Работа 3.2.4

Свободные колебания в электрическом контуре

Цель работы: исследование свободных колебаний в колебательном контуре.

В работе используются: генератор импульсов, электронное реле, магазин сопротивлений, магазин емкостей индуктивность, электронный осциллограф, LCR-измеритель.

Экспериментальная установка:

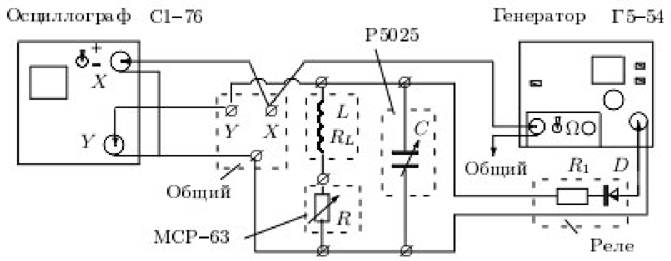

Рис. 1: Схема установки

Таблица 1: Параметры катушки

ν, Гц	L, мГн	R, Ом
50	145.65	10.516
1.000	141.66	11.45
5.000	142.36	136.2

Таблица 2: Параметры генератора

Период импульсов T_0, с	0.01
Частота генератора ν, Гц	100
Длительность импульсов	5 мкс

Обработка результатов

Вычисление периодов

Рассчитаем экспериментальные значения периодов колебаний по результатам измерений x_0, x, n. Используем формулу:

$$T_{\text{эксп}} = T_0 \frac{x}{n x_0}$$

Погрешность $T_{\text{эксп}}$:

$$\sigma_{T_{\text{эксп}}} = \sqrt{\left(\frac{T_0}{n x_0}\sigma_x\right)^2 + \left(\frac{T_0 x}{n x_0^2}\sigma_{x_0}\right)^2}$$

Найдем теоретические значения по формуле:

$$T_{\text{теор}} = 2\pi\sqrt{LC} \tag{1}$$

Погрешность теоретических значений пренебрежимо мала по сравнению с экспериментальными.

Построим график $T_{\text{эксп}} = f(T_{\text{теор}})$ (рис. 2). Используя метод наименьших квадратов, полагая, что график проходит через точку $(0, 0)$, найдем угловой коэффициент:

$$k = 0.95 \pm 0.06$$

Угловой коэффициент совпадает с единицей в пределах погрешности, поэтому можно считать, что формула (1) верна.

Таблица 3: Данные для эсперимента с периодами

x_0, дел	x, дел	n	C, мкф	$T_{эксп}$, мс	$T_{теор}$, мс	$\sigma_{T_{эксп}}$, мс
26	14	17	0.0200	0.32	0.339	0.03
27	15	12	0.0400	0.46	0.480	0.04
26	16	10	0.0800	0.62	0.678	0.05
26	14	5	0.1500	1.08	0.929	0.09
26	25	8	0.3000	1.20	1.310	0.07
26	15	4	0.4000	1.44	1.520	0.11
26	21	5	0.5000	1.62	1.700	0.10
26	19	4	0.6000	1.83	1.860	0.12
26	24	5	0.7000	1.85	2.010	0.10
26	26	5	0.8000	2.00	2.140	0.11

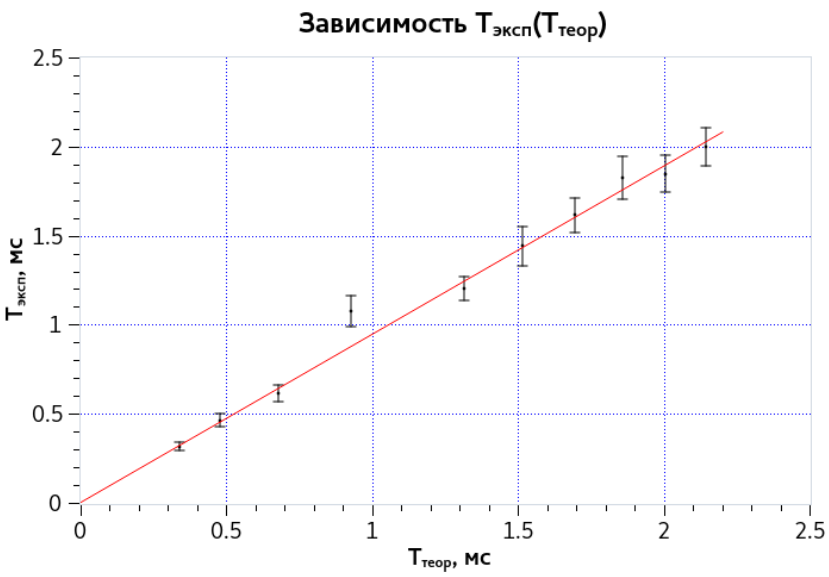

Рис. 2: График $T_{эксп}(T_{теор})$

Критическое сопротивление, декремент затухания и добротность

Рассчитаем логарифмиеский декремент затухания по формуле:

$$\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}} \tag{2}$$

$$\sigma_\Theta = \frac{1}{n}\sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_{k+n}}}{U_{k+n}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_k}}{U_k}\right)^2}$$

Для определения сопротивления контура сложим омическое сопротивление катушки с сопротивлением резистора:

$$R_{конт} = R + R_L$$

Критическое сопротивление можно определить, используя формулу:

$$R_{кр} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta Y}{\Delta X}}$$

$$\sigma_{R_{конт}} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{\Delta Y}{\Delta X}}}\sigma_{\frac{\Delta Y}{\Delta X}}$$

где

$$X = \frac{1}{R^2},\ Y = \frac{1}{\Theta^2}$$

Чтобы найти $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$, построим график $Y(X)$ (рис. 3) и найдем его угловой коэффициент:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = (3.9 \pm 0.2)\text{кОм}^2$$

