Estática

Es la parte de la Física que se dedica a estudiar cuerpos que se encuentran en **reposo**.

Fuerza: ente físico, algo no visible que existe por los efectos que provoca.

– Características de la fuerza

- Interacción.
- Aparecen de a pares.
- No pueden anularse, pero sí se pueden contrarrestar sus efectos.

Peso: atracción gravitatoria.

– Características del peso

- Vertical.
- Sentido hacia abajo.
- Cálculo.

Peso = masa · aceleración de la gravedad → $\boxed{P = m \cdot g}$

$g = 9{,}8 \, \frac{m}{s^2}$

– Unidades

P: kg_f ; N ; lb ; g ; kN

m: kg ; g ; cg

g: $\frac{m}{s^2}$

$\boxed{kg \cdot \frac{m}{s^2} = N}$

$\boxed{1 \, kg_f = 9{,}8 \, N}$

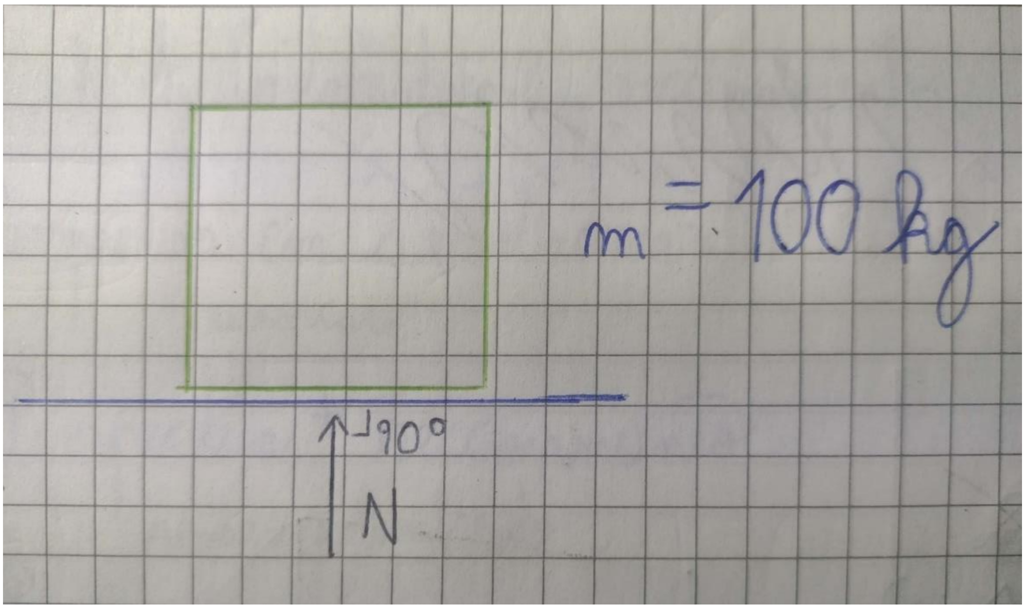
Ejercicio #1. Calcular el peso de una masa de 28 kg en N y kg_f.

$P = m \cdot g$ → $P = 28 \, kg \cdot 9{,}8 \, \frac{m}{s^2}$ → $\boxed{P = 274{,}4 \, N}$

$M = 28 \, kg$ → $\boxed{P = 28 \, kg_f}$

Fuerzas normales - Superficies

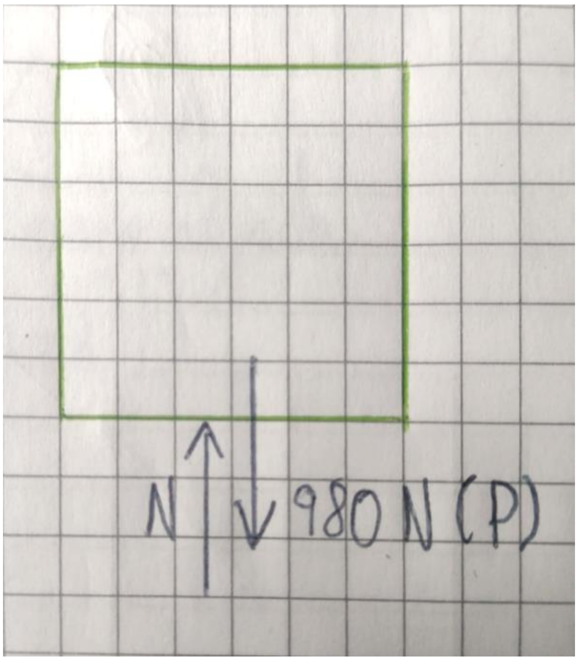
Ejercicio #2. Calcular la fuerza sobre la superficie.



1) Cálculo del peso

P = 100 kg · 9,8 $\frac{m}{s^2}$ → $\boxed{P = 980\ N}$

2) Diagrama de cuerpo libre (DCL)



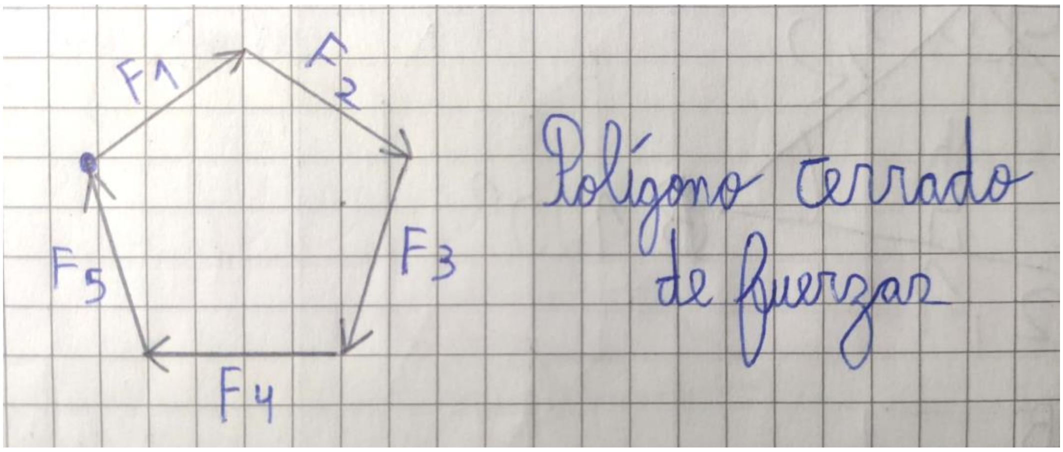
3) Condiciones de equilibrio estático

Sumatoria de fuerzas = 0 → $\boxed{\Sigma F = 0}$

– Método analítico

$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_H = 0 \wedge \Sigma F_V = 0$ (siempre indicar cuál va a ser el sentido positivo que elijamos)

– Método gráfico



4) Método analítico

$\uparrow^{+} \Sigma F_V = 0$

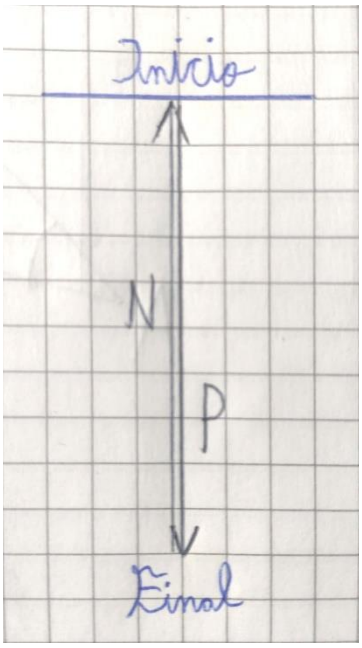
$N - P = 0 \rightarrow N = P \rightarrow \boxed{N = 980\ N}$

5) Método gráfico

a) Escala = $\frac{980\ \text{N}}{10\ \text{cm}}$

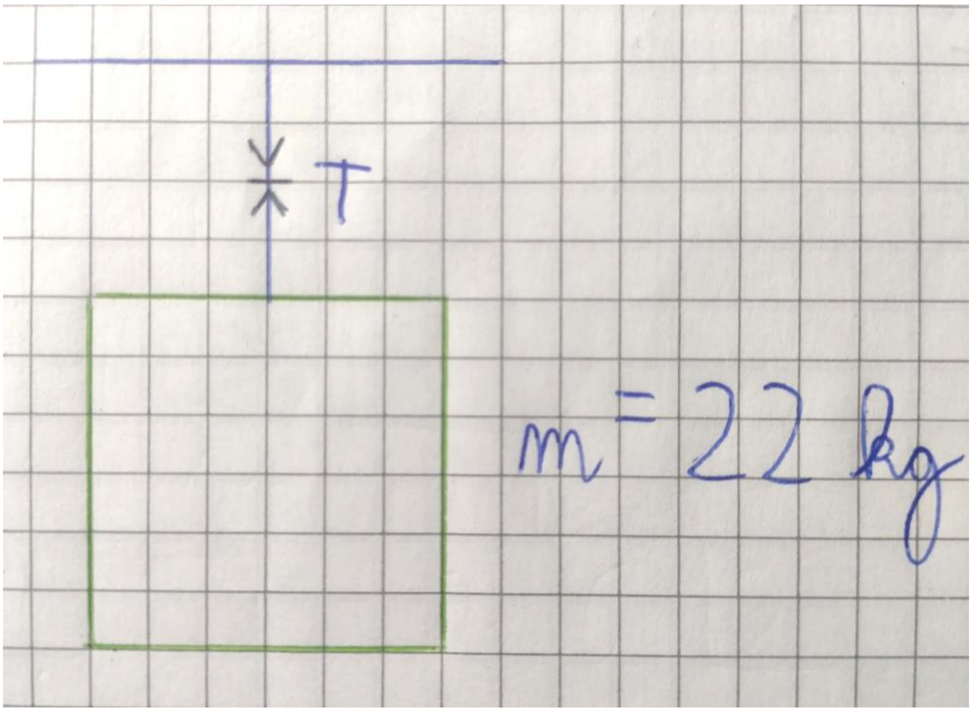
b) Representación

Se colocan todas las fuerzas conocidas.



Tensión - Cables

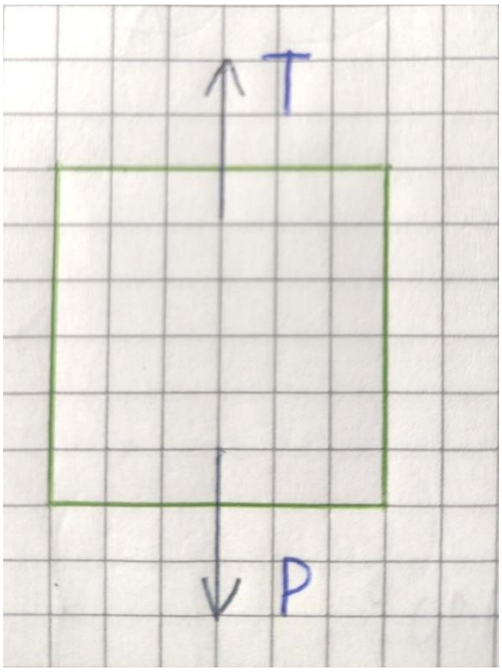
Ejercicio #1. Calcular la tensión en el cable.



1) Cálculo del peso del cuerpo

$P = 22 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow \boxed{P = 215{,}6 \text{ N}}$

2) Diagrama de cuerpo libre (DCL)



Al no estar apoyado el cuerpo sobre una superficie, no existe fuerza normal.

