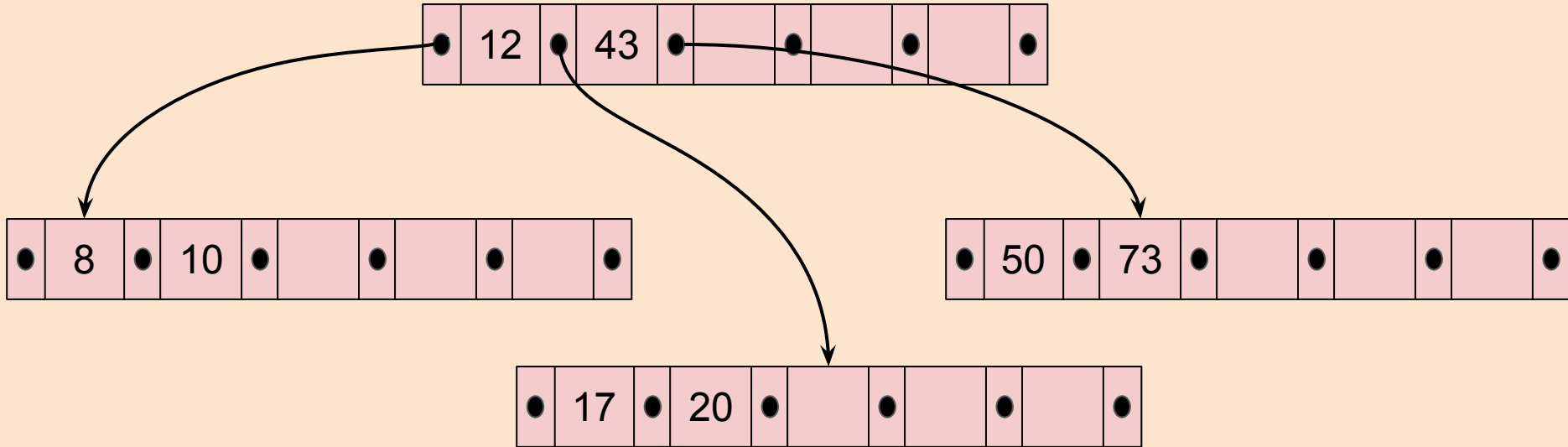
#### REDISTRIBUCIÓN:

- subo clave mas chica del hermano derecho y bajo el padre que separa ambos
- subo clave mas grande del hermano izquierdo y bajo el padre que separa ambos

