

Экзаменационная программа

по аналитической геометрии,

осенний семестр 2016–2017 учебного года

1. Направленные отрезки и векторы, линейные операции над ними. Свойства линейных операций. Векторное пространство. Коллинеарность и компланарность векторов. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Связь линейной зависимости с коллинеарностью или компланарностью векторов. Базис, координаты вектора в базисе. Действия с векторами в координатах.

2. Определения общей декартовой и прямоугольной (ортонормированной) системы координат. Матрица перехода и ее свойства. Изменение координат вектора при замене базиса. Изменение координат точки при переходе к новой системе координат. Формулы перехода от одной прямоугольной системы координат на плоскости к другой.

3. Скалярное произведение и его свойства. Ортогональные проекции. Выражение скалярного произведения в координатах, выражение в ортонормированном базисе. Матрица Грама.¹ Формулы для определения расстояния между точками и угла между векторами.

Биортогональный (взаимный) базис.² Ковариантные координаты вектора.³

4. Ориентация на плоскости и в пространстве. Смешанное и векторное произведения векторов, их свойства и геометрический смысл. Выражение смешанного и векторного произведений через координаты векторов. Условия коллинеарности и компланарности векторов. Формула двойного векторного произведения.

5. Общее понятие об уравнении множества. Алгебраические линии и поверхности, их порядок. Теорема об инвариантности порядка линии на плоскости (поверхности в пространстве) при переходе к новой декартовой системе координат.

6. Векторные и координатные формы уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Условия параллельности (или совпадения), перпендикулярности прямых на плоскости, заданных в координатной форме. Пучок прямых на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

7. Векторные и координатные формы уравнения плоскости. Условия параллельности (или совпадения) плоскостей, заданных в координатной

¹Для потока И.А. Чубарова

²Для потоков Д.В. Беклемишева и И.А. Чубарова.

³Для потока Д.В. Беклемишева.

форме. Расстояние от точки до плоскости в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. *Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.*⁴

8. Алгебраические линии второго порядка на плоскости, их классификация. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Центр линии второго порядка, центральные и нецентральные линии.

9. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе.

10. Асимптотические направления. Сопряженные диаметры и их свойства.⁵

11. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения. *Канонические уравнения поверхностей второго порядка.*⁶ Эллипсоиды, гиперболоиды и параболоиды, их основные свойства. Прямолинейные образующие.

12. Отображения и преобразования плоскости. Произведение (композиция) отображений. Взаимно однозначное отображение, обратное отображение. Понятие о группе преобразований. Линейные преобразования плоскости. Координатное представление линейных преобразований плоскости.

13. Аффинные преобразования плоскости и их основные свойства. Геометрический смысл модуля и знака определителя аффинного преобразования плоскости. Ортогональные преобразования плоскости и их свойства. Разложение аффинного преобразования плоскости в произведение ортогонального преобразования и двух сжатий.

14.⁷ Алгебраические операции с матрицами. Элементарные преобразования матриц и элементарные матрицы. Обратная матрица.

15. Определение детерминанта. *Формула полного разворачивания.*⁸ Свойства детерминанта. *Миноры, алгебраические дополнения.*⁹ Детерминант произведения матриц.

⁴Кроме потоков П.А. Кожевникова и О.К. Подлипского.

⁵Для потоков Д.В. Беклемишева и И.А. Чубарова.

⁶Кроме потоков П.А. Кожевникова и О.К. Подлипского.

⁷Для потока Д.В. Беклемишева.

⁸Кроме потоков П.А. Кожевникова и О.К. Подлипского.

⁹Кроме потоков П.А. Кожевникова и О.К. Подлипского.