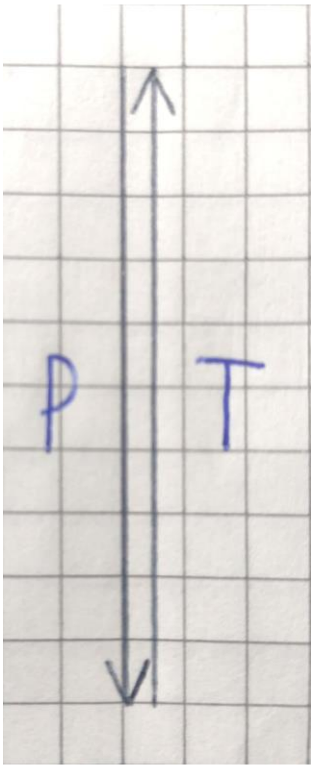
3) Condición de equilibrio estático

– Método analítico

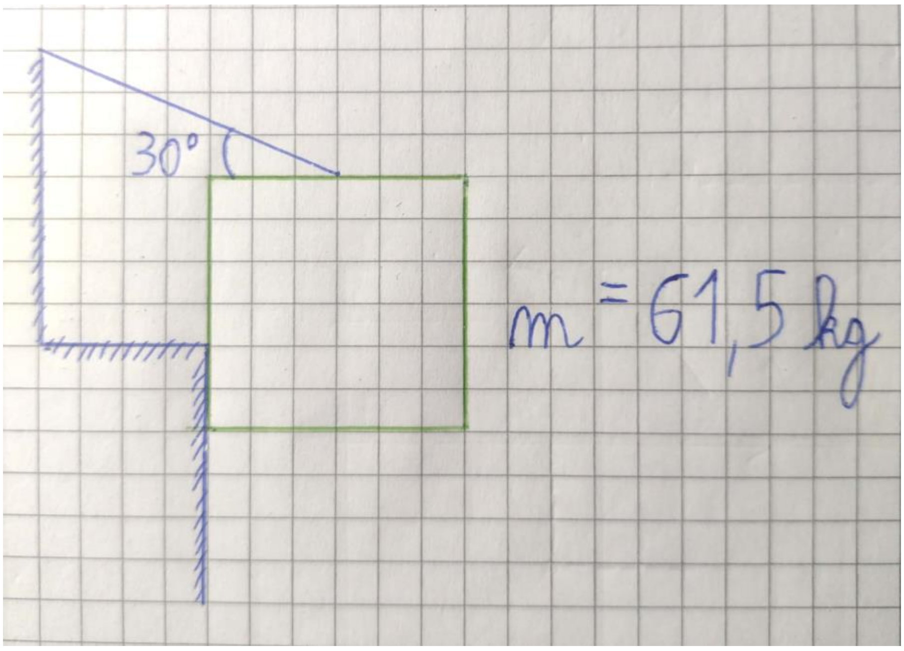
$\downarrow^{+}\ \Sigma F_V = 0$

$P - T = 0 \rightarrow P = T \rightarrow \boxed{T = 215{,}6\ N}$

– Método gráfico



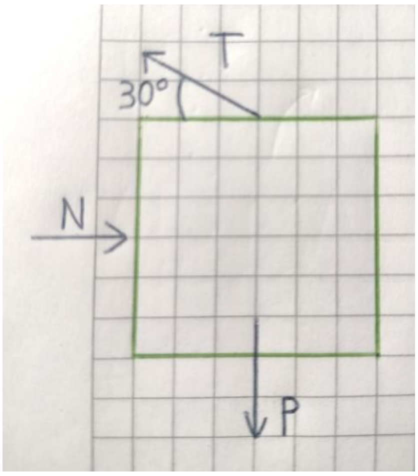
Ejercicio #2. Calcular la tensión del cable y la fuerza normal.



1) Cálculo del peso

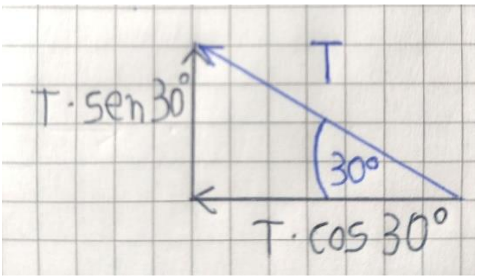
P = 61,5 kg · 9,8 $\frac{m}{s^2}$ → $\boxed{P = 602{,}7\ N}$

2) DCL

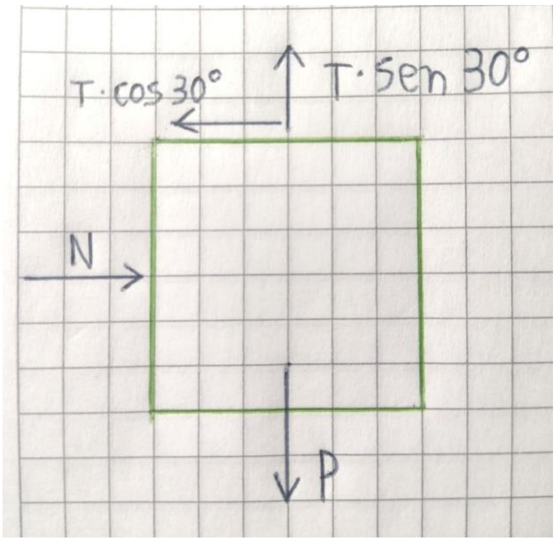


Ya que tenemos una fuerza diagonal, vamos a añadir un paso más para descomponerla en dos fuerzas (una vertical y una horizontal), para así poder trabajar más cómodamente.

3) Descomposición de fuerzas



4) DCL



A veces, en un mismo problema, será necesario dibujar más de un DCL para representar todas las nuevas fuerzas que vayan surgiendo a medida que resolvemos el problema. Hacer todos los que hagan falta.

5) Condición de equilibrio estático

– Método analítico

$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_H = 0 \wedge \Sigma F_V = 0$

$\downarrow^{+}$ $\Sigma F_V = 0$

$P - T \cdot \text{sen } 30º = 0 \rightarrow P = T \cdot \text{sen } 30º \rightarrow T = \frac{P}{\text{sen } 30º} \rightarrow T = \frac{602{,}7 \text{ N}}{\text{sen } 30º} \rightarrow$

$\boxed{T = 1205{,}4 \text{ N}}$

$\rightarrow^{+}$ $\Sigma F_H = 0$

$N - T \cdot \cos 30º = 0 \rightarrow N = T \cdot \cos 30º \rightarrow N = 1205{,}4 \text{ N} \cdot \cos 30º \rightarrow$

$\boxed{N = 1043{,}9 \text{ N}}$

– Método gráfico

a) Escala = $\frac{602{,}7 \text{ N}}{5 \text{ cm}}$

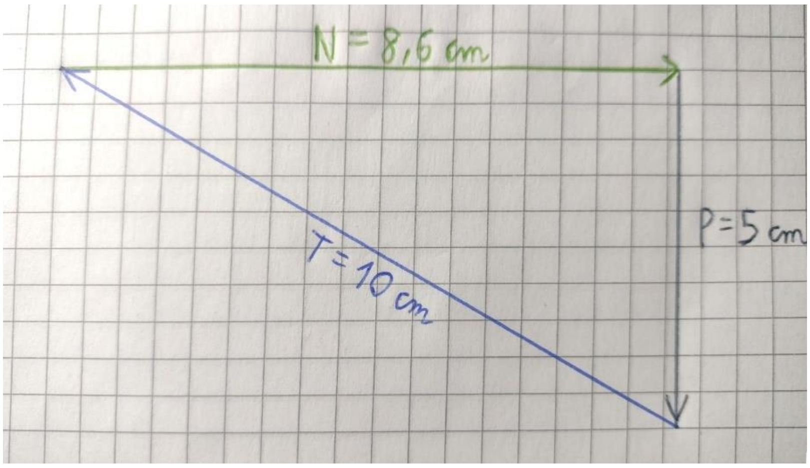
b) Determinación del tamaño de cada fuerza

$\boxed{P = 602{,}7 \text{ N} = 5 \text{ cm}}$

3) Representación

– Resolución

1. Trazar todas las fuerzas conocidas una detrás de la otra.
2. Trazar una dirección de incógnita por el punto de inicio.
3. Trazar la otra dirección incógnita por el punto final.
4. Determinación del módulo de cada fuerza.



4) Determinación del módulo de cada vector

T = 10 cm → $T = \frac{602{,}7\ N \cdot 10\ cm}{5\ cm}$ → $\boxed{T = 1205{,}4\ N}$

N = 8,6 cm → $N = \frac{602{,}7\ N \cdot 8{,}6\ cm}{5\ cm}$ → $\boxed{N = 1036{,}6\ N}$

5) Cálculo del error

$$\boxed{\varepsilon = \frac{(\text{Resultado del método analítico} - \text{Resultado del método gráfico})}{(\text{Resultado del método analítico})} \cdot 100}$$

$\varepsilon_T = \frac{1205{,}4\ N - 1205{,}4\ N}{1205{,}4\ N} \cdot 100$ → $\boxed{\varepsilon_T = 0\%}$

$\varepsilon_N = \frac{1043{,}9\ N - 1036{,}6\ N}{1043{,}9\ N} \cdot 100$ → $\boxed{\varepsilon_N = 0{,}7\%}$

Se tolerará un margen de error del ±5%.

Fuerza de rozamiento o roce

Depende de los materiales en contacto (dos cuerpos en contacto).

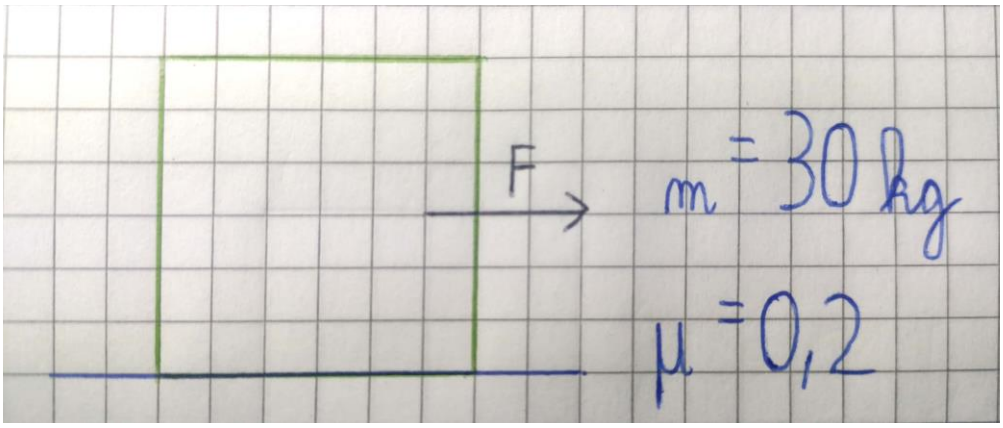
Depende de la fuerza de contacto entre superficies (fuerza normal).

Fuerza de roce máxima = coeficiente de rozamiento · fuerza normal →

$\boxed{F_r = \mu \cdot N}$

El coeficiente de rozamiento (μ) es un número sin unidades.

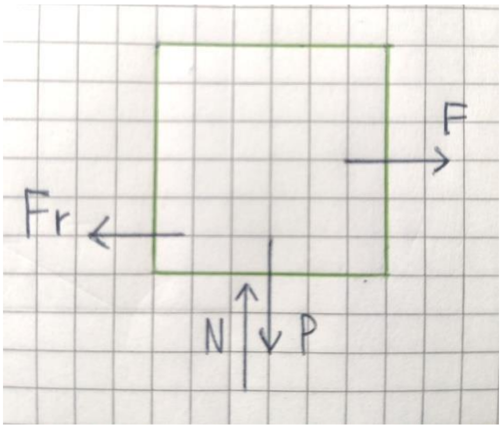
Ejercicio #1. Calcular el valor máximo de roce antes de que se inicie el movimiento del cuerpo.



1) Cálculo del peso

$P = m \cdot g$ → $P = 30\ kg \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2}$ → $\boxed{P = 294\ N}$

2) DCL



3) Condición de equilibrio estático

– Método analítico

$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_H = 0 \wedge \Sigma F_V = 0$

$\downarrow^{+} \Sigma F_V = 0$

$P - N = 0 \rightarrow N = P \rightarrow \boxed{N = 294\ N}$

$\rightarrow^{+} \Sigma F_H = 0$

$F - F_r = 0 \rightarrow \boxed{F = F_r}$

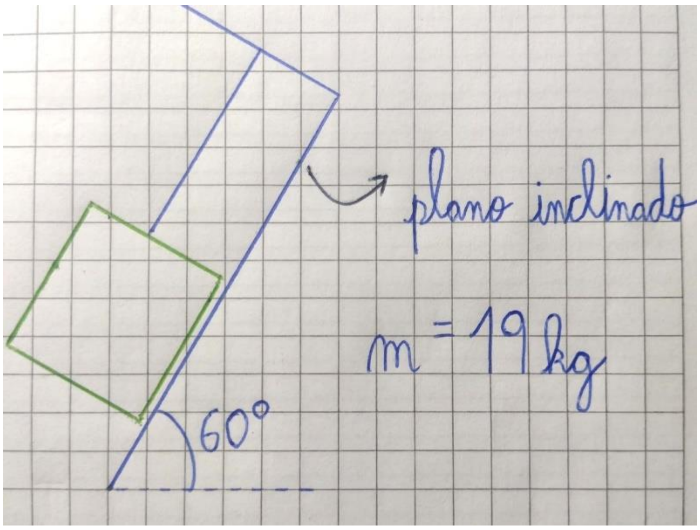
4) Cálculo de la fuerza de roce

$F_r = \mu \cdot N \rightarrow F_r = 0{,}2 \cdot 294\ N \rightarrow \boxed{F_r = 58{,}8\ N} \rightarrow$ Valor máximo de roce

Reemplazamos:

$F = F_r \rightarrow \boxed{F = 58{,}8\ N}$

Ejercicio #2. Calcular la tensión en el cable.

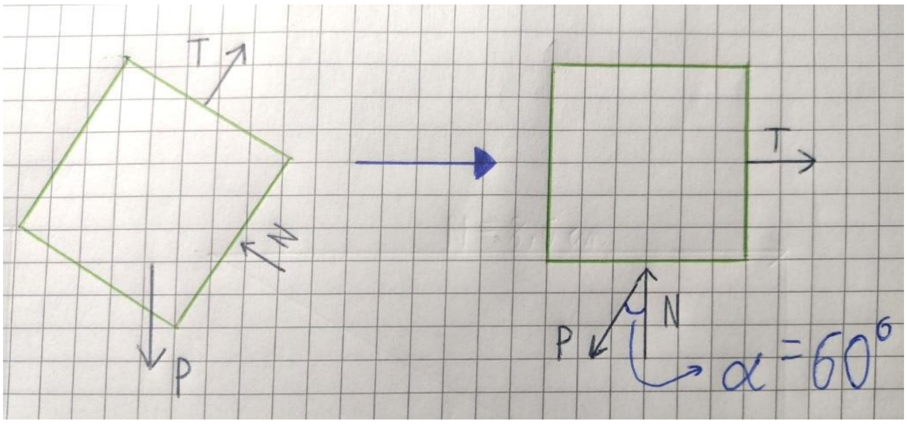


Aquí no se indica ningún coeficiente de rozamiento, por lo que asumimos que las superficies son lisas.