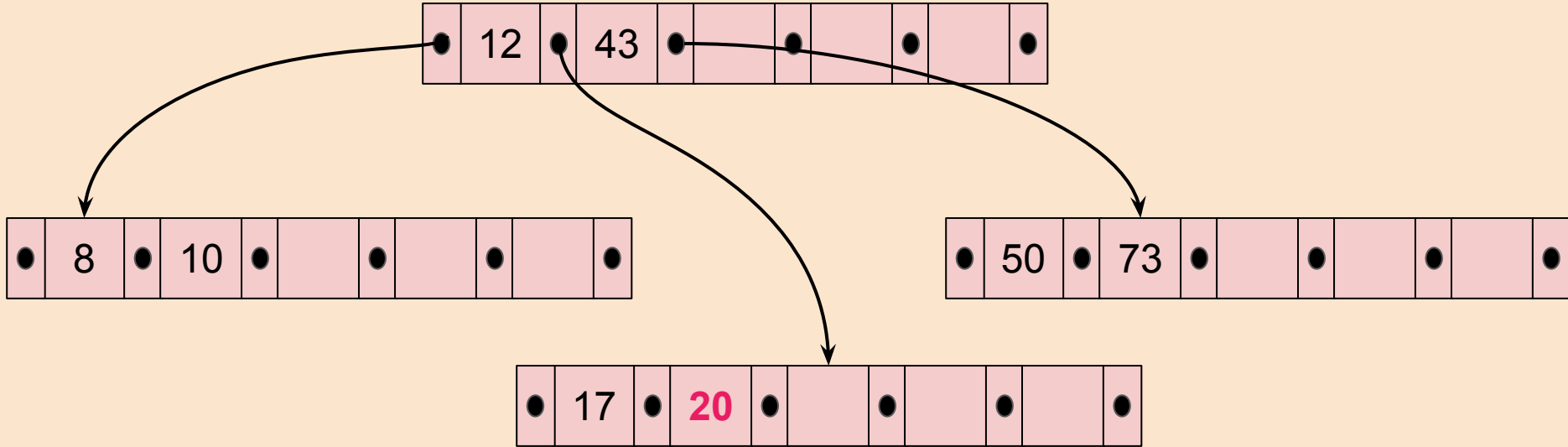
Numero a eliminar: **19**



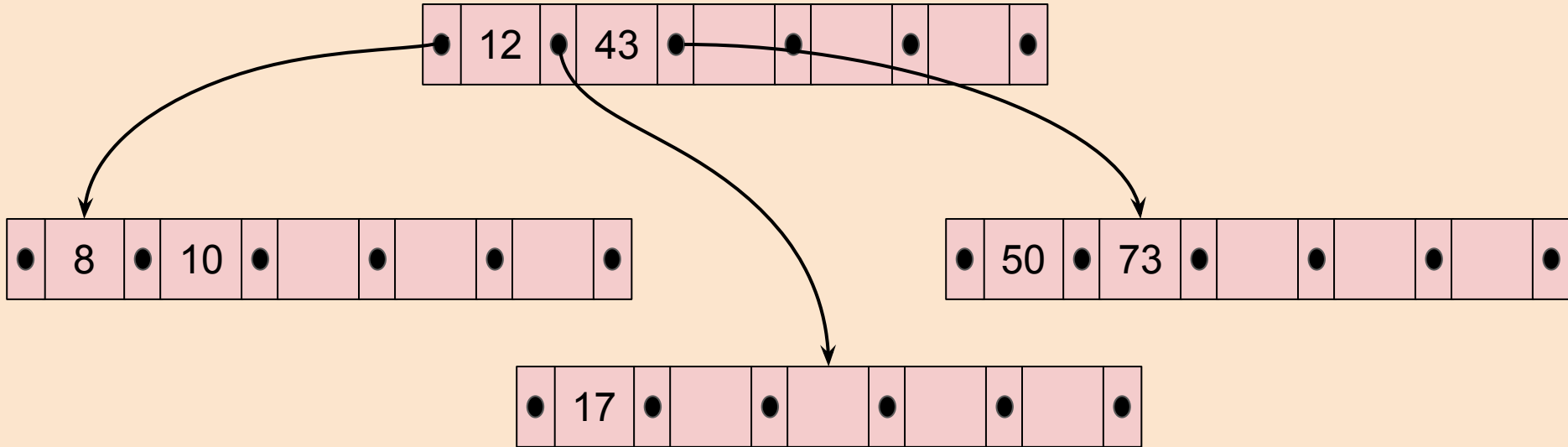
Numero a eliminar: **19**



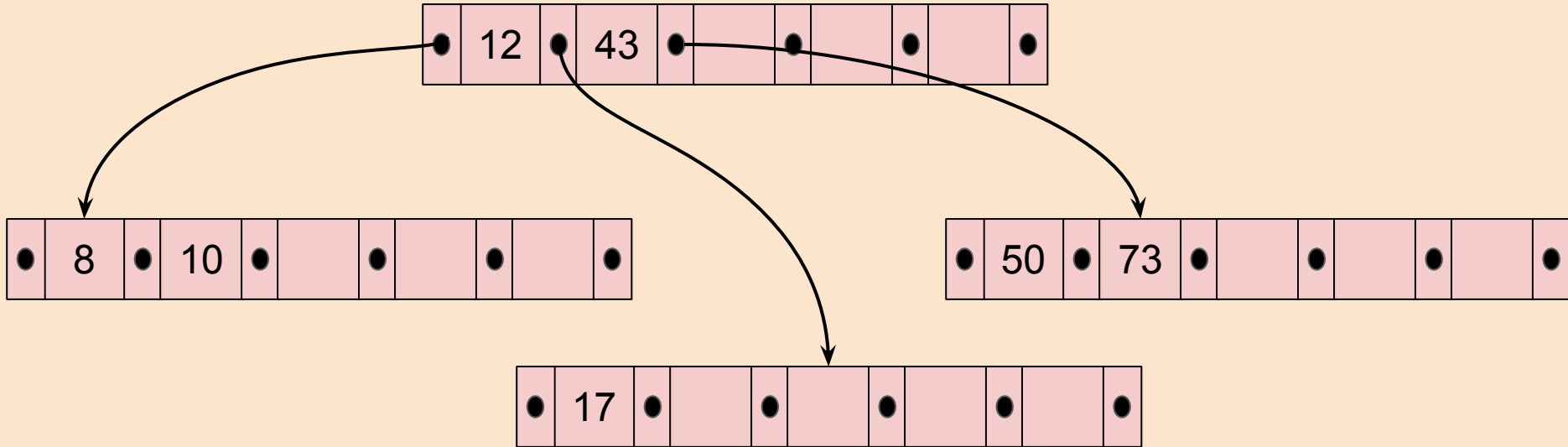
Numero a eliminar: 20



Numero a eliminar: 20