Погрешность X мала по сравнению с погрешностью Y:

$$\sigma_Y = \frac{2n^2}{\ln^3\left(\frac{U_k}{U_{k+n}}\right)}\sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_k}}{U_k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_{k+n}}}{U_{k+n}}\right)^2}$$

Получаем:

$$R_{\text{кр}}^{\text{граф}} = (12.4 \pm 0.3)\text{кОм}$$

Рассчитаем теоретическое значение для критического сопротивления:

$$R_{\text{крит}}^{\text{теор}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{3}$$

$$\sigma_{R_{\text{кр}}^{\text{теор}}} = 2\frac{\sqrt{LC}}{C^2}\sigma_C$$

$$R_{\text{крит}}^{\text{теор}} = (10.6 \pm 0.2)\text{кОм}$$

Значение полученное в ходе эксперимента:

$$R_{\text{крит}}^{\text{эксп}} = 8\text{кОм}$$

Полученное значение близко к графическому результату. Результат полученный практически меньше графического и теоретического. Это может быть вызвано тем, что точность осциллографа, с помощью которого определялась апериодичность колебаний, не позволяла увидеть колебания с малой амплитудой.

Рассчитаем добротность для максимального и минимального Θ по формуле:

$$Q = \frac{\pi}{\Theta}, \quad \sigma_Q = \frac{\pi}{\Theta^2}\sigma_\Theta$$

$$Q_{\Theta_{max}}^{(1)} = 2.36 \pm 0.16$$

$$Q_{\Theta_{min}}^{(1)} = 6.6 \pm 0.9$$

Рассчитаем эти же величины, используя формулу:

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \sigma_Q = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\frac{\sqrt{LC}}{C^2}\sigma_C\right)^2 + \left(\frac{1}{R^2}\sqrt{\frac{L}{C}}\sigma_R\right)^2} \tag{4}$$

$$Q_{\Theta_{max}}^{(2)} = 2.28 \pm 0.06$$

$$Q_{\Theta_{min}}^{(2)} = 6.51 \pm 0.13$$

Полученные значения совпадают в пределах погрешности, значит теоретическая формула (4) верна.

Таблица 4: Данные для эксперимента с затухающими колебаниями

R, кОм	$R_{\text{конт}}$, кОм	$X, \text{кОм}^{-2}$	U_k	U_{k+n}	n	Θ	Y	σ_Y
0.800	0.936	1.141	20	3	4	0.474	4.4	0.8
1.000	1.136	0.775	33	3	4	0.599	2.8	0.3
1.300	1.436	0.485	34	3	3	0.809	1.5	0.2
1.500	1.636	0.374	35	3	3	0.819	1.5	0.2
1.900	2.036	0.241	34	4	2	1.07	0.87	0.08
2.200	2.336	0.183	34	9	1	1.33	0.57	0.04

Колебания на фазовой плоскости

Имея спираль на плоскости $(\dot{U}, U)$, мы можем посчитать логарифмический декремент, пользуясь формулой (2). Для этого снимем значения точек, в которых спираль пересекает ось $Y = U$: в этот момент ток равен нулю, а напряжение максимально. Количество витков спирали есть количество периодов между точками.

$$\Theta_{max} = 1.30 \pm 0.11$$

$$\Theta_{min} = 0.46 \pm 0.04$$

Полученные значения совпадают с вычисленными по результатам эксперимента с графиком напряжения от времени (Таблица 2). Этот способ более точный, т.к. напряжение в момент, когда конденсатор полностью заряжен легче определить, а также осциллограф позволяет получить большее абсолютное значение напряжения с меньшей погрешностью.

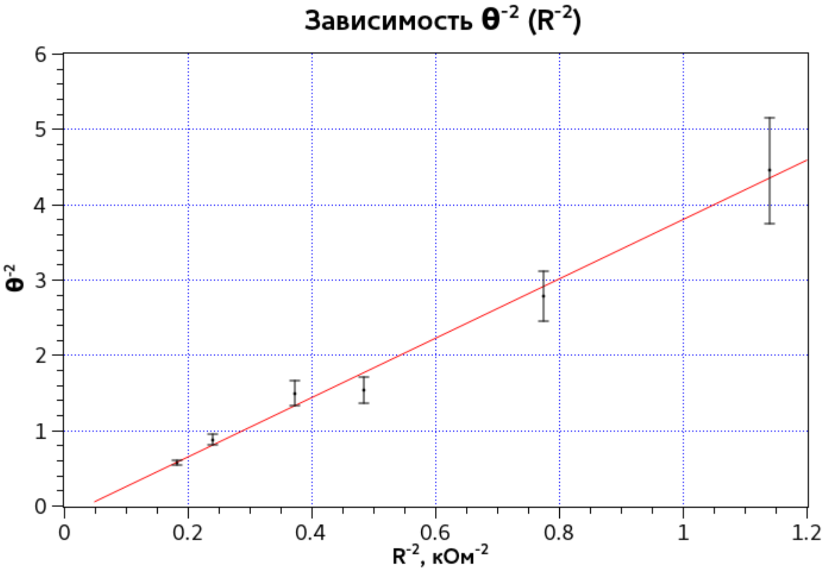

Рис. 3: Зависимость $Y(X)$

Таблица 5: Радиус спирали

Y, дел, $0.1R_{\text{кр}}$	2	4	6	9	16

Y, дел, $0.3R_{\text{кр}}$	6	22

Вывод

Эксперимент показал, что для определения периода колебаний можно пользоваться формулой (1). Для критического сопротивления справедлива формула (3). Добротность контура можно описать формулой (4).