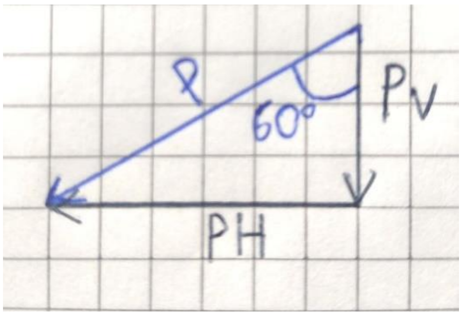
1) Cálculo del peso

$P = m \cdot g \rightarrow P = 19\ kg \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \rightarrow \boxed{P = 186{,}2\ N}$

2) DCL



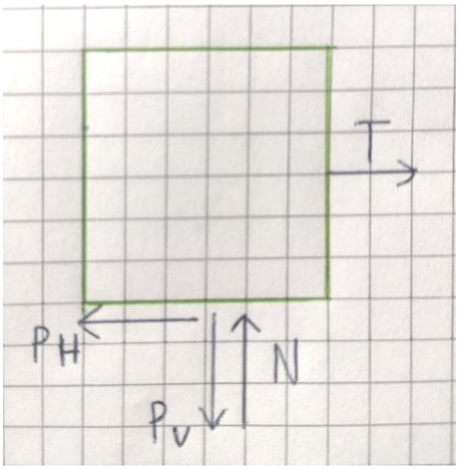
3) Descomposición de fuerzas



$P_H = P \cdot \text{sen } 60º \rightarrow \boxed{P_H = 161{,}25\ N}$

$P_V = P \cdot \cos 60º \rightarrow \boxed{P_V = 93{,}1\ N}$

4) DCL



5) Condición de equilibrio estático

Método analítico

$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_H = 0 \wedge \Sigma F_V = 0$

$\downarrow^{+} \Sigma F_V = 0$
$P_V - N = 0 \rightarrow N = P_V \rightarrow \boxed{N = 93{,}1\ N}$

$\rightarrow^{+} \Sigma F_H = 0$
$T - P_H = 0 \rightarrow T = P_H \rightarrow \boxed{T = 161{,}25\ N}$

– Método gráfico

1) Determinación de una escala

Escala = $\frac{186{,}2\ \mathrm{N}}{10\ \mathrm{cm}}$

2) Determinación del tamaño de cada vector

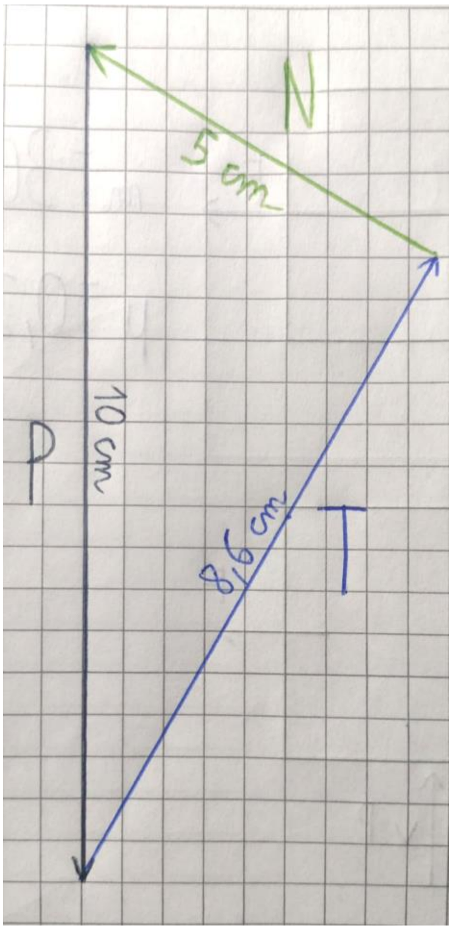
$\boxed{P = 186{,}25\ N = 10\ cm}$

3) Representación y cálculo

Como el único dato que tenemos es P, para dibujar las otras dos fuerzas (T y N), cuyos valores son desconocidos si aplicamos este método por primera vez, tenemos que guiarnos del gráfico inicial que nos brinda el problema. En este caso, sabemos que:

- Como hay tres medidas que debemos representar (P, T y N), el gráfico tendrá forma de triángulo.
- P será una fuerza vertical hacia abajo.
- Entre P y N se forma un ángulo de 60º.
- Entre N y T se forma un ángulo de 90º.
- El ángulo restante, entre P y T, por lo tanto, será de 30º.

Así, el gráfico nos queda de esta forma:



4) Determinación del módulo de cada vector

T = 8,6 cm → $T = \frac{186{,}2\ \mathrm{N} \cdot 8{,}6\ \mathrm{cm}}{10\ \mathrm{cm}}$ → $\boxed{T = 160{,}13\ \mathrm{N}}$

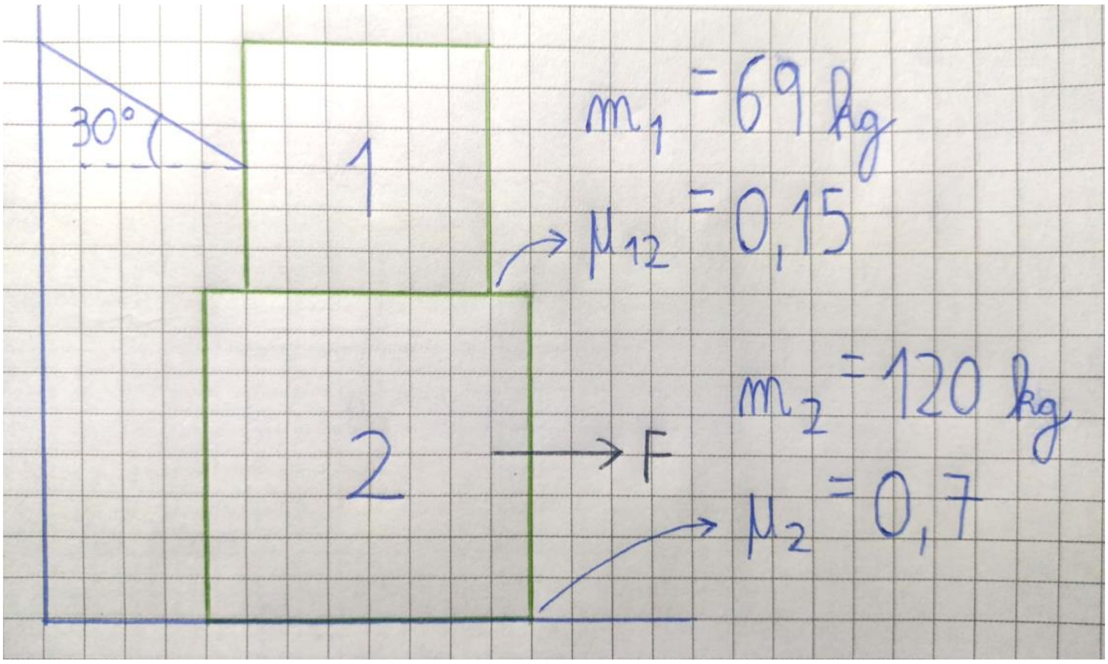
N = 5 cm → $N = \frac{186{,}2\ \mathrm{N} \cdot 5\ \mathrm{cm}}{10\ \mathrm{cm}}$ → $\boxed{N = 93{,}1\ \mathrm{N}}$

5) Cálculo del error

$\varepsilon_T = \frac{161{,}25\ \mathrm{N} - 160{,}13\ \mathrm{N}}{161{,}25\ \mathrm{N}} \cdot 100$ → $\boxed{\varepsilon_T = 0{,}7\%}$

$\varepsilon_N = \frac{93{,}1\ \mathrm{N} - 93{,}1\ \mathrm{N}}{93{,}1\ \mathrm{N}} \cdot 100$ → $\boxed{\varepsilon_N = 0\%}$

Ejercicio #3. Calcular la fuerza máxima antes de iniciar el movimiento del cuerpo 2.

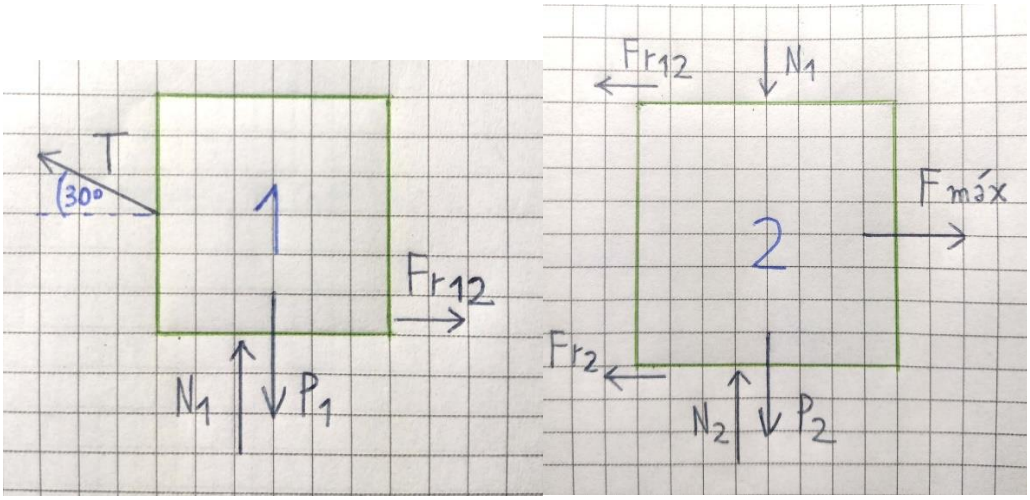


1) Cálculo de los pesos

$P_1 = m_1 \cdot g \rightarrow P_1 = 69\ kg \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \rightarrow \boxed{P_1 = 676\ N}$

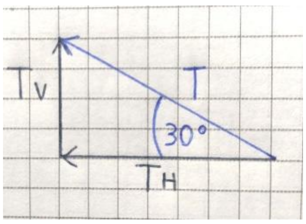
$P_2 = m_2 \cdot g \rightarrow P_2 = 120\ kg \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \rightarrow \boxed{P_2 = 1176\ N}$

2) DCL (trabajar con cada cuerpo por separado)



Para el cuerpo 1

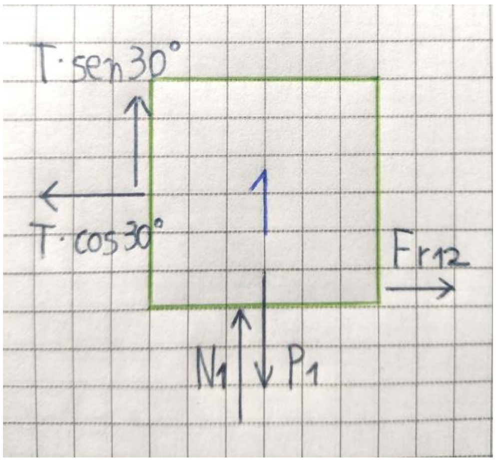
3) Descomposición de las fuerzas



$\boxed{T_H = T \cdot \cos 30º}$

$\boxed{T_V = T \cdot \text{sen } 30º}$

4) DCL



5) Condiciones de equilibrio estático

$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_H = 0 \wedge \Sigma F_V = 0$

$\leftarrow^{+} \Sigma F_H = 0$

$\boxed{T \cdot \cos 30º - F_{r12} = 0} \rightarrow (1)$

$\boxed{F_{r12} = \mu_{12} \cdot N_1} \rightarrow (2)$

$\downarrow^{+} \Sigma F_V = 0$

$\boxed{P_1 - N_1 - T \cdot \text{sen } 30º = 0} \rightarrow (3)$

– Reemplazo (2) en (1)

$\boxed{T \cdot \cos 30º - \mu_{12} \cdot N_1 = 0}$

– Despejar N_1 de (3)

$\boxed{P_1 - T \cdot \text{sen } 30º = N_1}$

– Reemplazar N_1 en (1)

$T \cdot \cos 30º - \mu_{12} \cdot (P_1 - T \cdot \text{sen } 30º) = 0 \rightarrow$

$T \cdot \cos 30º - \mu_{12} \cdot P_1 + \mu_{12} \cdot T \cdot \text{sen } 30º = 0 \rightarrow$

$T \cdot \cos 30º + \mu_{12} \cdot T \cdot \text{sen } 30º = \mu_{12} \cdot P_1 \rightarrow$