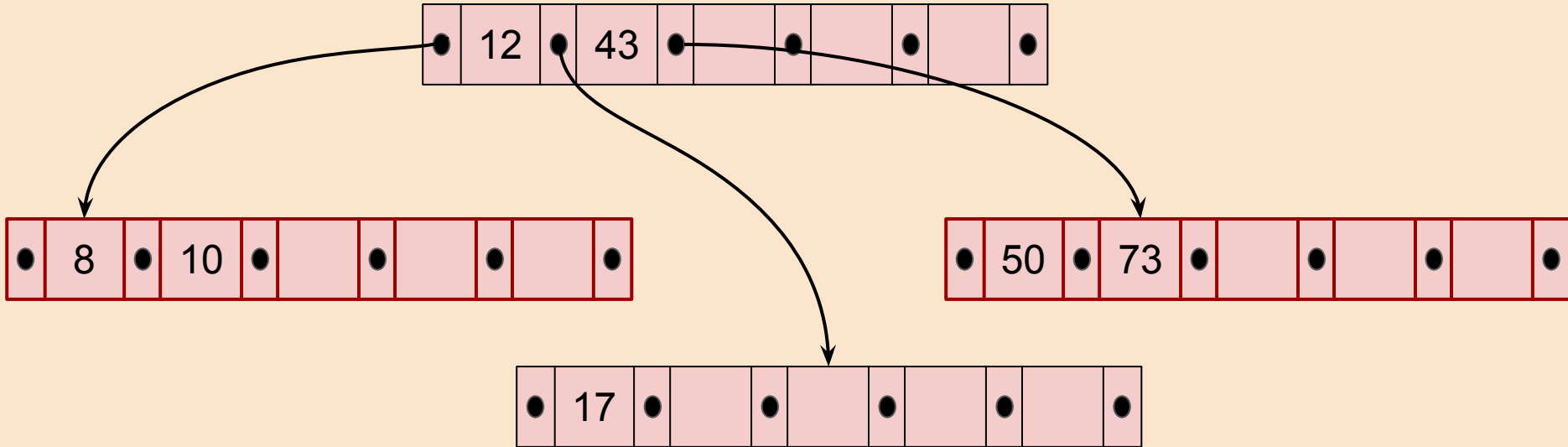
Numero a eliminar: 20



REDISTRIBUCIÓN:

- ! - subo clave mas chica del hermano derecho y bajo el padre que separa ambos ?
- subo clave mas grande del hermano izquierdo y bajo el padre que separa ambos