$T (\cos 30º + \mu_{12} \cdot \text{sen } 30º) = \mu_{12} \cdot P_1 \rightarrow$

$$T = \frac{\mu_{12} \cdot P_1}{\cos 30º + \mu_{12} \cdot \text{sen } 30º} \rightarrow T = \frac{0{,}15 \cdot 676 \text{ N}}{\cos 30º + 0{,}15 \cdot \text{sen } 30º} \rightarrow \boxed{T = 108 \text{ N}}$$

– Resolver ③

$P_1 - T \cdot \text{sen } 30º = N_1 \rightarrow 676\ N - 108\ N \cdot \text{sen } 30º = N_1 \rightarrow \boxed{N_1 = 622\ N}$

– Resolver ②

$F_{r12} = \mu_{12} \cdot N_1 \rightarrow F_{r12} = 0{,}15 \cdot 622\ N \rightarrow \boxed{F_{r12} = 93\ N}$

Para el cuerpo 2

$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_H = 0 \wedge \Sigma F_V = 0$

$\uparrow^{+} \Sigma F_V = 0$

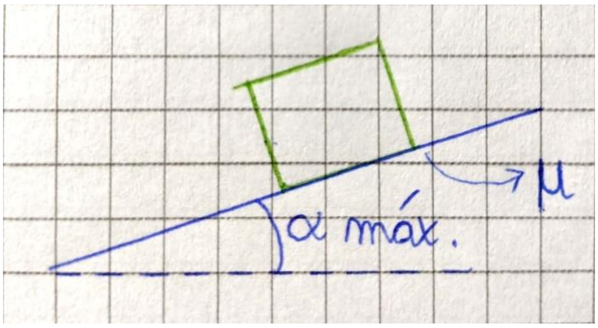
$N_2 - N_1 - P_2 = 0 \rightarrow N_2 = N_1 + P_2 \rightarrow N_2 = 622\ N + 1176\ N \rightarrow \boxed{N_2 = 1798\ N}$

$F_{r2} = \mu_2 \cdot N_2 \rightarrow F_{r2} = 0{,}7 \cdot 1798\ N \rightarrow \boxed{F_{r2} = 1258\ N}$

$\rightarrow^{+} \Sigma F_H = 0$

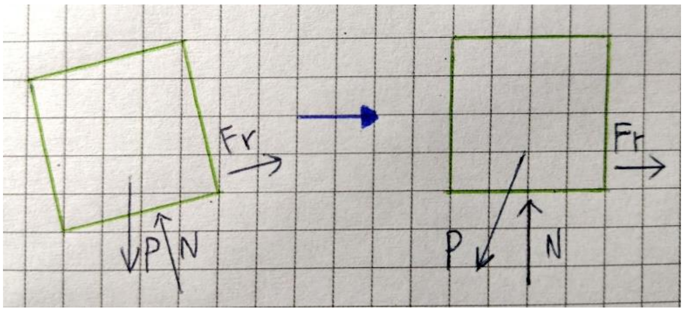
$F_{máx} - F_{r12} - F_{r2} = 0 \rightarrow F_{máx} = F_{r12} + F_{r2} \rightarrow F_{máx} = 93\ N + 1258\ N \rightarrow$
$\boxed{F_{máx} = 1351\ N}$

Ejercicio #4. Encontrar el $\theta_{máx}$ (ángulo máximo) antes de que el cuerpo empiece a deslizarse por el plano inclinado.

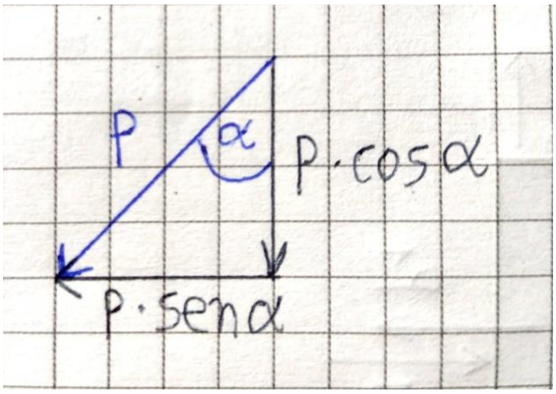


En este ejercicio no nos dan ningún dato numérico. Deberemos resolver como siempre, usando las fórmulas que conocemos, para llegar a un resultado que satisfaga lo que pide el enunciado. En este caso, tenemos que encontrar una relación entre θ y μ.

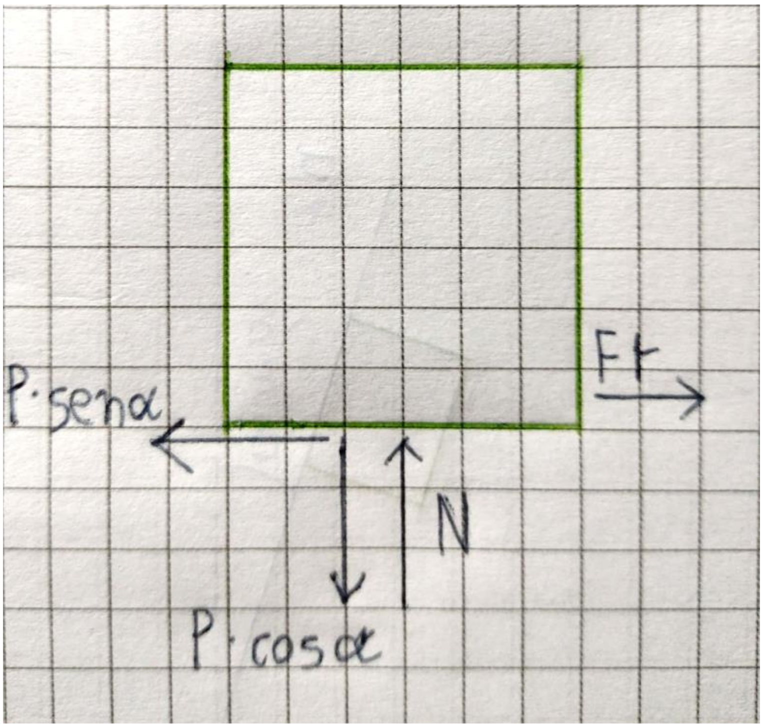
1) DCL



2) Descomposición



3) DCL



4) Condiciones de equilibrio estático

$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_H = 0 \wedge \Sigma F_V = 0$

$\downarrow^{+} \Sigma F_V = 0$

$N - P \cdot \cos\theta = 0 \rightarrow \boxed{N = P \cdot \cos\theta}$

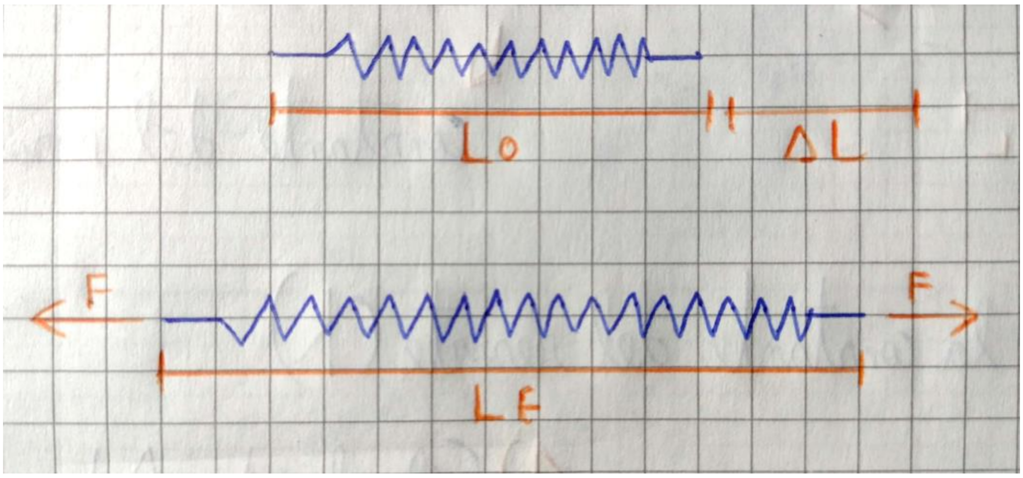
$F_r = \mu \cdot N \rightarrow \boxed{F_r = \mu \cdot P \cdot \cos\theta}$

$\rightarrow^{+} \Sigma F_H = 0$

$F_r - P \cdot \text{sen}\,\theta = 0 \rightarrow \mu \cdot P \cdot \cos\theta - P \cdot \text{sen}\,\theta = 0 \rightarrow$

$\mu \cdot P \cdot \cos\theta = P \cdot \text{sen}\,\theta \rightarrow \mu \cdot \cos\theta = \text{sen}\,\theta \rightarrow \mu = \frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} \rightarrow \boxed{\mu = \tan\theta}$

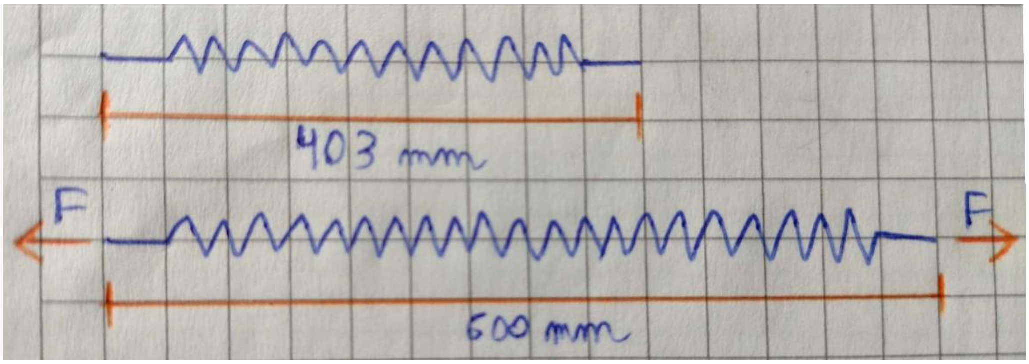
Resortes



L_0 = Longitud inicial
L_f = Longitud final
F = Fuerza
ΔL = Delta (variación) de longitud

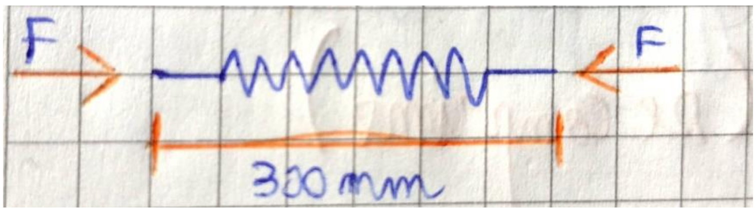
$\boxed{\Delta L = L_f - L_0}$

Ejercicio #1. Calcular la variación de longitud.



$\Delta L = L_f - L_0 \rightarrow \Delta L = 600 \text{ mm} - 403 \text{ mm} \rightarrow \boxed{\Delta L = 197 \text{ mm}} \rightarrow$

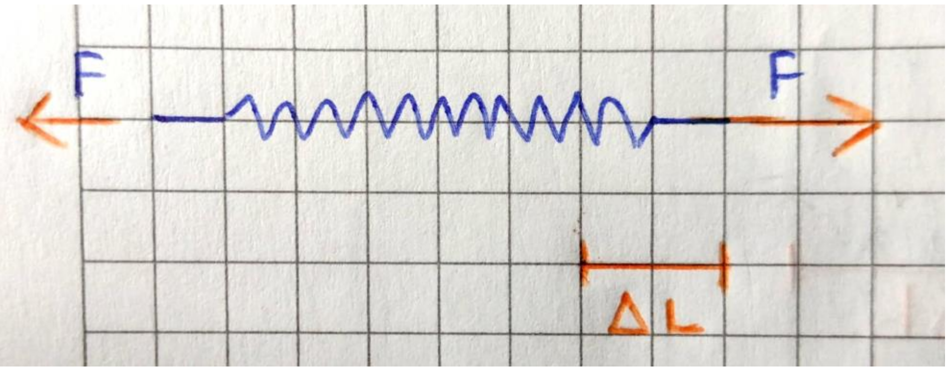
Signo positivo $\rightarrow$ $\boxed{\text{Fuerza de tracción}}$



$\Delta L = L_f - L_0 \rightarrow \Delta L = 300 \text{ mm} - 403 \text{ mm} \rightarrow \boxed{\Delta L = -103 \text{ mm}} \rightarrow$

Signo negativo $\rightarrow$ $\boxed{\text{Fuerza de compresión}}$

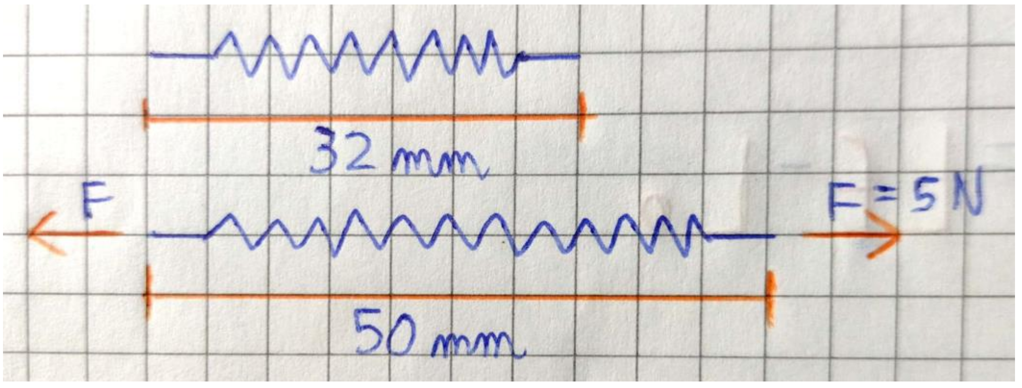
Resorte ideal



$\boxed{F = K \cdot \Delta L}$

K es la constante del resorte.

Ejercicio #2. Calcular la constante del resorte (K).



1) Cálculo del ΔL

$\Delta L = L_f - L_0 \rightarrow \Delta L = 50\text{ mm} - 32\text{ mm} \rightarrow \boxed{\Delta L = 18\text{ mm}}$

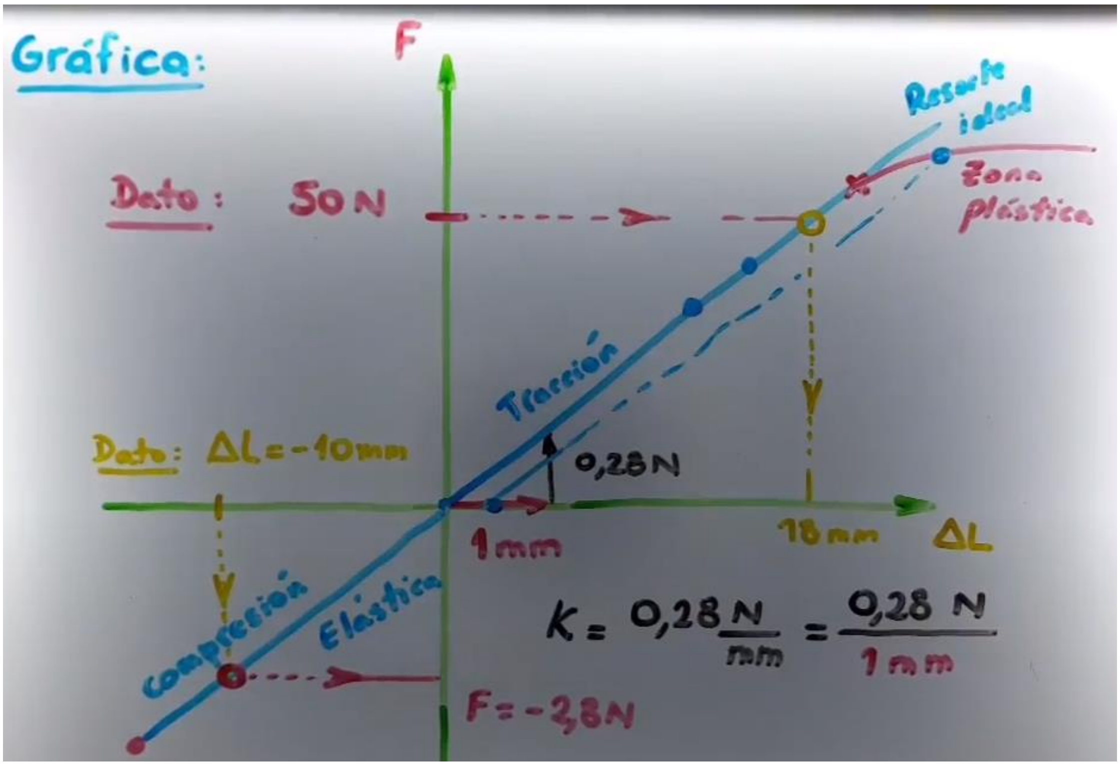
2) Cálculo de la constante del resorte

$F = K \cdot \Delta L \rightarrow K = \frac{F}{\Delta L} \rightarrow K = \frac{5\text{ N}}{18\text{ mm}} \rightarrow \boxed{K = 0{,}28\,\frac{\text{N}}{\text{mm}}}$

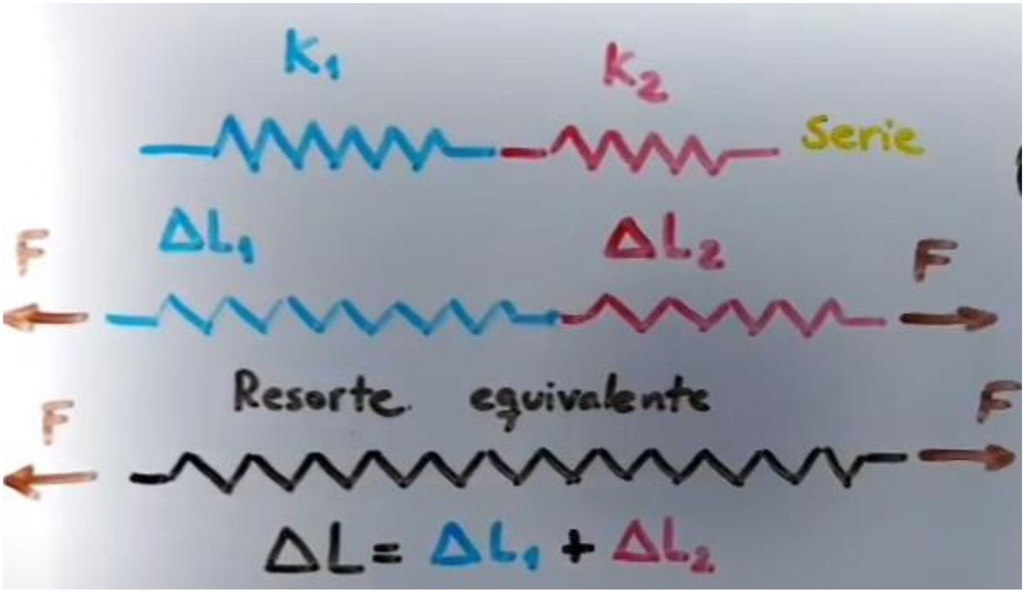
Ejercicio #3. En el resorte anterior se aplica una fuerza y se obtiene un ΔL = -10 mm. ¿Cuánto vale la fuerza aplicada?

$F = K \cdot \Delta L \rightarrow F = 0{,}28\,\frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot (-10\text{ mm}) \rightarrow \boxed{F = -2{,}8\text{ N}}$

Como ΔL es **negativo**, podemos afirmar que el resorte se **comprime**.



Resortes en serie



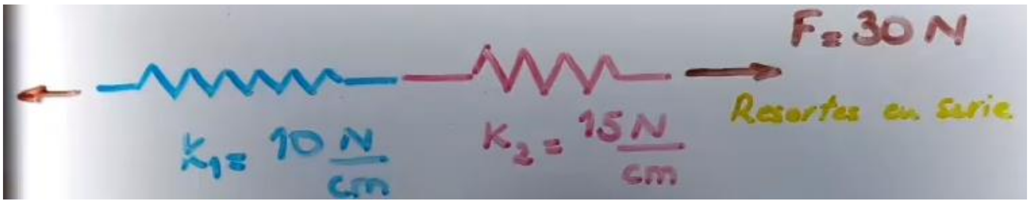
$\boxed{\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2}$

$F = K \cdot \Delta L \rightarrow \boxed{\frac{F}{K} = \Delta L}$

$\frac{F}{Keq} = \frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2} \rightarrow \boxed{\frac{1}{Keq} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$

Keq es el resorte equivalente.

Ejercicio #4. Calcular cuánto se alargan los resortes dibujados, y cuánto se alarga el resorte equivalente.



1) Cálculo del alargamiento de cada resorte

$F = K \cdot \Delta L \rightarrow \Delta L = \frac{F}{K}$

$\Delta L_1 = \frac{F}{K_1} \rightarrow \Delta L_1 = \frac{30\ N}{10\ \frac{N}{cm}} \rightarrow \boxed{\Delta L_1 = 3\ cm}$

$\Delta L_2 = \frac{F}{K_2} \rightarrow \Delta L_2 = \frac{30\ N}{15\ \frac{N}{cm}} \rightarrow \boxed{\Delta L_2 = 2\ cm}$

$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 \rightarrow \boxed{\Delta L = 5\ cm}$

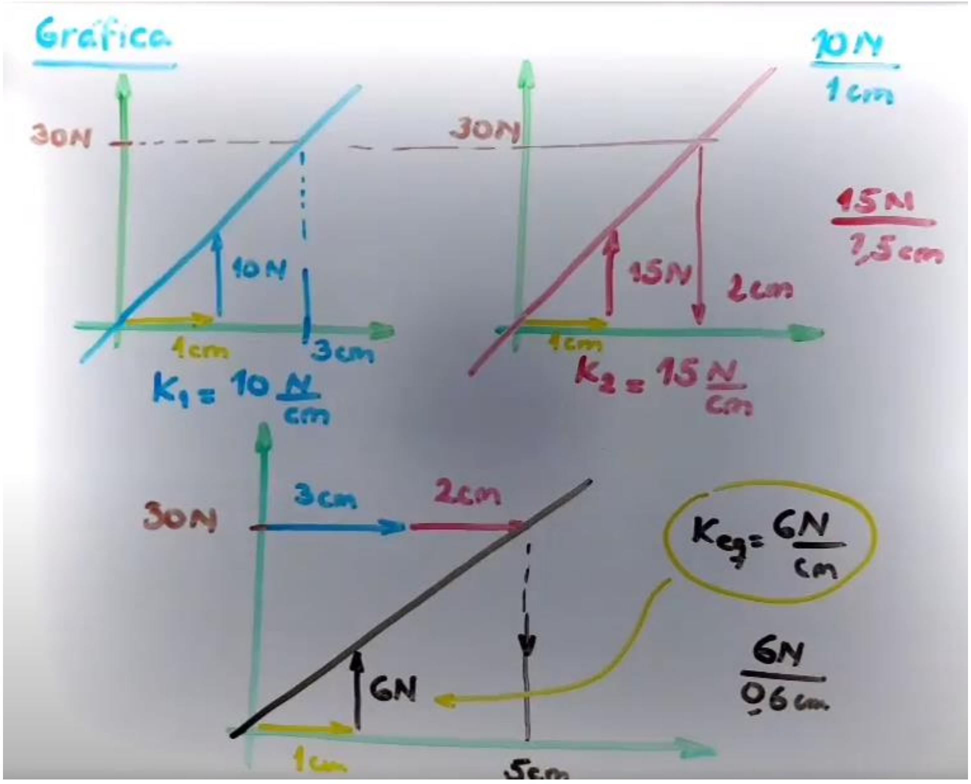
2) Trabajo con un resorte equivalente

Para resortes en serie $\rightarrow \frac{1}{Keq} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$

$\frac{1}{Keq} = \frac{1}{10\ \frac{N}{cm}} + \frac{1}{15\ \frac{N}{cm}} \rightarrow \frac{1}{Keq} = \frac{1}{6\ \frac{N}{cm}} \rightarrow \boxed{Keq = 6\ \frac{N}{cm}}$

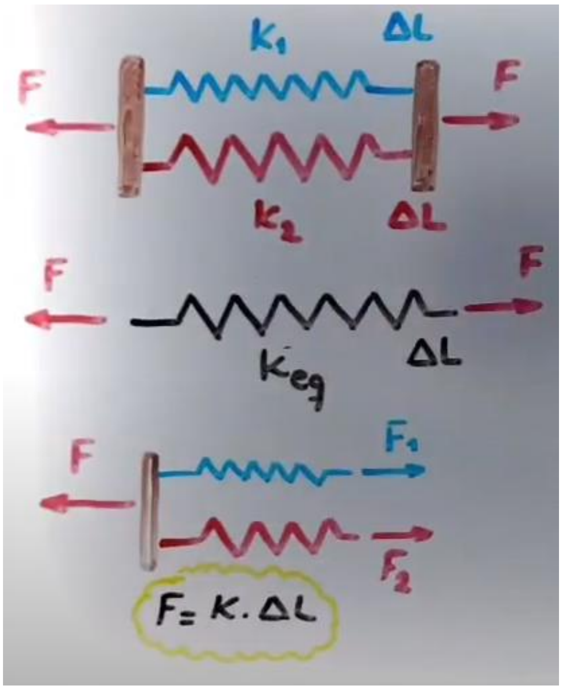
$\Delta L = \frac{F}{K} \rightarrow \Delta L = \frac{30\ N}{6\ \frac{N}{cm}} \rightarrow \boxed{\Delta L = 5\ cm}$

Como se puede apreciar, el ΔL del resorte equivalente coincide con la suma de los ΔL de cada resorte por separado. Si estos no llegasen a coincidir, es porque algo hemos hecho mal. Ambos valores son exactamente lo mismo, solo que fueron trabajados de manera distinta (una con cada resorte por separado, y otra con un solo resorte equivalente).



Resortes en paralelo

Tienen igual alargamiento ΔL.