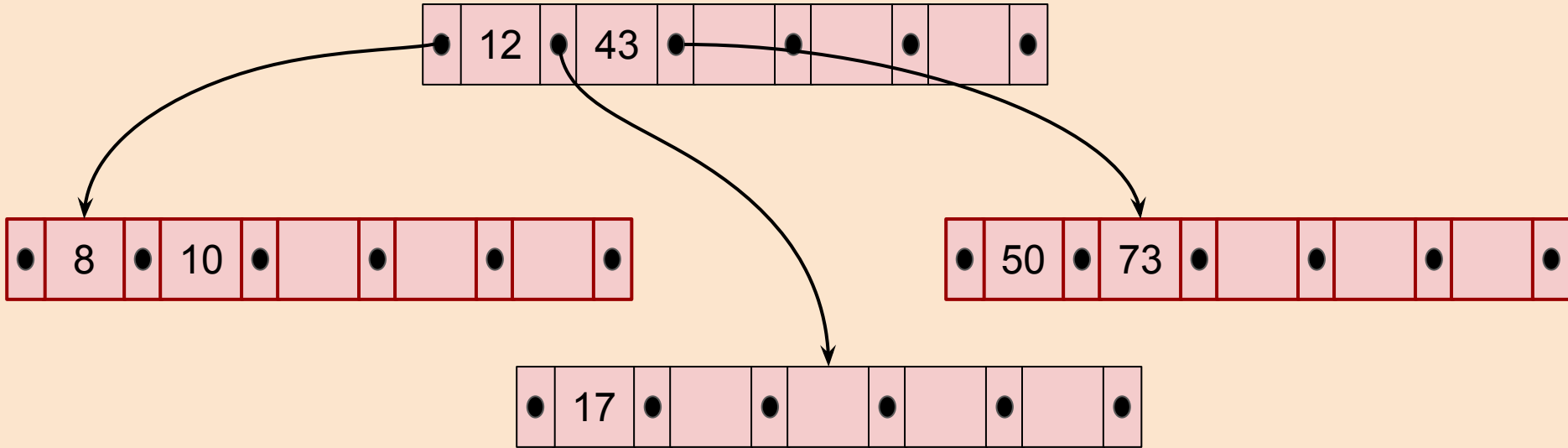
Numero a eliminar: 20



REDISTRIBUCIÓN:

- ¿
- subo clave mas chica del hermano derecho y bajo el padre que separa ambos
  - subo clave mas grande del hermano izquierdo y bajo el padre que separa ambos
- ?

Numero a eliminar: 20



REDISTRIBUCIÓN:

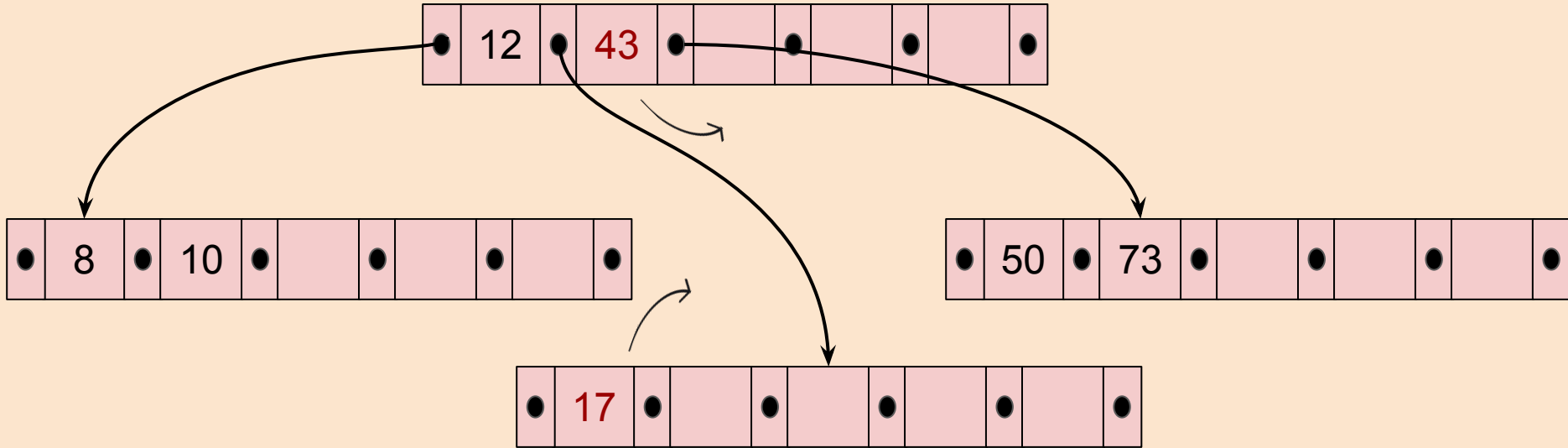


- subo clave mas chica del hermano derecho y bajo el padre que separa ambos
- subo clave mas grande del hermano izquierdo y bajo el padre que separa ambos