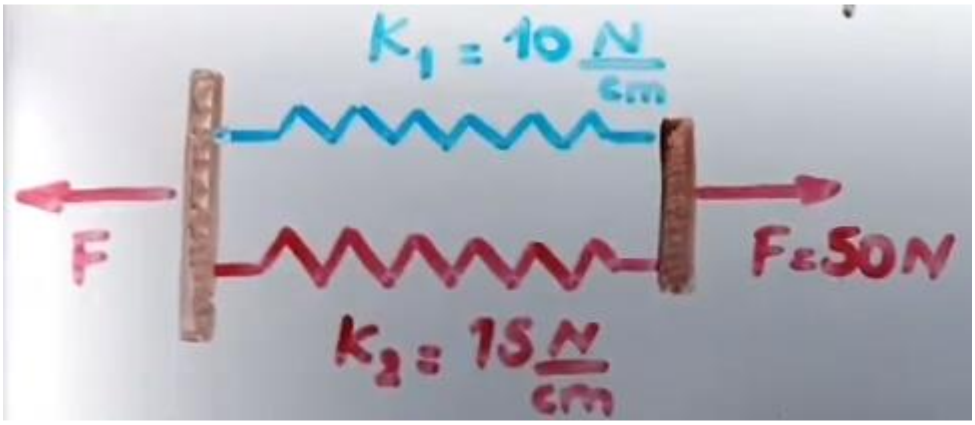


$\boxed{\Delta L_1 = \Delta L_2 = \Delta L}$

$\boxed{F = F_1 + F_2}$

$Keq \cdot \Delta L = K_1 \cdot \Delta L + K_2 \cdot \Delta L \rightarrow \boxed{Keq = K_1 + K_2}$

Ejercicio #5. Calcular la fuerza que entrega cada resorte



1) Cálculo del resorte equivalente

$Keq = K_1 + K_2 \rightarrow Keq = 10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}} + 15\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}} \rightarrow \boxed{Keq = 25\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}}}$

2) Cálculo del ΔL

$F = Keq \cdot \Delta L \rightarrow \Delta L = \frac{F}{Keq} \rightarrow \Delta L = \frac{50\ \mathrm{N}}{25\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}}} \rightarrow \boxed{\Delta L = 2\ \mathrm{cm}}$

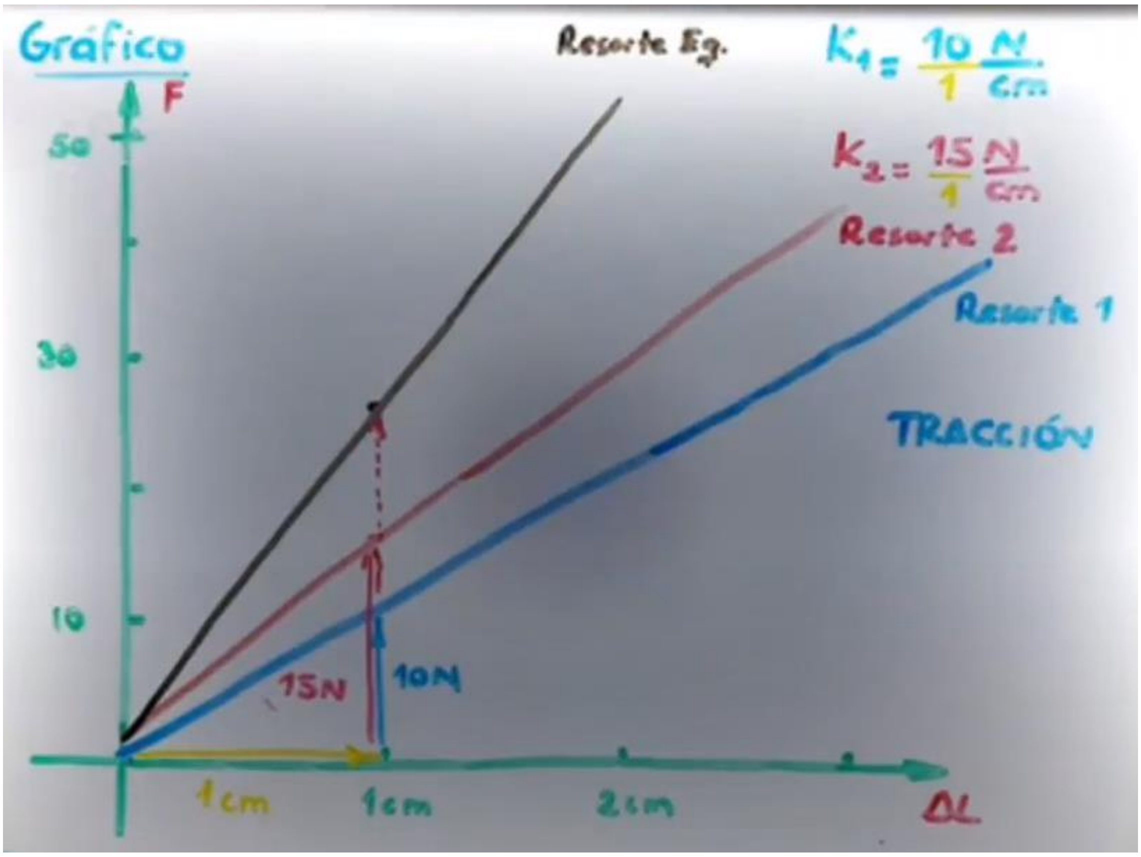
3) Cálculo de la fuerza de cada resorte

$F_1 = K_1 \cdot \Delta L \rightarrow F_1 = 10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}} \cdot 2\ \mathrm{cm} \rightarrow \boxed{F_1 = 20\ \mathrm{N}}$

$F_2 = K_2 \cdot \Delta L \rightarrow F_2 = 15\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}} \cdot 2\ \mathrm{cm} \rightarrow \boxed{F_2 = 30\ \mathrm{N}}$

Para verificar si la fuerza de cada resorte es correcta, su suma debe ser igual a F = 50 N, que es uno de los datos que nos brinda el problema.

$F_1 + F_2 = F \rightarrow 20\ \mathrm{N} + 30\ \mathrm{N} = 50\ \mathrm{N} \rightarrow$ Es correcto

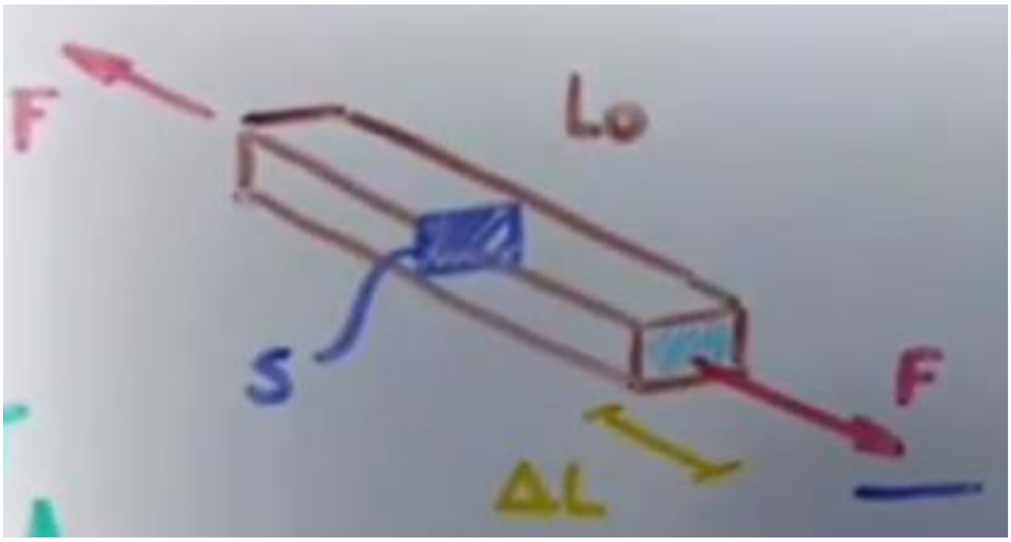


En resumen, para calcular el resorte equivalente de un problema, primero tengo que identificar si se trata de resortes en serie o resortes paralelos. Luego, aplico la fórmula que corresponde:

Para resortes en serie → $\frac{1}{Keq} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$

Para resortes en paralelo → $Keq = K_1 + K_2$

Ley de Hooke



L_0 = Longitud inicial
S = Sección o superficie
F = Fuerza
ΔL = Deformación

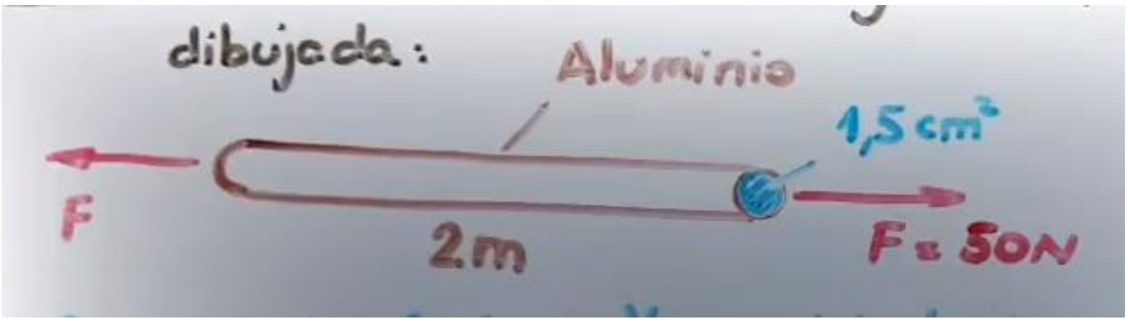
$\boxed{\sigma = \frac{F}{S}}$ → Tensión

$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}}$ → Deformación específica

$\boxed{\sigma = E \cdot \varepsilon}$

E es el módulo de elasticidad o **módulo de Young**, que es un parámetro que caracteriza el comportamiento de un material elástico. Depende de la dureza y del tipo de cada material (por ejemplo, el módulo de Young del aluminio será distinto al del titanio o al de la plata). Por lo general, se mide en $\frac{N}{m^2}$.

Ejercicio #1. Calcular cuánto se alarga la pieza dibujada:



1) Buscar el módulo de Young del aluminio

$$\boxed{E = 7{,}0 \cdot 10^{10}\ \frac{N}{m^2}}$$

2) Cálculo de ΔL a partir de la ley de Hooke

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \rightarrow \frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta L}{L_0} \rightarrow \boxed{\Delta L = \frac{F \cdot L_0}{S \cdot E}}$$

Reemplazamos:

$$\Delta L = \frac{50\ N \cdot 2\ m}{1{,}5\ cm^2 \cdot 7 \cdot 10^{10}\ \frac{N}{m^2}} \cdot \frac{100^2\ cm^2}{1^2\ m^2} \rightarrow \Delta L = \frac{50 \cdot 2\ m \cdot 10000}{1{,}5 \cdot 7 \cdot 10^{10}} \rightarrow$$

$$\boxed{\Delta L = 9{,}52 \cdot 10^{-6}\ m}$$

Momento de una fuerza

Para calcular el momento de una fuerza, usaremos el **teorema de Varignon**, que indica que el momento de la resultante es igual a la suma de los momentos de cada una de las fuerzas componentes.

$$M_{OR} = \Sigma M_O \rightarrow R \cdot d = \Sigma M_O \rightarrow d = \frac{\Sigma M_O}{R}$$

R es la fuerza resultante, que es simplemente la sumatoria de todas las fuerzas involucradas.

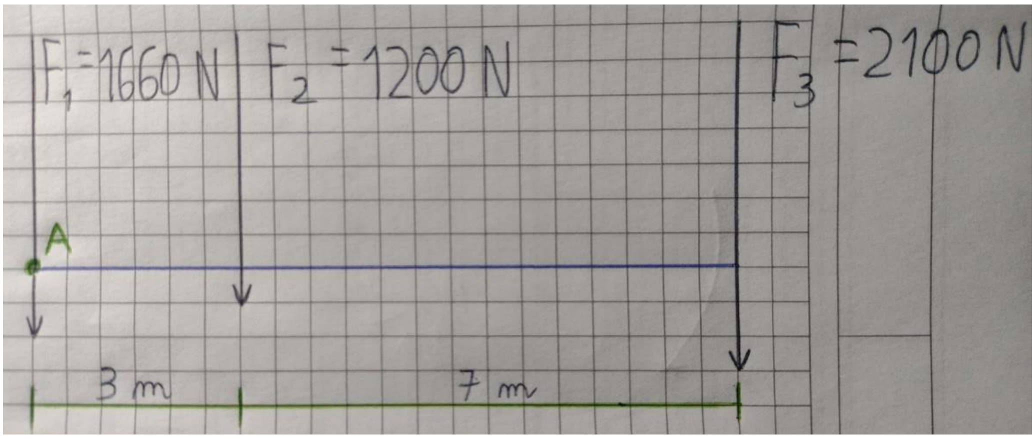
O (que figura en M_O) es el centro de giro. Es decir, M_O se refiere al momento de una fuerza con respecto a un centro de giro determinado.

$$\boxed{M_{OF} = F \cdot d}$$

d es la distancia con respecto al centro de giro.

En los momentos, entran en juego los **giros**. Es decir, ahora, en vez de indicar un sentido $\downarrow^+$, $\uparrow^+$, $\leftarrow^+$ o $\rightarrow^+$, debemos fijarnos para dónde gira un cuerpo cuando aplicamos una fuerza: en sentido horario ($\circlearrowright^+$) o en sentido antihorario ($\circlearrowleft^+$). También debemos tener en cuenta la distancia que hay con respecto al punto de giro. Si una fuerza es aplicada justo por encima del punto de giro, entonces el cuerpo no girará, y por lo tanto, se anula su momento.

Ejercicio #1. Encontrar la fuerza resultante (R) y su ubicación (d)



$R = F_1 + F_2 + F_3$

$\boxed{R = 4960 \text{ N}}$

Una vez que tenemos la resultante, podemos calcular la distancia de esta. Para ello, aplicamos la fórmula vista antes, y elegimos el sentido $\circlearrowright^{+}$. Nótese como el punto de giro se llama A esta vez.

$$d = \frac{\Sigma M_A}{R} \rightarrow d = \frac{M_{AF_1} + M_{AF_2} + M_{AF_3}}{R} \rightarrow d = \frac{F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2 + F_3 \cdot d_3}{R} \rightarrow$$

$$d = \frac{1660 \text{ N} \cdot 0 \text{ m} + 1200 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} + 2100 \text{ N} \cdot 10 \text{ m}}{4960 \text{ N}} \rightarrow \boxed{d = 4{,}96 \text{ m}}$$

Acabamos de resolver el problema mediante el método analítico. Veamos cómo se resuelve mediante el método gráfico:

1) Determinación de una escala

Para determinar una escala, se recomienda hacerlo utilizando como referencia la fuerza más grande que nos brinde el problema (en este caso, es la de 2100 N), para asegurarnos de que todas las fuerzas nos entren en la hoja correctamente a la hora de graficar.

$$\text{Escala} = \frac{2100 \text{ N}}{10 \text{ cm}}$$

2) Determinación del tamaño de cada fuerza

Utilizamos regla de tres simple. Los resultados, en este caso, son:

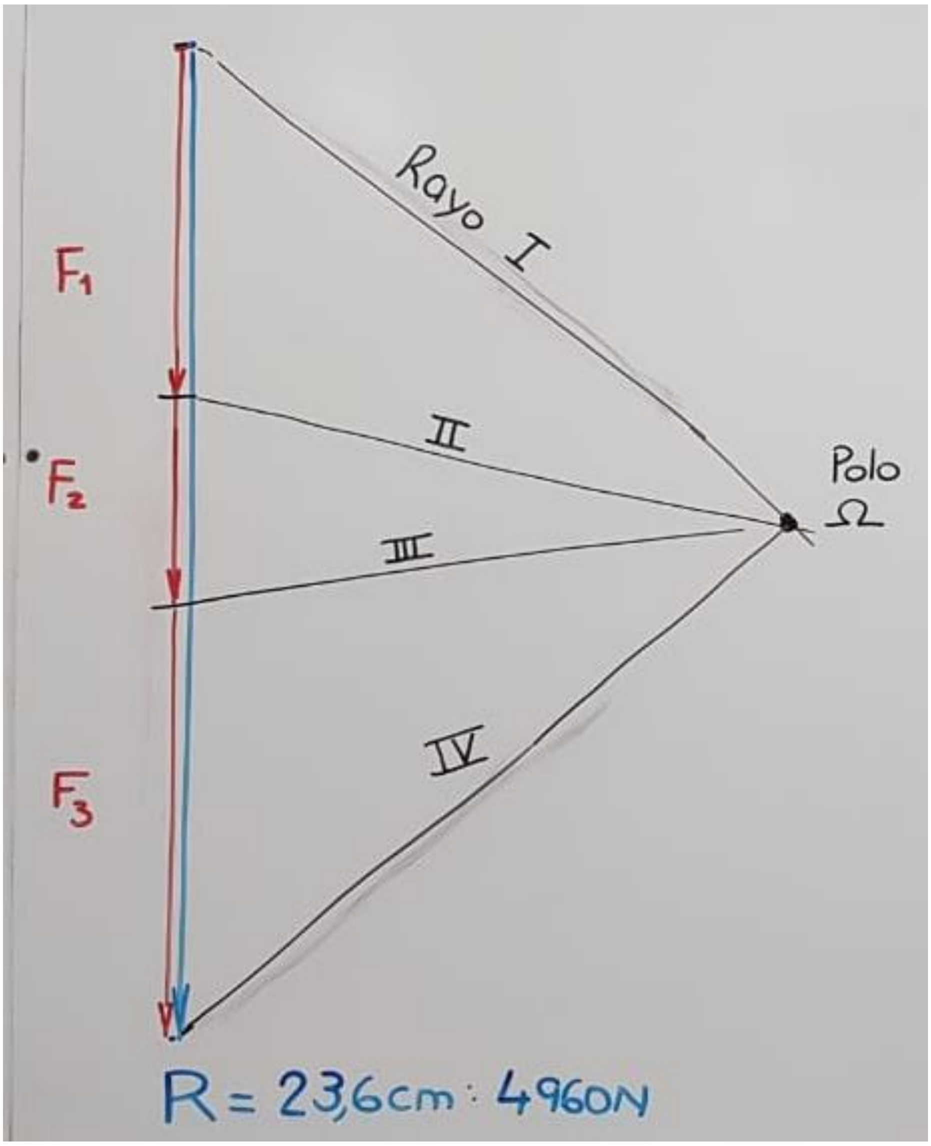
$F_1 = 1660 \text{ N} = 7{,}9 \text{ cm}$

$F_2 = 1200 \text{ N} = 5{,}7 \text{ cm}$

$F_3 = 2100 \text{ N} = 10 \text{ cm}$

3) Gráfico

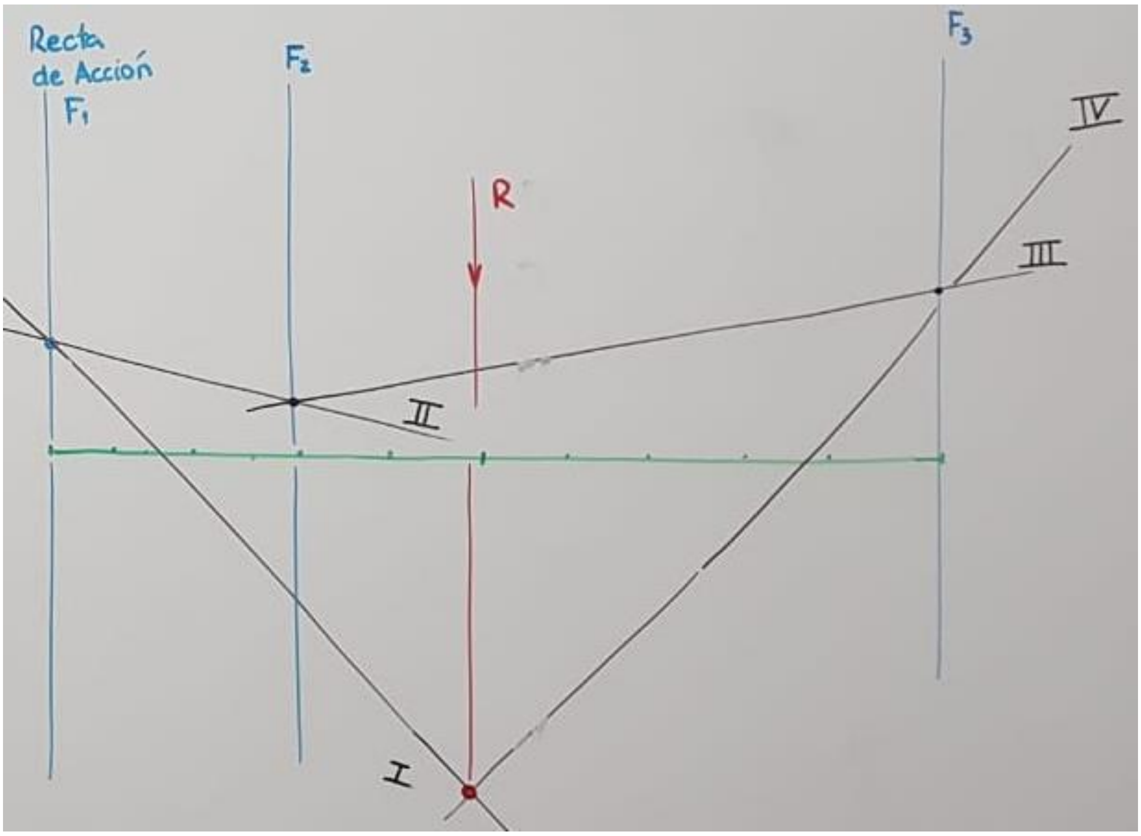
Para hacer el gráfico, necesitaremos la ayuda de dos reglas (preferiblemente dos escuadras). Para empezar, debemos poner una fuerza por debajo de la otra (es decir, como si estuviésemos colocando la fuerza resultante) con sus medidas correspondientes, y luego elegir a la derecha de la hoja un punto cualquiera, que puede estar donde queramos, al cual llamaremos Ω (polo). Se aconseja colocar el polo más o menos a media altura y con un poco de separación de las demás fuerzas, como se ve abajo. Luego, unimos desde donde comienza y termina cada fuerza hasta el polo: a esas líneas las llamaremos rayos. Siempre tendremos un rayo más que la cantidad de fuerzas que hay (en este caso, como hay tres fuerzas, tendremos cuatro rayos, que se denotan con números romanos -rayo I, rayo II, rayo III y rayo IV-). Nos debería quedar de esta forma:



Para continuar, debemos establecer una escala de longitud que se adecúe a las medidas del problema, porque las distancias originales estaban en metros, mientras que nosotros estamos trabajando en centímetros. La escala más cómoda para trabajar es la siguiente:

Escala de longitud = $\frac{10 \text{ m}}{10 \text{ cm}}$

Luego, dibujamos una recta de 10 cm (ya que en el problema original las fuerzas están dibujadas sobre una recta de 10 m) y trazamos, de forma vertical, las fuerzas involucradas con sus respectivas distancias. Nos tiene que quedar prácticamente igual al dibujo del enunciado del problema: dibujamos la F_1 justo al comienzo de la recta (d_1 = 0 m), la F_2 a los 3 cm (d_2 = 3 m) y la F_3 al final de la recta (d_3 = 10 m). A continuación, marcamos un punto en la F_1 (donde sea), y a partir de ese punto tenemos que dibujar los rayos. No nos importa mucho la medida de los rayos, pero sí sus ángulos de inclinación: es por eso que debemos ayudarnos de un par de escuadras, para transportar los rayos al segundo gráfico de la forma más sencilla y precisa posible (otra opción es hacerlo con un semicírculo, marcando los grados de inclinación de cada rayo y luego plasmarlos al segundo dibujo, aunque nos llevará más tiempo). Partimos del punto marcado en la F_1, y dibujamos el rayo I de forma prolongada. Luego, volvemos al punto marcado en la F_1, y desde ahí dibujamos el rayo II hasta que se corte con la F_2. A partir de ese punto de corte, dibujamos el rayo III hasta que se corte con la F_3. Finalmente, a partir de ese nuevo punto de corte, dibujamos el rayo IV, pero esta vez hacia abajo, de forma prolongada, hasta que se corte con el rayo I. Ese punto de corte que se forma entre el rayo I y el rayo IV es por donde pasará la fuerza resultante. Para que se entienda mejor, nos debería quedar de la siguiente forma:



Como vemos, la resultante corta a la recta horizontal un poquito antes de la mitad (o sea, un poco menos de 5 cm). Si transformamos esa medida a metros, nos debe dar un resultado parecido al que encontramos en el método analítico (que era 4,96 m, que justamente es un poco menos que 5 m, por lo que podemos estimar que el gráfico es correcto).