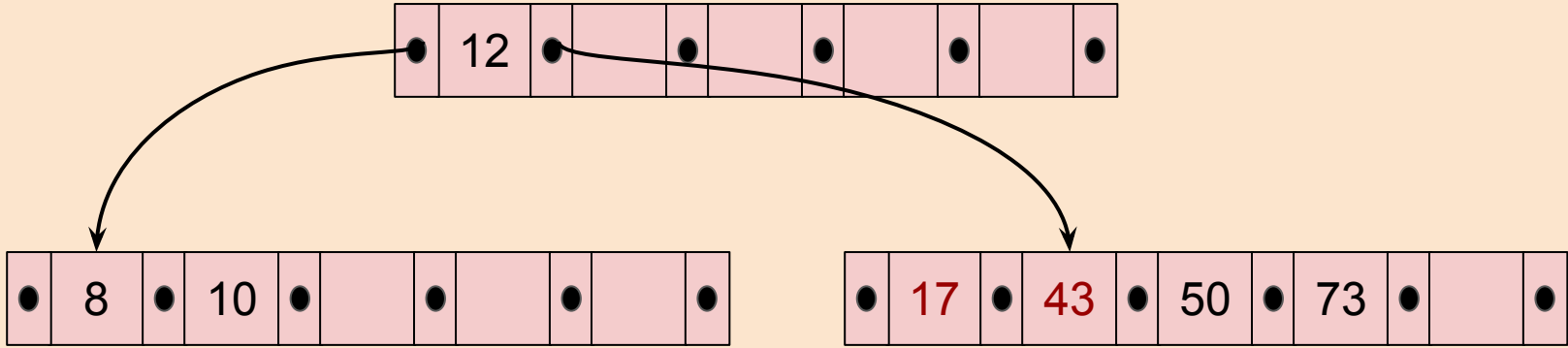
Numero a eliminar: 20



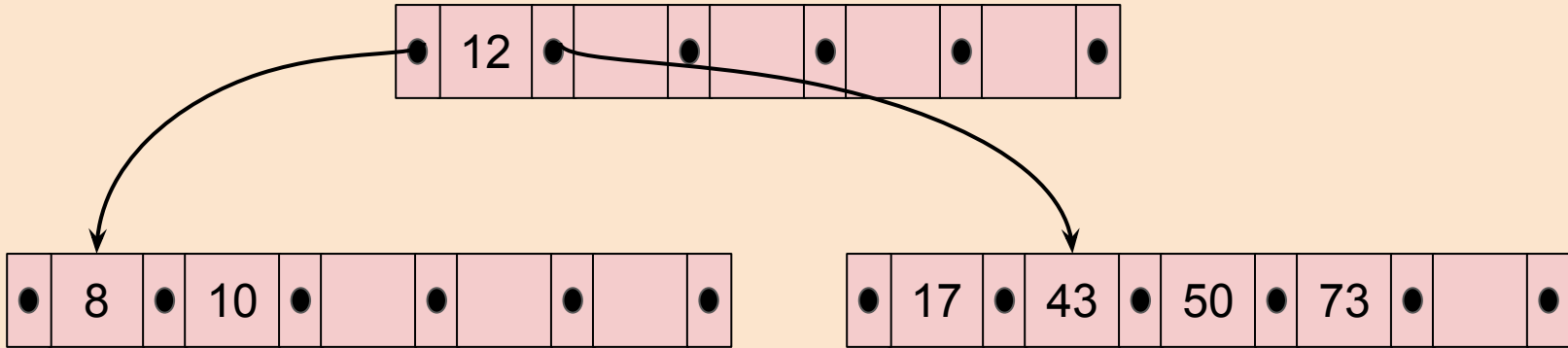
CONCATENACIÓN:

- uno al nodo afectado con algún hermano y el padre que separa ambos

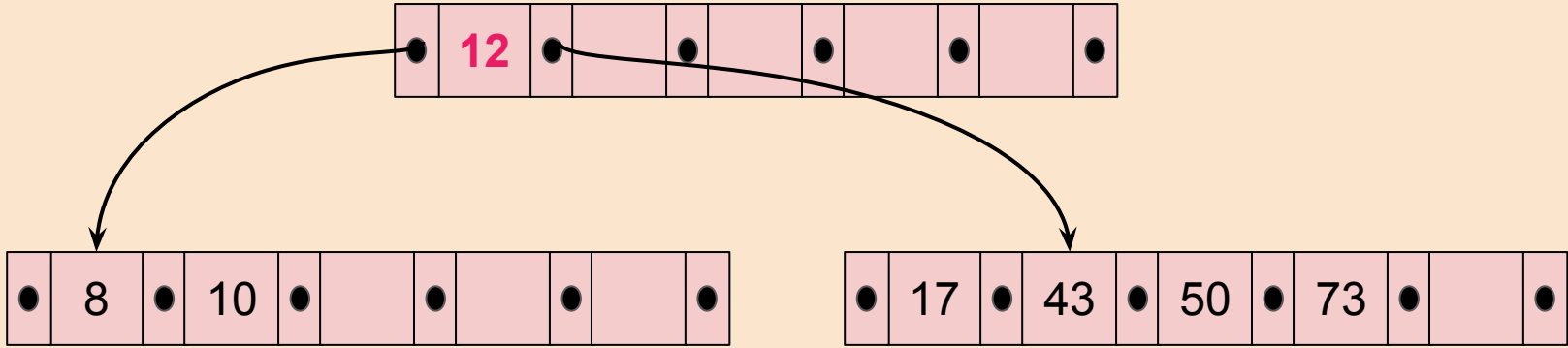
Numero a eliminar: 20



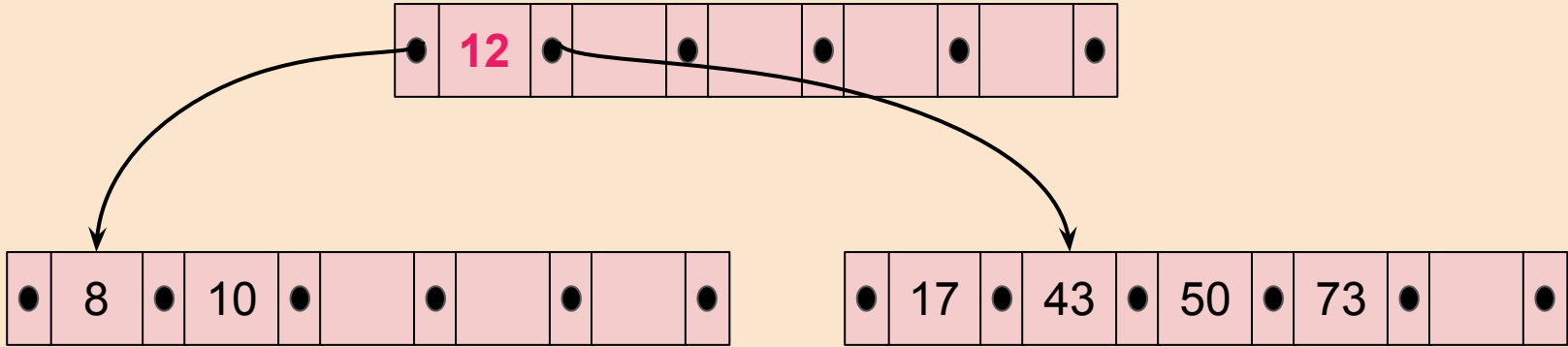
Numero a eliminar: 20



Numero a eliminar: **12**



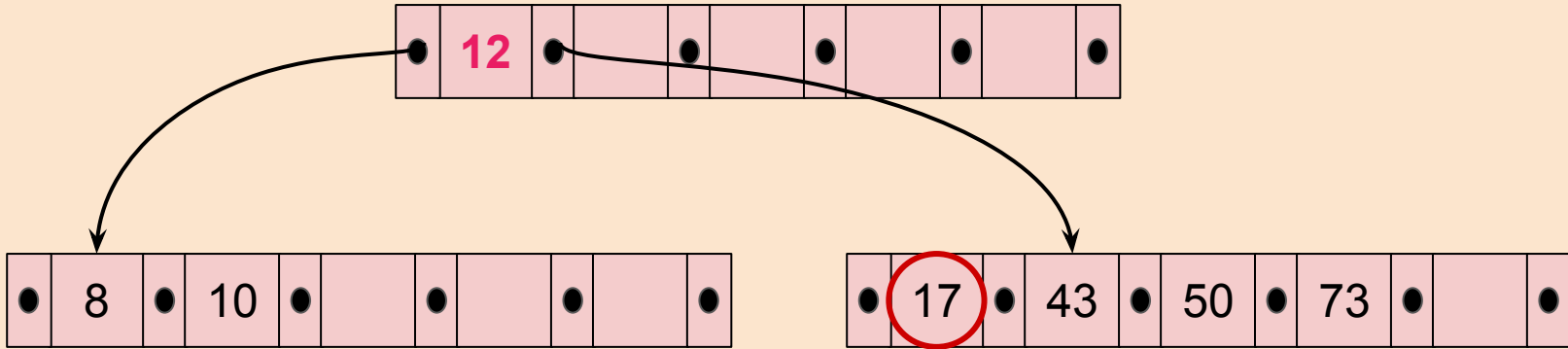
Numero a eliminar: 12