Nota: si no entendiste muy bien la explicación del teorema de Varignon o el procedimiento para hacer el gráfico, te recomiendo estos dos videos:

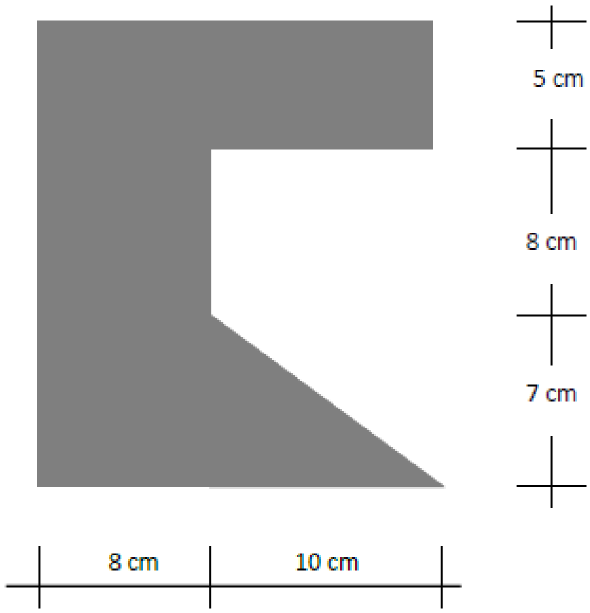
Teorema de Varignon (clic acá)

Gráfico para encontrar la ubicación de la resultante (clic acá) *[el tipo trabaja con fuerzas que no necesariamente son verticales, pero el procedimiento para graficar es exactamente el que nos enseñó el profe Pablo. En nuestro problema, absolutamente todas las fuerzas son verticales, lo cual nos facilita mucho el trabajo]*

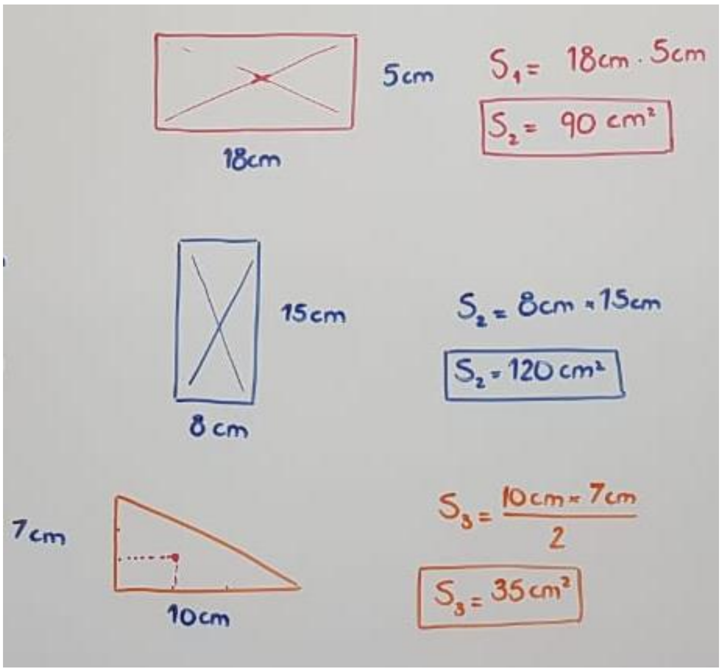
Baricentro

En el ámbito de la geometría, el baricentro es el punto en el cual se intersecan las medianas que pertenecen a un triángulo. En Física, el concepto se utiliza para nombrar el **centro de gravedad** de algún cuerpo. Para calcularlo, nos ayudaremos de conocimientos básicos de geometría y del teorema de Varignon.

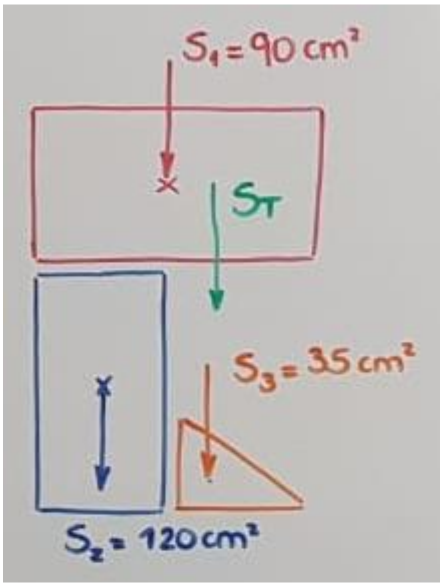
Ejercicio #1. Encontrar el baricentro de la siguiente figura plana:



1) Cálculo de la superficie de cada figura



2) Representación



Para la representación, se debe indicar dónde se encuentran los baricentros de cada figura por separado, puesto que estos son más fáciles de calcular. El baricentro de los dos rectángulos es simplemente el punto de intersección de las dos diagonales. El baricentro del triángulo es un poco más difícil de calcular: para obtenerlo, se debe trazar una línea desde la mitad de cada lado del triángulo hacia su respectivo vértice opuesto. El punto de intersección de las tres líneas será el baricentro del triángulo.

*Nota: te recomiendo este video corto que te explica **cómo calcular fácilmente el baricentro de un triángulo (clic acá)**.*

Una vez que calculemos los baricentros de cada figura, es importante conocer las distancias, puesto que las debemos tener en cuenta a la hora de aplicar el teorema de Varignon en el cuarto paso.

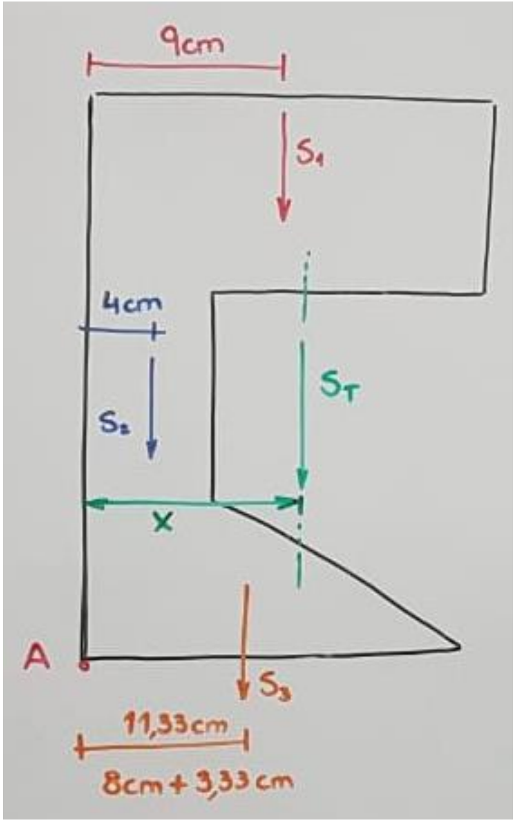
3) Cálculo de la superficie total

$$S_T = 90\,cm^2 + 120\,cm^2 + 35\,cm^2$$

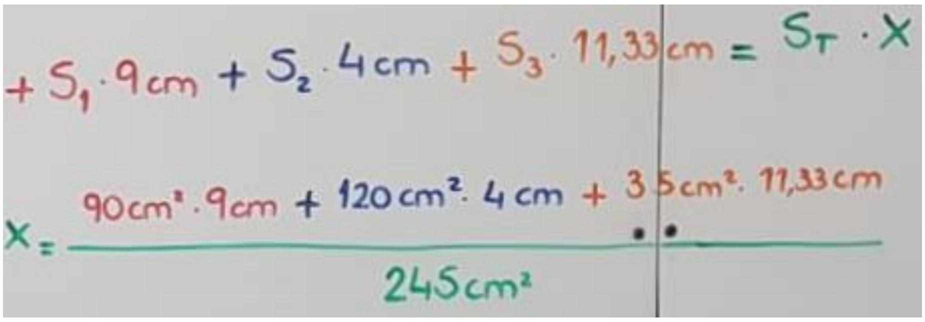
$$\boxed{S_T = 245\,cm^2}$$

4) Teorema de Varignon

Para determinar el baricentro, debemos calcular dos puntos: uno perteneciente a la coordenada x, y otro perteneciente a la coordenada y (que nos indica la altura). Empecemos calculando el punto de la coordenada x:

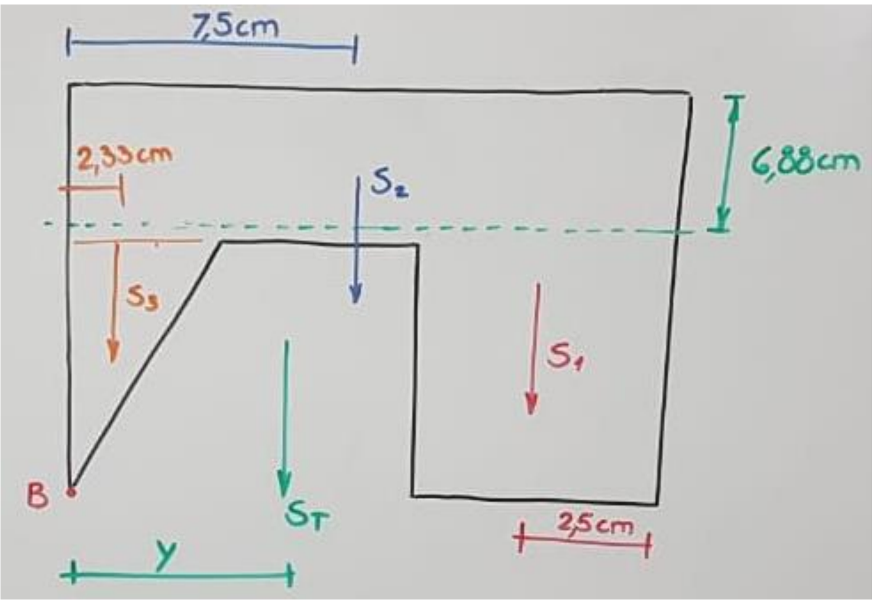


Tomamos el punto A como punto de giro, con sentido $\circlearrowright^{+}$.



Por lo tanto, $\boxed{x = 6,88\ cm}$.

Ahora calculamos el punto de la coordenada y. Para ello, debemos girar la figura 90º para que nos quede acostada, y aplicar exactamente el mismo procedimiento:



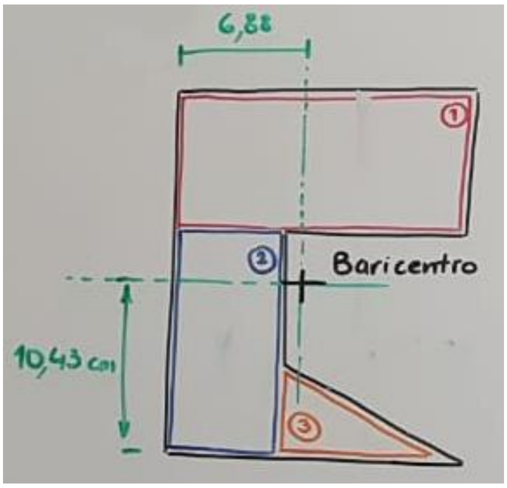
Esta vez, tomaremos un nuevo punto B como punto de giro, también con sentido +.

$$+\,S_1 \cdot (20cm - 2{,}5cm) + S_2 \cdot 7{,}5cm + S_3 \cdot 2{,}33cm = S_T \cdot y$$

$$y = \frac{90cm^2 \cdot 17{,}5cm + 120cm^2 \cdot 7{,}5cm + 35cm^2 \cdot 2{,}33cm}{245cm^2}$$

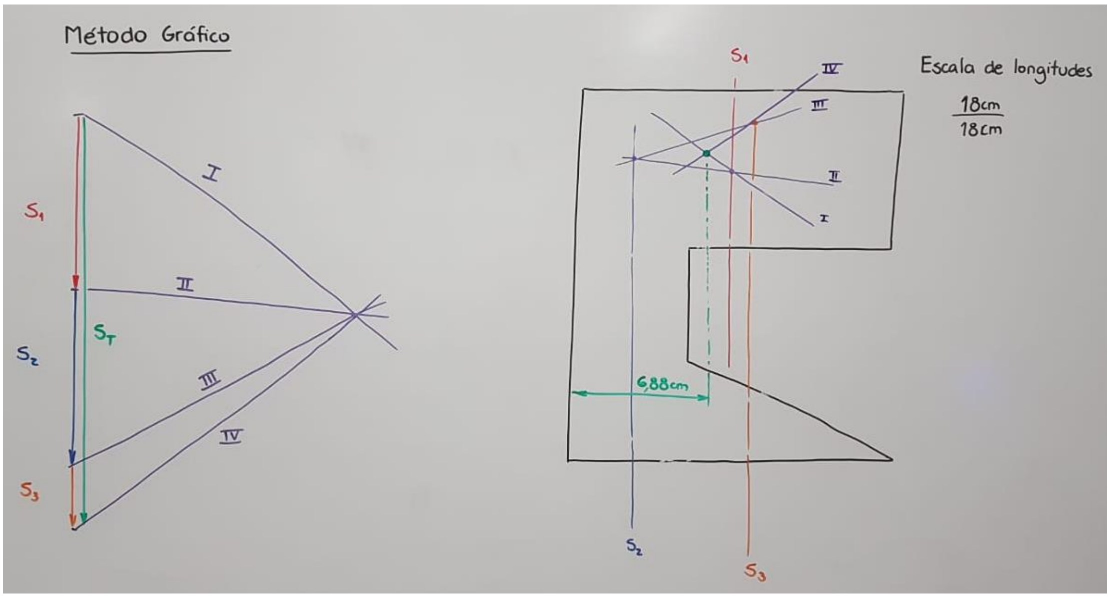
Por lo tanto, $\boxed{y = 10{,}43\ cm}$.

De esta forma, ya encontramos el baricentro de la figura original, que es el siguiente:



Nótese como el baricentro está fuera de la figura. Los baricentros no necesariamente deben estar dentro de la figura principal.

También podemos resolver este problema mediante el método gráfico, ya que se trata de un sistema de fuerzas no concurrentes a un punto que ya hemos graficado.



Nota: el gráfico está incompleto, pues falta dar vuelta el dibujo y volver a aplicar el método para encontrar la coordenada y, pero el procedimiento es exactamente el mismo. Dudo mucho que te tomen un ejercicio así en la prueba.