- intercambio el elemento con el inmediato superior
- intercambio el elemento con el inmediato inferior

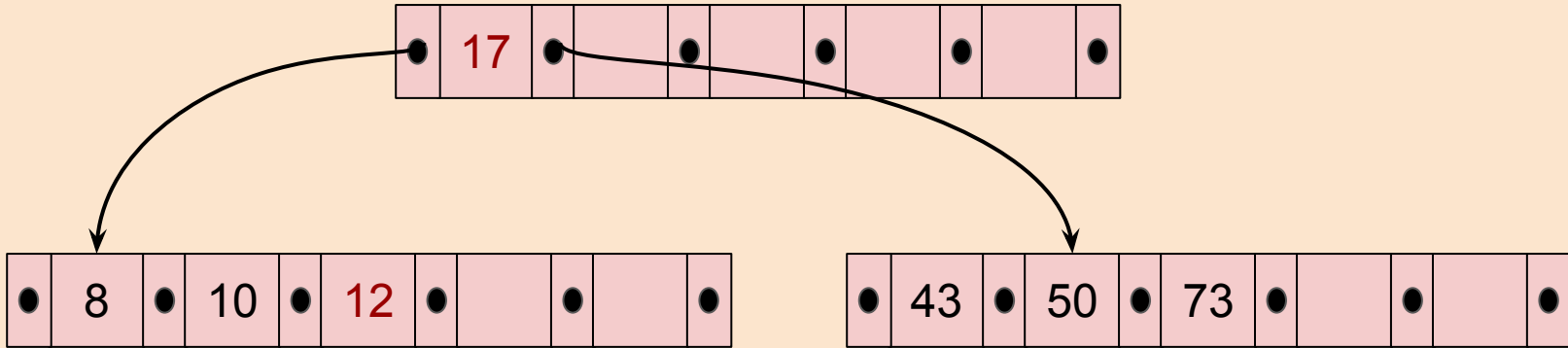


Numero a eliminar: 12

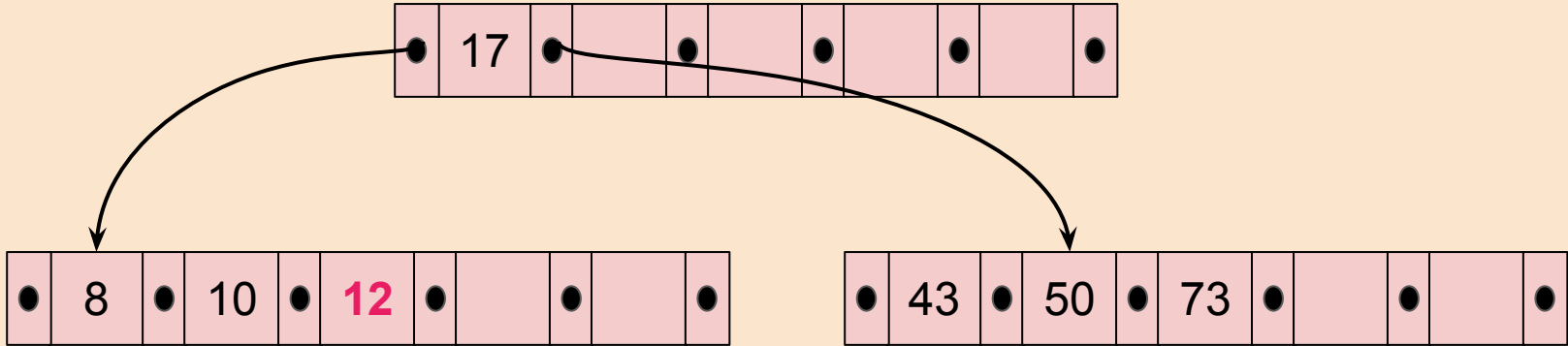


- intercambio el elemento con el inmediato superior
- intercambio el elemento con el inmediato inferior

Numero a eliminar: **12**

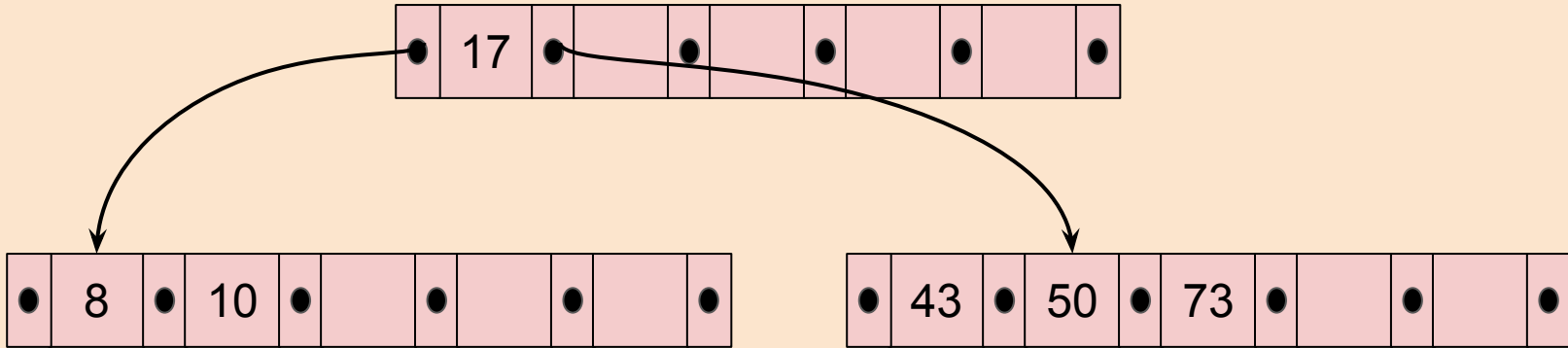


Numero a eliminar: **12**





Numero a eliminar: 12



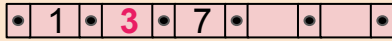


## CASOS POSIBLES AL ELIMINAR

Siempre sobre hojas !!



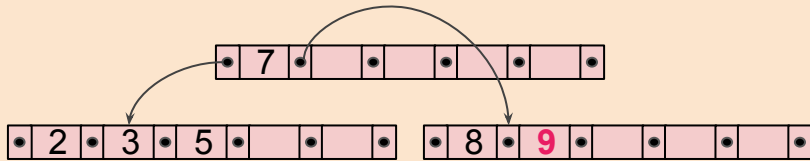
borro, me quedan claves suficientes :)



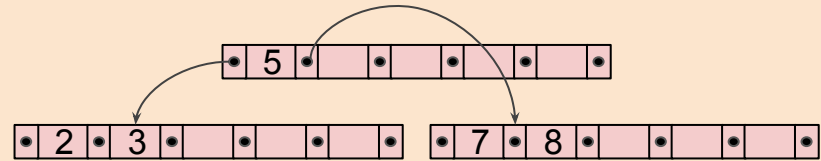
- } =



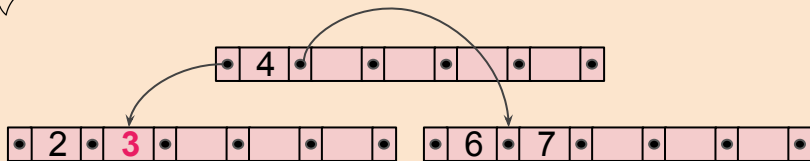
borro -> underflow. le pido una clave a mi vecino (redistribuyo)



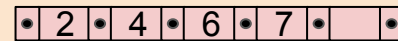
- } =



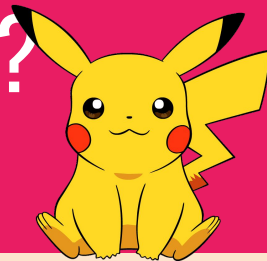
borro -> underflow. uno con el vecino y el padre de ambos (concateno)



- } =



¿Preguntas?



**FIN**